

24
ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Лаборатория ядерных проблем
Лаборатория теоретической физики

P-372

Л.И. Липидус, Чжоу Гуан-чжао

РАССЕЯНИЕ γ -КВАНТОВ НУКЛОНАМИ
ВБЛИЗИ ПОРОГА РОЖДЕНИЯ ПИОНОВ
ЖЭТФ, 1960, т 38, в 1, с 201-211.

P-372

Л.И. Липидус, Чжоу Гуан-чжао

РАССЕЯНИЕ γ -КВАНТОВ НУКЛОНАМИ
ВЕЛИЗИ ПОРОГА РОЖДЕНИЯ ПИОНОВ

УДК 537.874.01
УДК 537.874.01

А н н о т а ц и я

Упругое рассеяние γ -квантов около порога рождения одиночных мезонов рассмотрено с помощью дисперсионных соотношений.

Показано, что учет рождения мезонов в S -состоянии приводит к заметным немонотонностям в зависимости от энергии амплитуд рассеяния, сечения и других наблюдаемых величин около порога реакции.

Для γN -рассеяния вперед получено 6 дисперсионных соотношений, не содержащих инфракрасной расходимости и неизвестных постоянных.

В определенных предположениях об анализе фоторождения в области энергий γ -квантов вплоть до 220 Мэв вычислены амплитуды рассеяния, дифференциальные и полные сечения упругого рассеяния неполяризованных и поляризованных γ -квантов протонами, а также поляризация протонов отдачи выше порога рождения.

I.

Изучение рассеяния γ -квантов нуклонами представляется особенно интересным вблизи порога рождения одиночных мезонов.

Как известно, в области совсем малых энергий рассеяние γ -квантов частицей со спином $1/2$ с магнитным моментом μ описывается амплитудой рассеяния, вид которой был получен Лоу /1/ и Гельманом и Гольдбергером /2/.

Область вблизи порога фоторождения может быть интересной не только для сравнения с предсказаниями дисперсионных соотношений, но и в особенности в связи с изучением немонотонностей в зависимости сечения (и поляризации) от энергии вблизи порога реакции /3/. С этой последней точки зрения рассеяние γ -квантов нуклонами и ядрами вблизи порога рождения мезонов представляет особый интерес как пример процесса, идущего с сравнительно небольшими сечениями и сильно возмущаемого выше порога процессом интенсивного рождения мезонов. Таким образом, можно ожидать заметных эффектов в околороговой области. Ясно, что экспериментальное исследование околороговых аномалий с достаточной точностью может оказаться полезным для изучения процесса рождения пионов вблизи порога.

Как показывает более детальное рассмотрение особенно чувствительным к параметрам, характеризующим фоторождение пионов, оказываются поляризационные эффекты.

Нашей основной целью является детальное рассмотрение влияния рождения мезонов на сечение, поляризацию нуклонов отдачи и поляризацию γ -квантов вблизи порога рождения.

При получении полезных для анализа экспериментальных данных формул используется феноменологический анализ и дисперсионные соотношения. Результаты численных расчетов, опирающихся на определенные предположения об анализе фоторождения, надо рассматривать как предварительные. При проведении численных оценок полностью пренебрегалось тонкими эффектами, связанными с разностью масс мезонов (и нуклонов).

Известно много работ, в которых рассеяние γ -квантов нуклонами рассматривалось различными методами.

В настоящей работе мы старались обойтись минимальным числом допущений, не прибегая к приближенным методам, применение которых трудно обосновать.

2.

Общее выражение для амплитуды рассеяния γ -квантов частицами со спином $1/2$ можно представить в виде /4,5,6/

$$\begin{aligned}
 T = & R_{1c} (\vec{e} \cdot \vec{e}') + R_{2c} (\vec{s}_c \cdot \vec{s}_c') + i R_{3c} (\vec{n} [\vec{e} \vec{e}']) + i R_{4c} (\vec{\sigma} [\vec{s}_c' \vec{s}_c]) + \\
 & + i R_{5c} [(\vec{\sigma} \cdot \vec{k}_c) (\vec{s}_c' \cdot \vec{e}) - (\vec{\sigma} \cdot \vec{k}_c') (\vec{s}_c \cdot \vec{e}')] + i R_{6c} [(\vec{\sigma} \cdot \vec{k}_c') (\vec{s}_c' \cdot \vec{e}) - (\vec{\sigma} \cdot \vec{k}_c) (\vec{e}' \cdot \vec{s}_c)],
 \end{aligned}
 \tag{I}$$

где величины R_1 , R_3 и R_5 описывают электрические, а R_2 , R_4 и R_6 - магнитные переходы; $\vec{\epsilon}$ и $\vec{\epsilon}'$ - векторы поляризации до и после столкновения; $\vec{S} = [\vec{k}\vec{\epsilon}]$, $\vec{S}' = [\vec{k}'\vec{\epsilon}']$, $\vec{k} = \frac{\vec{k}}{|\vec{k}|}$ и $\vec{k}' = \frac{\vec{k}'}{|\vec{k}'|}$ - единичные векторы по направлениям импульсов квантов до и после рассеяния; знаком "с" помечены величины в с.ц.м.

Выражение для T , содержащее члены не выше линейных по энергии γ -квантов /1,2/ можно представить в виде

$$T = -\frac{e^2}{M} (\vec{\epsilon}' \cdot \vec{\epsilon}') + \frac{ie}{M} (2\mu - \frac{e}{2M}) \nu_c (\vec{\sigma}' [\vec{\epsilon}' \cdot \vec{\epsilon}]) + 2\mu^2 \nu_c (\vec{\sigma}' [\vec{S}' \cdot \vec{S}]) + i \frac{e}{M} \mu \nu_c [(\vec{\epsilon}' \cdot \vec{k}') (\vec{\sigma}' \cdot \vec{S}') - (\vec{\epsilon}' \cdot \vec{k}) (\vec{\sigma}' \cdot \vec{S})] \quad (2)$$

С помощью соотношения

$$(\vec{\sigma}' \cdot \vec{S}') (\vec{\epsilon}' \cdot \vec{k}') - (\vec{\sigma}' \cdot \vec{S}) (\vec{\epsilon}' \cdot \vec{k}) = -2 (\vec{\sigma}' [\vec{\epsilon}' \cdot \vec{S}]) + (\vec{\sigma}' \cdot \vec{k}') (\vec{\epsilon}' \cdot \vec{S}') - (\vec{\sigma}' \cdot \vec{k}) (\vec{\epsilon}' \cdot \vec{S}) \quad (3)$$

выражение (2) можно привести к виду (1). При этом

$$R_1^c = -\frac{e^2}{M} ; R_2^c = 0 ; R_3^c = -2 \left(\frac{e}{2M}\right)^2 \nu_c ; R_4^c = -2\mu^2 \nu_c ; R_5^c = 0 ; R_6^c = \frac{e}{M} \mu \nu_c \quad (4)$$

3.

Представим матрицу перехода в виде

$$T = \sum_{\mu\nu} e_{\mu'} \cdot N_{\mu\nu} \cdot e_{\nu} = e' \cdot N \cdot e$$

Выберем две такие координатные системы x, y, z и x', y', z' , у которых оси z и z' параллельны начальному и конечному импульсу фотона, соответственно, а оси y и y' имеют одинаковое направление. В этих координатных системах функции собственных состояний спина фотона с собственными значениями $S_z = \pm I$ имеют следующий вид

$$\begin{aligned} \vec{\zeta}_+ &= -\frac{1}{\sqrt{2}} (\vec{h} - i\vec{j}) & ; & \vec{\zeta}_{-1} = \frac{1}{\sqrt{2}} (\vec{h} + i\vec{j}) \\ \vec{\zeta}'_+ &= -\frac{1}{\sqrt{2}} (\vec{h}' - i\vec{j}') & ; & \vec{\zeta}'_{-1} = \frac{1}{\sqrt{2}} (\vec{h}' + i\vec{j}') \end{aligned} \quad (5)$$

где \vec{h} , \vec{j} и \vec{k} - единичные базисные вектора, направленные вдоль этих координатных осей. В общем случае состояние поляризации фотона будет смешанным состоянием, т.е.

$$\vec{\epsilon} = c_+ \vec{\zeta}_+ + c_{-1} \vec{\zeta}_{-1} \quad (6)$$

где $|c_+|^2$ и $|c_{-1}|^2$ - вероятности состояний фотона с $S_z = +I$ и $S_z = -I$ соответственно.

Используя собственные состояния спина в качестве базиса представления, матрицу перехода можно представить в виде матрицы

$$T = \begin{pmatrix} \vec{\zeta}_1^{1*} \cdot N \cdot \vec{\zeta}_1 & 0 & \vec{\zeta}_1^{1*} \cdot N \cdot \vec{\zeta}_{-1} \\ 0 & 0 & 0 \\ \vec{\zeta}_{-1}^{1*} \cdot N \cdot \vec{\zeta}_{-1} & 0 & \vec{\zeta}_{-1}^{1*} \cdot N \cdot \vec{\zeta}_{-1} \end{pmatrix} \quad (7)$$

Введем матрицу плотности фотона в виде

$$\rho = \begin{pmatrix} c, c^* & 0 & c, c^* \\ 0 & 0 & 0 \\ c_{-1}, c_{-1}^* & 0 & c_{-1}, c_{-1}^* \end{pmatrix} \quad (8)$$

Матрица плотности конечного состояния ρ_f связана с матрицей плотности начального состояния ρ_i соотношением

$$\rho_f = T \cdot \rho_i \cdot T^+ \quad (9)$$

Хотя в (7) и (8) матрица перехода и матрица плотности представляется трехмерными матрицами, они имеют только четыре отличных от нуля независимых элементов. Следовательно мы можем представить их с помощью двумерных матриц и применить известный аппарат матриц Паули [1]

$$T = \begin{pmatrix} \vec{\zeta}_1^{1*} \cdot N \cdot \vec{\zeta}_1 & \vec{\zeta}_1^{1*} \cdot N \cdot \vec{\zeta}_{-1} \\ \vec{\zeta}_{-1}^{1*} \cdot N \cdot \vec{\zeta}_1 & \vec{\zeta}_{-1}^{1*} \cdot N \cdot \vec{\zeta}_{-1} \end{pmatrix} = A + \vec{\sigma}_y \cdot \vec{B} \quad (10)$$

$$\rho = \begin{pmatrix} c, c^* & c, c^* \\ c_{-1}, c_{-1}^* & c_{-1}, c_{-1}^* \end{pmatrix} = \frac{1}{2} (1 + \vec{\sigma}_x \cdot \vec{P}) \quad (11)$$

где P_x , P_y и P_z -параметры Стокса. Отличные от нуля P_x и P_y соответствуют линейной поляризации фотонов вдоль осей x и y , тогда как $P_z \neq 0$ соответствует круговой поляризации фотона.

Из (10) нетрудно получить:

$$\begin{aligned} 2A &= \vec{\zeta}_1^{1*} \cdot N \cdot \vec{\zeta}_1 + \vec{\zeta}_{-1}^{1*} \cdot N \cdot \vec{\zeta}_{-1} = Sp T \\ 2B_x &= \vec{\zeta}_1^{1*} \cdot N \cdot \vec{\zeta}_1 - \vec{\zeta}_{-1}^{1*} \cdot N \cdot \vec{\zeta}_{-1} = Sp (\sigma_x T) \\ 2B_y &= \vec{\zeta}_1^{1*} \cdot N \cdot \vec{\zeta}_{-1} + \vec{\zeta}_{-1}^{1*} \cdot N \cdot \vec{\zeta}_1 = Sp (\sigma_y T) \\ 2iB_z &= \vec{\zeta}_1^{1*} \cdot N \cdot \vec{\zeta}_{-1} - \vec{\zeta}_{-1}^{1*} \cdot N \cdot \vec{\zeta}_1 \end{aligned} \quad (12)$$

где след берется по переменным γ -квантов.

Величины A и B можно связать с R_1, \dots, R_6 , определяющими T в (I)

$$\begin{aligned} 2A &= (R_3 + R_2) (1 + \cos \theta) - i (R_3 + R_4) \sin \theta \vec{\sigma} \cdot \vec{n} \\ 2B_z &= (R_3 + R_4) \vec{\sigma} \cdot (\vec{z} + \vec{z}') + (1 + \cos \theta) (R_5 + R_6) \vec{\sigma} \cdot (\vec{z} + \vec{z}') \\ 2iB_x &= (R_3 - R_4 - (1 + \cos \theta) (R_5 - R_6)) \vec{\sigma} \cdot (\vec{z} - \vec{z}') \\ 2B_y &= (R_3 - R_2) (1 - \cos \theta) + i (R_3 + R_4) \sin \theta (\vec{\sigma} \cdot \vec{n}) \end{aligned} \quad (I3)$$

где $\vec{n} \sin \theta = (\vec{z} - \vec{z}') / |\vec{z} - \vec{z}'|$, $\cos \theta = (\vec{z} \cdot \vec{z}')$

Легко вычислить матрицу плотности конечного состояния

$$\begin{aligned} S_f &= \frac{1}{2} (A + \vec{\sigma}_Y \cdot \vec{B}) (1 + \vec{\sigma}_Y \cdot \vec{P}) (A^\dagger + \vec{\sigma}_Y \cdot \vec{B}^\dagger) = \frac{1}{2} \{ AA^\dagger + \vec{B} \cdot \vec{B}^\dagger + (A \vec{B}^\dagger + \vec{B} A^\dagger) \cdot \vec{P} - i ([\vec{B} \cdot \vec{B}^\dagger] \cdot \vec{P}) \} + \\ &+ \frac{1}{2} \vec{\sigma}_Y \cdot \{ A \vec{B}^\dagger + \vec{B} A^\dagger - i [\vec{B} \cdot \vec{B}^\dagger] + (AA^\dagger - \vec{B} \cdot \vec{B}^\dagger) \cdot \vec{P} + \vec{B} \cdot \vec{P} \vec{B}^\dagger - \vec{B} \vec{P} \cdot \vec{B}^\dagger + \\ &+ i A [\vec{P} \cdot \vec{B}^\dagger] - i [\vec{P} \cdot \vec{B}] A^\dagger \} \end{aligned} \quad (I4)$$

При помощи (I4) можно вычислить все наблюдаемые величины.

Для взаимодействия неполяризованных γ -квантов и нуклонов дифференциальное сечение будет иметь вид

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \equiv \bar{I}_0(\theta) = \frac{1}{2} S_P (AA^\dagger + \vec{B} \cdot \vec{B}^\dagger), \quad (I5)$$

где след берется по нуклонным переменным. Подставляя (I3) в (I5) получим

$$\begin{aligned} 4\bar{I}_0(\theta) &= |R_3 + R_2|^2 (1 + \cos \theta)^2 + |R_3 - R_2|^2 (1 - \cos \theta)^2 + |R_3 + R_4|^2 (3 - \cos^2 \theta + 2 \cos \theta) + \\ &+ |R_3 - R_4|^2 (3 - \cos^2 \theta - 2 \cos \theta) + 2|R_5 + R_6|^2 (1 + \cos \theta)^2 + 2|R_5 - R_6|^2 (1 - \cos \theta)^2 + \\ &+ 4 \operatorname{Re} (R_3 + R_4)^* (R_5 + R_6) (1 + \cos \theta)^2 - 4 \operatorname{Re} (R_3 - R_4)^* (R_5 - R_6) (1 - \cos \theta)^2 \end{aligned} \quad (I6)$$

или

$$\begin{aligned} 2\bar{I}_0(\theta) &= (1 + \cos^2 \theta) [|R_1|^2 + |R_2|^2 + 4 \operatorname{Re} (R_3^* R_6 + R_4^* R_5)] + (3 - \cos^2 \theta) (|R_3|^2 + |R_4|^2) + \\ &+ 2(1 + 3 \cos^2 \theta) (|R_5|^2 - |R_6|^2) + 4 \operatorname{Re} [R_1^* R_2 + R_3^* R_4 + 2(R_3^* R_5 + R_4^* R_6) + (3 + \cos^2 \theta) R_5^* R_6] \cos \theta \end{aligned} \quad (I6')$$

Выражение для поляризации нуклона после взаимодействия начально неполяризованных γ -квантов и нуклонов можно представить в виде *)

$$2\bar{I}_0(\theta) \langle \vec{\sigma} \rangle_f = S_P (AA^\dagger + \vec{B} \cdot \vec{B}^\dagger) \vec{B}$$

и

*) Формулы (I9), (23) и (24) в /5/ содержат описки.

$$\begin{aligned} I_0(\theta) \langle \vec{\sigma} \rangle_f &= \frac{\hbar}{2} \sin \theta \operatorname{Im} \left[(R_3 + R_4) (R_1 + R_2)^* (1 + \cos \theta) - (R_3 - R_4) (R_1 - R_2)^* (1 - \cos \theta) \right] = \\ &= i [\vec{k} \cdot \vec{k}'] \left\{ R_1 R_4^* - R_1^* R_4 + R_2 R_3^* - R_2^* R_3 + [R_1 R_3^* - R_1^* R_3 + R_2 R_4^* - R_2^* R_4] \cos \theta \right\} \end{aligned} \quad (17)$$

Известное обстоятельство, что сечение $I_0(\theta)$ не меняется при замене электрических переходов на магнитные проявляется в том, что (16) инвариантно при одновременной замене

$$R_1 \rightleftharpoons R_2, \quad R_3 \rightleftharpoons R_4, \quad R_5 \rightleftharpoons R_6 \quad (18)$$

Из (17) видно, что выражение для поляризации нуклона отдачи также остается неизменным при этом преобразовании.

4.

Установим теперь соотношения между параметрами Стокса и статистическими тензорными моментами. Статистические тензорные моменты определяются, как известно, соотношениями

$$T_{00} = \sqrt{3} \quad T_{10} = \frac{1}{\sqrt{2}} S_z \quad T_{20} = \sqrt{\frac{2}{3}} \left(\frac{3}{2} S_z^2 - 1 \right) \quad (19)$$

$$T_{22} = \frac{1}{2} [S_x^2 - S_y^2 + i(S_x S_y + S_y S_x)]$$

$$T_{2-2} = \frac{1}{2} [S_x^2 - S_y^2 - i(S_x S_y + S_y S_x)]$$

Они нормированы так, что

$$S_{\rho} T_{JM} T_{J'M'}^+ = \delta_{JJ'} \delta_{MM'} \quad (20)$$

С помощью этих тензорных моментов матрицу плотности можно представить в виде

$$\rho_f = \rho_{00} T_{00} + \rho_{10} T_{10} + \rho_{20} T_{20} + \rho_{22} T_{22} + \rho_{2-2} T_{2-2} \quad (21)$$

при

$$\rho_{00} = \sqrt{2} \rho_{20} = \sqrt{3}$$

Параметры ρ_{JM} связаны с параметрами Стокса

$$S_{10} = \sqrt{2} P_z, \quad S_{22} = P_x - iP_y, \quad S_{2-2} = P_x + iP_y \quad (22)$$

Выражение для сечения $I(\theta, \varphi)$ рассеяния поляризованного пучка δ^+ -квантов неполяризованными протонами, в силу инвариантности при обращении времени [8,5] можно придать вид

$$I(\theta, \varphi) = I_0(\theta) \left[1 + 2 \langle T_{22} \rangle_i \langle T_{22} \rangle_f \cos 2\varphi \right] \quad (23)$$

где

$$2\bar{I}_0(\theta) \langle \bar{T}_{22} \rangle_f = \sin^2 \theta (|R_1|^2 + |R_4|^2 - |R_2|^2 - |R_3|^2) \quad (24)$$

$\langle \bar{T}_{22} \rangle_f$ - начальная поляризация пучка γ -квантов. Отметим, что (24) меняет знак при преобразовании (18).

5.

При энергиях γ -квантов ниже порога рождения пионов ν_0 , мнимые части величин $R_1 \dots R_6$ малы. Выше порога мнимые части $R_1 \dots R_6$ определяются из условия унитарности S -матрицы, которое в пренебрежении членами, квадратичными по электромагнитному взаимодействию, приводит к соотношению

$$\begin{aligned} & i \left[T^+(-\vec{k}', -\vec{e}', -\vec{z}', -\vec{e}', -\vec{e}') - T(\vec{k}', \vec{e}', \vec{z}', \vec{e}', \vec{e}') \right] = \\ & = \frac{\nu_c}{2\pi} \int d\Omega(\vec{q}_+) \left[T_{\gamma \rightarrow \pi^+}^+(\vec{q}_+, \vec{k}', \vec{e}', \vec{e}') T_{\gamma \rightarrow \pi^+}(\vec{q}_+, \vec{k}, \vec{e}, \vec{e}') \right] + \\ & + \frac{\nu_c}{2\pi} \int d\Omega(\vec{q}_0) \left[T_{\gamma \rightarrow \pi^0}^+(\vec{q}_0, \vec{k}', \vec{e}', \vec{e}') T_{\gamma \rightarrow \pi^0}(\vec{q}_0, \vec{k}, \vec{e}, \vec{e}') \right], \end{aligned} \quad (25)$$

где

$$\begin{aligned} T_{\gamma \rightarrow \pi}(\vec{q}, \vec{k}, \vec{e}, \vec{e}') &= iE_1(\vec{e}' \cdot \vec{e}) - M_2 \left[(\vec{q} [\vec{k} \vec{e}]) - i(\vec{e}' [[\vec{k} \vec{e}] \vec{q}]) \right] - \\ &- M_3 \left[2([\vec{k} \vec{e}] \vec{q}) + i(\vec{e}' [[\vec{k} \vec{e}] \vec{q}]) \right] + \frac{i}{2} E_2 \left[(\vec{e}' \cdot \vec{k})(\vec{e} \vec{q}) + (\vec{e}' \cdot \vec{e})(\vec{k} \vec{q}) \right] \end{aligned} \quad (26)$$

- амплитуда фоторождения пионов на протоне.

При учете низайших состояний E_1 , как известно, соответствует переходу из состояния с моментом $J = 1/2$ и отрицательной четностью с рождением мезона в $S_{1/2}$ -состоянии, M_2 - переход из $J = 1/2^+$ с рождением мезона в $P_{1/2}$ -состоянии, M_3 и E_3 - переходу из $J = 3/2^+$ с рождением мезона в $P_{3/2}$ -состоянии. Из (25) следует, что выше порога

$$\begin{aligned} \text{Im } R_{1c} &= \nu_c \left\{ |E_1|^2 + \frac{1}{3} |E_2|^2 \cos \theta \right\} = \nu_c A_1 \\ \text{Im } R_{2c} &= \nu_c \left\{ |M_1|^2 + 2|M_3|^2 - \frac{1}{6} |E_2|^2 \right\} = \nu_c A_2 \\ \text{Im } R_{3c} &= \text{Im } R_{1c} \\ \text{Im } R_{4c} &= \nu_c \left\{ |M_1|^2 - |M_3|^2 + \frac{1}{12} |E_2|^2 + \frac{1}{2} (E_2^* M_3 + E_2 M_3^*) \right\} = \nu_c A_4 \\ \text{Im } R_{5c} &= -\nu_c \left\{ \frac{1}{6} |E_2|^2 + \frac{1}{2} (E_2^* M_3 + E_2 M_3^*) \right\} = \nu_c A_5 \\ \text{Im } R_{6c} &= 0 \end{aligned} \quad (27)$$

С помощью (27) легко убедиться, что полное сечение взаимодействия γ -квантов

$$\sigma_{\pm} = \frac{4\pi}{v_c} \text{Im} \{ R_{1c}(c) + R_{2c}(c) \} = 4\pi \left\{ |E_1|^2 + |M_1|^2 + 2|M_2|^2 - \frac{1}{c} |E_2|^2 \right\}, \quad (28)$$

как это и должно быть, совпадает с полным сечением фоторождения пионов /9/.

Порог рождения π^0 -мезонов $\nu_0(\pi^0)$ составляет 144,7 Мэв, то же для рождения π^+ -мезонов $\nu_0(\pi^+) = 150,5$ Мэв. При энергиях γ -квантов выше $\nu_0(\pi^+)$ в правую часть (27) входят величины, характеризующие как рождение π^0 -мезонов ($B_1^0, A_1^0, \dots, A_2^0, \dots$), так и рождение π^+ -мезона ($B_1^+, A_1^+, \dots, A_2^+, \dots$). Области энергий $\nu_0(\pi^+) > \nu > \nu_0(\pi^0)$ и эффекты, связанные с разностью масс, в настоящей работе не рассматриваются.

Немонотонности в сечении рассеяния γ -квантов в непосредственной близости к порогу рождения мезонов связаны с рождением мезонов в S -состоянии. Согласно имеющимся экспериментальным данным сечение рождения π^+ -мезонов в S -состоянии значительно превосходит сечение рождения π^0 -мезонов в этом состоянии. Само установление факта рождения π^0 -мезонов в S -состоянии потребовало проведения трудных экспериментов. Очевидно, что экспериментальное изучение рассеяния γ -квантов в области энергий $\nu_0(\pi^+) > \nu > \nu_0(\pi^0)$ даст дополнительные сведения о рождении π^0 -мезонов в S -состоянии.

Вычислив мнимые части величин R_1, \dots, R_c с помощью соотношения унитарности, для вычисления действительных частей привлечем дисперсионные соотношения, обсуждавшиеся в целом ряде работ.

6.

Приступая к рассмотрению дисперсионных соотношений для рассеяния γ -квантов нуклонами обсудим несколько подробнее кинематические соображения.

Пусть k - векторами импульсов падающего и рассеянного фотона будут k и k' , а импульсы нуклона p и p' , соответственно. Они связаны законом сохранения

$$k + p = k' + p' \quad (29)$$

Введем

$$P = \frac{1}{2} (p + p')$$

Следуя Прангу /10/ выберем за базисные следующие 4 ортогональные векторы

$$K = \frac{1}{2} (k + k'), \quad Q = \frac{1}{2} (k' - k) = \frac{1}{2} (p - p'), \quad P' = P - \frac{(Pk)}{K^2} K \quad (30)$$

$$N_{\mu} = i \epsilon_{\mu\nu\lambda\sigma} P_{\nu}' K_{\lambda} Q_{\sigma}$$

Амплитуду рассеяния можно записать в виде

$$T = \bar{u}(p') e_{\mu}^{\prime} N_{\mu\nu}^{\circ} e_{\nu} u(p), \quad (31)$$

а $N_{\mu\nu}^{\circ}$ можно представить с помощью инвариантных функций в виде

$$N_{\mu\nu}^{\circ} = \sum_{\sigma\sigma'} \eta_{\mu}^{\sigma} C_{\sigma\sigma'} \eta_{\nu}^{\sigma'}, \quad (32)$$

где η^{σ} означает четыре базисные векторы, введенные в (30).

Градиентная инвариантность требует, чтобы $e' \cdot k' = 0, e \cdot k = 0, k_{\mu}^{\prime} N_{\mu\nu}^{\circ} = 0$ и $N_{\mu\nu}^{\circ} k_{\nu} = 0$. Вследствие этого $N_{\mu\nu}^{\circ}$ сводится к сумме следующих восьми инвариантных функций $T_1 \dots T_8$ от двух инвариантов $MV = -PK$ и Q^2

$$\begin{aligned} C_{\mu}^{\prime} N_{\mu\nu}^{\circ} e_{\nu} = & \frac{Q^2}{M^2 V^2 - Q^2(Q^2 + M^2)} (e' P') (e P') [T_1 + i k T_2] + \\ & + \frac{1}{Q^2 [M^2 V^2 - Q^2(Q^2 + M^2)]} (e' N) (e N) [T_3 + i k T_4] - \\ & - \frac{i}{M^2 V^2 - Q^2(Q^2 + M^2)} [(e' P') (e N) - (e' N) (e P')] \gamma_5 [T_5 + i k T_7] - \\ & - \frac{i}{M^2 V^2 - Q^2(Q^2 + M^2)} [(e' P') (e N) + (e' N) (e P')] \gamma_5 [T_8 + i k T_6] \end{aligned} \quad (33)$$

Нормирующие множители $\frac{Q^2}{M^2 V^2 - Q^2(Q^2 + M^2)}$ введены для удобства.

Можно показать, что в любой системе (и в частности, в системе Брайта и в системе центра масс) справедливы равенства

$$\begin{aligned} \frac{Q^2}{M^2 V^2 - Q^2(Q^2 + M^2)} (e' P') (e P') &= \frac{(\vec{e}' \cdot \vec{z}') (\vec{e} \cdot \vec{z}')}{|\vec{z}'| |\vec{z}'| \sin^2 \theta} = \frac{(\vec{e}' \cdot \vec{k}) (\vec{e} \cdot \vec{k})}{\sin^2 \theta} \\ \frac{(e' N) (e N)}{M^2 V^2 - Q^2(Q^2 + M^2)} &= \frac{(\vec{e}' [\vec{k} \cdot \vec{e}']) (\vec{e} [\vec{k} \cdot \vec{e}])}{\sin^2 \theta} = \frac{(\vec{e}' \cdot \vec{\rho}') (\vec{e} \cdot \vec{\rho})}{\sin^2 \theta} \\ - \frac{(e' P') (e N) + (e' N) (e P')}{M^2 V^2 - Q^2(Q^2 + M^2)} &= \frac{(\vec{e}' \cdot \vec{k}) (\vec{e} \cdot \vec{\rho}) + (\vec{e}' \cdot \vec{\rho}') (\vec{e} \cdot \vec{k})}{\sin^2 \theta} \end{aligned} \quad (34)$$

где θ - угол между \vec{k} и \vec{e}' , \vec{k} и \vec{k}' - как и раньше единичные векторы вдоль \vec{z} и \vec{z}' , $\vec{\rho} = [\vec{k} \cdot \vec{e}]$. Мы покажем справедливость (34) в системе Брайта, где

$$\vec{P} = 0, \quad \vec{P}' = -\frac{P \cdot K}{K^2} \vec{k} = -\frac{MV}{Q^2} \vec{k} \quad (35)$$

Легко убедиться в справедливости следующих формул

$$|\vec{x}| = k_0 = \frac{Mv}{\sqrt{Q^2 + M^2}} \quad (36)$$

$$2Q^2 = k_0^2 (1 - \cos \theta) \quad (37)$$

$$k_0^2 - Q^2 = \frac{M^2 v^2 - Q^2(Q^2 + M^2)}{Q^2 + M^2} = \frac{k_0^2}{2} (1 + \cos \theta) \quad (38)$$

Перемножая (37) и (38) получим

$$\frac{k_0^4}{4} \sin^2 \theta = \frac{Q^2 [M^2 v^2 - Q^2(Q^2 + M^2)]}{Q^2 + M^2} \quad (39)$$

С помощью (36) преобразуем (39) к виду

$$k_0^2 \sin^2 \theta = 4Q^2 \frac{M^2 v^2 - Q^2(Q^2 + M^2)}{M^2 v^2} \quad (40)$$

Из (33) и (35) получим окончательно

$$\frac{Q^2}{M^2 v^2 - Q^2(Q^2 + M^2)} \cdot \frac{M^2 v^2}{Q^4} \cdot \frac{1}{4} (\vec{z}' \cdot \vec{z}') (\vec{z}^2 \cdot \vec{z}'^2) = \frac{(\vec{z}'^1 \cdot \vec{z}'^2) (\vec{z}^2 \cdot \vec{z}^1)}{k_0^2 \sin^2 \theta} = \frac{(\vec{z}'^1 \cdot \vec{z}^2) (\vec{z}^2 \cdot \vec{z}'^1)}{\sin^2 \theta} \quad (41)$$

Используя формулу

$$\vec{N} = -\sqrt{Q^2 + M^2} \frac{1}{2} [\vec{z}^2 \cdot \vec{z}'^1] \quad (42)$$

можно аналогично доказать справедливость других равенств в (34). Как известно, требования инвариантности при обращении времени (или, как это будет доказано ниже, требования "кросс-симметрии") уменьшают число независимых инвариантных функций до шести ($T_2 = T_3 = 0$).

Если записать амплитуду рассеяния в системе Брайта в виде (I), то получим соотношения

$$\begin{aligned} R_1 \sin^2 \theta &= \frac{E}{M} (T_2 \cos \theta + T_3) - k_0 (T_2 \cos \theta + T_4) \\ R_2 \sin^2 \theta &= -\frac{E}{M} (T_1 + T_3 \cos \theta) + k_0 (T_2 + T_4 \cos \theta) \\ R_3 &= \frac{k_0^2}{2M} T_2 \quad ; \quad R_4 = \frac{k_0^2}{2M} T_4 \\ R_5 \sin^2 \theta &= \frac{k_0^2}{2M} (T_2 \cos \theta + T_4) - \frac{k_0}{2M} (1 + \cos \theta) T_5 - \frac{k_0 E}{2M} (1 - \cos \theta) T_6 \\ R_6 \sin^2 \theta &= -\frac{k_0^2}{2M} (T_2 + T_4 \cos \theta) + \frac{k_0}{2M} (1 + \cos \theta) T_5 - \frac{k_0 E}{2M} (1 - \cos \theta) T_6 \end{aligned} \quad (43)$$

Легко убедиться, что при $\theta \rightarrow c$ получаем ($E = M, \kappa_0 = \nu$)

$$\begin{aligned} R_1 + R_2 \Big|_{\theta=c} &= \frac{1}{2} [T_1 - T_3 - \nu(T_2 - T_4)] \\ R_3 + R_4 \Big|_{\theta=c} &= \frac{1}{4M} [\nu^2 (T_2 - T_4) + M\nu T_6] \\ R_2 \Big|_{\theta=c} &= \frac{\nu^2}{2M} T_1 \\ R_4 \Big|_{\theta=c} &= \frac{\nu^2}{2M} T_3 \end{aligned} \quad (44)$$

Опираясь на общие принципы квантовой теории поля можно /II-15/ показать, что T_i , рассматриваемые как функции ν , являются аналитическими функциями, как при $\theta \rightarrow c$ ($\nu \rightarrow 0$), так и при

$$G^2 - G^2_{max} = \frac{(2M + m_{\pi}) (EM + 9Mm_{\pi} + 4m_{\pi}^2)}{4M(M + m_{\pi})^2} m_{\pi}^2 \approx 3m_{\pi}^2,$$

где m_{π} - масса π - мезона.

Обычно, рассматривая амплитуду рассеяния вперед, ограничиваются двумя дисперсионными соотношениями для функций $R_1 + R_2$ и $R_3 + R_4 + 2E_3 + 2E_4$. Из (44) видно, что в действительности и при $\theta \rightarrow c$ имеется четыре дисперсионных соотношения для $R_1 + R_2$, R_3 , R_4 и $R_3 + R_4$ порознь.

7.

Запаздывающую причинную амплитуду для рассеяния фотонов можно записать в виде

$$\bar{u}(p') N_{\mu\nu}^{2ct} u(p) = -2\pi^2 i \left(\frac{p \cdot p'}{M^2} \right)^{1/2} \int d^4z e^{-ikz} \langle p' | \theta(z) [j_{\mu}(\frac{z}{2}), j_{\nu}(-\frac{z}{2})] | p \rangle \quad (45)$$

Для опережающей причинной амплитуды аналогично можно записать

$$\bar{u}(p') N_{\mu\nu}^{ad'} u(p) = -2\pi^2 i \left(\frac{p \cdot p'}{M^2} \right)^{1/2} \int d^4z e^{-ikz} \langle p' | \theta(-z) [j_{\mu}(\frac{z}{2}), j_{\nu}(-\frac{z}{2})] | p \rangle \quad (46)$$

Определим величины $\mathcal{D}_{\mu\nu}$ и $A_{\mu\nu}$ следующим образом

$$\begin{aligned} \mathcal{D}_{\mu\nu} &= \frac{1}{2} (N_{\mu\nu}^{2ct} + N_{\mu\nu}^{ad'}) \\ A_{\mu\nu} &= \frac{1}{2i} (N_{\mu\nu}^{2ct} - N_{\mu\nu}^{ad'}) \end{aligned} \quad (47)$$

Производя комплексное сопряжение над обеими частями в (45) и вспоминая, что j_μ является эрмитовым оператором, получим, что

$$\beta N_{\mu\nu}^{zet} (P'K'PK) \beta = N_{\mu\nu}^{zet} (P-K' P'-K) \quad (48)$$

Изменяя порядок j_μ и j_ν в коммутаторе в (45) и заменяя переменную интегрирования z на $-z$, получим

$$N_{\mu\nu}^{zet} (P'K'PK) = N_{\mu\nu}^{adv} (P'-K P-K') \quad (49)$$

Подставляя (33) в (48) и (49) получаем

$$T_{1,3,5,6}^* (-v, Q^2) = +T_{1,3,5,6} (v, Q^2) \quad (50)$$

$$T_{2,4}^* (-v, Q^2) = -T_{2,4} (v, Q^2)$$

$$T_7 = T_8 = 0$$

С помощью (50) дисперсионные соотношения можно легко записать в виде

$$\mathcal{D}_{1,3,5,6} (v, Q^2) = \frac{2}{\pi} P \int_0^\infty \frac{v' A_{1,3,5,6} (v', Q^2)}{v'^2 - v^2} dv' \quad (51)$$

$$\mathcal{D}_{2,4} (v, Q^2) = \frac{2v}{\pi} P \int_0^\infty \frac{A_{2,4} (v', Q^2)}{v'^2 - v^2} dv'$$

Рассмотрим дисперсионные соотношения при $Q^2 = 0$, когда система Брайта совпадает с лабораторной, а v - становится энергией γ -кванта в лабораторной системе.

Два дисперсионных соотношения получаются, если в (51) просто положить $Q^2 = 0$.

Четыре других - если в начале продифференцировать по Q^2 , а затем положить $Q^2 = 0$

Так как дисперсионные соотношения для $T_{2,4}$ в e^2 -приближении содержат инфракрасные расходимости вида

$$\frac{1}{v} - \frac{1}{v_0}$$

при $Q^2 = 0$ остается возможность фактического использования дисперсионных соотношений лишь для комбинаций

$$R_1 + R_2 = L_1$$

и

$$R_5 + R_6 = L_2,$$

а также для величин

$$R_3 \equiv L_3$$

$$R_4 \equiv L_4,$$

которые не содержат слагаемых, расходящихся при $\nu \rightarrow 0$

При $Q^2 = 0$ $L = L(\nu)$ и можно показать, сравнивая (44) и (50), что

$$L_1(\nu) = L_1(-\nu)$$

$$L_{2,3,4}(\nu) = -L_{2,3,4}(-\nu) \quad (52)$$

Таким образом, для этих величин мы можем записать дисперсионные соотношения

$$\operatorname{Re} L_1(\nu) - \operatorname{Re} L_1(0) = \frac{2\nu^2}{\pi} P \int_{\nu_0}^{\infty} \frac{\operatorname{Im} L_2(\nu')}{\nu'(\nu'^2 - \nu^2)} d\nu' \quad (53)$$

$$\operatorname{Re} L_{2,3,4}(\nu) - \nu \operatorname{Re} L'_{2,3,4}(0) = \frac{2\nu^3}{\pi} P \int_{\nu_0}^{\infty} \frac{\operatorname{Im} L_{2,3,4}(\nu')}{\nu'^2(\nu'^2 - \nu^2)} d\nu'$$

Еще два дисперсионных соотношения получаются в следующем разделе.

Из (4)

$$\operatorname{Re} L_1(0) = -\frac{e^2}{M}$$

$$\nu \operatorname{Re} L'_2(0) = \frac{e}{M} \mu \nu = \frac{e^2}{M} \frac{\lambda \nu_0}{2M} \cdot \frac{\nu}{\nu_0} \quad ; \quad \mu = \frac{e}{2M} \lambda$$

$$\nu \operatorname{Re} L'_3(0) = -2 \left(\frac{e}{2M} \right)^2 \nu = -\frac{1}{2} \frac{e^2}{M} \frac{\nu_0}{M} \cdot \frac{\nu}{\nu_0} \quad (54)$$

$$\nu \operatorname{Re} L'_4(0) = -2\mu^2 \nu = -\frac{1}{2} \frac{e^2}{M} \lambda^2 \cdot \frac{\nu_0}{M} \cdot \frac{\nu}{\nu_0}$$

Первое из соотношений (53) с помощью оптической теоремы приводится к обычному виду

$$\operatorname{Re} [R_1(\nu) + R_2(\nu)] = -\frac{e^2}{M} + \frac{\nu^2}{2\pi^2} P \int_{\nu_0}^{\infty} \frac{\mathcal{S}(\nu') d\nu'}{\nu'^2 - \nu^2} \quad (53')$$

т.е. совпадает с соотношением, полученным Гельманом, Гольдбергером и Тиррингом.

8.

В системе центра масс величины $R_{1c} \dots R_{6c}$ можно выразить через амплитуды рассеяния в состояниях с определенными значениями момента и четности.

Обозначим через E_1 и E_3 амплитуды электрических дипольных переходов с полным угловым моментом 1/2 и 3/2, соответственно; через E_2 - амплитуду электрического квадрупольного перехода с полным моментом 3/2; m_1 , m_2 и m_3 - амплитуды магнитных дипольного и квадрупольного переходов. Кроме того необходимо ввести амплитуды $C'(m_3 E_1)$, $C'(E_2 m_3)$, $C'(E_3 m_2)$ и $C'(m_2 E_3)$, которые соответствуют переходам из состояния m_i в E_k . Инвариантность при обращении времени приводит к тому, что

$$C'(m_3 E_2) = C'(E_2 m_3) \quad ; \quad C'(E_3 m_2) = C'(m_2 E_3) \quad (55)$$

Окончательно, используя технику проецирующих операторов, при ограничении состояниями с $J \leq 3/2$ получим

$$\begin{aligned} R_{1c} &= E_1 + 2E_3 + 2E_2 \cos \theta - m_2 \\ R_{2c} &= m_1 + 2m_3 + 2m_2 \cos \theta - E_2 \\ R_{3c} &= E_1 - E_3 + 2E_2 \cos \theta + \frac{1}{2} m_2 + \sqrt{6} C'(E_3 m_2) \\ R_{4c} &= m_1 - m_3 + 2m_2 \cos \theta + \frac{1}{2} E_2 + \sqrt{6} C'(m_3 E_2) \\ R_{5c} &= -E_2 - \sqrt{6} C'(m_3 E_2) \equiv -E_2 - C(m_3 E_2) \\ R_{6c} &= -m_2 - \sqrt{6} C'(E_3 m_2) \equiv -m_2 - C(E_3 m_2) \end{aligned} \quad (56)$$

С помощью (2) и (4) можно выделить зависимость величин от энергии при $\nu_c \rightarrow 0$ в виде

$$E_1^0 + 2E_3^0 = -\frac{Q^2}{M} \quad ; \quad E_1^0 - E_3^0 = -\left[2\left(\frac{e}{2M}\right)^2 - \frac{e}{M} \mu\right] \nu_c \quad ; \quad E_2^0 = 0 \quad ; \quad m_2^0 = 0 \quad (57)$$

$$m_1^0 = -\frac{4}{3} \mu^2 \nu_c \quad ; \quad m_3^0 = \frac{2}{3} \mu^2 \nu_c \quad ; \quad C^0(E_2 m_3) = 0 \quad ; \quad C^0(E_3 m_2) = -\frac{e}{M} \mu \nu_c$$

Дополнительно к (53) можно получить еще два дисперсионных соотношения, дифференцируя

$$R_3 = \frac{k_0^2}{2M} T_2 \quad \text{и} \quad R_4 = \frac{k_0^2}{2M} T_4$$

по Q^2 и полагая затем $Q^2 = 0$. Множитель k_0^2 , содержащийся в R_3 и R_4 , при $Q^2 \rightarrow 0$ стремится к ν^2 , компенсируя тем самым, возможную инфракрасную расходимость в T_2 и T_4 .

Рассмотрим

$$R_3 = \frac{k_0^2}{2M} T_2 = \frac{M^2}{2} \frac{T_2(\nu, Q^2)}{\sqrt{Q^2 + M^2}}$$

Если $\frac{\partial}{\partial Q^2} (v, Q^2)$ является аналитической функцией v при $Q^2 < Q^2_{max}$, тогда R_3 и $\frac{\partial R_3}{\partial Q^2}$ также будут аналитическими функциями.

Так как вклад одно-нуклонного состояния для R_3 имеет вид

$$\frac{\partial v v_B^2}{v_B^2 - v^2}$$

где ∂ - некоторая константа, а $v_B = Q^2/M$, сразу видно, что

$$\partial \frac{\partial}{\partial Q^2} \frac{v v_B^2}{v_B^2 - v^2} \Big|_{Q^2=0} = 0$$

т.е. вклад одно-нуклонного состояния в дисперсионное соотношение для $\frac{\partial R_3}{\partial Q^2}$ при $Q^2=0$ обращается в нуль. При ограничении состояниями, учтенными в (56)

$$\frac{\partial R_3}{\partial Q^2} = -2 \frac{\epsilon_2(v)}{v^2} \quad (58)$$

Тем самым при ограничении этими состояниями $\frac{\epsilon_2(v)}{v^2} R_3$ будет аналитической функцией v , "кросс-симметрия" которой совпадает с симметрией R_3 . Тогда дисперсионное соотношение для $\epsilon_2(v)/v^2$ можно представить в виде

$$Re \frac{\epsilon_2(v)}{v^2} = \frac{2v}{\pi} \int_0^\infty \frac{Im \epsilon_2(v') dv'}{v'^2 (v'^2 - v^2)} = \frac{2v}{\pi} \int_{v_0}^\infty \frac{Im \epsilon_2(v')}{v'^2 (v'^2 - v^2)} dv'$$

или окончательно

$$Re \epsilon_2(v) = \frac{2v^3}{\pi} \int_{v_0}^\infty \frac{Im \epsilon_2(v')}{v'^2 (v'^2 - v^2)} dv' \quad (59)$$

Комбинируя (57) с дисперсионным соотношением для $R_5 + R_6$ мы видим, что $\epsilon_2(v)$ и $C(\epsilon_2, m_3)$ порознь удовлетворяют дисперсионным соотношениям (59).

Аналогично, рассматривая производную от R_4 можно показать, что $m_2(v)$ также удовлетворяет дисперсионному соотношению (59). Окончательно для 8 величин, характеризующих рассеяние γ -квантов при ограничении состояниями, учтенными в (56) оказалось возможным получить 6 дисперсионных соотношений. Обойти трудностей, связанных с наличием инфракрасной расходимости в других соотношениях не удалось. Многократное дифференцирование по Q^2 вводит неизвестные константы, для вычисления которых в некоторых работах

применяется теория возмущений и которые, при наличии достаточных экспериментальных данных, могут быть определены экспериментально аналогично тому, как это делается для рассеяния мезонов и нуклонов. В настоящей работе мы не использовали такого подхода.

При проведении вычислений с помощью дисперсионных соотношений для рассеяния γ -квантов нуклонами требуются довольно подробные данные об амплитуде фоторождения. Из имеющихся данных мы можем заключить, что $\text{Im } m_2 = 0$. Если еще учесть, что $m_2^0 = 0$, приходим к тому, что

$$m_2(v) = 0 \quad (60)$$

Мы проводили вычисления в предположении

$$C(m_2, E_3) = C(E_3, m_2) = C^0(E_3, m_2) = -\frac{e}{M} \mu v \quad (61)$$

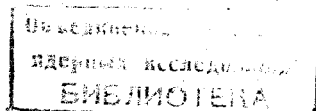
$$m_1(v) = m_1^0(v) = -\frac{4}{3} \mu^2 v$$

При этом для остальных величин получаем следующие дисперсионные соотношения

$$\begin{aligned} \text{Re } E_2(v) &= \frac{1}{6} \frac{2v^3}{\pi} P \int_{v_0}^{\infty} \frac{dv'}{v'} \frac{|E_2^+|^2 + |E_2^0|^2}{v'^2 - v^2} \\ \text{Re } m_3(v) &= \frac{2}{3} \mu^2 v + \frac{2v^3}{\pi} P \int_{v_0}^{\infty} \frac{dv'}{v'} \frac{|M_3^+|^2 + |M_3^0|^2}{v'^2 - v^2} \\ \text{Re } [E_1(v) + 2E_3(v)] &= -\frac{e^2}{M} + \frac{v^2}{2\pi^2} P \int_{v_0}^{\infty} \frac{dv' (\sigma^0 + \sigma^+)}{v'^2 - v^2} - \text{Re } E_2(v) - 2 \text{Re } [m_3(v) - m_3^0] \\ \text{Re } [E_1(v) - E_3(v)] &= -\left[2 \left(\frac{e}{2M}\right)^2 - \frac{e}{M} \mu\right] v + \frac{2v^3}{\pi} P \int_{v_0}^{\infty} \frac{dv'}{v'} \frac{|E_1^+|^2 + |E_1^0|^2}{v'^2 - v^2} \\ \text{Re } C(m_3, E_2) = \text{Re } C(E_2, m_3) &= \frac{2v^3}{\pi} P \int_{v_0}^{\infty} \frac{dv'}{v'} \frac{(\text{Re } E_2^+ M_3)^+ + (\text{Re } E_2^+ M_3)^0}{v'^2 - v^2} \end{aligned} \quad (62)$$

Вкладом рождения нескольких π -мезонов и других частиц пренебрегается, поскольку рассматривается область энергий γ -квантов около порога рождения одиночных π -мезонов.

Если дальнейший анализ покажет, что $\text{Im } m_2(v) \neq 0$, то учет этого обстоятельства не составит трудностей.



9.

Энергия γ -квантов в лабораторной системе V и в системе центра масс V_c связаны известными соотношениями

$$V_c = \frac{V}{\sqrt{1 + \frac{2V}{M}}}$$

С помощью выражения для полной энергии мезона в системе центра инерции

$$\omega_c = \frac{V + \frac{m_\pi^2}{2M}}{\sqrt{1 + \frac{2V}{M}}}$$

нетрудно получить, что выражение для квадрата импульса образовавшегося мезона

$$q_c^2 = \omega_c^2 - \mu^2 = \frac{(V - V_0)(V + V_0 - \frac{m_\pi^2}{2M})}{1 + \frac{2V}{M}}; \quad V_0 = m_\pi \left(1 + \frac{m_\pi}{2M}\right)$$

с некоторой точностью (лучшей 7,5%) можно заменить на

$$q_c^2 \approx \frac{V^2 - V_0^2}{1 + \frac{2V}{M}} \quad (63)$$

При этом

$$\frac{q_c}{V_c} = \frac{\sqrt{V^2 - V_0^2}}{V}$$

В силу некоторого различия масс нейтрона и протона π^+ и π^0 мезонов околопороговые явления при рассеянии γ -квантов нуклонами имеют "тонкую структуру". Для проведения надежных численных расчетов необходим значительно более детальный анализ данных о фоторождении, чем тот, который мы сейчас располагаем. Желая получить представление о масштабе величин явлений около порога, мы ограничимся учетом рождения, в основном, π^+ -мезонов. Величины E_{1^+} , E_{33} и M_{33} берутся из анализа Ватсона и др. /6/. Учитывается рождение π^0 -мезонов лишь в резонансном состоянии (через M_{33}). Связь амплитуд фоторождения с фазами $\pi-N$ -рассеяния теперь общеизвестна (см. например, /16, 17/) *). В области энергий, где можно пренебречь различием в порогах $V_0(\pi^0)$ и $V_0(\pi^+)$, в сумме вклад от π^+ и π^0 -мезонов слагаемые, содержащие фазы $\pi-N$ рассеяния сокращаются. Например,

$$|M_{3^+}^2 + M_{3^0}^2| = 6|M_{33}|^2 + \frac{3}{4} |M_{13}^{(1)} - 2\delta M_{13}^{(1)}|^2 \approx 6|M_{33}|^2$$

*) В более общей постановке требуется параметризация 3×3 S -матрицы, описывающей как фоторождение и рассеяние π -мезонов так и рассеяние γ -квантов нуклонами /5/. Нарушающие изотопическую инвариантность добавки к фазам рассеяния (и коэффициентом смешивания) могут оказаться для рассеяния γ -квантов совсем не малыми.

Дисперсионные интегралы мы вычисляли, интерполируя зависимости $|E_1|^2$, $|M_{23}|^2$ от энергии простыми выражениями и проводя затем непосредственное интегрирование. Полагая $v_0 = 150$ Мэв, измеряя в дальнейшем энергию в долях v_0 , аппроксимируем на участке $1 \leq v \leq 2,20$ зависимость $|E_1|^2$ от энергии следующим выражением

$$|E_1|^2 \approx |E_1^+|^2 = A \frac{q_c}{k_c} = A \frac{\sqrt{v^2-1}}{v}; \quad A = (3,3 \cdot 10^{-15} \frac{\text{см}}{(\text{сек} \cdot \text{рад})^{1/2}})^2 v_0 = 0,54 \frac{e^2}{M} \quad (64)$$

Именно вклад $|E_1|^2$ в дисперсионные интегралы и приводит к немонотонностям в зависимости действительных частей амплитуд от энергии. Как видно из (62) вклад $|E_1|^2$ характеризуется двумя интегралами

$$\frac{2}{\pi} v^2 \int_1^{v_1} \frac{|E_1|^2}{v'^2 - v^2} dv' \quad \text{и} \quad \frac{2}{\pi} v^3 \int_1^{v_1} \frac{|E_1|^2 dv'}{v' (v'^2 - v^2)} \quad (65)$$

Подстановка (64) в (65) дает

$$\frac{2}{\pi} v^2 \int_1^{v_1} \frac{|E_1|^2}{v'^2 - v^2} dv' = \frac{2A}{\pi} \begin{cases} \operatorname{arctg} \sqrt{v'^2-1} - \frac{1}{2} \sqrt{v'^2-1} \ln \left| \frac{\sqrt{v'^2-1} + \sqrt{v'^2-1}}{\sqrt{v'^2-1} - \sqrt{v'^2-1}} \right| & (v > 1) \\ \operatorname{arctg} \sqrt{v'^2-1} - \sqrt{1-v^2} \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{v'^2-1}{1-v^2}} & (v < 1) \end{cases} \quad (66)$$

и

$$\frac{2}{\pi} v^3 \int_1^{v_1} \frac{|E_1|^2}{v' (v'^2 - v^2)} dv' = \frac{2Av}{\pi} \begin{cases} \frac{\sqrt{v'^2-1}}{v'^2} - \frac{\sqrt{v'^2-1}}{2v} \ln \left| \frac{v\sqrt{v'^2-1} + v_1\sqrt{v'^2-1}}{v\sqrt{v'^2-1} - v_1\sqrt{v'^2-1}} \right| & (v > 1) \\ \frac{\sqrt{v'^2-1}}{v'^2} - \sqrt{\frac{1-v^2}{v'^2}} \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{v^2(v'^2-1)}{v'^2(1-v^2)}} & (v < 1) \end{cases} \quad (67)$$

Из (66), (67), (64), (62) и (56) видно, что на пороге рождения мезонов обращаются в бесконечность производные как от мнимых частей величин R_1 и R_3 (при подходе из области $v > 1$), так и от действительных частей этих величин (при подходе из области $v < 1$), в то время как производная по другую сторону порога конечна. Это вывод является весьма общим. Таким образом в дисперсионных соотношениях оказывается содержащимся специфические явления около порога реакции, подробно рассмотренные и проанализированные, без обращения к дисперсионным соотношениям Вигнером, Базем, Окунем, Брейтом, Каписом, Ньютоном и другими. ^и ^ж

^ж) Авторы предполагают вернуться к применению дисперсионных соотношений к этому вопросу в другой работе.

Применение дисперсионных соотношений позволяет более детально рассмотреть влияние на упругое рассеяние (или реакцию) неупругих процессов, протекающих в некоторой области энергий. Более того, интересные явления, протекающие в непосредственной близости к порогу реакции ("локальные эффекты", которые только и могли быть рассмотрены, когда не используется такой метод аналитического продолжения, который дает дисперсионные соотношения) оказываются лишь частью общего воздействия неупругих процессов на зависимость от энергии величин, характеризующих упругое рассеяние.

На примере рассеяния γ -квантов протонами можно видеть, как наличие неупругого процесса фоторождения мезонов в области энергий $\nu > 1$ сказывается на характеристики упругого рассеяния в том числе и при $\nu < 1$ (отклонение от формулы Пауэлла, или от (2) при $\nu < 1$).

Вид немонотонности в (66) и (67) характеризуется резким спадом от значения функции при $\nu = 1$ в область $\nu < 1$ (с бесконечной производной при $\nu = 1$) и медленным спадом в область $\nu > 1$ (с конечной производной при $\nu = 1$).

10.

В области энергий 330-500 Мэв ($2,2 < \nu < 3,34$) величина $|E_2|^2$ представляется в виде

$$|E_2|^2 = 1,27 \frac{e^2}{M} (1 - 0,175\nu)^2 \quad (68)$$

Вклад этой области энергий в значение действительных частей амплитуд оказывается небольшим, если для рассеяния γ -квантов рассматривать область энергий около порога и ниже.

Проводившийся ранее анализ фоторождения и особенно результаты Акиба и Сато указывают на то, что

$$|M_3|^2 \cong |E_2|^2 \cong R_e(E_2^* M_3) \cong G |M_{33}|^2 \quad (69)$$

Для наших оценок мы принимаем (69). К этому предположению оказывается особенно чувствительной поляризация нуклонов отдачи. В области энергий $1 < \nu < 2,0$ величину $|M_{33}|^2$ можно аппроксимировать выражением

$$|M_{33}|^2 = B_0 \nu (\nu^2 - 1)^{3/2} \quad ; \quad B_0 = 0,009 \frac{e^2}{M} \quad (70)$$

Следовательно

$$|M_3|^2 = G |M_{33}|^2 = B \nu (\nu^2 - 1)^{3/2} \quad ; \quad B = 0,054 \frac{e^2}{M}$$

и вклад этого выражения, описывающего рождение мезонов в состоянии, в дисперсионные соотношения дается интегралами

$$\frac{2\nu^2}{\pi} P \int_1^{\nu_1} \frac{|E_2|^2}{\nu'^2 - \nu^2} d\nu' = \frac{2B\nu^2}{\pi} \left[\frac{1}{3} (\nu^2 - 1)^{3/2} + (\nu^2 - 1)^{1/2} (\nu^2 - 1) + \begin{cases} -\frac{1}{2} (\nu^2 - 1)^{3/2} \ln \left| \frac{\sqrt{\nu^2 - 1} + \sqrt{\nu^2 - 1}}{\sqrt{\nu^2 - 1} - \sqrt{\nu^2 - 1}} \right| & (\nu > 1) \\ (1 - \nu^2)^{3/2} \arctg \sqrt{\frac{\nu^2 - 1}{1 - \nu^2}} & (\nu < 1) \end{cases} \right] \quad (71)$$

и

$$\frac{2\sqrt{3}}{\pi} \int_0^v \frac{dw'}{v'} \frac{|E_2|^2}{1-v'^2} = \frac{B\sqrt{3}}{\pi} \left[\frac{1}{2} (v'^2-1)^{3/2} + (v^2-3/2) \ln \frac{v_1 + \sqrt{v_1^2-1}}{v_1 - \sqrt{v_1^2-1}} - \right.$$

$$\left. -(v^2-1) \left\{ \begin{array}{l} 2\sqrt{\frac{1-v^2}{v^2}} \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{v_1^2-1}{1-v^2} \cdot \frac{v^2}{v_1}} \quad (v < 1) \\ \sqrt{\frac{v^2-1}{v^2}} \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{v_1^2-1} + v_1 \sqrt{v^2-1}}{\sqrt{v_1^2-1} - v_1 \sqrt{v^2-1}} \quad (v > 1) \end{array} \right\} \right] \quad (72)$$

для которых характерно обращение в бесконечность второй производной по энергии (опять со стороны $v < 1$).

В области энергий $2 < v < 3,34$

$$E |M_{33}|^2 = 2,17 \frac{e^2}{M} (1 - 0,244 v)^2 \quad (73)$$

Вклад (70) и (73) дается интегралами вида

$$J_1(v) = \frac{2\sqrt{3}}{\pi} \int_0^v \frac{\alpha + \beta v' + \gamma v'^2}{v'(v'^2 - v^2)} dv' =$$

$$= \frac{v}{\pi} \ln \left\{ \left(\frac{v_2 - v}{v_1 - v} \right)^{\alpha + \beta v + \gamma v^2} \left(\frac{v_2 + v}{v_1 + v} \right)^{\alpha - \beta v + \gamma v^2} \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^{2\alpha} \right\} \quad (74)$$

и

$$J_2(v) = \frac{2v^2}{\pi} \int_0^v \frac{dv' (d + \beta v' - \gamma v'^2)}{v^2 - v'^2} = \frac{v}{\pi} \left\{ 2\gamma v (v_2 - v_1) + \ln \left[\left(\frac{v_2 - v}{v_1 - v} \cdot \frac{v_1 + v}{v_2 + v} \right)^{\alpha + \gamma v^2} \left(\frac{v_2^2 - v^2}{v_1^2 - v^2} \right)^{\beta v} \right] \right\} \quad (75)$$

II.

Зависимость реальных частей амплитуд R_1, \dots, R_4 (в л.с.) от энергии (в л.с.), вычисленная с помощью дисперсионных соотношений, представлена на рис. 1-3. Полуширины R_1, R_2 и R_3, R_4 оказываются равными $\frac{1}{10} v_0$ и $\frac{1}{20} v_0$, соответственно, и определяются, в основном, квадратом отношения значения действительной части к коэффициенту A в (64).

$$\varepsilon = 1 - v = \frac{1}{8} \left(\frac{Re R_1}{A} \right)^2 \quad (76)$$

При своем общем анализе немонотонностей вблизи порога Базэ для ширины пика дал ограничения вида $\sqrt{1-v^2} z_0 \ll 1$ (где z_0 - радиус взаимодействия). При более детальном рассмотрении, проведенном в настоящей работе, автоматически возник более точный критерий (76).

Влияние неупругих процессов на $Re R_3$ проявляется очень сильно, однако вклад в наблюдаемые величины оказывается малым, так что экспериментальное изучение зависимости $Re R_3$ от энергии оказывается нелегкой задачей.

Зависимость $Re R_4$ и $Re R_6$ от энергии с большой точностью определяется общей зависимостью (4).

Отличие $Re R_2$ и $Re R_5$ от нуля целиком связано с неупругими процессами, однако рождение мезонов в S -состоянии не дает вклада в эти величины.

Дифференциальное сечение рассеяния (с.ц.м.) (16) можно представить в виде

$$I_0(\theta, \nu) = A_0(\nu) + A_1(\nu) \cos \theta + A_2(\nu) \cos^2 \theta + A_3(\nu) \cos^3 \theta \quad (77)$$

Результаты вычислений для углов рассеяния 90° и 0° изображены на рис. 4 и 5, причем $I_0(90^\circ, \nu)$ приведено в лабораторной системе, $I_0(0^\circ, \nu)$ - как в лабораторной системе, так и в системе центра масс. Бросается в глаза резкое различие в зависимости от энергий сечений при $\theta = 0^\circ$ и 90° .

Зависимость $I_0(0^\circ, \nu)$ была вычислена ранее Чини и Страфолини. Нами произведено уточнение в области около порога. Вне этой области имеется хорошее согласие между двумя вычислениями.

Наши результаты, относящиеся к $I_0(90^\circ, \nu)$ также согласуются с другими опубликованными вычислениями /13, 18/. Новым является тщательный учет околопороговой области, явления в которой ранее не рассматривались.

На рис. 4 приведена зависимость от энергии полного сечения упругого рассеяния, где для сравнения приведена также зависимость от энергии сечения, вычисленного при помощи (2) и (4). Околопороговых докальных эффектов практически не заметно, но разность двух кривых характеризует общее влияние неупругих процессов на сечение упругого рассеяния.

Локальные эффекты проявляются значительно более ярко, если вычислить разность

$$\frac{G_S}{4\pi} - I_0(90^\circ)$$

или зависимость $A_2(\nu)$ от энергии (рис. 6 и 7). Для получения экспериментальных данных о $A_2(\nu)$ достаточно изучить сечения $I_0(\theta, \nu)$ при $\theta = 45^\circ, 90^\circ$ и 135° , с такой точностью, чтобы оказалось возможным изучить зависимость от энергии разности

$$I_0(45^\circ) + I_0(135^\circ) - I_0(90^\circ)$$

Интересно отметить зависимость от энергии поляризации нуклона отдачи. Ниже порога рождения мезонов мнимые части величин R_1, \dots, R_6 в s^2 -приближении отсутствуют, правая часть (17) обращается в нуль и поляризация нуклона отдачи отсутствует. Ввиду инвариантности при обращении времени ниже порога сечение рассеяния на поляризованных протонах не отличается от $I_0(e)$.

Выше порога рождения π -мезонов поляризация нуклонов отдачи отлична от нуля. Результаты вычислений для зависимости поляризации при $\theta = 90^\circ$ (угол в с.ц.м.) от энергии фотонов (в л.с) приведены на рис.9, Видно, что в довольно широкой области энергий 180-220 Мэв поляризация достигает (20+25)%.

Значения поляризации оказываются довольно чувствительными к предположениям, сделанным при анализе данных о фоторождении, особенно к предположению (69). Следовательно, экспериментальное изучение поляризации нуклонов отдачи могло бы дать ценную информацию о фоторождении мезонов.

В выражении (24) по сравнению с $I_0(\theta)$ заметно уменьшается вклад $|R_1|^2$, а $|R_2|^2$ входит со знаком минус, так что в зависимости $\langle T_{22}(90^\circ) \rangle$ от энергии околопороговые провалы сказываются особенно заметно (рис.7).

12.

Детальное рассмотрение рассеяния γ -квантов на нуклонах в области около порога рождения мезонов при помощи дисперсионных соотношений позволило увидеть какое влияние оказывает рождение мезонов в S -состоянии на околопороговые аномалии. Рассеяние γ -квантов нуклонами и ядрами, фоторасщепление дейтрона и других ядер являются примерами процессов, на энергетическую зависимость амплитуд которых неупругие процессы оказывают особенно большое влияние и в широкой области энергии. Локальные эффекты для ряда наблюдаемых величин при γ - N -рассеянии оказываются заметно выраженными, однако на проведение экспериментальных исследований накладываются довольно жесткие требования особенно в части энергетического разрешения, так как ширины соответствующих провалов составляют около (5+10) Мэв.

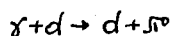
В случае γ - N -рассеяния кроме вклада "резонансных" амплитуд R_1 и R_3 большую роль играли другие амплитуды и особенно R_4 . В рассеяние γ -квантов ядрами гелия (или другими бесспиновыми ядрами), влияние этих "смазывающих" факторов может оказаться меньше, т.к. матрица перехода в этом случае будет иметь вид

$$T = R_1' (\vec{e} \cdot \vec{e}') + R_2' (\vec{s} \cdot \vec{s}')$$

Рассмотрение рассеяния γ -квантов дейтронами вблизи порога фоторасщепления дейтрона, где локальные эффекты, по-видимому, оказываются не малыми будет проведено в другой работе.

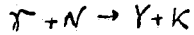
С точки зрения общего влияния одних процессов на другие представляется интересным анализ фоторасщепления дейтрона в области энергий около порога рождения мезонов и ниже. Учитывая результаты расчетов для γ - N -рассеяния, по-видимому, можно считать, что известная "резонансная" зависимость сечения фоторасщепления дейтрона связана с процессами рождения мезонов выше порога и может быть рассмотрена методом, использующим дисперсионные соотношения.

"Локальные" эффекты в фоторасщеплении дейтрона могли бы быть связаны с реакцией



однако вклад S -состояния в этой реакции отсутствует.

Обычно считается, что при совсем высоких энергиях γ -квантов сечения $\gamma-N$ рассеяния будут почти полностью определяться неупругими процессами, т.е. мнимыми частями амплитуд. В связи с этим может оказаться очень интересным изучение $\gamma-N$ -рассеяния и особенно поляризации нуклонов отдачи вблизи порога таких реакций рождения новых частиц как



и ряд других процессов. В этом случае могут быть, вероятно, смягчены трудности, связанные с величиной сечения и малой энергией нуклона отдачи.

Авторы глубоко благодарны Б.Понтекорво и Я.Смординскому за ценные обсуждения. *)

Работа поступила в издательский отдел 26 июня 1959г.

*) Смородинский сообщил нам, что Г.Устинова рассмотрела околопороговые явления в γN -рассеянии, методом Бази (работа направлена в печать).

Цитированная литература

1. F.E.Low Phys.Rev.96, 1428, 1954.
2. M.Gell-Mann, M.L.Goldberger Phys.Rev. 96, 1433, 1954.
3. А.И.Базь ЖЭТФ,33, 923, 1957.
E.Wigner Phys.Rev.73, 1002, 1948.
G.Breit Phys.Rev.107, 1612, 1957.
А.И.Базь, Л.Б.Окунь ЖЭТФ,35, 757, 1958.
R.Adair Phys.Rev.III, 632, 1958.
4. В.И.Ритус ЖЭТФ,33, 1264, 1957.
5. Л.И.Липидус ЖЭТФ,34, 922, 1958.
6. M.Kawaguchi, S.Minami Progr.Theor.Phys.12, 789, 1954.
А.А.Логунов, А.Н.Тавхелидзе ЖЭТФ,32, 1393, 1957.
7. H.A.Tolhoek Rev.Mod.Phys.28, 277, 1956.
8. L.Wolfenstein, J.Ashkin Phys.Rev.85, 947, 1952.
L.Wolfenstein Ann.Rev.Nucl.Sci.6, 43, 1956.
9. M.Gell-Mann, K.M.Watson Ann.Rev.Nucl.Sci.4, 219, 1954.
10. R.B.Prange Phys.Rev.110, 240, 1958.
11. M.Gell-Mann, M.L.Goldberger, W.E.Thirring Phys.Rev.95, 1612, 1954.
12. Н.Н. Боголюбов, Д.В.Ширков ДАН СССР,113, 529, 1957.
13. T.Akiba, J.Sato, Progr.Theor.Phys. 19, 93, 1958.
14. А.А.Логунов, А.Р.Френкин Nucl.Phys. 7, 573, 1958.
15. А.А.Логунов, P.S.Isaev Nuovo Cim. 10, 917, 1958.
16. K.M.Watson, J.C.Keek, A.V.Tollestrup, R.L.Walker,
Phys.Rev.101, 1159, 1956.
17. E.Fermi Suppl.Nuovo Cim. 2, 17, 1955.
Е.Ферми, "Лекции о мезонах и нуклонах", ИНИ, М-1956.
18. G.Chew, Proc.1958 Annual Intern.Conf.on high energy physics
p.98 и дискуссия.
M.Cini, R.Stroffolini Nucl.Phys. 5, 684, 1958.

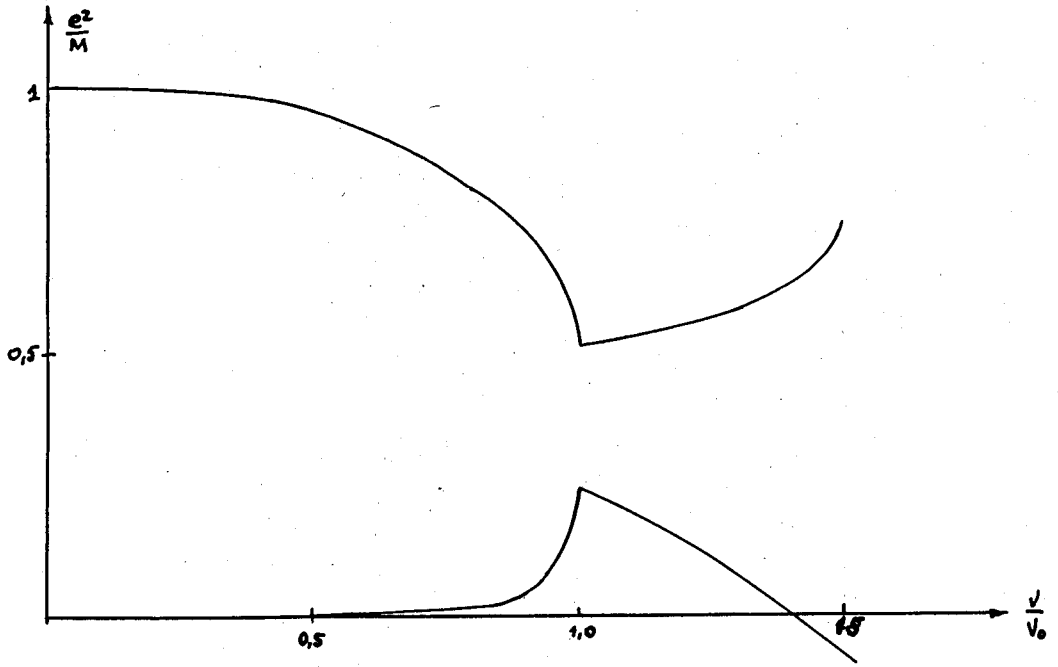


Рис. I Зависимость $Re R_1$ (верхняя кривая) и $Re R_3$ от энергии. Значения функций выражены в долях $\frac{e^2}{M}$.

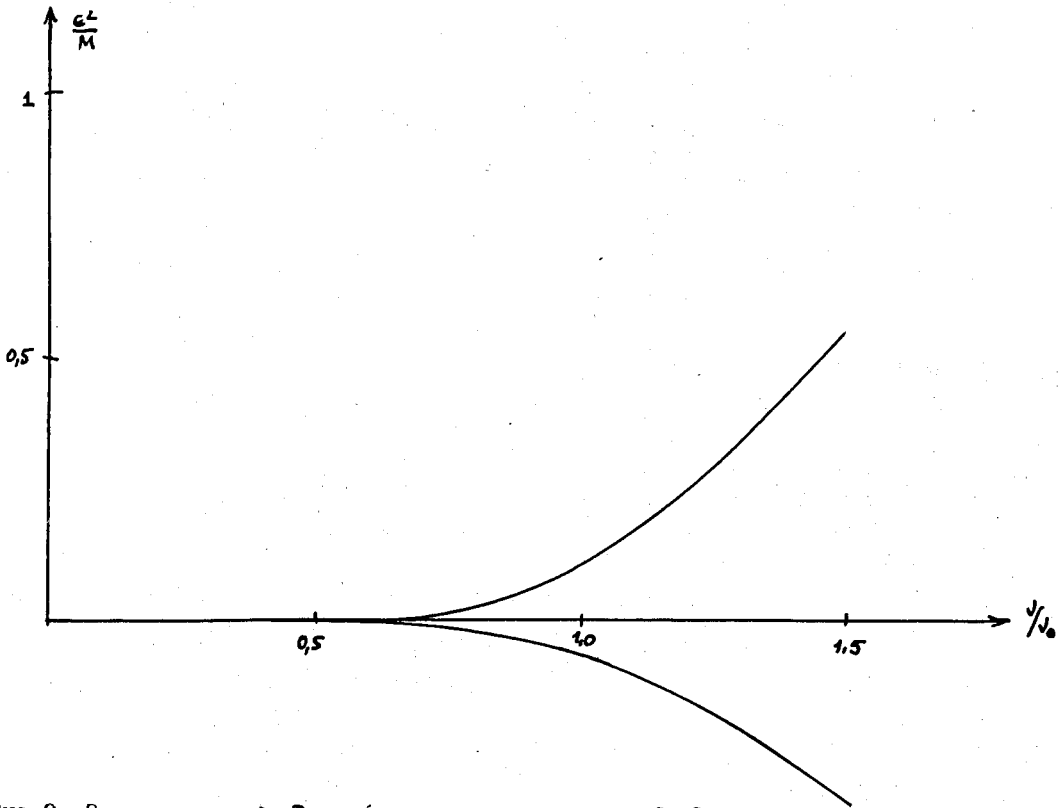


Рис.2 Зависимость $Re R_2$ (верхняя кривая) и $Re R_3$ от энергии. Значения функций выражены в долях $\frac{c^2}{M}$.

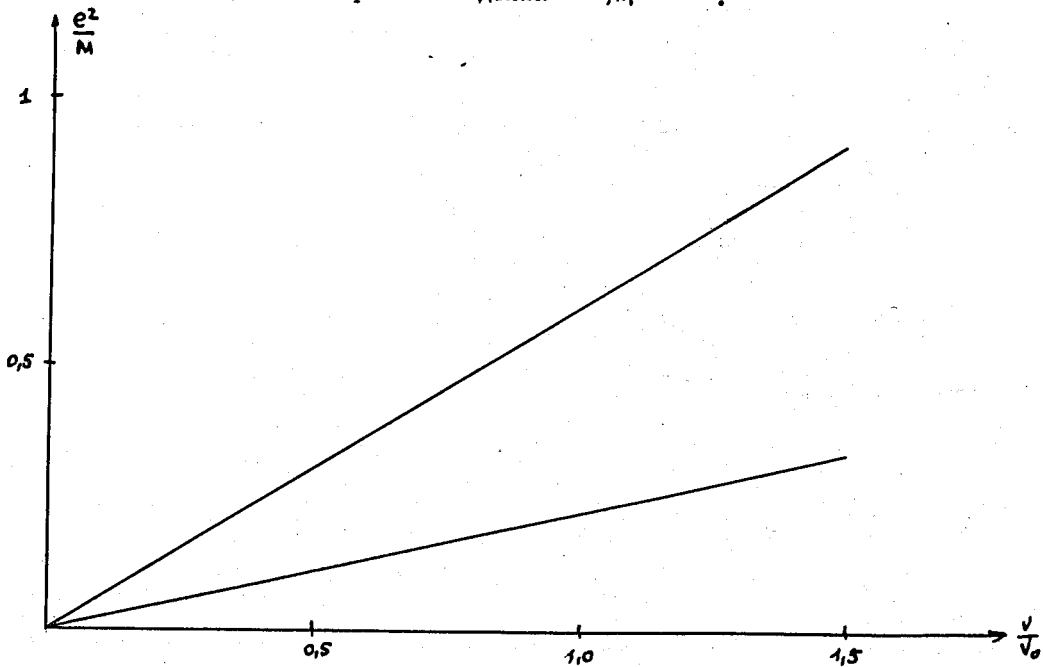


Рис.3 Зависимость $-Re R_4$ (верхняя прямая) и $Re R_6$ от энергии. Значения функций выражены в долях $\frac{c^2}{M}$.

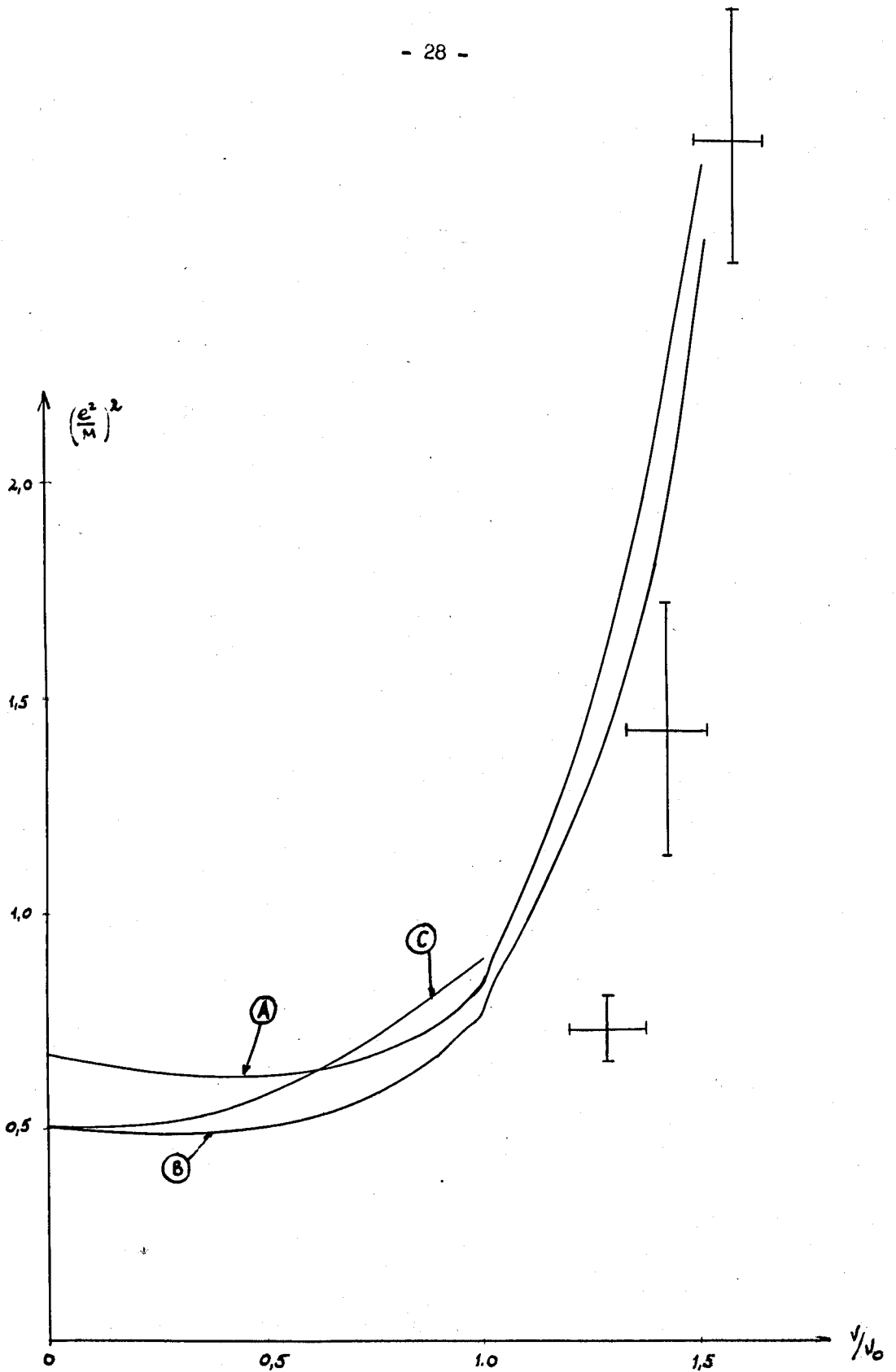


Рис. 4 Зависимость дифференциального сечения $\Gamma_c (90^\circ)$ от энергии (кривая А), полного сечения рассеяния $\sigma_{s/4\pi}$ (кривая В), дифференциального сечения рассеяния без учета дисперсионной части (кривая С). Значения функций выражены в долях $(\frac{\sigma}{\lambda^2})^2$.

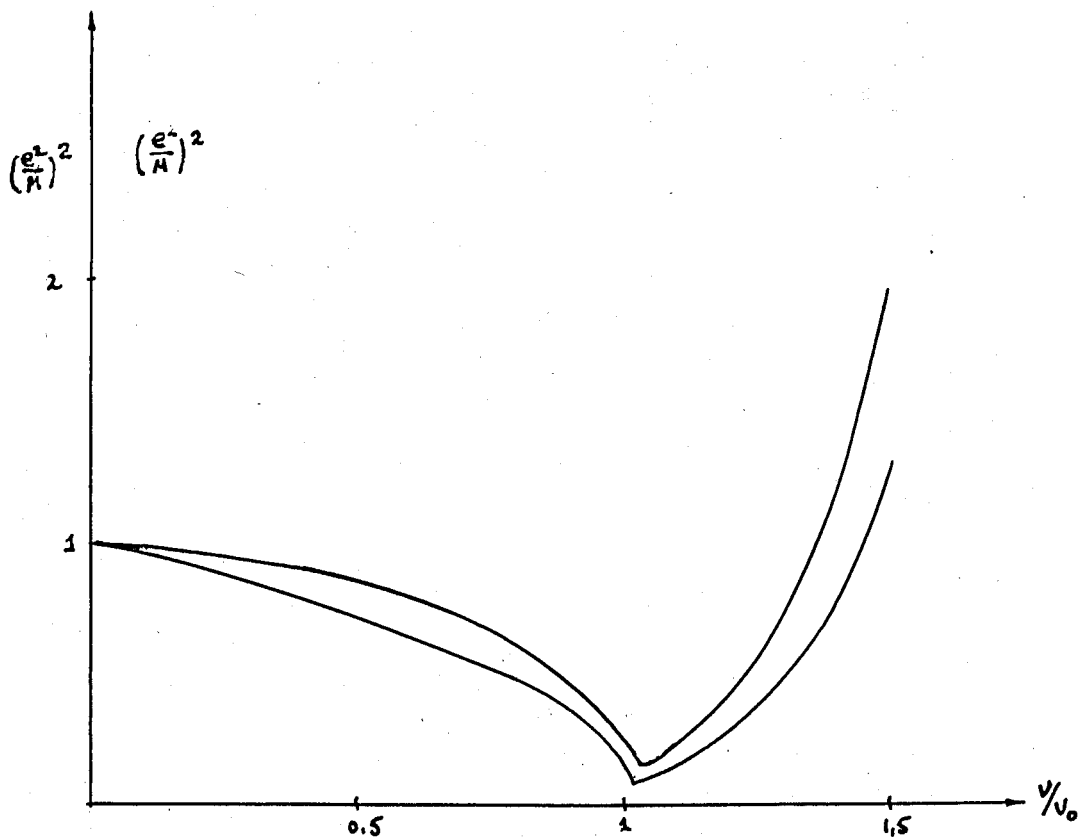


Рис. 5 Зависимость дифференциального сечения $\Gamma_0(0^0)$ от энергии в л.с. Верхняя кривая для сечения в л.с., нижняя - для с.ц.м. Экспериментальные данные из [18]. Значения функций выражены в долях $(\frac{e^2}{m})^2$.

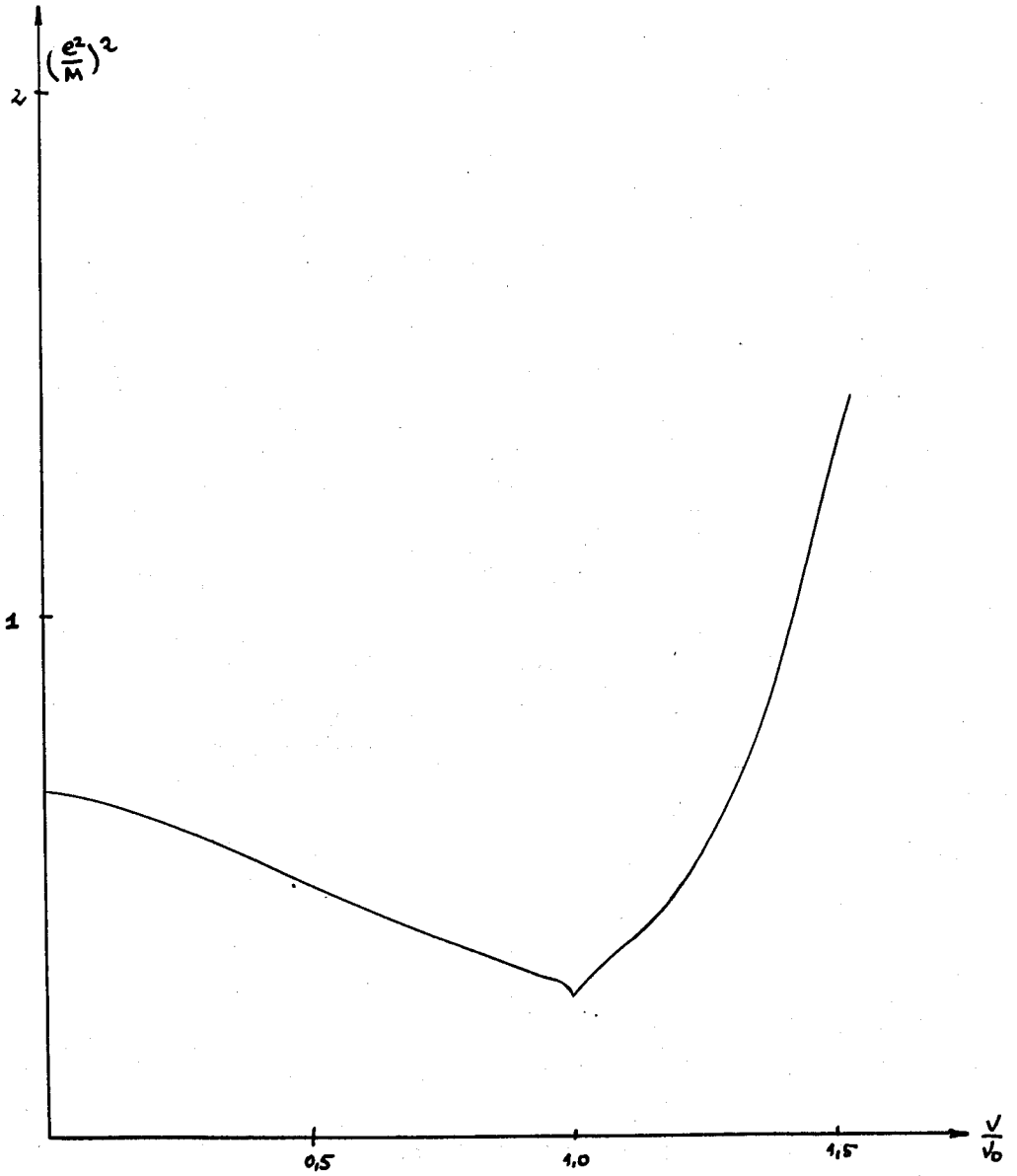


Рис.6 Зависимость $\sigma_{\frac{1}{4}} - \Gamma_0(90^\circ)$ от энергии. Значения функции выражены в долях $(\frac{e^2}{m})^2$

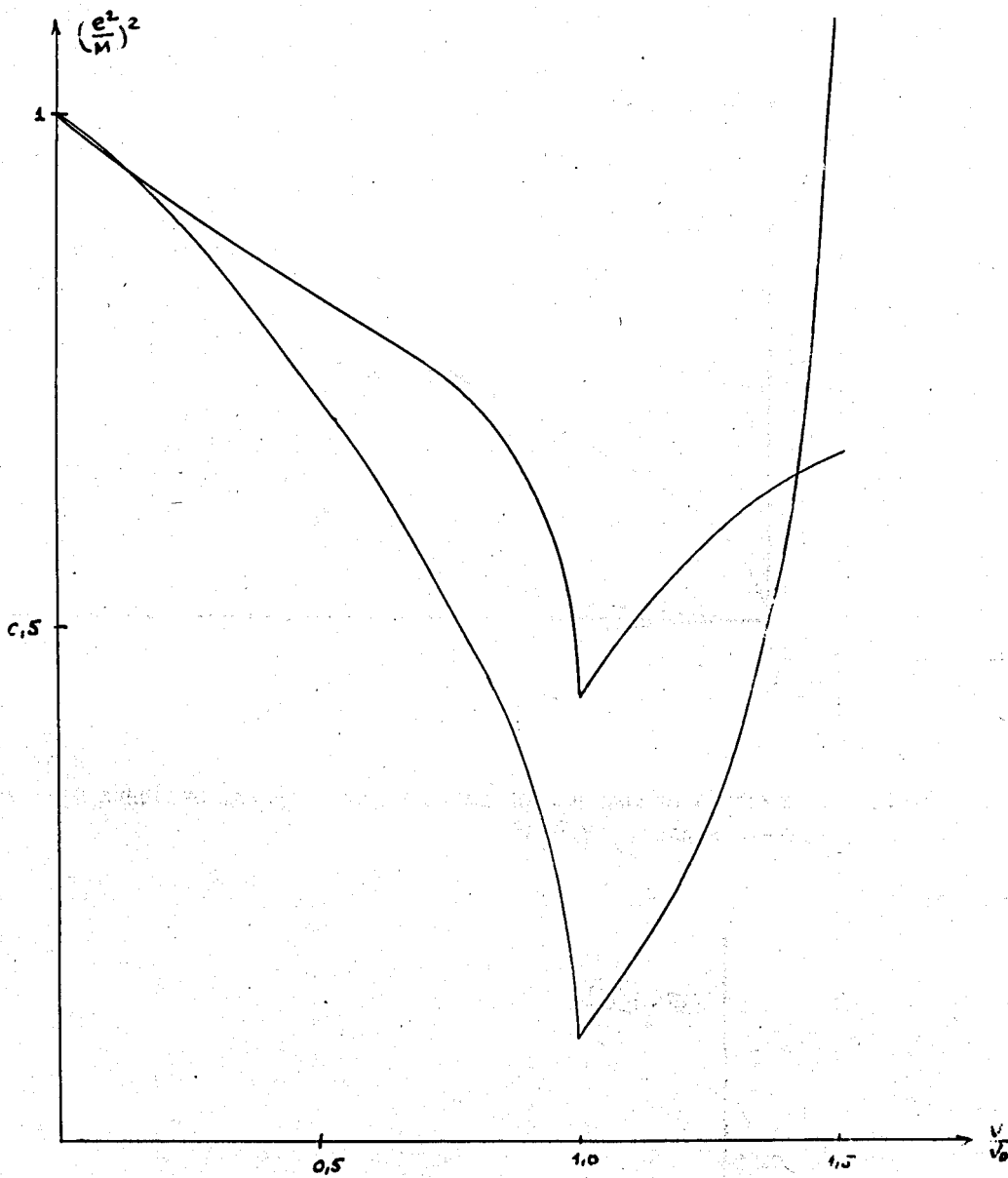


Рис. 7. Нижняя кривая - зависимость от энергии $2A_2(\nu)$ коэффициента при $\cos^2 \theta$ в сечении. Верхняя кривая - зависимость от энергии поляризации фотонов $2\langle T_{22}(90^\circ) \rangle$. Значения функций выражены в долях $(\frac{e^2}{\mu})^2$.

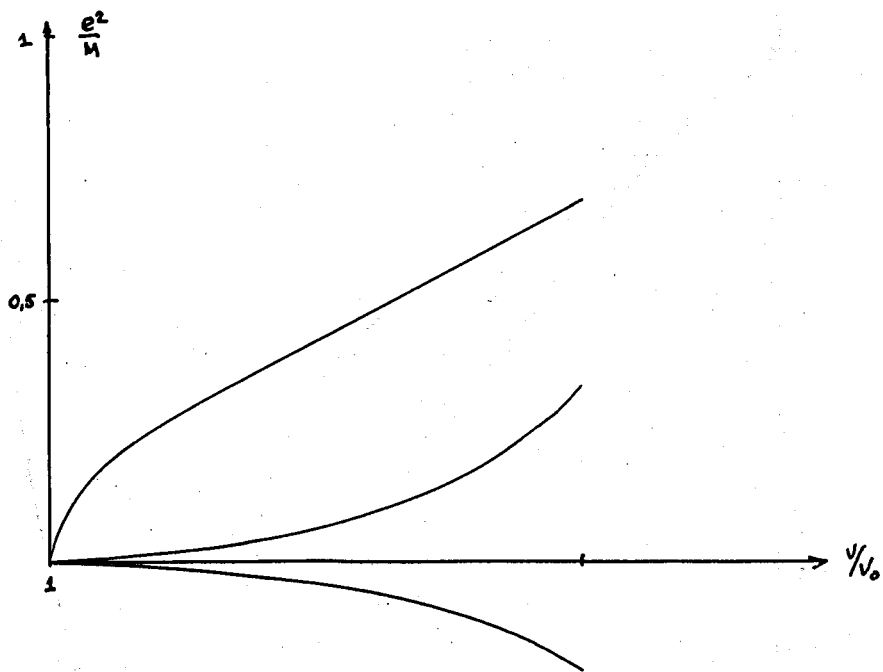


Рис.8 Зависимость мнимых частей амплитуд от энергии. Значения функций выражены в долях $(\frac{e^2}{m})^2$

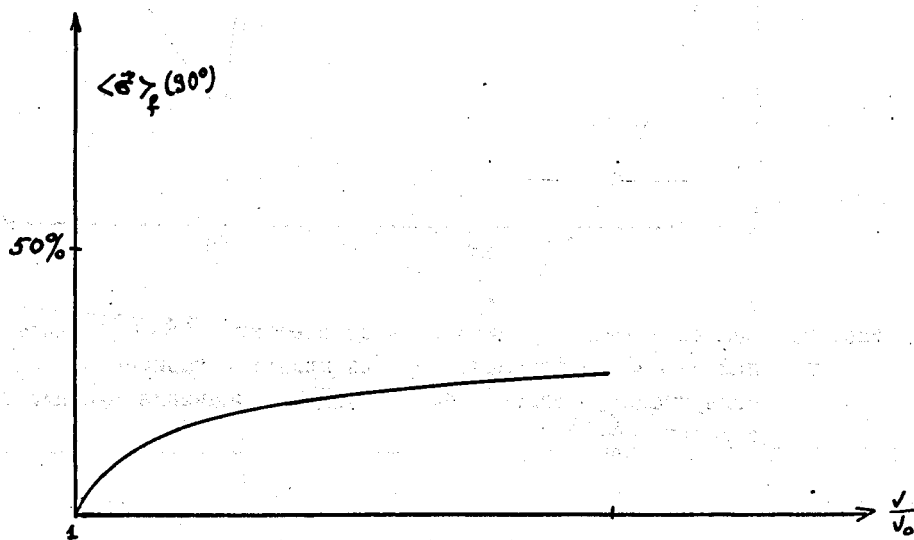


Рис.9 Зависимость поляризации протонов отдачи при $\theta = 90^\circ$ от энергии.