

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Лаборатория ядерных проблем

P-355

В.П. Дмитриевский, Б.И. Замолотчиков, В.В. Кольга

ЦИКЛОТРОН С ПЕРИОДИЧЕСКИМ
МАГНИТНЫМ ПОЛЕМ

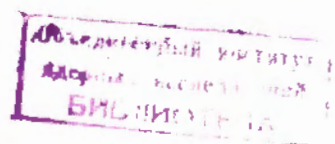
ДЛЯ МНОГОЗАРЯДНЫХ ИОНОВ

В кн.: "Ускорятели": сб. статей.
М., Атомиздат, 1960, с 97-104.

P - 355

В.П. Дмитриевский, Б.И. Замолотчиков, В.В. Кольга

ЦИКЛОТРОН С ПЕРИОДИЧЕСКИМ
МАГНИТНЫМ ПОЛЕМ
ДЛЯ МНОГОЗАРЯДНЫХ ИОНОВ



А н н о т а ц и я

В работе предлагается использование циклотрона с периодическим магнитным полем для ускорения многозарядных ионов. Подробно исследовано фазовое движение ионов в таком ускорителе; кратко рассмотрены условия пространственной устойчивости; приведен ориентировочный расчет параметров циклотрона для ускорения многозарядных ионов с отношением заряда к массе в диапазоне $1/3 - 1/7$.^{x/}

^{x/} Работа выполнена в 1957 году^{/1/}.

1. Введение

В последнее время большое значение для ядерной физики приобретают эксперименты по изучению взаимодействия тяжелых многозарядных ионов с веществом. В связи с этим становится актуальной задача получения пучков многозарядных ионов, имеющих импульс до $2 \cdot 10^6$ э.см и интенсивность до нескольких миллиампер. Одним из методов получения таких пучков является ускорение многозарядных ионов в циклотроне. Циклотрон позволяет получать необходимые токи многозарядных ионов, однако достижение энергий, соответствующих импульсу $2 \cdot 10^6$ э.см, связано с большими техническими трудностями. Так как максимальная кинетическая энергия ионов, получаемая в циклотроне, пропорциональна квадратному корню из амплитуды ускоряющего напряжения на дуанте / $W_k \sim \sqrt{eV}$ /, необходимо применять чрезмерно высокое ускоряющее напряжение, которое кроме увеличения зазора электромагнита влечет за собой значительное увеличение мощности высокочастотного генератора.

В настоящей работе предлагается применить для ускорения многозарядных ионов циклотрон с периодическим магнитным полем /2,3,4,5,6/. Этот циклотрон имеет растущее по радиусу, в соответствии с условием резонанса для данного иона, магнитное поле. Вертикальная фокусировка частиц осуществляется чередующимися градиентами магнитного поля, которые образуются благодаря периодическому изменению поля по азимуту и радиусу, причем максимумы напряженности магнитного поля расположены на спиральных линиях. Если рост поля точно соответствует росту энергии иона с данным отношением заряда к массе / $\xi_i = \frac{Z_i}{A_i}$ /, то ускоряющее напряжение может быть бесконечно малым и ограничивается снизу только точностью выполнения закона изменения поля, если пренебречь эффектом перезарядки ионов и рассеянием на газе.

Для ионов с другим отношением заряда к массе закон поля будет отличаться от резонансного и фаза ускоряющего напряжения в момент прохождения частицы через ускоряющую щель будет изменяться. Это изменение определяет величину необходимого ускоряющего напряжения на дуанте для получения заданного импульса частиц.

В настоящей работе найдены общие соотношения и рассчитаны необходимые ускоряющие напряжения для ускорения многозарядных ионов с заданным

интервалом отношения заряда к массе $\xi_{min} \leq \xi \leq \xi_{max}$.

2. Фазовое движение иона

Частота обращения в магнитном поле иона с заданным ξ_i определяется выражением

$$\omega_i = \frac{ec H(z)}{E_{op} [1 + \frac{W(z)}{E_i}]} \xi_i, \tag{1/}$$

где E_{op} - энергия покоя нуклона, E_i - энергия покоя иона.

Необходимо найти закон возрастания энергии для иона с определенным ξ_i . В дальнейшем все выражения выводятся в нерелятивистском приближении, так как даже при импульсе иона 2.10^6 э.см и $\xi_i = 1/3$ значение $\beta_i = \frac{v_i}{c}$ составляет только 0,23. Кинетическая энергия иона определяется как

$$W_i = A_i \xi_i^2 W_p, \tag{2/}$$

где W_p - кинетическая энергия нуклона.

Из выражений /1/, /2/ и условия $\omega_i = const$ закон возрастания магнитного поля получается в виде

$$H(z) = H_0 [1 + \frac{W_p(z)}{E_{op}} \xi_i^2], \tag{3/}$$

где H_0 - напряженность магнитного поля в центре ускорителя.

Формулы /1/, /3/ показывают, что для ускорения ионов с различными ξ_i необходимо изменять частоту ускоряющего электрического поля и закон роста магнитного поля по радиусу. При этом величина ускоряющего напряжения будет определяться только точностью выполнения заданного закона поля и стабильностью частоты. Так как закон поля в процессе работы установки изменить довольно трудно, то выбирается рост поля, который соответствует какому-то ξ_c , заключенному между ξ_{min} и ξ_{max} . Значение ξ_c должно быть выбрано таким, чтобы ускорение ионов с ξ_{min} и ξ_{max} осуществлялось при минимальном ускоряющем напряжении.

Если $\xi \neq \xi_c$, то фаза иона изменяется, и это изменение вместе с допусками на магнитное поле определяет величину ускоряющего напряжения. Чтобы увеличить допустимый интервал изменения фазы иона можно, как и в обычном циклотроне, применить такую подстройку магнитного поля, чтобы кривая резонансного роста поля для данного иона пересекалась с кривой действительного роста поля не в центре, а в некоторой точке между центром и конечным радиусом. Сдвиг фазы за оборот иона, вызванный отличием магнитного поля на данном радиусе от резонансного, определяется формулой

$$\frac{d\varphi}{dM} = 2\pi \left[\frac{H_{res}}{H(r)} - 1 \right]. \quad /4/$$

Резонансное магнитное поле, необходимое для ускорения иона с определенным ξ_i , имеет вид

$$H_{res} = H_0 \left[1 + \frac{W_i}{E_{oi}} \right]. \quad /5/$$

Действительный закон магнитного поля можно определить выражением

$$H(r) = H_0 \left[1 + C \frac{W_i}{E_{oi}} + h \right], \quad /6/$$

где C - коэффициент, зависящий от ξ_i и ξ_c ; h - постоянная, определяющая подстройку магнитного поля для различных ξ_i .

Коэффициент C можно найти из формулы /3/:

$$C = \left(\frac{\xi_c}{\xi_i} \right)^2. \quad /7/$$

Если подставить /5/ и /6/ в /4/, то можно найти в нерелятивистском приближении

$$\frac{d\varphi}{dW_i} \cdot \frac{dW_i}{dM} = 2\pi \left[(1-C) \frac{W_i}{E_{oi}} - h \right]. \quad /8/$$

Приращение кинетической энергии за оборот для иона с определенным ξ_i , равно

$$\frac{dW_i}{dM} = Z_i e V_0 \cos\varphi = \Delta W_i \cos\varphi, \quad /9/$$

где ΔW_i - максимальный набор энергии за оборот. Подстановка /9/ в /8/ дает

$$\frac{d(\sin\varphi)}{dW_i} = \frac{2\pi}{\Delta W_{oi}} \left[(1-C) \frac{W_i}{E_{oi}} - h \right]. \quad /10/$$

После интегрирования /10/ получится выражение

$$\sin\varphi = \frac{\pi}{\Delta W_{oi}} (1-C) \frac{W_i^2}{E_{oi}} - \frac{2\pi}{\Delta W_{oi}} h W_i + \sin\varphi_0, \quad /11/$$

где φ_0 - начальная фаза иона.

Для конечного радиуса из формулы /11/ можно найти:

$$W_{ik} = \frac{h E_{oi}}{1-C} + \sqrt{\left(\frac{h E_{oi}}{1-C} \right)^2 - \frac{\Delta W_{oi} E_{oi}}{\pi(1-C)} (\sin\varphi_0 - \sin\varphi_k)}. \quad /12/$$

Точка поворота фазы определяется из условия $\frac{d\varphi}{dW} = 0$, при этом

$$W_{i2} = \frac{E_{oi} \cdot h}{1-C}, \quad /13/$$

где W_{i2} - кинетическая энергия иона, соответствующая фазе поворота.

На радиусе, соответствующем фазе поворота, выражение /11/ с учетом /13/ примет вид

$$h = \pm \sqrt{\frac{\Delta W_{oi} (1-C)}{\pi E_{oi}} (\sin\varphi_0 - \sin\varphi_2)}. \quad /14/$$

Подставив в формулу /12/ вместо h выражение /14/, можно получить

$$\Delta W_{oi} = \frac{\pi (1-C) W_{ik}^2}{E_{oi}} \left[(\sin\varphi_0 - \sin\varphi_2)^{\frac{1}{2}} + (\sin\varphi_k - \sin\varphi_2)^{\frac{1}{2}} \right]^2. \quad /15/$$

Подстройку магнитного поля h можно вычислить непосредственно из выражения /11/. При $z = z_k$

$$h = \frac{W_{ik} (1-C)}{2 E_{oi}} + \frac{\Delta W_{oi}}{2\pi W_{ik}} (\sin\varphi_0 - \sin\varphi_k). \quad /16/$$

Если подставить /16/ в /13/, то можно найти кинетическую энергию иона, соответствующую точке поворота фазы

$$W_{i2} = \frac{W_{ik}}{2} + \frac{\Delta W_{oi} E_{oi}}{2\pi W_{ik} (1-C)}. \quad /17/$$

Если $\sin \varphi_k = \sin \varphi_0$, т.е. сдвиг фаз в обоих направлениях одинаков, то

$$\Delta W_{oi} = \frac{\sqrt{c} (1-c) W_{ik}^2}{4 E_{oi} (\sin \varphi_0 - \sin \varphi_2)},$$

$$h = \frac{W_{ik} (1-c)}{2 E_{oi}}, \quad /18/$$

$$W_{i2} = \frac{W_{ik}}{2}.$$

Для определения высокочастотного напряжения в формулу /15/ необходимо подставить соответствующие выражения для величин ΔW_{oi} , W_{ik} , c , E_{oi} из формул /2/, /7/, /9/, имея при этом в виду, что на конечном радиусе для всех ионов $H_{ik} \cdot r_k = \text{const}$. Окончательно получится выражение

$$eV_0 = \frac{\sqrt{c} (\xi_i^3 - \xi_i \cdot \xi_c^2) W_p^2}{E_{p0} [\sqrt{c} \sin \varphi_0 - \sin \varphi_2 + \sqrt{c} \sin \varphi_k - \sin \varphi_2]}^2, \quad /19/$$

где E_{p0} - энергия покоя протона; W_p - кинетическая энергия протона, имеющего те же $H_{ik} \cdot r_k$, что и данный ион; eV_0 - энергия, получаемая протоном за оборот.

Если $\xi_i < \xi_c$, то выражения под корнем также изменяют знак, и формула /19/ примет вид

$$eV_0 = \frac{\sqrt{c} (\xi_i \xi_c^2 - \xi_i^3) \cdot W_p^2}{E_{p0} [\sqrt{c} \sin \varphi_2 - \sin \varphi_0 + \sqrt{c} \sin \varphi_2 - \sin \varphi_0]}^2. \quad /20/$$

Из формулы /16/ находится окончательное выражение для h

$$h = \frac{W_p (\xi_i^2 - \xi_c^2)}{2 E_{p0}} + \frac{eV_0}{2 \sqrt{c} \xi_i W_p} (\sin \varphi_0 - \sin \varphi_k). \quad /21/$$

Следует иметь в виду, что в рассматриваемом ускорителе магнитная фокусировка начинается вблизи центра магнита, поэтому область пригодных начальных фаз составляет $-\frac{\sqrt{c}}{2} < \varphi < \frac{\sqrt{c}}{2}$.

Ускоряющее напряжение, определяемое формулой /19/ должно быть увеличено на величину, обусловленную неточным выполнением заданного закона маг-

нитного поля.

Эта величина дается выражением^{/7/}

$$eV_0 = \frac{\pi W_p \xi_c}{(\sin \varphi_k - \sin \varphi_0)} \cdot \left\langle \frac{\partial H}{\partial H_0} \right\rangle. \quad /22/$$

Закон роста магнитного поля выбирается таким, чтобы все ионы, имеющие определенный диапазон ξ_i , могли ускоряться до предельного радиуса при одном и том же значении ускоряющего напряжения. Переход от одного ξ_i к другому осуществляется изменением частоты ускоряющего поля, согласно формуле /1/, и небольшой подстройкой магнитного поля. Применяв это условие, из /19/, /20/ можно определить

$$\xi_c = \sqrt{\xi_{\max}^2 - \xi_{\max} \xi_{\min} + \xi_{\min}^2}. \quad /23/$$

3. Пространственная устойчивость

Пространственная устойчивость в ускорителе обеспечивается азимутальной вариацией напряженности магнитного поля. Для медианной плоскости зазора электромагнита приемлемая вариация описывается законом:

$$H_z = H_0 \left[1 + \frac{W(z)}{E_0} \right] \left\{ 1 + \varepsilon \sin \left(\frac{z}{\lambda} - N\varphi \right) \right\}, \quad /24/$$

где $2\pi\lambda$ - радиальный шаг структуры магнитного поля, N - число спиралей.

Необходимая глубина вариации магнитного поля ε / вычисляется по формуле^{/5/}

$$\varepsilon = \sqrt{2} \cdot \sqrt{1 - \frac{H_k}{N^2}} \frac{eH_k}{E_{op}} N \lambda \xi_c. \quad /25/$$

Незначительное перемещение рабочей точки на области устойчивости в процессе ускорения позволяет избежать резонансных явлений в ускорителе, для которого предельные импульсы частиц не превышают значения $H_k r_k = 2 \cdot 10^6$ э.см. Как будет показано ниже, устойчивость движения частиц в таких циклотронах может быть обеспечена при глубине вариации ε , близкой к 5%, при этом вариация магнитного поля не влияет на фазовый режим ускорения частиц^{/7/}.

В работах /8,9/ показано, что создание вариации магнитного поля порядка 5% может быть осуществлено с помощью прямоугольных шимм, изогнутых по линиям максимальной напряженности магнитного поля. Теоретические исследования и эксперименты, проведенные в 1958 году на модели циклотрона с периодическим магнитным полем, указывают на необходимость учета нелинейных эффектов, вызывающих раскачку свободных радиальных колебаний частиц в центральной области ускорителя, где частота их близка к единице. Величина градиента среднего поля, при котором возникает нелинейный радиальный резонанс определяется выражением

$$\frac{dH(r)}{dr} = \frac{\mathcal{E}H_0}{a_0} \left[J_{N-1}\left(\frac{a_0}{\mathcal{L}}\right) - J_{N+1}\left(\frac{a_0}{\mathcal{L}}\right) \right], \quad /26/$$

где a_0 - начальная амплитуда радиальных колебаний, $J_{N-1}\left(\frac{a_0}{\mathcal{L}}\right), J_{N+1}\left(\frac{a_0}{\mathcal{L}}\right)$ функции Бесселя индекса $N-1$ и $N+1$ соответственно.

Параметры магнитного поля N и \mathcal{L} должны быть выбраны такими, чтобы градиент поля, найденный из выражения /26/ был меньше градиента действительного магнитного поля, определяемого из формулы /6/, начиная с радиусов, соответствующих первым оборотом ионов. Проведенные расчеты показывают, что для уничтожения влияния нелинейного резонанса при небольших величинах вариации \mathcal{E} / наиболее целесообразно иметь в центре резонанс выше четвертого порядка, т.е. число спиралей должно быть $N = 5 \div 6$. Значение величины \mathcal{L} выбирается из равенства /26/, однако это значение не должно быть меньше максимальной амплитуды радиальных колебаний при заданном ускоряющем напряжении на дуантах. Если это напряжение составляет 100 - 200 кв, то значение величины \mathcal{L} должно быть не менее $4 \div 6$ см.

Расчеты нелинейного резонансного эффекта в центре циклотрона были подтверждены на действующей модели ускорителя.

4. П р и л о ж е н и е

Для иллюстрации преимуществ, которые имеет циклотрон с периодическим магнитным полем перед обычным циклотроном применительно к ускорению многозарядных ионов, можно провести ориентировочный расчет такой установки со

следующими основными параметрами:

$$H_0 = 16000 \text{ э}, \quad z_k = 130 \text{ см.}$$

При $\xi_{\max} = 1/3$ и $\xi_{\min} = 1/7$ из формулы /23/ получается $\xi_c = 1/3,45$.
Среднее магнитное поле можно записать в виде

$$H(z) = H_0 \left[1 + \frac{1}{2} \xi_c^2 \left(\frac{z}{z_\infty} \right)^2 \right],$$

где $z_\infty = \frac{E_{\text{эп}}}{e H_0}$
 $W_p = 215 \text{ Мэв.}$

Подстановка в /27/ $z = z_k$ дает: $H(z_k) = 16300 \text{ э,}$ /27/

Расчет ускоряющего напряжения проводится по формуле /19/, при условии: $\varphi_0 = 0^\circ$, $\varphi_2 = -64^\circ$, $\varphi_k = 64^\circ$ и дает следующее значение:

$$eV_{01} = 265 \text{ Кэв.}$$

Ускоряющее напряжение, обусловленное неточным выполнением закона роста магнитного поля, определяется формулой /22/. При $\langle \frac{\delta H}{H_0} \rangle = 2,5 \cdot 10^{-4}$, $\delta H = 4 \text{ э}$, получается

$$eV_{02} = 55 \text{ Кэв.}$$

Амплитуда ускоряющего напряжения при двух дуантах будет равна

$$V_g = \frac{1}{2}(V_{01} + V_{02}) = 80 \text{ кв.}$$

Расчет глубины вариации магнитного поля производится по формуле /25/. При $N = 6$; $L = 4 \text{ см}$; $\xi_c = 1/3,45$ необходимая глубина вариации составит: $\xi' = 0,051$.

Из области устойчивости, приведенной в работе /5/, видно, что собственные частоты радиальных и вертикальных колебаний равны соответственно:

$$z=0; \quad Q_1 = 1,0; \quad Q_2 = 0;$$

$$z=z_k; \quad Q_1 = 1,02; \quad Q_2 = 0,19;$$

то есть, резонансные зоны ни по радиальным, ни по вертикальным колебаниям не достигаются.

Градиент среднего поля, соответствующий границе области неустойчивости для нелинейного радиального резонанса в центре ускорителя, находится из выражения /26/. В рассматриваемом случае при $a_0 = 4 \text{ см}$ этот гра-

диент равен

$$\frac{dH(z)}{dz} = 0,05 \text{ э/см.}$$

Зависимость действительного градиента среднего поля от радиуса при

$\xi_c = 1/3,45$ имеет следующий вид:

$$\frac{dH(z)}{dz} = 0,035 \cdot z \text{ э/см.}$$

Как видно уже при $z = 2$ см этот градиент превышает граничный градиент нелинейного резонанса и, следовательно, нелинейный эффект будет полностью исключен.

Диапазон изменения частоты ускоряющего поля, необходимый для ускорения ионов с $1/7 \leq \xi_i \leq 1,3$, находится из формулы /1/:

$$\begin{aligned} f_{min} &= 3,48 \text{ мгц,} \\ f_{max} &= 8,13 \text{ мгц.} \end{aligned}$$

Подстройка магнитного поля для того же диапазона изменения ξ_i находится из выражения /21/:

$$\begin{aligned} h_{\xi=1/7} &= 3 \cdot 10^{-3} \\ h_{\xi=1/3} &= -8,8 \cdot 10^{-3}. \end{aligned}$$

Из приведенного расчета можно заключить, что применение циклотрона с периодическим магнитным полем для ускорения многозарядных ионов позволит, во-первых, значительно уменьшить необходимое ускоряющее напряжение, во-вторых, позволит осуществить ускорение любых ионов в диапазоне $1/7 \leq \xi_i \leq 1/3$ при максимальном уровне магнитного поля без дополнительного шиммирования.

Интенсивность пучка ионов в этом ускорителе может быть несколько большей, чем в обычном циклотроне, за счет более сильной магнитной фокусировки, начинающейся от центра магнита.

Все эти преимущества значительно расширяют экспериментальные возможности при использовании такого типа циклотрона для ускорения многозарядных ионов.

Авторы выражают благодарность В.П. Джелепову за ряд полезных советов при обсуждении результатов этой работы.

Рукопись поступила в издательский отдел
21 мая 1959 года.

Л и т е р а т у р а

1. В.П. Дмитриевский, Б.И. Замолотчиков, В.В. Кольга. Циклотрон с периодическим магнитным полем для многозарядных ионов. Отчет ЛЯП ОИЯИ /1957/.
2. D.W. Kerst, K.M. Terwilliger, K.R. Symon, L.W. Jones. Bull. Amer. Phys. Soc. 30, N 1, (1955).
3. В.П. Дмитриевский. О предельной энергии частиц в ускорителях типа циклотрон с пространственной вариацией магнитного поля. Отчет ЛЯП ОИЯИ /1955/.
4. В.В. Кольга. Применение в ускорителях периодических магнитных полей специального вида. Отчет ЛЯП ОИЯИ /1956/.
5. В.В. Кольга. Влияние возмущений на устойчивость орбит циклотрона с периодическим магнитным полем. Отчет ЛЯП ОИЯИ /1956/.
6. K.R. Symon, D.W. Kerst, L.W. Jones, L.J. Laslett, K.M. Terwilliger. Phys. Rev. 103, 6 (1956).
7. В.П. Дмитриевский, В.В. Кольга. Фазовое движение в циклотроне с периодическим магнитным полем. Отчет ЛЯП ОИЯИ /1957/.
8. В.И. Данилов, Н.Л. Заплатин, В.С. Рыбалко. Об одном методе расчета магнитных полей для ускорителей с пространственной вариацией магнитного поля. Отчет ЛЯП ОИЯИ /1956/.
9. В.И. Данилов, В.П. Дмитриевский, Н.Л. Заплатин, В.В. Кольга, Лю Нэ-чуань, В.С. Рыбалко, А.А. Саркисян. Магнитное поле модели циклотрона с пространственной вариацией. Отчет ЛЯП ОИЯИ /1958/.

