ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Лаборатория теоретической физики

Р-345

И.Т.Тодоров, О.А.Хрусталев

СПЕКТРАЛЬНЫЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ДЛЯ НЕКОТОРЫХ ВЕРШИННЫХ ЧАСТЕЙ

Nucl. Phys., 1959, v 13, n 5, p. 675-684.

Дубна 1959 год

Р - 345

И.Т.Тодоров[x/], О.А.Хрусталев

СПЕКТРАЛЬНЫЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ДЛЯ НЕКОТОРЫХ ВЕРШИННЫХ ЧАСТЕЙ

x/ Прикомандирован из Физического института Болгарской АН, Софии.

Аннотация

Дан вывод дисперсионных соотношений /спектральных представлений/ для амплитуд распада K -мезонов и гиперонов на две сильно взаимодействующие частицы. Получающиеся в "одномезонном" приближении сингулярные интегральные уравнения для амплитуд решаются по методу Мусхелишвили.

После работ Челлена и Лемана[1] по спектральному представлению одночастичных функций Грина и в особенности после развития Боголюбовым[2] метода доказательства дисперсионных соотношений, проблема получения спектральных представлений вершинных частей привлекла внимание физиков /см. ряд работ[3]/.

Существование таких представлений для точных вершин /а не для отдельных вершинных диаграмм теории возмущений/ далеко не очевидно, и для его доказательства приходится привлекать тонкие математические методы. Иост[4] привел пример, показывающий невозможность получения /из локальных перестановочных соотношений и из предположений относительно спектра масс/ спектрального представления для нуклон-мезонной вершины. Аналогичные трудности возникают при изучении аналитических свойств нуклон-фотонной вершины /фотон, соответственно мезон,-виртуальные/.

Тем более интересно, что для вершин, отвечающих реальным процессам распада на две частицы, удается легко обосновать дисперсионные соотношения /если рассматривать массу распадающейся частицы, как энергетическую переменную/. Это обстоятельство было обнаружено Гольдбергером и Трайманом[5], которые получили и применили дисперсионные соотношения для /$\pi \to \mu + \nu$ / распада.

В настоящей работе выводятся спектральные представления для амплитуд распада K -мезонов и гиперонов на две сильно взаимодействующие частицы. Строгое доказательство дисперсионных соотношений по методу Боголюбова[2] в этом случае приводится элементарно, поскольку отсутствует ненаблюдаемая область.

Полученные дисперсионные соотношения в одномезонном приближении решаются точно методом Мусхелишвили[9]. /Амплитуда процесса определяется с точностью до постоянного вещественного множителя/. При этом получаются аналоги /для произвольных виртуальных энергий распадающейся частицы/ результатов Такеда[6].

В недавней работе Окубо, Маршака и Сударшана[11] x/, в которой изучается распад Λ -гиперона, на основании теории аксиально-векторного

x/ Авторы благодарны С.Окубо за присылку препринта.

4-фермионного взаимодействия, в частности применяются также и дисперсионные соотношения для распада Λ - гиперона. Авторы указанной работы рассматривая вспомогательную задачу, когда квадраты всех 4-импульсов /гиперона, нуклона и π -мезона/ равны соответствующим квадратам масс, но не выполняется закон сохранения 4-импульса, считают, что Λ - гиперон "полностью не связан", в то время как мы оставляем в силе закон сохранения /1.8/ , а квадрат 4-импульса гиперона q^2 рассматриваем как переменную величину. Из-за этого спиновая структура в нашем случае определяется двумя независимыми функциями Ω_e , в то время как в /11/ вводятся 4 функции M_i и дисперсионные уравнения в одномезонном приближении также как и их решения значительно усложняются. Поэтому и окончательные результаты различаются, хотя и не противоречат друг другу[x/].

§ 1. Аналитические свойства амплитуды распада. Вывод спектральных представлений

Рассмотрим для определенности случай распада гиперона на нуклон и π -мезон. В конце настоящего параграфа укажем какие изменения необходимо сделать, чтобы получить дисперсионные соотношения для распада K -мезона на два π -мезона.

Обозначим через q , p и k 4-импульсы гиперона, нуклона и π -мезона соответственно. Будем считать, что только 4-импульсы продуктов распада удовлетворяют обычному соотношению

$$p^2 = M^2, \quad k^2 = \mu^2 \qquad / M \approx 6,8\mu / \tag{1.1}$$

в то время как

$$q^2 \equiv \omega^2 \tag{1.2}$$

[x/] Ср. подстрочное примечание к формуле /2.8/.

будем рассматривать как свободную переменную /если все три массы считать фиксированными, то в силу закона сохранения не будет инвариантной переменной, по которой можно было бы рассматривать аналитические свойства амплитуды процесса/.

Введем операторы токов:

$$\mathcal{J}(x)=i\frac{\delta S}{\delta\varphi(x)}S^{+},\quad j(x)=i\frac{\delta S}{\delta\phi(x)}S^{+}, \qquad /1.3/$$

где $\varphi(x)$ и $\phi(x)$ - операторы гиперонного и мезонного поля соответственно.

Матричный элемент процесса $Y\to N+\pi$ может быть записан в виде

$$\langle p,k|S|q\rangle = i\frac{(2\pi)^{5/2}}{\sqrt{2k_0}}\delta(p+k-q)\overline{u_N}T^{ret}(k)\,u_Y(\vec{q}), \qquad /1.4/$$

где

$$T^{ret}(k)=-\frac{1}{(2\pi)^{3/2}}\int\langle p\Big|\frac{\delta\mathcal{J}(0)}{\delta\phi(x)}\Big|0\rangle e^{ikx}\,d_4x= \qquad /1.5/$$

$$=-\sqrt{2k_0}\langle p,k|\mathcal{J}(0)|0\rangle$$

- запаздывающая амплитуда $(d_4x=dx_0\,dx_1\,dx_2\,dx_3,\ kx=k_0x_0-\vec{k}\vec{x}=$
$=k_0x_0-k_1x_1-kx_2-kx_3,\ \delta(r)=\delta(r_0)\delta(r_1)\delta(r_2)\delta(r_3))$.

Будем считать, что спинор $u_Y(\vec{q})$ удовлетворяет уравнению Дирака для частицы с массой ω /1.2/:

$$\gamma q^{u_Y}(\vec{q})\equiv\begin{pmatrix} q_0 & -\vec{\sigma}\vec{q}\\ \vec{\sigma}\vec{q} & -q_0\end{pmatrix}u_Y(\vec{q})=\omega\,u_Y(\vec{q}). \qquad /1.6/$$

Величину, эрмитово сопряженную /1.5/ , равную опережающей амплитуде, можно записать в виде

$$T^{adv}(\kappa) = -\frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int \langle p \left| \frac{\delta j(x)}{\delta \varphi(0)} \right| 0 \rangle e^{i\kappa x} d_4 x. \qquad /1.7/$$

В силу закона сохранения /вытекающего из /1.4//:

$$q = p + \kappa \qquad /1.8/$$

и уравнения Дирака /1.6/, амплитуда имеет в обычном пространстве структуру следующего типа

$$T^{ret}(\kappa)\, u_4(\vec{q}) = \bar{u}_N(\vec{p}) \left\{ \Omega_0^{r} + \gamma_5 \Omega_1^{r} \right\} u_4(\vec{q}). \qquad /1.9/$$

Аналогичную структуру можно записать и для амплитуды T^{adv} /1.7/ /индексы в изотопическом пространстве опускаются/. Здесь Ω_0 и Ω_1 инвариантные функции; в качестве инвариантной переменной удобно выбрать вместо ω величину

$$E \equiv \frac{1}{M}\, p \cdot \kappa \qquad \left/ 2ME = \omega^2 - M^2 - \mu^2 \right/. \qquad /1.10/$$

Матрицу γ_5 будем считать эрмитовой:

$$\gamma_5 = \gamma_1 \gamma_2 \gamma_3\, i\gamma_0 \equiv -\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Введем систему отсчета, в котором нуклон покоится:

$$\vec{p} = 0; \qquad /1.11/$$

в этой системе

$$p_0 = M, \quad \kappa_0 = E, \quad \vec{\kappa} = \vec{q} = \sqrt{E^2 - \mu^2}\, \vec{e} \qquad /\, |\vec{e}| = 1 /.$$

Для доказательства дисперсионных соотношений рассмотрим сначала фиктивный случай, когда

$$\kappa^2 = \tau < 0.$$

При этом запаздывающая амплитуда /1.5/ принимает вид

$$T^{ret}(E,\tau) = -\frac{1}{(2\pi)^{3/2}}\int exp\left\{i\left(E x_0 - \sqrt{E^2-\tau}\,\vec{e}\vec{x}\right)\right\}<p\left|\frac{\delta j(0)}{\delta\varphi(x)}\right|0>dx$$

/ из /1.7/ аналогичное выражение получается и для T^{adv} /.

В силу причинности[/2/] амплитуды T^{ret} /соответственно T^{adv} / являются аналитическими функциями в верхней /соответственно нижней/ полуплоскости комплексной переменной E . Покажем, что их разность обращается в нуль на некотором участке вещественной оси. Для этой цели исследуем антиэрмитову часть амплитуды:

$$A(E,\tau) \equiv \frac{1}{2i}\left\{T^{ret}(E,\tau) - T^{adv}(E,\tau)\right\}. \qquad /1.12/$$

Воспользуемся равенством

$$\frac{\delta j(x)}{\delta\varphi(0)} - \frac{\delta j(0)}{\delta\varphi(x)} = i\left[j(x), j(0)\right] \qquad /1.13/$$

и разложим /1.12/ по полной системе собственных функций оператора энергии-импульса:

$$A(E,\tau) = \pi(2\pi)^{3/2}\sum_n\left\{<p|j(0)|p_n><p_n|j(0)|0>\,\delta\left(M+E-\sqrt{M_n^2+E^2-\tau}\right) - \right. \qquad /1.14/$$

$$\left. - <p|j(0)|p'_n><p'_n|j(0)|0>\,\delta\left(E+\sqrt{M'^2_n+E^2-\tau}\right)\right\}.$$

/ $\sum\limits_n$ включает интегрирование по непрерывной части спектра и суммирование по дискретным характеристикам промежуточных состояний/. Как известно из теории спектральных представлений мезонной функции Грина[/2/] , в силу устойчивости одночастичных состояний и инвариантности относительно пространственных отражений матричный элемент

$$\langle p_n' | j(0) | 0 \rangle = 0$$

для $M_n'^2 < (3\mu)^2$. Пользуясь еще положительностью ρ_n', заключаем, что второй член правой части /1.14/ обращается в нуль при

$$\tau < (3\mu)^2. \qquad /1.15/$$

Особенности первой δ -функции выражения /1.14/ расположены в точках

$$E_n = \frac{M_n^2 - M^2 - \tau}{2M}. \qquad /1.16/$$

Из /1.14/ видно, что, вообще говоря, существует один дискретный полюс "однонуклонного члена" при $M_n = M$

$$E = -E_1(\tau) = -\frac{\tau}{2M}. \qquad /1.17/$$

Вычет из этого полюса пропорционален произведению констант сильной и слабой связи и имеет такую же спиновую структуру как и амплитуда /1.9/.

Непрерывный спектр для первого слагаемого в /1.14/ начинается со значения $M_n = M + \mu$.

$$E_n \geq \frac{2M\mu + \mu^2 - \tau}{2M} \equiv E_c(\tau). \qquad /1.18/$$

Отсюда видно, что функции $(E+E_1)T^{ret}(E,\tau)$ и $(E+E_1)T^{adv}(E,\tau)$ совпадают при

$$-\infty < E < E_c(\tau). \qquad /1.19/$$

Следовательно, в силу известной теоремы Н.Н.Боголюбова [2] /см. также [7], где доказаны более точные теоремы/ существует единая функция $T(E,\tau)$ аналитическая по E и τ в области

$$|\,\mathrm{Im}\sqrt{E^2-\tau}\,| < |\,\mathrm{Im}\sqrt{(E+3\mu)(E-\mu)}\,| \qquad /1.20/$$

;

которая совпадает с $T^{ret}(E,\tau)$ и $T^{adv}(E,\tau)$ при действительных E и τ, удовлетворяющих /1.19/. Легко видеть, что неравенство /1.20/ выполняется при $\mathcal{J}_m E \neq 0$ или $E = R_e E < E_c$ при $\tau = \mu^2$. Следовательно, функцию $T(E,\tau)$ можно продолжить аналитически по τ до $\tau \leq \mu^2$. Для интересующего реального случая $\tau = \mu^2$, граница непрерывного спектра

$$E_c(\mu^2) = \mu$$

совпадает с порогом рассматриваемой реакции. Известно[2], что функции $T(E)$ возрастают на бесконечности не быстрее полинома. Предположим /для простоты/, что $T(E)$ ограничена на бесконечности. Тогда применяя теорему Коши для функций $\frac{1}{E} T(E)$, после предельного перехода $\mathcal{J}_m E \to 0$ получим следующие дисперсионные соотношения

$$Re T(E) = \frac{E}{\pi} \mathcal{P} \int_{\mu}^{\infty} \frac{\mathcal{J}_m T(E')}{E'(E'-E)} dE' + \frac{c}{\pi} \cdot \frac{E}{E_1} \frac{1}{E+E_1} + T(0)$$

/ $\mathcal{P}$ - символ главного значения/.

Пользуясь /1.9/ и тем, что антиэрмитова часть A имеет ту же самую структуру, что и амплитуда

$$A(E,\tau) u_\nu(\vec{q}) \equiv \pi (2\pi)^{3/2} \sum \langle p | j(0) | p_n \rangle \langle p_n | \mathcal{J}(0) | 0 \rangle$$

$$\rangle \frac{M+E}{M} \delta(E - E_n(\tau)) u_\nu(\vec{q}) = \bar{u}_N(\vec{p}) (A_0(E) + \qquad /1.21/$$

$$+ A_1(E) \gamma_5) u_\nu(\vec{q}).$$

легко видеть, что инвариантные функции $\Omega_\ell(E)$, $\ell = 0,1$ удовлетворяют таким же дисперсионным соотношениям. Их можно записать в виде

$$\Omega_\ell^{r}(E) = \frac{E}{\pi} \int_{\mu}^{\infty} \frac{\mathcal{J}_m \Omega_\ell^{r}(E')}{E'(E'-E-i\varepsilon)} dE' + \frac{E}{E_1} \frac{a_\ell}{E+E_1+i\varepsilon} + \Omega_\ell(0) \qquad /1.22/$$

где a_ℓ и $\Omega_\ell(0)$ вещественные постоянные.

Соотношения /1.22/ и /1.21/ представляют собой спектральные представления для инвариантных функций $\Omega_\ell(E)$ /переменная E определяется тоже инвариантным образом - /1.10//.

Рассмотрение процесса $(K \to 2\pi)$ проще, поскольку амплитуда этого процесса не имеет спиновой структуры. Использование стабильности состояний с одним π -мезоном дает ошибку второго порядка малости по константе слабого взаимодействия. В случае распада $(K \to 2\pi)$ дискретный полюс в антиэрмитовой части амплитуды, не возникает из-за псевдоскалярности.

В этом случае дисперсионные соотношения принимают вид

$$T^{ret}(E) = \frac{E}{\pi} \int_{\mu}^{\infty} \frac{\mathcal{J}m\, T^{ret}(E')\,dE'}{E'(E'-E-i\varepsilon)} + T(0), \qquad /1.23/$$

где

$$\mathcal{J}m\, T^{ret}(E) = \pi (2\pi)^{3/2} \frac{\mu + E}{\mu} \sum_{n} \langle p | j(0) | P_n \rangle \langle P_n | \mathcal{J}_K(0) | 0 \rangle \delta\left(E - \frac{M_n^2 - 2\mu^2}{2\mu}\right) \qquad /1.24/$$

$\mathcal{J}_K$ K -мезонный ток, который определяется аналогично току $\mathcal{J}$ /1.3/.

§ 2. Приближенное решение дисперсионных соотношений

А. Распад К-мезонов

Для применения полученных дисперсионных соотношений ограничимся в разложениях /1.21/, /1.24/ для антиэрмитовых частей соответствующих амплитуд "одномезонным состоянием".

Начнем с распада K -мезонов. В этом случае "одномезонное" приближение соответствует промежуточному состоянию с двумя π -мезонами. Для определенности ограничимся изучением распада K^0 -мезона. Распад заряженных K -мезонов на два π -мезона рассматривается проще, так как эта реакция происходит только по одному каналу.

Как известно[8], из закона сохранения комбинированной четности следует, что на два π -мезона распадается только K_1^0 -мезон, где

$$| K_1^0 \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(| K^0 \rangle + | \bar{K}^0 \rangle \right).$$

Напишем дисперсионные соотношения для амплитуды T_I , соответствующей определенному значению полного изотопического спина I системы двух π -мезонов. При распаде K_1^0 - мезона I принимает значения 0 и 2 ; амплитуды T_I связаны с амплитудами распада на частицы с определенным зарядом при помощи коэффициентов Клебша-Жордана:

$$T_0 = \sqrt{2/3}\, T_{+-} - \frac{1}{\sqrt{3}} T_{00}$$

$$T_2 = \frac{1}{\sqrt{3}} T_{+-} + \sqrt{2/3}\, T_{00}, \qquad /2.1/$$

где
$$T_{+-} \equiv T\left(\pi^+, \pi^- / K_1^0\right), \quad T_{00} \equiv T\left(\pi^0, \pi^0 / K_1^0\right).$$

Ограничиваясь в разложении /1.24/ для антиэрмитовой части амплитуды промежуточными состояниями с двумя π -мезонами, в силу изотопической инвариантности рассеяния продуктов распада, получим

$$\begin{aligned} \mathrm{Im}\, T_I^{ret}(E) &= \pi (2\pi)^{3/2} \iint \langle p / j(0) / p', k' \rangle \langle p', k' / j_k(0) / 0 \rangle \times \\ &\times \delta(p + k - p' - k')\, \delta(p'^2 - \mu^2) \cdot \delta(k'^2 - \mu^2) \times \\ &\times \theta(k_0')\, \theta(p_0')\, d_4 p'\, d_4 k' = \\ &= e^{-i\delta_I(E)} \sin \delta_I(E)\, T_I^{ret}(E), \end{aligned} \qquad /2.2/$$

где δ_I - фазовый сдвиг для S волны с изотопическим спином I амплитуды рассеяния π -мезонов на π мезонах /из-за скалярности

K -мезона продукты распада находятся в S -состоянии/.

Из /2.2/ легко получить, что

$$T_I^{ret}(E) \doteq f_I(E)\, e^{i\delta_I(E)}, \qquad /2.3/$$

где $f_I(E)$ - вещественная функция от E. Для определения этой функции воспользуемся дисперсионным соотношением.

При помощи /2.2/ дисперсионное соотношение /1.23/ можно записать в виде:

$$T_I^{ret}(E) = \frac{E}{\pi}\int_{\mu}^{\infty} \frac{h_I(E')\,T_I^{ret}(E')}{E'(E'-E-i\varepsilon)}\,dE' + T_I(0), \qquad /2.4/$$

где введено обозначение

$$h_I(x) = e^{-i\delta_I(x)} \sin\delta_I(x)$$

Сингулярное интегральное уравнение /2.4/ легко решается методом Мусхелишвили[9] /см. также работу Омнеса[10], где специально рассматриваются уравнения типа /2.4/, только без множителя E/E' под знаком интеграла/. Рассмотрим для этой цели функцию $T_I(z)$ комплексного переменного z :

$$T_I(z) = \frac{z}{\pi}\int_{\mu}^{\infty} \frac{h_I(E')\,T_I^{ret}(E')}{E'(E'-z)}\,dE'$$

Из определения следуют соотношения

$$T_I(E_+) = T^{ret}(E)$$

$$T_I(E_+) - T_I(E_-) = \left(1 - e^{-2i\delta_I(E)}\right) T_I^{ret}(E)\,\theta(E-\mu),$$

где $E_\pm = E \pm i\varepsilon$, $\varepsilon > 0$, $\theta(x) = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}$, E - вещественно.

Следовательно, функция $T_I(z)$ является решением краевой задачи Гильберта:

$$T_I(E_+)\, e^{-2i\delta_I(E)\cdot\theta(E-\mu)} - T_I(E_-) = 0.$$

Так как по предположению, $T_I(z)$ не возрастает на бесконечности, решение этой задачи имеет вид /для вещественного E /

$$T_I^{ret}(E) = C_I \exp\left\{\frac{E}{\pi}\, \mathcal{P}\int_\mu^\infty \frac{\delta_I(x)}{x(x-E)}\,dx + i\delta_I(E)\theta(E-\mu)\right\}, \qquad /2.5/$$

где

$$C_I = T_I(0)$$

вещественная постоянная. Ее можно определить /считая известными фазы $\pi-\pi$ рассеяния/ из экспериментальных значений времени распада, либо теоретически /по теории возмущений/, для чего надо сделать гипотезу относительно конкретного вида Лагранжиана взаимодействия, ответственного за рассматриваемый распад.

Чтобы перейти к измеряемым физическим величинам, воспользуемся соотношениями /2.1/. Для реального распада

$$\omega \equiv \sqrt{q^2} = m_K \approx 494 \text{ Мэв}$$

$$E = E_0 \equiv \frac{m_K^2 - 2\mu^2}{2\mu} \approx 5{,}5\mu \approx 750 \text{ Мэв};$$

это соответствует полной кинетической энергии в системе центра масс

$$W_K = m_K - 2\mu \approx 220 \text{ Мэв}.$$

Согласно /2.1/ и /2.3/ для вероятностей распадов на $\pi^+ + \pi^-$ и на $\pi^0 + \pi^0$ получим:

$$|T_{+-}|^2 = \frac{1}{3} f_2^2(E_0) + \frac{2}{3} f_0^2(E_0) + \frac{2\sqrt{2}}{3} f_0(E_0) f_2(E_0) \cos(\delta_2 - \delta_0)$$

/2.6/

$$|T_{00}|^2 = \frac{2}{3} f_2^2(E_0) + \frac{1}{3} f_0^2(E_0) - \frac{2\sqrt{2}}{3} f_0(E_0) f_2(E_0) \cdot \cos(\delta_2 - \delta_0).$$

Введем обозначение

$$\lambda = \frac{f_2(E_0)}{f_0(E_0)}.$$

Тогда для отношения этих вероятностей получим известный результат[6]

$$\frac{W(K_1^0 \to \pi^0 + \pi^0)}{W(K_1^0 \to \pi^+ + \pi^-)} = \frac{2\lambda^2 + 1 - 2\sqrt{2}\lambda \cos(\delta_2 - \delta_0)}{\lambda^2 + 2 + 2\sqrt{2}\lambda \cos(\delta_2 - \delta_0)}.$$

Очевидно это отношение равно $\frac{1}{2}$ не только при $\lambda = 0$ / что соответствует правилу отбора по изотопическому спину $|\Delta I| = \frac{1}{2}$/, но еще при одном определенном значении λ, зависящем от $\delta_2 - \delta_0$.

Б. Распад гиперонов

Решение дисперсионных уравнений для гиперонного распада проводится аналогично, с незначительными усложнениями из-за спиновой структуры и "одномезонного" полюса в амплитуде, и мы не будем повторять детали.

Поскольку при рассеянии π -мезонов на нуклонах четность сохраняется, то при рассеянии продуктов гиперонного распада вместе с полным моментом количества движения системы j сохраняется еще и орбитальный момент $\ell = j \pm \frac{1}{2}$. Нетрудно убедиться, что инвариантные функции Ω_0 и Ω_1, введенные в /1.9/ являются собственными функциями оператора орбитального момента соответствующими собственным значениям $\ell=0$ и $\ell=1$. Для этой цели достаточно заметить, что в системе центра масс $|\vec{q}=\vec{p}+\vec{K}=0|$ амплитуда распада имеет вид

$$T_{s's}(E)\,\mathcal{U}_Y(\vec{q}) = \sqrt{\frac{M+p_0}{2M}}\left\{\Omega_0(E)\,\delta_{s's} - \Omega_1(E)\,\frac{(\vec{\sigma}\vec{p})_{s's}}{M+p_0}\right., \qquad /2.7/$$

где

$$p_0 = \frac{\omega^2+M^2-\mu^2}{2\omega} = M\,\frac{M+E}{\sqrt{M^2+\mu^2+2ME}}$$

/энергия нуклона в системе центра масс/.

Напишем снова дисперсионные соотношения для амплитуд состояния с определенными изотопическим спином системы продукты распада $\Omega_{I\ell}\,/\ell=0,1 \quad I=\frac{1}{2},\frac{3}{2}/$. Проделав фазовый анализ, для амплитуды мезон-нуклонного рассеяния в выражении для антиэрмитовой части /1.21/ получим[x/]

$$\mathcal{Im}\,\Omega_{I\ell}^{\tau}(E) = \pi a_{I\ell}\,\delta(E+E_1) + h_{I\ell}(E)\,\Omega_{I\ell}^{\tau}(E)\,\theta(E-\mu), \qquad /2.8/$$

---

x/ Соотношения /2.8/, /2.9/ легко получаются из выражений /2 5/, /2 6/ работы Окубо и др. в предположении, что спинор $\mathcal{U}_Y(\vec{q})$ удовлетворяет уравнению Дирака с массой ω. Между амплитудами M^I в цитированной работе и нашими амплитудами $\Omega_{I\ell}$ существует простая связь:

$$\Omega_{I0} = M_1^I - (\omega - M)\,M_3, \quad \Omega_{I1} - M_2^I - M_4^I(\omega - M).$$

Как уже отмечалось, в работе[11] считается, что $\mathcal{U}_Y(\vec{q})$ удовлетворяет уравнению Дирака с реальной массой гиперона, вследствие чего здесь и в дальнейшем авторы получают значительно более сложные соотношения.

где

$$E_1 = \frac{\mu^2}{2M}$$

$$h_{Il}(E) = e^{-i\delta_{Il}(E)} \sin \delta_{Il}(E), \qquad /2.9/$$

/ a_{Il} - вещественные постоянные, $\delta_{Il}(E)$ - фазы мезон-нуклонного рассеяния/. Из /2.8/ следует, что при

$$\Omega^{r}_{Il}(E) = f_{Il}(E)\, e^{i\delta_{Il}(E)}, \qquad /2.10/$$

где $f_{Il}(E)$ - вещественная функция. Для определения этой функции снова обратимся к дисперсионным соотношениям, которые могут быть записаны в виде

$$\Omega^{r}_{Il}(E) = \frac{E}{E_1} \cdot \frac{a_{Il}}{E+E_1+i\varepsilon} + \frac{E}{\pi} \int_{\mu}^{\infty} \frac{h_{Il}(E')\Omega^{r}_{Il}(E')}{E'(E'-E-i\varepsilon)} dE' + \Omega_{Il}(0).$$

Для вещественных $E > \mu$ оно приобретает форму

$$\Omega^{r}_{Il}(E) = \Omega_{Il}(E+i\varepsilon) =$$

$$= \left\{ \frac{E}{E_1} \frac{a_{Il}}{E+E_1} \exp\left\{ -\frac{E_1}{\pi} \int_{\mu}^{\infty} \frac{\delta_{Il}(x)dx}{x(x+E_1)} \right\} + \Omega_{Il}(0) \right\} \times \qquad /2.12/$$

$$\times \exp\left\{ \frac{E}{\pi} \mathcal{P} \int_{\mu}^{\infty} \frac{\delta_{Il}(x)}{x(x-E)} dx + i\delta_{Il}(E) \right\}$$

Полученные результаты интересно применить для процессов распада Σ^+ и Λ^0 гиперонов, которые происходят по двум каналам по заряду.

Для этой цели необходимо перейти от амплитуд с определенным изотопическим спином к амплитудам распада на определенные частицы при помощи коэффициентов Клебша-Жордана /см., например, /8/ /, и положить ω равной реальной массе соответствующего гиперона, что дает

$$E = \frac{m_\Lambda^2 - M^2 - \mu^2}{2M} \approx 183 \text{ Мэв.}$$

/полная выделяющаяся кинетическая энергия в системе центра масс $W_K \approx 38$ Мэв/ в случае распада Λ- -гиперона,

$$E = \frac{m_\Sigma^2 - M^2 - \mu^2}{2M} \approx 275 \text{ Мэв}$$

в случае распада Σ -гиперона.

Представляется интересным сопоставление полученных формул с экспериментальными данными по распаду и мезон-нуклонному рассеянию /после определения входящих в /2.12/ констант по теории возмущений, исходя из конкретного вида взаимодействия /ср. /11/ //.

В заключение авторы выражают глубокую благодарность А.А. Логунову, под руководством которого выполнена эта работа. Авторы благодарны также П.С.Исаеву, С.М.Биленькому и Р.М.Рындину за ценные замечания и полезные обсуждения.

Работа поступила в издательский отдел
7 мая 1959 года.

Литература

1. G. Källen, Helv. Phys., Acta, 25, 416, (1952).
Nuovo Cimento, 12, 217, (1954).
H. Lehmann, Nuovo Cimento, 11, 342, (1954).

2. Н.Н.Боголюбов, Б.В.Медведев и М.К.Поливанов. Вопросы теории дисперсионных соотношений, Москва, 1958 г.
Н.Н.Боголюбов и Д.В.Ширков "Введение в теорию квантованных полей", Москва, 1957 год, /гл. 1X/.

3. G. Källen and A. Wightman, Mat. Fys. Dan. V. Selsk, 1, no 6 (1958). J. Nambu, Nuovo Cimento, 6, 1064 (1957).
R. Oehme, Phys.Rev. 111, 1430, (1958)
K. Symanzik, Prog. Theor.Phys., 20, 690, (1958)
R. Karplus, Ch. M. Sommerfield and E.H. Wichmann, Phys.Rev. 111, 1187, (1958).
G.F. Chew, R. Karplus, S. Casiorowicz and F. Zacharidsen, Phys.Rev. 110, 265, (1958).

4. Res Jost, Helv. Phys. Acta, 31, 263, (1958).

5. M.L. Goldberger and S.B. Treiman, Phys. Rev. 110, 1178, (1958).

6. G. Takeda, Phys. Rev. 101, 1547 (1956).

7. Н.Н.Боголюбов и В.С.Владимиров, Изв. АН СССР, серия математ., 22, 15, /1958/.
В.С.Владимиров и А.А.Логунов "Доказательство некоторых дисперсионных соотношений в квантовой теории поля" /см. препринт ОИЯИ, 1958 г./.

8. A. Gell-Mann and A. Rosenfeld, Ann.Rev. Nucl.Sci. 7,407(1957).
/см.перевод в сборнике "Проблемы современной физики", № 4, 1958 год/.

9. Н.И. Мусхелишвили, "Сингулярные интегральные уравнения, граничные задачи теории функции и некоторые их приложения к математической физике" Москва - Ленинград, 1946 г.

10. R. Omnes, Nuovo Cimento, 8, 316 (1958).

11. S. Okubo, R.E. Marshak and E.C.G. Sudarshan, The V-A Theory and the Decay of the Λ Hyperon, Phys. Rev. 113, 944 /1959/