

5  
П-34

7

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Лаборатория ядерных проблем

P-330

А.Ф.Писарев

АНАЛИЗ УПРУГОГО P-P-РАССЕЯНИЯ  
С УЧЕТОМ ОБРАЗОВАНИЯ МЕЗОНОВ

Дубна 1959 год

P-330

А.Ф.Писарев

АНАЛИЗ УПРУГОГО P-P-РАСSEЯНИЯ  
С УЧЕТОМ ОБРАЗОВАНИЯ МЕЗОИОВ

Объединенный институт  
ядерных исследований  
БИБЛИОТЕКА

## А н н о т а ц и я

Произведено рассмотрение процесса упругого рассеяния протонов на протонах при энергии около 650 Мэв, когда наряду с упругим рассеянием происходят процессы образования  $\pi$ -мезонов. Проанализирована программа экспериментов для определения элементов матрицы упругого р-р рассеяния. Рассмотрение проведено в предположении, что основной вклад во взаимодействие дают состояния с  $\ell \leq 4$ .

В работе получены выражения для дифференциального сечения, поляризации, тензоров поляризации, описывающих изменения спиновых состояний нуклонов, а также тензора корреляции спиновых состояний протонов.

При нахождении компонент тензоров поляризации и корреляции в системе центра масс по измеряемым в опыте величинам использовались релятивистские формулы преобразования.

## 1. В в е д е н и е

Программа опытов по упругому рассеянию протонов на протонах с целью восстановления матрицы рассеяния обсуждалась во многих работах, однако, при этом сдвиги фаз считались действительными величинами /5, 9, 10, 15, 16, 21, 22/. Теперь, естественно, необходимо обобщить это рассмотрение на более общий случай, когда, кроме упругих процессов столкновения двух протонов, имеются также процессы, сопровождающиеся образованием мезонов. Иными словами, необходимо рассмотреть влияние на результаты экспериментов по упругому рассеянию уменьшения модулей  $S_{sc}^{sc}$ , которое должно быть особенно заметным для начальных состояний  ${}^3P_0$ ,  ${}^3P_1$ ,  ${}^3P_2$ ,  ${}^1D_2$  /18/. Анализу этой проблемы, а также решению задачи о восстановлении упругой части матрицы рассеяния для системы из двух нуклонов при наличии в ней неупругих процессов и посвящена данная работа. Что касается вопроса восстановления неупругой части матрицы рассеяния, связанной с образованием  $\pi$ -мезонов, то эта задача подробно рассмотрена в обзоре /18/ и в работах /19, 20/.

В данной работе найдены соотношения, устанавливающие связь экспериментально измеряемых величин с элементами матрицы рассеяния. Следующим шагом, по мере накопления экспериментальных данных, должно быть определение самих элементов матрицы рассеяния.

При рассмотрении программы экспериментов по упругому рассеянию протонов на протонах для преобразования величин, наблюдаемых в эксперименте, использовались релятивистские формулы перехода из лабораторной системы в систему центра инерции, учитывающие кинематическое сокращение угла вылета частицы и релятивистский поворот ее спина.

В работе использовался математический аппарат, описывающий взаимодействие двух частиц, который к настоящему времени хорошо развит /1, 2, 12, 16, 17, 22, 24, 25/. В качестве метода исследования взят метод разложения по парциальным волнам, который, разумеется, не исключает и других подходов к решению задачи.

## 2. Постановка задачи

Целью данной работы является определение влияния процессов образования  $\pi$ -мезонов на результаты экспериментов по упругому рассеянию, а также восстановление упругой части матрицы рассеяния в этих опытах.

В настоящее время наиболее распространенным методом решения подобных задач является метод, в основу которого положено применение матрицы амплитуды расстояния. При этом к использованию амплитуды существует два подхода. Первый из них заключается в том, что амплитуду рассеяния разлагают в ряд по собственным  $\Psi$  функциям оператора момента количества движения. Затем этот ряд обрывают на члене, который соответствует наивысшему импульсно-угловому состоянию рассматриваемой системы, вкладом во взаимодействие от которого пренебрегать нельзя. В таком виде амплитуда  $M$  используется для восстановления матрицы рассеяния и проведения фазового анализа. Этим методом, например, был выполнен фазовый анализ для протон-протонного рассеяния при 310 Мэв /21/.

Однако, несмотря на принципиальную простоту этого аппарата, в нем со-держится определенный произвол, связанный с ограничением ряда в амплитуде рассеяния. В самом деле, отсутствие строгой теории, которая позволила бы оценить относительные вклады во взаимодействие высших состояний, не позволяет строго оценить максимальный момент системы, дающий непренебрежимый вклад во взаимодействие. Поэтому при использовании рассматриваемого метода обычно задаются величиной  $J_{max}$ , исходя из ряда полукачественных рассмотрений картины взаимодействия.

Недавно был предложен новый, модифицированный анализ нуклон-нуклонного рассеяния /27/. В этом анализе для амплитуды рассеяния берется полное выражение и представляется в следующем виде:

$$M(\delta, g^2) = M(\delta) + M(g^2, J > J_{max}),$$

где  $M$  - есть матрица амплитуды рассеяния,  $\delta$  - предельное число фазовых изменений,  $g^2$  -  $\pi$  - мезонно-нуклонная константа связи,  $J$  - полный момент системы из двух нуклонов. Первый член приведенного выражения включает в себя ограниченное число фазовых сдвигов и равен амплитуде рас-

сеяния, которая используется при решении задачи первым методом.

$M(g^2, J > J_{max})$  есть добавка к амплитуде рассеяния  $M(b)$  и представляет собой вклад во взаимодействие за счет одномезонного обменного процесса в высших состояниях. Эта добавка может быть легко вычислена по одномезонной теории обменного процесса. Проблема задания  $\ell_{max}$  здесь несколько облегчается по сравнению с первым методом, однако не снимается полностью.

Из сравнения двух рассмотренных методов фазового анализа можно заметить, что они оба имеют общую основу, а именно: в том и другом случае используется главная часть разложения матрицы амплитуды рассеяния по ортогональным функциям. Поэтому второй метод не намного облегчает процедуру фазового анализа. С учетом сказанного и того обстоятельства, что модифицированный анализ только начинает развиваться, в данной работе используется первый метод.

Поэтому для решения задачи оценим сначала максимальное значение орбитального момента, вкладом которого во взаимодействие пренебрегать еще нельзя. Используем для этого классическое выражение для момента количества движения двух сталкивающихся частиц и приравняем его квантовому:

$$mvz_0 = \hbar \sqrt{\ell(\ell+1)}, \text{ откуда для } \ell > 1 \text{ получаем } \ell \approx \frac{mv}{\hbar} z_0,$$

где  $m = \frac{m_1 \cdot m_2}{m_1 + m_2}$ ,  $z_0$  - эффективный радиус взаимодействия,  $v$  - относительная скорость сталкивающихся частиц с массами  $m_1$  и  $m_2$ ,  $K$  - волновой вектор частиц, равный  $\frac{1}{\lambda} = \frac{mv}{\hbar}$ .

Для протонов, сталкивающихся в лабораторной системе с энергией 650 Мэв, величина  $\ell$  в системе их центра масс получается равной  $Kz_0 = 3,5 \approx 4$ . Здесь  $z_0$  для протонов взят равным  $1,3 \cdot 10^{-13}$  см.

Если  $\ell = 4$  принять за  $\ell_{max}$ , то, используя формулу /6,3/ работы /26/ для элементов матрицы  $R$ , можно оценить вклад во взаимодействие состояний с  $\ell > 4$  по отношению к  $\ell = 4$ . С учетом условий применимости указанной формулы эти соотношения в первом приближении имеют следующие значения:

$$\frac{(\ell=5|R|\ell=5)}{(\ell=4|R|\ell=4)} = \frac{1}{10}, \quad \frac{(\ell=6|R|\ell=6)}{(\ell=4|R|\ell=4)} = \frac{3}{1000}$$

На основании этих соотношений можно ожидать, что вклад во взаимодействие от  $H$  состояния /  $\ell = 5$  / будет невелик, и можно ограничиться  $G$  состоянием /  $\ell = 4$ /. Хотя и не строго, но к этому же выводу можно прийти, если проанализировать поляризацию протонов при 635 Мэв /см.работу /13//, из которой следует, что наивысшим состоянием, которое дает заметный вклад во взаимодействие, является  $F$  - состояние. Поэтому с учетом изложенных соображений дальнейший анализ будет проводиться для  $\ell \leq 4$ .

Запишем теперь полную матрицу рассеяния, которая учитывает наряду с упругими процессами и неупругие, приводящие к образованию  $\pi$  - мезонов. Этот вопрос рассмотрен в обзоре /18/, где сделан учет всех возможных каналов реакции для протонов с энергией 650 Мэв. Если принять во внимание приведенные там обоснования, то матрицы  $S^{\pi\pi}$  запишутся в следующем виде:

Тип реакции	Переход	Матричный элемент перехода	Матрица $S^{\pi\pi}$
1	2	3	4
$p+p \rightarrow p+p$	$^1S_0 \rightarrow ^1S_0$	$S_{00}^0$	$S^{0+} = S_{00}^0$
$p+p \rightarrow \begin{cases} p+p \\ p+n+\pi^+ \\ p+p+\pi^0 \end{cases}$	$\begin{cases} ^3P_0 \rightarrow ^3P_0 \\ ^3P_0 \rightarrow (^1P_1 P)_0 \\ ^3P_0 \rightarrow (^3P_1 P)_0 \end{cases}$	$\begin{cases} S_{11} = S_{11}^0 \\ S_{12} \\ S_{13} \end{cases}$	$S^{0-} = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} \\ S_{12} & S_{22} & S_{23} \\ S_{13} & S_{23} & S_{33} \end{pmatrix}$
$p+p \rightarrow \begin{cases} p+p \\ p+n+\pi^+ \\ p+p+\pi^0 \end{cases}$	$\begin{cases} ^3P_1 \rightarrow ^3P_1 \\ ^3P_1 \rightarrow (^1P_1 P)_1 \\ ^3P_1 \rightarrow (^3P_0 P)_1 \\ ^3P_1 \rightarrow (^3P_1 P)_1 \\ ^3P_1 \rightarrow (^3P_2 P)_1 \end{cases}$	$\begin{cases} S_{11} = S_{11}^1 \\ S_{12} \\ S_{13} \\ S_{14} \\ S_{15} \end{cases}$	$S^{1-} = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & S_{14} & S_{15} \\ S_{12} & S_{22} & S_{23} & S_{24} & S_{25} \\ S_{13} & S_{23} & S_{33} & S_{34} & S_{35} \\ S_{14} & S_{24} & S_{34} & S_{44} & S_{45} \\ S_{15} & S_{25} & S_{35} & S_{45} & S_{55} \end{pmatrix}$

1	2	3	4
$p+p \rightarrow p+p$ $d+\pi^+$ $n+p+\pi^+$	${}^1D_2 \rightarrow {}^1D_2$ ${}^1D_2 \rightarrow [({}^3S_1)P]_2$ ${}^1D_2 \rightarrow ({}^3S_1P)_2$	$S_{11} = S_{00}^2$ $S_{12}$ $S_{13}$	$S^{2+} = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} \\ S_{12} & S_{22} & S_{23} \\ S_{13} & S_{23} & S_{33} \end{pmatrix}$
$p+p \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} p+p \\ p+n+\pi^+ \\ p+p+\pi^0 \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} {}^3P_2 \rightarrow {}^3P_2 \\ {}^3P_2 \rightarrow {}^3F_2^{xx)} \\ {}^3F_2 \rightarrow {}^3F_2 \\ {}^3P_2 \rightarrow ({}^1P_1P)_2 \\ {}^3P_2 \rightarrow ({}^3P_1P)_2 \\ {}^3P_2 \rightarrow ({}^3P_2P)_2 \end{array} \right.$	$S_{22} = S_{11}^{2+}$ $S_{12} = S_{13}^{2+}$ $S_{11} = S_{13}^{2+}$ $S_{23}$ $S_{24}$ $S_{25}$	$S^{2-} = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & S_{14} & S_{15} \\ S_{12} & S_{22} & S_{23} & S_{24} & S_{25} \\ S_{13} & S_{23} & S_{33} & S_{34} & S_{35} \\ S_{14} & S_{24} & S_{34} & S_{44} & S_{45} \\ S_{15} & S_{25} & S_{35} & S_{45} & S_{55} \end{pmatrix}^{*)}$
$p+p \rightarrow p+p$	${}^3F_3 \rightarrow {}^3F_3$	$S_{13}^{3+}$	$S^{3-} = S_{13}^{3+}$
$p+p \rightarrow p+p$	${}^1G_4 \rightarrow {}^1G_4$	$S_{04}^{4+}$	$S^{4+} = S_{04}^{4+}$
$p+p \rightarrow p+p$	${}^3F_4 \rightarrow {}^3F_4$	$S_{13}^{4+}$	$S^{4-} = S_{13}^{4+}$

x/ Матричные элементы  $S_{13}$ ,  $S_{14}$  и  $S_{15}$ , ответственные за образование мезонов из состояния  ${}^3F_2$ , по модулю должны быть значительно меньше элементов  $S_{23}$ ,  $S_{24}$ ,  $S_{25}$ .

x/ Образование мезонов из начального состояния  ${}^3F_2$  для рассматриваемого значения энергии идет с малой вероятностью и здесь не рассматривается.



Здесь приняты следующие обозначения: состояние для двух нуклонов и  $\pi$ -мезона обозначено  $(\begin{smallmatrix} 2S+1 \\ L_j \end{smallmatrix} \ell_\pi)$ , где  $S$ ,  $L$ ,  $j$  - полный спин, орбитальный момент и полный момент подсистемы из двух нуклонов соответственно,  $\ell_\pi$  - момент  $\pi$ -мезона относительно центра масс подсистемы из двух нуклонов,  $J$  - полный момент системы. Матричные элементы, относящиеся к упругим каналам реакции имеют символическую запись  $\begin{smallmatrix} 3 \\ S' \end{smallmatrix} \begin{smallmatrix} S \\ S' \end{smallmatrix} \begin{smallmatrix} \ell \\ \ell' \end{smallmatrix}$ , где штрихи относятся к системе после рассеяния,  $P$  - четность системы.

Так как элементы матрицы рассеяния являются величинами комплексными, то полное число неизвестных величин равно 20. Ими являются модули и фазы следующих матричных элементов, ответственных за упругие переходы:

$$\begin{smallmatrix} 3 \\ S' \end{smallmatrix} \begin{smallmatrix} S \\ S' \end{smallmatrix} \begin{smallmatrix} \ell \\ \ell' \end{smallmatrix} = \begin{smallmatrix} 0 \\ 00 \end{smallmatrix}; \begin{smallmatrix} 0 \\ 11 \end{smallmatrix}; \begin{smallmatrix} 1 \\ 11 \end{smallmatrix}; \begin{smallmatrix} 2 \\ 02 \end{smallmatrix}; \begin{smallmatrix} 2 \\ 11 \end{smallmatrix}; \begin{smallmatrix} 2 \\ 13 \end{smallmatrix}; \begin{smallmatrix} 2 \\ 13 \end{smallmatrix}; \begin{smallmatrix} 3 \\ 13 \end{smallmatrix}; \begin{smallmatrix} 4 \\ 04 \end{smallmatrix}; \begin{smallmatrix} 4 \\ 13 \end{smallmatrix}.$$

Однако, фактическое число неизвестных величин, подлежащих определению из экспериментов по упругому рассеянию, будет меньше двадцати. В самом деле, сам выбор переходов связан с предположением, что модули элементов  $\begin{smallmatrix} 0 \\ 00 \end{smallmatrix}; \begin{smallmatrix} 3 \\ 13 \end{smallmatrix}; \begin{smallmatrix} 4 \\ 04 \end{smallmatrix}; \begin{smallmatrix} 4 \\ 13 \end{smallmatrix}$  равны 1. Далее из экспериментов по мезонообразованию можно найти модули матричных элементов  $\begin{smallmatrix} 0 \\ 11 \end{smallmatrix}; \begin{smallmatrix} 1 \\ 11 \end{smallmatrix}; \begin{smallmatrix} 2 \\ 02 \end{smallmatrix}$  и величины  $\alpha = |\begin{smallmatrix} 2 \\ 11 \end{smallmatrix}|^2 + |\begin{smallmatrix} 2 \\ 13 \end{smallmatrix}|^2$  и  $\beta = |\begin{smallmatrix} 2 \\ 13 \end{smallmatrix}|^2 + |\begin{smallmatrix} 2 \\ 11 \end{smallmatrix}|^2 / 18$ . И, наконец, одно квадратичное соотношение получается из условия ортогональности для элементов матрицы рассеяния  $S^{2-}$ :

$$S_{11} \check{S}_{12}^* + S_{12} \check{S}_{22}^* + S_{13} \check{S}_{23}^* + S_{14} \check{S}_{24}^* + S_{15} \check{S}_{25}^* = 0.$$

Остальные соотношения должны быть получены из выражений для экспериментально наблюдаемых величин. Однако, здесь следует заметить, что как выше перечисленные соотношения, так и экспериментальные данные представляют собой квадратичные выражения от элементов матрицы рассеяния. Поэтому для однозначного определения 20 указанных величин необходимо иметь систему из определенного числа алгебраических уравнений второй степени. Причем, предсказать заранее число таких уравнений, даже зная их структуру, из общих соображений не представляется возможным, так как это зависит от точности экспериментальных данных, их величин и значения корней уравнений, то есть от значения искомых величин. Ясно лишь, что число всех уравне-

ний должно быть больше 20. Поэтому задачу об однозначном определении искомых величин необходимо решать поэтапно: сначала найти возможные наборы этих величин по известным опытам, а затем, по мере появления новых экспериментальных данных, сокращать этот набор до единственно возможного.

К приведенным выше 10 соотношениям добавим теперь первые 13 квадратичных уравнений, связывающих экспериментальные величины по упругому рассеянию с элементами матрицы  $S$ . Если впоследствии окажется, что указанных экспериментов будет недостаточно для определения 20 искомых величин, то общие формулы, полученные в этой работе, позволят написать аналогичные соотношения и для других дополнительных экспериментов.

Примем во внимание результаты уже проведенных измерений. При энергии 650 Мэв к настоящему времени выполнены следующие эксперименты по упругому рассеянию протонов на протонах: измерены дифференциальное сечение  $\sigma(\nu)$  /3,4, 14/ и поляризация  $P(\nu)$  /13/, а также тензор поляризации  $T_{nn}$ , найденный путем определения деполяризации под углом  $\vartheta_{c.m.} = 90^\circ$  /11/.

Эти данные позволяют написать 9 квадратичных соотношений для элементов матрицы рассеяния. Из них 5 выражений получаются из коэффициентов разложения  $\sigma(\nu)$  по  $\cos(\nu)$  и 3 - из коэффициентов разложения поляризации. Девятое соотношение получается из тензора поляризации  $T_{nn}$  под углом  $90^\circ$ . Ниже будет приведен их явный вид. Остальные 4 соотношения могут быть получены из экспериментов по измерению  $P_{ik}(\nu)$  - тензора корреляции спиновых состояний рассеянного протона и протона отдачи, а также  $T_{ik}(\nu)$  и  $K_{ik}(\nu)$  - тензора поляризации для рассеянного протона и протона отдачи соответственно /опыт по тройному рассеянию протонов/ /16/. Причем, можно либо измерить любые две компоненты из указанных тензоров в широком интервале углов с хорошей точностью так чтобы коэффициент разложения при старшем члене был значительно больше его ошибки, либо выполнить измерение для любых 4 компонент тензоров под соответствующими углами, например,  $P_{yy}(\nu_1)$ ,  $P_{zz}(\nu_2)$ ,  $T_{yy}(\nu_3)$ ,  $T_{zz}(\nu_4)$ . В том и другом случае число независимых соотношений будет достаточно /не менее 4/. С точки зрения экспериментальных возможностей второй вариант является более приемлемым.

С учетом этих обстоятельств можно предложить следующий набор экспериментов для определения упругой части матрицы  $p$ - $p$ -рассеяния с учетом

каналов неупругих процессов:

1. Дифференциальное сечение  $\sigma(\nu)$  на неполяризованном пучке, с использованием при этом данных работ /3, 4, 14/;
2. Поляризацию  $P(\nu)$  вторично рассеянных нуклонов, с использованием при этом экспериментальных данных /13/;
3. Тензор поляризации  $T_{yy}(\nu=90^\circ)$  /11/, который найден из экспериментов по определению деполаризации;
4. Тензор корреляции поляризаций  $P_{yy}(\nu=90^\circ)$ , определяемый из опыта, в котором плоскости анализирующих рассеяний совпадают с плоскостью первого рассеяния;
5. Тензор корреляции поляризаций  $P_{\perp\perp}(\nu=90^\circ)$ , определяемый из эксперимента, в котором плоскости анализирующих рассеяний перпендикулярны основному рассеянию;
6. Тензор поляризации  $T_{yy}(\nu=\frac{\pi}{3})$ , определяемый из экспериментов по деполаризации;
7. Тензор поляризации  $T_{\perp\perp}(\nu=90^\circ)$  находится из опыта по тройному рассеянию, в котором все три плоскости взаимно перпендикулярны /эксперимент по определению параметра  $R$  /.

Ниже будут приведены выражения для этих величин в явном виде, как функций матричных элементов матрицы рассеяния.

### 3. Операторный формализм для реакции $a+b \rightarrow c+d$

Для описания реакции общего вида  $a+b \rightarrow c+d$  используем аппарат, развитый в работе /15/, где среднее значение любого оператора  $\Omega$  представляется в виде:  $\langle \Omega \rangle = Sp(\rho \Omega)$  при условии, что  $Sp(\rho) = 1$ . Здесь  $\rho$  означает матрицу плотности пучка. Выберем в объединенном спиновом пространстве частиц  $a$  и  $b$  /  $2S_a + 1/2$  /  $2S_b + 1/2$  базисных эрмитовых матриц  $\Omega^M$ , удовлетворяющих соотношению ортогональности

$$Sp(\Omega^M \Omega^N) = (2S_a + 1)(2S_b + 1) \delta_{MN}; \quad \delta_{\mu\nu} = \begin{cases} 1 & \text{при } \mu = \nu \\ 0 & \text{при } \mu \neq \nu \end{cases},$$

где  $S_a$  и  $S_b$  - спины частиц  $a$  и  $b$  соответственно. Разложим матрицу падающего пучка  $\rho_{\text{пад}}$  по  $\Omega^V$ :  $\rho_{\text{пад}} = \sum_V C_V \Omega^V$ .  
Для нахождения коэффициентов разложения  $C_V$  умножим последнее равенство справа на  $\Omega^M$  и от обеих его частей найдем  $Sp$ . Тогда

$$Sp(\rho_{\text{пад}} \Omega^M) = Sp \sum_V C_V \Omega^V \Omega^M = C_M (2S_a + 1)(2S_b + 1).$$

Однако, по определению средних значений операторов  $Sp(\rho_{\text{пад}} \Omega^M) = \langle \Omega^M \rangle_{\text{пад}}$ .

Поэтому 
$$C_M = \frac{\langle \Omega^M \rangle_{\text{пад}}}{(2S_a + 1)(2S_b + 1)}$$

$$\rho_{\text{пад}} = \frac{1}{(2S_a + 1)(2S_b + 1)} \sum_M \langle \Omega^M \rangle_{\text{пад}} \Omega^M. \quad /3.1/$$

После столкновения система состоит из пучков частиц  $c$  и  $d$  со спинами  $S_c$  и  $S_d$  соответственно. Этот рассеянный пучок полностью описывается матрицей плотности  $\rho_{\text{расс.}}$  в объединенном спиновом пространстве частиц  $c$  и  $d$ . Если известна матрица перехода  $M(a+b \rightarrow c+d)$ , преобразующая каждое чистое спиновое состояние падающего пучка в соответствующее состояние в рассеянном пучке, то для рассеянного пучка будем иметь

$$\rho_{\text{расс.}} = M \rho_{\text{пад}} M^+. \quad /3.2/$$

Здесь  $Sp(\rho) \neq 1$  и представляет собой дифференциальное сечение реакции. Среднее значение какого-либо оператора в рассеянном пучке определяется соотношением

$$\langle \Omega' \rangle_{\text{расс.}} = \frac{Sp(\rho_{\text{расс.}} \Omega')}{Sp(\rho_{\text{расс.}})}. \quad /3.3/$$

Используя /3.1/ и /3.3/, найдем выражение для дифференциального сечения реакции и среднего значения оператора  $\Omega'$ :

$$\sigma = \frac{1}{(2S_a + 1)(2S_b + 1)} Sp(M \sum_M \langle \Omega^M \rangle_{\text{пад}} \Omega^M M^+) \quad /3.4/$$

$$\langle \Omega' \rangle_{\text{расс.}} = \frac{Sp(M \sum_M \langle \Omega^M \rangle_{\text{пад}} \Omega^M M^+ \Omega')}{Sp(M \sum_V \langle \Omega^V \rangle_{\text{пад}} \Omega^V M^+)} \quad /3.5/$$

Из формул /3.4/ и /3.5/ получим выражения для ряда частных случаев рассеяния протонов на протонах /  $S_a = S_B = \frac{1}{2}$  /. Например, для рассеяния неполяризованного пучка протонов на неполяризованной мишени будем иметь:

$$\sigma_{un} = \frac{1}{4} \text{Sp}(MM^+) \quad /3.6/$$

$$\sigma_{un} \vec{P}_{un} = \frac{1}{4} \text{Sp}(M^+ \vec{\sigma} M). \quad /3.7/$$

Здесь  $\vec{\sigma}$  написано вместо  $\hat{\sigma} \times I$ , где  $\times$  - знак прямого произведения операторов. Определим оператор корреляции поляризаций в следующем виде:

$$\hat{P}_{ik}(1,2) = \hat{\sigma}(1)_i \times \hat{\sigma}(2)_k. \quad /3.8/$$

Тогда тензор корреляции поляризаций на неполяризованном пучке получается из /3.5/ как среднее значение оператора /3.8/:

$$\sigma(v) P_{ik}(v) = \frac{1}{4} \text{Sp}(M^+ \hat{\sigma}(1)_i \hat{\sigma}(2)_k M). \quad /3.9/$$

Рассмотрим теперь рассеяние поляризованного пучка на неполяризованной мишени. В этом случае в падающем пучке отличными от нуля будут средние значения операторов  $I^{(1)}$  и  $I^{(2)}$  и  $\hat{\sigma}(1) \times I^{(2)}$ , где  $I^{(i)}$  - единичный оператор в спиновом пространстве  $i$  - частицы. Дифференциальное сечение рассеяния легко получается из /3.4/. Оно имеет вид:

$$\sigma^{Pu} = \langle I^{(1)} \times I^{(2)} \rangle_{\text{расс}} = \frac{1}{4} [\text{Sp}(MM^+) + \text{Sp}(M^+ \vec{\sigma} M) \vec{P}_{\text{пад}}].$$

Здесь  $\vec{P}_{\text{пад}} = \langle \hat{\sigma}^{(1)} \times \hat{I}^{(2)} \rangle$ . Из условия инвариантности  $M$  относительно обращения времени следует, что  $\text{Sp}(M^+ \vec{\sigma} M) = \text{Sp}(M^* M \vec{\sigma})$ . Поэтому, учитывая /3.6/ и /3.7/, получим

$$\sigma^{Pu} = \frac{1}{4} \sigma_{un} (1 + \vec{P}_{\text{пад}} \cdot \vec{P}_{un}). \quad /3.10/$$

Среднее значение оператора спина в рассеянной волне определяется выражением /3.5/ и равно

$$\vec{p}^{pi} = \langle \vec{\sigma} \times \mathbf{1} \rangle_{\text{расс.}} = \frac{Sp(M^+ \vec{\sigma} M) + Sp(\vec{\sigma} M \vec{\sigma} \cdot \vec{P}_{\text{наг}} M^+)}{Sp(M^+ M) + Sp(M \vec{\sigma} M^+)} \vec{P}_{\text{наг}}$$

С учетом /3.6/ и /3.7/ это соотношение переписывается в виде

$$\vec{p}^{pi} = \frac{\rho_{pi} + \vec{J} \cdot \vec{P}_{\text{наг}}}{1 + \vec{P}_{\text{наг}} \cdot \vec{P}_{\text{наг}}}, \quad /3.11/$$

где  $\vec{J} \cdot \vec{P}_{\text{наг}}$  - скалярное произведение тензора  $\vec{J}$  на вектор  $\vec{P}_{\text{наг}}$ . Тензор  $\vec{J}$  имеет компоненты

$$J_{ik} = \frac{Sp(\sigma_i M \sigma_k M^+)}{Sp(M M^+)}, \quad /3.12/$$

где  $i$  - индекс налетающей частицы,  $k$  - рассеянной /отдачи/ частицы. Вектор поляризации  $\vec{p}^{pi}$  определяется из экспериментов по тройному рассеянию. Компоненты  $J_{ik}$  тензора поляризации определяют влияние  $i$  компоненты вектора  $\vec{P}_{\text{наг}}$  на  $k$  компоненту вектора  $\vec{p}^{pi}$ . Выражение /3.12/ будет использовано ниже при анализе частных случаев из задачи по тройному рассеянию.

Чтобы использовать формулы /3.4/ - /3.12/ необходимо еще определить матричные элементы матрицы перехода  $M$ , вид которых предполагался известным.

#### 4. Элементы матрицы перехода $M$

По определению матрица  $M$  является оператором, который преобразует каждое чистое спиновое состояние  $\chi_{S m_S}$  системы до взаимодействия в соответствующее состояние  $\chi_{S' m'_S}$  после взаимодействия. Поэтому для нахождения ее элементов запишем начальное состояние системы с заданным суммарным спином  $S$  и его проекцией  $m_S$  на ось  $Z$  в следующем виде:

$$\psi_{\text{наг}} = e^{ikz} \chi_{S m_S} \quad /4.1/$$

Состояние системы после взаимодействия представим в виде:

$$\Psi_{\text{кон.}} = \Psi_{\text{наз.}} + \Psi_{\text{реакц.}} \quad /4.2/$$

Разлагая  $\Psi_{\text{наз.}}$  и  $\Psi_{\text{кон.}}$  по сферическим функциям и вычитая /4.1/ из /4.2/, получим, следуя /1/, асимптотическую форму /при больших  $z$ / для  $\Psi_{\text{реакц.}}$  в канале  $S'$  :

$$\Psi_{\text{реакц.}}(s') = \frac{\exp(ikz)}{z} \sum_{m'_s = -s'}^{s'} M_{s'm'_s}^{sm_s}(\psi, \varphi) \chi_{sm_s}, \quad /4.3/$$

где  $M_{s'm'_s}^{sm_s}$  - амплитуда реакции /матричный элемент матрицы  $M$ / имеет вид:

$$M_{s'm'_s}^{sm_s} = i\lambda \sum_{j=0}^{\infty} \sum_{M=j}^j \sum_{\ell=|j-s|}^{j+s} \sum_{\ell'=|j-s'|}^{j+s'} \sum_{M'=-\ell'}^{\ell'} i^{\ell-\ell'} \sqrt{\pi(2\ell+1)} \times \\ \times (ls0m_s | lsJM) (l's'm' | l's'JM) (\delta_{ss'} \delta_{\ell\ell'} - S_{s'\ell'}^{s\ell}) Y_{\ell'}^{M'}(\psi, \varphi) \quad /4.4/$$

Здесь  $(ls0m_s | lsJM)$  - есть коэффициенты Клебша-Гордана,  $Y_{\ell'}^{M'}(\psi, \varphi)$  - нормированные сферические функции. Сумма по  $M$  содержит только один член с  $M = m_s$  и  $M' = M - m'_s = m_s - m'_s$ . Выражение /4.4/ следует умножить еще на коэффициент, учитывающий антисимметричность волновой функции системы из двух тождественных частиц. Этот коэффициент имеет следующий вид /24/:

$$\frac{1}{2} [1 + (-1)^{\ell+s}] [1 + (-1)^{\ell'+s'}]. \quad /4.5/$$

Если ограничиться состояниями с  $\ell \leq 4$  и учесть сохранение четности в реакции, то по формулам /4.4/ и /4.5/ можно найти все элементы матрицы перехода. Приведем результат для  $M_{s'm'_s}^{sm_s}$  :

$$M_{11} = M_{-1-1} = i\lambda_2 \sqrt{\pi} (\alpha_1 y_1^0 + \alpha_2 y_3^0);$$

$$M_{1-1} = i\lambda_2 \sqrt{\pi} (\gamma_1 y_3^2);$$

$$M_{-11} = i\lambda_2 \sqrt{\pi} (\gamma_1 y_3^{-2});$$

$$M_{-10} = i\lambda_2 \sqrt{\pi} (\beta_1 y_1^{-1} + \beta_2 y_3^{-1});$$

$$M_{10} = i\lambda_2 \sqrt{\pi} (\beta_1 y_1^1 + \beta_2 y_3^1);$$

/4.6/

$$M_{01} = i\lambda_2 \sqrt{\pi} (\delta_1 y_1^{-1} + \delta_2 y_3^{-1});$$

$$M_{0-1} = i\lambda_2 \sqrt{\pi} (\delta_1 y_1^1 + \delta_2 y_3^1);$$

$$M_{00} = i\lambda_2 \sqrt{\pi} (\eta_1 y_1^0 + \eta_2 y_3^0);$$

$$M_{ss} = i\lambda_2 \sqrt{\pi} (s_0 y_0^0 + s_d y_2^0 + 3g_4 y_4^0)$$

Здесь были использованы следующие обозначения:

$$M_{m_s m_s'} \equiv M_{s' m_s'}^{s m_s} \quad - \quad \text{в силу сохранения спина } S \text{ в } p\text{-} \text{рассеянии;}$$

$$M_{ss} \equiv M_{00}^0; \quad d_2 = 1 - S_{02}^2;$$

$$s_0 = 1 - S_{00}^0; \quad g_4 = 1 - S_{04}^4;$$

$$d_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} (2 - S_{11}^1) - \frac{\sqrt{3}}{2} S_{11}^2 + \frac{1}{\sqrt{2}} S_{11}^3;$$

$$d_2 = \frac{1}{\sqrt{7}} (1 - S_{13}^2) + \sqrt{\frac{3}{14}} S_{13}^3 + \frac{\sqrt{7}}{2} (1 - S_{13}^3) + \frac{5}{2\sqrt{7}} (1 - S_{13}^4);$$

/4.7/

$$\beta_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} (S_{11}^1 - S_{11}^2) + \frac{1}{\sqrt{2}} S_{13}^3;$$

$$\beta_2 = \sqrt{\frac{3}{21}} (S_{13}^2 - 1) - \frac{2}{\sqrt{7}} S_{13}^3 + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{7}{6}} (S_{13}^3 - 1) + \frac{5}{2} \sqrt{\frac{3}{14}} (1 - S_{13}^4);$$



$$\gamma_1 = \sqrt{\frac{10}{21}} (1 - S_{13}^2) + \sqrt{\frac{5}{7}} S_{13}^2 + \sqrt{\frac{35}{24}} (S_{13}^3 - 1) + \sqrt{\frac{15}{56}} (1 - S_{13}^4);$$

$$\delta_1 = \frac{1}{\sqrt{3}} (S_{11}^0 - S_{11}^2) - \frac{1}{\sqrt{2}} S_{13}^2;$$

$$\delta_2 = \sqrt{\frac{6}{7}} (S_{13}^2 - 1) + \frac{2}{\sqrt{7}} S_{13}^2 + \sqrt{\frac{6}{7}} (1 - S_{13}^4);$$

$$\eta_1 = \frac{2}{\sqrt{3}} (1 - S_{11}^2) - \sqrt{2} S_{13}^2 + \frac{1}{\sqrt{3}} (1 - S_{11}^0);$$

$$\eta_2 = \frac{3}{\sqrt{7}} (1 - S_{13}^2) - \sqrt{\frac{6}{7}} S_{13}^2 + \frac{4}{\sqrt{7}} (1 - S_{13}^4).$$

Выражения /4.6/ получены в системе  $K_{31}$ , где ось  $Z$  системы координат направлена по волновому вектору  $\vec{k}$  падающего пучка. Оси  $X$  и  $Y$  неопределенны. Если выбрать правую систему координат и ось  $Y$  направить по нормали к плоскости рассеяния, то есть  $Y \parallel \vec{n} = [\vec{k}_0 \vec{k}_1]$ , то ось  $X$  будет параллельна вектору  $[\vec{n} \vec{k}_0]$ . Причем в этой системе координат для угла  $\psi_{y.m.} = 90^\circ$

$$M_{11} = M_{-1-1} = M_{1-1} = M_{-11} = M_{00} = 0 \quad /4.6a/$$

Для вычисления  $S_p$  матрицы  $M$  и  $M^+$  будут использоваться в следующей записи:

$$M = \begin{pmatrix} M_{11} & M_{01} & M_{-11} & 0 \\ M_{10} & M_{00} & M_{-10} & 0 \\ M_{1-1} & M_{0-1} & M_{-1-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & M_{ss} \end{pmatrix}; \quad M^+ = \begin{pmatrix} M_{11}^* & M_{10}^* & M_{-1-1}^* & 0 \\ M_{01}^* & M_{00}^* & M_{0-1}^* & 0 \\ M_{11}^* & M_{-10}^* & M_{-1-1}^* & 0 \\ 0 & 0 & 0 & M_{ss}^* \end{pmatrix} \quad /4.8/$$

Таким образом, матрица  $M$  определена в ортогональном базисе  $\chi_{S m_s}(1,2)$  четырехмерного спинового пространства. В этом же базисе следует записывать и спиновые операторы наблюдаемых величин.

5. Выражение наблюдаемых в эксперименте величин через элементы матрицы рассеяния

Найдем теперь аналитическую зависимость экспериментально наблюдаемых величин от элементов матрицы рассеяния. Используемые здесь методы могут быть легко распространены и на другие опыты, не вошедшие в этот набор.

Прежде всего заметим, что если выполнить задачу о нахождении аналитической зависимости экспериментальных величин от матричных элементов  $S_{s'l'}^{sl}$ , то тем самым, по существу, будет решена и вся задача, поставленная в этой работе. В самом деле, имея аналитическое выражение для величины, полученной в опыте по упругому рассеянию, через матричные элементы  $S_{s'l'}^{sl}$  и их модули, можно, с одной стороны, непосредственно судить о влиянии на эту экспериментально наблюдаемую величину неупругих процессов за счет изменения  $|S_{s'l'}^{sl}|$  и, с другой стороны, это выражение служит формулой для нахождения матричных элементов матрицы рассеяния, т.е. для восстановления самой матрицы  $S$  по экспериментальным данным.

1. Выразим в системе  $K_{S1}$  центра масс двух сталкивающихся протонов дифференциальное сечение рассеяния неполяризованного пучка через элементы  $S_{s'l'}^{sl}$  рассеяния. Для этого используем соотношения /3.6/, /4.6/ и /4.8/. Опуская промежуточные вычисления, выпишем конечный результат:

$$\sigma(\nu) = \chi^2 [A_0 + A_2 \cos^2 \nu + A_4 \cos^4 \nu + A_6 \cos^6 \nu + A_8 \cos^8 \nu]. \quad /5.1/$$

Здесь коэффициенты  $A_i$  имеют вид /см.4.7/

$$A_0 = -4 \operatorname{Re} [0,351(\beta_1 \beta_2^* + \delta_1 \delta_2^*) + 0,312 d_2 s_0^* + 1,054 g_4 d_2^* - 0,422 g_4 s_0^*] + \\ + 0,75(|\beta_1|^2 + |\delta_1|^2) + 0,656(|\beta_2|^2 + |\delta_2|^2) + 0,25|s_0|^2 + 1,56|d_2|^2 + 2,85|g_4|^2;$$

$$\begin{aligned}
 A_2 &= 0,75(2|d_1|^2 + |\eta_1|^2) + 3,934(2|d_2|^2 + |\eta_2|^2) - 9,36|d_2|^2 - 56,92|g_4|^2 - 0,75(|\beta_1|^2 + |\delta_1|^2) - \\
 &- 7,216(|\beta_2|^2 + |\delta_2|^2) + 6,56|\gamma_1|^2 + \operatorname{Re}[-3,436(2d_2 d_1^* + \eta_2 \eta_1^*) + 54,84 g_4 d_2^* - \\
 &- 16,876 g_4 \xi_0^* + 3,748 d_2 \xi_0^* + 8,416(\beta_1 \beta_2^* + \delta_1 \delta_2^*)]; \\
 A_4 &= \operatorname{Re}[5,728(2d_1 d_2^* + \eta_1 \eta_2^*) - 175,8 g_4 d_2^* + 19,688 g_4 \xi_0^* - 7,016(\beta_1 \beta_2^* + \delta_1 \delta_2^*)] - \\
 &- 13,124(2|d_2|^2 + |\eta_2|^2) + 14,064|d_2|^2 + 351,2|g_4|^2 + \\
 &+ 22,968(|\beta_2|^2 + |\delta_2|^2) - 13,124|\gamma_1|^2; \\
 A_6 &= 10,936(2|d_2|^2 + |\eta_2|^2) - 664,4|g_4|^2 - 16,408(|\beta_2|^2 + |\delta_2|^2) + \\
 &+ 6,56|\gamma_1|^2 + 147,64 g_4 d_2^*; \\
 A_8 &= 387,6|g_4|^2
 \end{aligned}$$

2. Установим зависимость поляризации рассеянного пучка протонов от элементов матрицы рассеяния. Поляризация  $\vec{P}^{in}$ , возникающая при рассеянии неполяризованного пучка нуклонов на неполяризованной мишени, будет параллельна перпендикуляру к плоскости основного рассеяния. Поэтому в выбранной системе координат  $K_{S1}$ , вектор  $\vec{P}^{in}$  будет параллелен оси  $Y$ . По формуле /3.7/ для вектора поляризации получаем следующее соотношение:

$$\sigma(u) P(u, \varphi) = \frac{1}{4} \operatorname{Sp}(M + \hat{\sigma}_y M). \quad /3.7a/$$

Для вычисления правой части этого равенства необходимо сначала выразить оператор  $\hat{\sigma}_y$  в ортонормированном базисе  $\chi_{sm_s}$ . Эту операцию обычно проделывают путем унитарного преобразования от базиса, представляющего собой прямое произведение ортов двух двумерных спинорных пространств первой и второй частицы, к базису  $\chi_{sm_s}$ . Однако, этот путь хорош лишь при общих рассмотрении задачи и не является наилучшим при анализе частных случаев, подобных взятым. Рациональнее использовать метод прямой записи оператора в ортогональном базисе. В качестве примера проделаем эту процедуру для оператора  $\hat{\sigma}_y$  подробно. Предварительно выпишем следую-

щие соотношения:

$$\hat{\sigma}_y \alpha = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ i \end{pmatrix} = i\beta; \quad \hat{\sigma}_y \beta = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -i \\ 0 \end{pmatrix} = -i\alpha, \quad /5.2/$$

где  $\alpha$  и  $\beta$  представляют собою собственные  $\psi$  функции оператора  $\hat{\sigma}_z$  для частиц со спином 1/2. Поэтому

$$\hat{\sigma}_y(1) \chi_{1,1}(1,2) = \hat{\sigma}_y(1) \alpha(1) \alpha(2) = i\beta(1) \alpha(2) = \frac{i}{\sqrt{2}} \chi_{1,0} - \frac{i}{\sqrt{2}} \chi_{0,0}; \quad /5.3/$$

$$\begin{aligned} \hat{\sigma}_y(1) \chi_{1,0}(1,2) &= \hat{\sigma}_y(1) \frac{1}{\sqrt{2}} [\alpha(1)\beta(2) + \beta(1)\alpha(2)] = \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} [i\beta(1)\beta(2) - i\alpha(1)\alpha(2)] = -\frac{i}{\sqrt{2}} \chi_{1,1} + \frac{i}{\sqrt{2}} \chi_{1,-1}; \end{aligned}$$

$$\hat{\sigma}_y(1) \chi_{1,-1}(1,2) = \hat{\sigma}_y(1) \beta(1) \beta(2) = -i\alpha(1)\beta(2) = -\frac{i}{\sqrt{2}} \chi_{1,0} - \frac{i}{\sqrt{2}} \chi_{0,0};$$

$$\begin{aligned} \hat{\sigma}_y(1) \chi_{0,0} &= \hat{\sigma}_y(1) \frac{1}{\sqrt{2}} [\alpha(1)\beta(2) - \beta(1)\alpha(2)] = \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} [i\beta(1)\beta(2) + i\alpha(1)\alpha(2)] = \frac{i}{\sqrt{2}} \chi_{1,1} + \frac{i}{\sqrt{2}} \chi_{1,-1}. \end{aligned}$$

Соотношения /5.3/ позволяют сразу записать оператор Паули в матричном виде в базисе  $\chi_{sm_s}$ :

$$\hat{\sigma}_y(1) = \frac{i}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad /5.4/$$

Подставляя /4.8/ и /5.4/ в /3.7a/, находим выражение для поляризации в системе координат  $K_{S1}$  :

$$\begin{aligned} \sigma(\nu) P(\nu) = \frac{1}{2\sqrt{2}} \operatorname{Im} [ & M_{11} M_{10}^* + M_{10} M_{1-1}^* + M_{01} M_{00}^* + \\ & + M_{00} M_{0-1}^* + M_{-11} M_{-10}^* + M_{-10} M_{-1-1}^* ] \end{aligned} \quad /5.5/$$

Такое же выражение для поляризации и некоторые аналогичные соотношения для тензоров поляризации и корреляции получены в работах /22, 21/. В данной работе эти выражения систематизируются и дополняются рядом соотношений для компонент тензора поляризации. Непосредственная подстановка значений матричных элементов из /4.6/ в выражение /5.5/ дает:

$$\sigma(\nu) P(\nu, \varphi) = \frac{\chi^2}{\sqrt{2}} \sin \vartheta \cos \vartheta \cos \varphi [ B_0 + B_2 \cos^2 \vartheta + B_4 \cos^4 \vartheta ], \quad /5.6/$$

причем коэффициенты  $B_i$  имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} B_0 = \operatorname{Im} [ & \frac{3}{2} \sqrt{\frac{21}{2}} (d_2 \beta_1^* + \delta_1^* \eta_2) - \frac{3}{2} (d_1 \beta_1^* + \delta_1^* \eta_1) + \frac{\sqrt{63}}{4} (d_1 \beta_2^* + \delta_2^* \eta_1) - \\ & - \frac{21}{8} \sqrt{3} (d_2 \beta_2^* + \delta_2^* \eta_2) - \frac{3}{4} \sqrt{35} \beta_1 \gamma_1^* + \frac{21}{8} \sqrt{\frac{5}{2}} \beta_2 \gamma_1^* ]; \\ B_2 = \operatorname{Im} [ & \frac{35}{2} \sqrt{3} (d_2 \beta_2^* + \delta_2^* \eta_2) - \frac{5}{2} \sqrt{\frac{21}{2}} (d_2 \beta_1^* + \delta_1^* \eta_2) - \frac{5}{4} \sqrt{63} (d_1 \beta_2^* + \delta_2^* \eta_1) + \\ & + \frac{3}{4} \sqrt{35} \beta_1 \gamma_1^* - \frac{63}{4} \sqrt{\frac{5}{2}} \beta_2 \gamma_1^* ]; \\ B_4 = \operatorname{Im} [ & \frac{105}{8} \sqrt{\frac{5}{2}} \beta_2 \gamma_1^* - \frac{175}{8} \sqrt{3} (d_2 \beta_2^* + \delta_2^* \eta_2) ]. \end{aligned}$$

Выражение /5.6/ записано в системе центра масс сталкивающихся протонов, т.е. в системе координат  $K_{S1}$ . Однако, измерение поляризации ведется в лабораторной системе координат  $K_{S2}$ , поэтому необходимо учесть лоренцовское преобразование вектора поляризации из системы координат  $K_{S2}$  в систему  $K_{S1}$ . Если выбрать систему координат  $K_{S2}$  с осями параллельными осям системы  $K_{S1}$ , то, как будет показано ниже, оказывается, что вектор поляризации  $\vec{P}_{\text{lab}} = P_y \vec{K}$  не изменяется при таком преобразовании. Преобразование испытывают лишь аргументы  $\vartheta, \varphi, E$  вектора

поляризации.

3. Найдем зависимость тензора корреляции спиновых состояний от углов и матричных элементов матрицы рассеяния. Задача корреляции поляризаций при рассеянии неполяризованного пучка протонов на неполяризованной водородной мишени впервые была рассмотрена в работе /6/ и с некоторой детализацией в /9,10/. В частности, в работе /6/ было показано, что тензор корреляции является симметричным и имеет четыре независимых компоненты  $P_{yy}$ ,  $P_{xx}$ ,  $P_{zx}$ ,  $P_{zz}$ , из которых  $P_{yy}$  измеряется в эксперименте в "чистом виде", а остальные - в виде линейной комбинации. Однако, авторы указанных работ свое рассмотрение задачи проводили для нерелятивистского случая и, следовательно, не учитывали поправок, связанных с лоренцовым сокращением угла /кинематическая поправка/ и релятивистским преобразованием тензора из лабораторной системы в систему центра масс /поправка на релятивистский поворот спина/. Наряду с этим они также не ставили своей целью искать зависимость компонент тензора от матричных элементов  $S_{s'l}^{sl}$ , для того частного случая, который рассматривается здесь.

Для энергии налетающего протона 650 Мэв кинематические и релятивистские поправки в сумме не являются малыми и, следовательно, имеет смысл искать зависимость  $P_{ik}$  от  $S_{s'l}^{sl}$  для релятивистского случая.

Предварительно в лабораторной системе координат  $K_{S2}$  /ось  $Z$  направлена по  $\vec{k}_0$ , а  $Y$  - по  $[\vec{k}_0 \vec{k}']$ / разложим тензор  $P_{\vec{n}\vec{m}}$  в линейную комбинацию компонент  $P_{ik}$ . Здесь  $i$  и  $k$  - суть  $x, y, z$  первой и второй частицы соответственно;  $\vec{n}$  и  $\vec{m}$  - единичные векторы, относительно которых анализируется спиновое состояние рассеянной частицы и частицы отдачи. По определению тензора корреляции поляризаций имеем:

$$P_{\vec{n}\vec{m}} = \langle ((\vec{\sigma}^{(1)} \vec{n}) (\vec{\sigma}^{(2)} \vec{m})) \rangle = \langle (\sigma_x^{(1)} n_x + \sigma_y^{(1)} n_y + \sigma_z^{(1)} n_z) \times \quad /5.7/ \\ \times (\sigma_x^{(2)} m_x + \sigma_y^{(2)} m_y + \sigma_z^{(2)} m_z) \rangle = n_x m_x P_{xx} + \\ + n_y m_y P_{yy} + n_z m_z P_{zz} + (n_x m_z + n_z m_x) P_{xz} .$$

Здесь учтено, что  $P_{xy} = P_{zy} = 0$ ;  $P_{xz} = P_{zx}$ . За единичные векторы  $\vec{n}$  и  $\vec{m}$  принимаются перпендикуляры к анализирующим плоско-

стям рассеяния /см. рис. 1, где изображена схема измерения корреляционной функции  $P_{\vec{n}\vec{m}}$  /.

Путем эйлерова вращения системы координат выразим компоненты векторов  $\vec{n}$  и  $\vec{m}$  через  $\theta, \omega, \varphi_1$  и  $\varphi_2$ ; здесь  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  - углы, образуемые векторами  $\vec{n}$  и  $\vec{m}$  с осью  $Y$ . За положительное направление отсчета угла принимается отсчет против часовой стрелки. Эйлерово вращение должно быть таким, чтобы после поворота ось  $Z'$  была направлена по вектору  $\vec{k}'$  / соответственно по  $\vec{k}''$  для второй частицы/, а ось  $Y'$  - параллельна вектору  $\vec{n}(\vec{m})$ . Тогда в новой системе координат вектор  $\vec{n}(\vec{m})$  будет иметь составляющие  $\vec{n}\{0,1,0\}(\vec{m}\{0,1,0\})$ . Если принять для углов Эйлера обозначения работы /8/, то легко можно догадаться /см.рис.1/, что для преобразования системы координат  $K_{S2}$  в  $K'_{S2}(K''_{S2})$  углы Эйлера будут иметь значения:

$$\text{для } K_{S2} \rightarrow K'_{S2} \quad \{\varphi_1, \theta, \varphi_2\} = \left\{ \frac{\pi}{2}, \theta, \frac{3}{2}\pi + \varphi_1 \right\};$$

$$\text{для } K_{S2} \rightarrow K''_{S2} \quad \{\varphi_1, \theta, \varphi_2\} = \left\{ \frac{\pi}{2}, 2\pi - (\omega - \theta), \frac{3}{2}\pi + \varphi_2 \right\}.$$

/5.8/

Здесь принято во внимание, что ось  $Y$  взята перпендикулярной к плоскости первого рассеяния, то есть угол  $\varphi = 0$ . Если матрицу преобразования от  $K_{S2}$  к  $K'_{S2}$  /  $K''_{S2}$  / обозначить через  $A'(A'')$ , то матрица обратного преобразования  $A'^{-1}(A''^{-1})$  есть транспонированная  $\tilde{A}'(\tilde{A}'')$ . Поэтому, если применить матрицу обратного преобразования /4.47/ из работы /8/ к векторам  $\vec{n}$  и  $\vec{m}$ , то их координаты в системе  $K_{S2}$  получат следующие значения:

$$\begin{aligned} n_x &= -\cos\theta \sin\varphi_1; & m_x &= -\cos(\omega - \theta) \sin\varphi_2; \\ n_y &= \cos\varphi_1; & m_y &= \cos\varphi_2; \\ n_z &= \sin\theta \sin\varphi_1; & m_z &= -\sin(\omega - \theta) \sin\varphi_2. \end{aligned}$$

/5.9/

Объединяя соотношения /5.7/ и /5.9/, получим:

$$P_{\vec{n}\vec{m}} = P_{xx} \cos \theta \cos(\omega - \theta) \sin \varphi_1 \sin \varphi_2 + P_{yy} \cos \varphi_1 \cos \varphi_2 - \\ - P_{zz} \sin \theta \sin(\omega - \theta) \sin \varphi_1 \sin \varphi_2 + P_{xz} (\cos \theta \times \quad /5.7a/ \\ \times \sin(\omega - \theta) \sin \varphi_1 \sin \varphi_2 - \cos(\omega - \theta) \sin \theta \sin \varphi_1 \sin \varphi_2).$$

С помощью этой формулы рассмотрим ряд частных случаев:

а/  $\varphi_1 = \varphi_2 = 0$ , т.е. все три плоскости рассеяния параллельны,

$$P_{\vec{n}\vec{m}} = P_{yy};$$

б/  $\varphi_1 = 0; \varphi_2 = \frac{\pi}{2}$ , т.е. анализирующие плоскости взаимортогональны,

$$P_{\vec{n}\vec{m}} = 0;$$

в/  $\varphi_1 = \varphi_2 = \frac{\pi}{2}$ , т.е. анализирующие плоскости перпендикулярны плоскости первого рассеяния,

$$P_{\vec{n}\vec{m}} = P'_{11} = \frac{1}{2} \sin \omega \sin 2\theta (P_{xx} - P_{zz}) + \cos \omega (P_{xx} \cos^2 \theta + \\ + P_{zz} \sin^2 \theta) + P_{xz} \sin(\omega - 2\theta);$$

г/  $\varphi_1 = \varphi_2 = \frac{\pi}{2}; \omega = 2\theta$ , т.е. имеет место симметричный разлет частиц 1 и 2 относительно оси  $Z$ ,

$$P_{\vec{n}\vec{m}} = P'_{11} = \frac{1}{2} \sin^2 2\theta (P_{xx} - P_{zz}) + \cos 2\theta (P_{xx} \cos^2 \theta + P_{zz} \sin^2 \theta) /5.7б/$$

Из выражения /5.7а/ легко можно показать, что для произвольного значения углов  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  функция  $P_{\vec{n}\vec{m}}$  имеет следующий вид:

$$P_{\vec{n}\vec{m}} = P'_{11} \sin \varphi_1 \sin \varphi_2 + P_{yy} \cos \varphi_1 \cdot \cos \varphi_2, \quad /5.7в/$$

то есть под данным углом  $\theta$  число независимых экспериментов для определения  $P_{\vec{n}\vec{m}}$  равно двум для значений углов  $\varphi_1 = \varphi_2 = 0$  и  $\varphi_1 = \varphi_2 = \frac{\pi}{2}$  соответственно.

Как мы условились во втором разделе, дальнейший анализ необходимо провести лишь для  $P_{yy}$  и  $P'_{11}$ . Для этого сначала сделаем релятивистское преобразование компонент тензора  $P_{xx}$ ,  $P_{yy}$  и  $P_{zz}$  из лабораторной системы координат  $Ks_2$  в систему  $Ks_1$ , связанную с центром



инерции реакции. Согласно /23/ это преобразование для частицы со спином  $\vec{S}$  сводится к повороту вектора  $\vec{S}$  на угол  $\Omega$  против часовой стрелки относительно вектора  $[\vec{\beta}_c \vec{p}]$ , где  $\beta_c$  - есть вектор скорости лабораторной системы относительно центра инерции, а  $\vec{p}$  - импульс рассеянной частицы в системе  $K_{s1}$ . Угол  $\Omega$  определялся с помощью формулы /6/ работы /19/:

$$\sin \Omega = \frac{\beta_c v \cdot \sin \vartheta (1 + \gamma + \gamma_\beta + \gamma')}{(1 + \gamma)(1 + \gamma_\beta)(1 + \gamma')} \gamma \gamma_\beta ; \quad /5.10/$$

где величины  $v, \gamma, \gamma_\beta, \gamma'$  для упругого /p-p/-рассеяния имеют следующие значения:

$$v = \frac{cp}{\sqrt{(cp)^2 + (m_0 c^2)^2}} ; \quad \gamma = \gamma_\beta = (1 - \beta_c^2)^{-\frac{1}{2}} ;$$

$$\gamma' = \frac{\sqrt{(cp')^2 + (m_0 c^2)^2}}{m_0 c^2} .$$

Здесь  $p'$  - импульс частицы в лабораторной системе,  $\vartheta$  - полярный угол импульса  $\vec{p}$  в  $K_{s1}$ . Если системы координат  $K_{s1}$  и  $K_{s2}$  взять взаимно параллельными и ось  $Z$  направить по  $\vec{k}_0$ , а  $Y$  по  $[\vec{k}_0 \vec{k}']$ , то вектор  $[\vec{\beta}_c \vec{p}(1)]$  будет направлен против оси  $Y$ , а  $[\vec{A}(\vec{p}(2) = -\vec{p}(1))]$  - по  $Y$ . Из равенства  $|\vec{p}(1)| = |\vec{p}(2)|$  следует, что углы поворота  $\Omega_1$  и  $\Omega_2$  равны по величине и противоположны по знаку. Для энергии налетающего протона, равной 650 Мэв,  $\beta_c = 0,508$  и  $\Omega = 9^\circ$ . Так как осью вращения для спиновых векторов  $\vec{S}(1)$  и  $\vec{S}(2)$  служит ось  $Y$ , то для преобразования спинового состояния продукта реакции из  $K_{s1}$  в  $K_{s2}$  углы Эйлера примут следующие значения:

$$\{\Phi_1, \Theta, \Phi_2\} = \left\{ \frac{\pi}{2}, +\Omega, -\frac{\pi}{2} \right\} \quad - \text{ для спина первой частицы,}$$

$$\{\Phi_1, \Theta, \Phi_2\} = \left\{ \frac{\pi}{2}, -\Omega, -\frac{\pi}{2} \right\} \quad - \text{ для спина второй частицы.}$$

Этим углам поворота будут соответствовать матрицы вращения  $A /1/$  и  $A /2/$ :

$$A(1) = \begin{pmatrix} \cos \Omega & 0 & -\sin \Omega \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \Omega & 0 & \cos \Omega \end{pmatrix} \quad /5.11a/$$

$$A(2) = \begin{pmatrix} \cos \Omega & 0 & \sin \Omega \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \Omega & 0 & \cos \Omega \end{pmatrix} \quad /5.11b/$$

В общем случае компоненты тензора в лабораторной системе  $K_{sz}$  выражаются через компоненты тензора, записанные в системе центра инерции  $K_{s1}$  следующим образом:

$$T_{ik} = \sum_{m=1}^3 \sum_{n=1}^3 A(1)_{im} A(2)_{kn} T'_{mn}, \quad /5.12/$$

где  $T_{ik}$  - тензор в системе  $K_{sz}$ ,  $T'_{mn}$  - в  $K_{s1}$ . Поэтому непосредственное использование /5.11/ и /5.12/ дает:

$$P_{yy}(\theta) = P'_{yy}(\vartheta) \quad /5.13/$$

Этот результат вполне естественен, так как преобразование тензора осуществлялось здесь путем вращения одной системы координат относительно другой вокруг оси  $Y$ . Применяя матрицу /5.11a/ и обычную формулу для преобразования вектора, можно показать также, что  $P_y(\theta) = P'_y(\vartheta)$ .

Далее:

$$\begin{aligned} P_{xx} &= \cos^2 \Omega P'_{xx} - \sin^2 \Omega P'_{zz}; \\ P_{zz} &= -\sin^2 \Omega P'_{xx} + \cos^2 \Omega P'_{zz} \end{aligned} \quad /5.14/$$

Подставляя /5.14/ в /5.76/, получим:

$$P_{11}(\theta) = \frac{1}{2} \sin^2 2\theta [P'_{xx}(\omega) - P'_{zz}(\omega)] + \cos 2\theta [P'_{xx}(\omega) (\cos^2 \theta \cos^2 \Omega - \sin^2 \theta \sin^2 \Omega) + P'_{zz}(\omega) (\sin^2 \theta \cos^2 \Omega - \cos^2 \theta \sin^2 \Omega)], \quad /5.15/$$

где  $\theta$  и  $\nu$  - углы рассеяния частицы в лабораторной системе и системе центра инерции реакции соответственно. При этом углы  $\theta$  и  $\nu$  связаны между собой простым кинематическим соотношением:

$$\operatorname{tg} \theta = (1 - \beta_c^2)^{\frac{1}{2}} \operatorname{tg} \frac{\nu}{2}. \quad /5.16/$$

Выражение /5.15/ учитывает как лоренцовское сокращение угла  $\theta$ , так и релятивистский поворот спина на угол  $\Omega$ . Для нерелятивистского случая, когда  $\omega = \frac{\pi}{2}$ ,  $\nu = 2\theta$  и  $\Omega = 0$ , соотношение /5.15/ переходит в формулу для  $P_{11}$ , приведенную в работе /6/. Так как выражение /5.15/ записано для случая  $\omega = 2\theta$  /см. /5.76//, то угол  $\nu$  принимает значение  $\frac{\pi}{2}$ .

Выразим теперь компоненты  $P'_{yy}(\nu=90^\circ)$ ,  $P'_{xx}(\nu=90^\circ)$  и  $P'_{zz}(\nu=90^\circ)$  тензора корреляции поляризаций через элементы матрицы рассеяния. В дальнейших вычислениях штрихи у тензора опустим. Согласно выражению /3.9/ будем иметь:

$$\sigma(\nu) P_{yy}(\nu) = \frac{1}{4} \operatorname{Sp}(M + \sigma_y^{(1)} \sigma_y^{(2)} M). \quad /3.9a/$$

Таким же путем, как это делалось для оператора  $\hat{\sigma}_y$ , запишем оператор  $\hat{\sigma}_y^{(1)} \hat{\sigma}_y^{(2)}$  в базисе  $\chi_{S m_s}$ . Опуская промежуточные действия, аналогичные /5.2/ и /5.3/, выпишем сразу вид матрицы:

$$(\sigma_y^{(1)} \sigma_y^{(2)}) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad /5.17/$$

а также матрицы для операторов  $\hat{G}_x^{(1)} \hat{G}_x^{(2)}$  и  $\hat{G}_z^{(1)} \hat{G}_z^{(2)}$ ;

$$\left( \hat{G}_x^{(1)} \hat{G}_x^{(2)} \right) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}; \quad /5.18/$$

$$\left( \hat{G}_z^{(1)} \hat{G}_z^{(2)} \right) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad /5.19/$$

Подставляя /5.17/ и /4.8/ в правую часть соотношения /3.9а/ и произведя вычисление  $Sp$ , получим

$$\sigma(u) P_{yy}(u) = \frac{1}{4} \left[ |M_{10}|^2 + |M_{00}|^2 + |M_{-10}|^2 - |M_{ss}|^2 - 2 \operatorname{Re} (M_{11}^* M_{-11} + M_{11} M_{1-1}^* + M_{01} M_{0-1}^*) \right].$$

Используя /4, 6, 7/, получаем выражение  $P_{yy}$  под углом  $u = \frac{\pi}{2}$ :

$$\begin{aligned} \sigma\left(\frac{\pi}{2}\right) P_{yy}\left(\frac{\pi}{2}\right) &= \frac{\lambda^2}{4} \left[ (|\beta_1|^2 + |\delta_1|^2) + \frac{21}{8} (|\beta_2|^2 + |\delta_2|^2) - \right. \\ &\quad \left. - 3\sqrt{\frac{7}{2}} \operatorname{Re} (\beta_1 \beta_2^* + \delta_1 \delta_2^*) - \operatorname{Re} \left( \frac{27}{4} S_0^* g_4 - 5 S_0^* d_2 - \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \frac{135}{8} d_2^* g_4 \right) - |S_0|^2 - \frac{25}{4} |d_2|^2 - \frac{729}{64} |g_4|^2 \right]. \end{aligned} \quad /5.20/$$

Аналогичным путем найдем значение компонент тензора  $P_{xx}$  и  $P_{zz}$ :

$$\sigma(u) P_{xx}(u) = \frac{1}{4} \left[ |M_{10}|^2 + |M_{00}|^2 + |M_{-10}|^2 - |M_{ss}|^2 + 2 \operatorname{Re} (M_{11} M_{-11}^* + M_{11} M_{1-1}^* + M_{01} M_{0-1}^*) \right]$$

$$\begin{aligned} \sigma(u) P_{zz}(u) &= \frac{1}{4} \left[ 2|M_{11}|^2 + |M_{-11}|^2 - |M_{10}|^2 - |M_{-10}|^2 + |M_{1-1}|^2 + |M_{01}|^2 - \right. \\ &\quad \left. - |M_{00}|^2 + |M_{0-1}|^2 - |M_{ss}|^2 \right]. \end{aligned}$$

Под углом  $\nu = \frac{\pi}{2}$  эти компоненты принимают следующие значения

$$\begin{aligned} \sigma\left(\frac{\pi}{2}\right)P_{xx}\left(\frac{\pi}{2}\right) &= \frac{\lambda^2}{\gamma} \left[ 3(|\beta_1|^2 - |\delta_1|^2) + \frac{24}{8}(|\beta_2|^2 - |\delta_2|^2) + 3\sqrt{\frac{7}{2}} \operatorname{Re}(\delta_1^* \delta_2 - \beta_1^* \beta_2) - \right. \\ &\quad \left. - \operatorname{Re}\left(\frac{27}{4} S_0^* g_4 - 5 S_0^* d_2 - \frac{135}{8} d_2^* g_4\right) - |S_0|^2 - \frac{25}{4} |d_2|^2 - \frac{729}{64} |g_4|^2 \right]; \quad /5.21/ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma\left(\frac{\pi}{2}\right)P_{zz}\left(\frac{\pi}{2}\right) &= \frac{\lambda^2}{\gamma} \left[ 3(|\delta_1|^2 - |\beta_1|^2) + \frac{24}{8}(|\delta_2|^2 - |\beta_2|^2) + 3\sqrt{\frac{7}{2}} \operatorname{Re}(\beta_1^* \beta_2 - \delta_1^* \delta_2) - \right. \\ &\quad \left. - \operatorname{Re}\left(\frac{27}{4} S_0^* g_4 - 5 S_0^* d_2 - \frac{135}{8} d_2^* g_4\right) - |S_0|^2 - \frac{729}{64} |g_4|^2 - \frac{25}{4} |d_2|^2 \right] /5.22/ \end{aligned}$$

Подставляя полученные соотношения /5.21/ и /5.22/ в /5.15/, найдем зависимость  $P_{11}\left(\frac{\pi}{2}\right)$  от матричных элементов матрицы рассеяния. Не приводя здесь промежуточных преобразований, выпишем конечный результат:

$$\begin{aligned} \sigma\left(\frac{\pi}{2}\right)P_{11}\left(\frac{\pi}{2}\right) &= \frac{3}{\gamma} \lambda^2 \left[ (|\beta_1|^2 - |\delta_1|^2) + \frac{7}{8}(|\beta_2|^2 - |\delta_2|^2) + \sqrt{\frac{7}{2}} \operatorname{Re}(\delta_1^* \delta_2 - \beta_1^* \beta_2) \right] - \\ &\quad - \frac{\lambda^2}{\gamma} \cos 2\theta \cdot \cos 2\varphi \left[ \operatorname{Re}\left(\frac{27}{4} S_0^* g_4 - 5 S_0^* d_2 - \frac{135}{8} d_2^* g_4\right) + |S_0|^2 + \right. \\ &\quad \left. + \frac{25}{4} |d_2|^2 + \frac{729}{64} |g_4|^2 \right]. \quad /5.23/ \end{aligned}$$

На этом вывод зависимости тензора корреляции поляризаций под углом  $\nu = \frac{\pi}{2}$  при рассеянии неполяризованного пучка можно считать законченным.

4. Переходим к рассмотрению зависимости тензора поляризации от элементов матрицы рассеяния. Как уже отмечалось в разделах 2 и 3, тензор поляризации находится из экспериментов по тройному рассеянию. Первое из них служит для создания начальной поляризации  $\vec{P}_{nag}$ , третье - для анализа поляризации  $\vec{P}_{пу}$ , возникающей во втором рассеянии. Если выбрать систему координат из единичных векторов  $\vec{n}_2 = \frac{[\vec{k}_1 \vec{k}_2]}{|\vec{k}_1 \vec{k}_2|}$ ;  $\vec{s} = \frac{[\vec{n}_2 \vec{k}_2]}{|\vec{n}_2 \vec{k}_2|}$ ;  $\vec{k}_2 = \frac{\vec{k}_2}{|\vec{k}_2|}$  /см.рис. 2/, то вектор поляризации  $\vec{P}_{пу}$  в ней разложится в следующем виде:

$$\vec{P}^{pi} = (\vec{P}^{pi} \cdot \vec{n}_2) \vec{n}_2 + (\vec{P}^{pi} \cdot \vec{S}) \vec{S} + (\vec{P}^{pi} \cdot \vec{k}_2') \vec{k}_2'. \quad /5.24/$$

Рассмотрим два частных случая: первый, когда все три плоскости параллельны, и второй - взаимно перпендикулярны. В первом случае, то есть когда  $\vec{n}_1 = \vec{n}_2 = \vec{n}_3$ , асимметрия в третьем рассеянии будет равна:

$$\epsilon_{3и} = \vec{P}_3 \cdot \vec{P}^{pi}, \quad \text{где} \quad \vec{P}_3 = P_3^{иш} \vec{n}_3. \quad /5.25/$$

Здесь  $P_i^{иш}$  представляет собой ту поляризацию, которая возникает на мишени  $i$ , когда на нее падает неполяризованный пучок.

Далее, асимметрию  $\epsilon_{3и}$  запишем в несколько другом виде:

$$\epsilon_{3и} = P_3^{иш} \vec{n}_3 \cdot \vec{P}^{pi} = P_3^{иш} (\vec{P}^{pi} \cdot \vec{n}_2). \quad /5.25a/$$

Умножая /3.11/ скалярно на  $\vec{n}_2$ , получим:

$$(\vec{P}^{pi} \cdot \vec{n}_2) = \frac{\vec{P}_2^{иш} \cdot \vec{n}_2 + (\vec{J} \cdot \vec{P}_{иш}^{ог}) \vec{n}_2}{1 + \vec{P}_2^{иш} \cdot \vec{P}_{иш}^{ог}} = \frac{P_2^{иш} + J_{n_2 n_1} P_1^{иш}}{1 + P_2^{иш} P_1^{иш}}. \quad /5.26/$$

Из соотношений /5.25a/ и /5.26/ видно, что если в отдельных экспериментах найти значения  $P_1^{иш}$ ,  $P_2^{иш}$  и  $P_3^{иш}$ , то из эксперимента по тройному рассеянию в параллельных плоскостях находится тензор

$$J_{n_2 n_1} = \frac{Sp[(\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{n}_2) M (\vec{\sigma}_2 \cdot \vec{n}_1) M^+]}{Sp(M M^+)} \quad /см.3.12/ \quad /5.27/$$

Если выбрать лабораторную систему координат  $K_{32}$  с осями  $y \parallel \vec{n}_2$ ,

$x \parallel \vec{k}_2$  и  $z \parallel \vec{S}$  /см.рис.3/, то соотношение /5.27/ примет в ней вид:

$$J_{yy} = \frac{Sp[\sigma_y(1) M \sigma_y(1) M^+]}{Sp(M M^+)}$$

или

$$\sigma(y) J_{yy}(\theta_2) = \frac{1}{4} Sp[\sigma_y(1) M \sigma_y(1) M^+], \quad /5.28/$$

где углы  $\vartheta$  и  $\theta_2$  связаны соотношением /5.16/.

Для преобразования  $T_{yy}$  из системы координат  $K_{S1}$  с осями  $Z \parallel \vec{\kappa}_1$  и  $y \parallel \vec{n}_2$  в систему  $K_{S2}$  углы Эйлера имеют значения  $\{\frac{\pi}{2}, \theta_2, -\frac{\pi}{2}\}$ .

Поэтому вид выражения /5.28/ в новой системе такой же, что и в старой.

Релятивистское преобразование для  $T_{yy}$  здесь сводится к единичному по тем же причинам, что и для  $P_y$  и  $P_{yy}$ .

Подставляя /4.6/ и /5.4/ в /5.28/, найдем зависимость  $T_{yy}(\vartheta)$  от матричных элементов матрицы рассеяния:

$$\begin{aligned} \sigma(\vartheta) T_{yy}(\vartheta) = \frac{1}{4} \operatorname{Re} [ & M_{-10} M_{01}^* + M_{SS} (M_{-11}^* + M_{1-1}^*) + M_{0-1} M_{10}^* + \\ & + 2 M_{11}^* (M_{00} + M_{SS}) - M_{10} M_{01}^* - M_{00} (M_{-11}^* + M_{1-1}^*) - M_{0-1} M_{-10}^* ]. \end{aligned} \quad /5.29/$$

С помощью подстановки величин  $M_{m_s m'_s}$  из /4.6,6a/ в последнее равенство, получим значение для  $T_{yy}$  под углами  $\vartheta = \frac{\pi}{2}$ ,  $\varphi = 0$

$$\sigma\left(\frac{\pi}{2}\right) T_{yy}\left(\frac{\pi}{2}\right) = \tilde{\kappa}^2 \frac{3}{2} \operatorname{Re} \left[ \beta_1 \delta_1^* + \beta_2 \delta_2^* \frac{7}{8} - \frac{1}{2} \sqrt{\frac{7}{8}} (\beta_1 \delta_2^* + \beta_2 \delta_1^*) \right]. \quad /5.30/$$

Таким же образом находится величина  $T_{yy}$  для значения углов  $\vartheta = \frac{\pi}{3}$  и  $\varphi = 0$ . Она имеет вид:

$$\begin{aligned} \sigma\left(\frac{\pi}{3}\right) T_{yy}\left(\frac{\pi}{3}\right) = \tilde{\kappa}^2 \frac{1}{4} \operatorname{Re} \left[ \frac{9}{2} \beta_1 \delta_1^* + \frac{63}{256} \beta_2 \delta_2^* + \frac{9}{32} \sqrt{7} (\beta_1 \delta_2^* + \beta_2 \delta_1^*) + \right. \\ \left. + \frac{7}{16} \sqrt{21} \alpha_2 \alpha_1^* - \frac{343}{128} |\alpha_2|^2 - \frac{147}{128} \sqrt{\frac{15}{2}} \alpha_2 \delta_1^* + \right. \\ \left. + M'_{SS} \left( \frac{3}{8} \sqrt{\frac{105}{2}} \delta_1^* + \sqrt{3} \alpha_1^* - \frac{7}{8} \sqrt{7} \alpha_2^* \right) \right], \end{aligned} \quad /5.31/$$

где  $M'_{SS} = \frac{M_{SS}}{\tilde{\kappa} i}$

Рассмотрим теперь случай, когда плоскость третьего /анализирующего/ рассеяния перпендикулярна второму рассеянию, то есть  $\vec{n}_3 = \vec{S}$ . Асимметрия в этом случае будет равна

$$\epsilon_{3S} = \vec{p}_{3in} \cdot \vec{p}_{3in} = p_{3in} (\vec{p}_{3in} \cdot \vec{S}). \quad /5.32/$$

Если при этом плоскость второго рассеяния, в свою очередь, будет перпендикулярна плоскости первого рассеяния, то есть  $\vec{n}_2 \perp \vec{n}_1$ , то, умножая соотношение /3.11/ скалярно на  $\vec{S}$  и делая простые преобразования, получим:

$$\vec{P}^{pu} \cdot \vec{S} = P_1^{uu} (\cos \theta_2 T_{xx} + \sin \theta_2 T_{xz}). \quad /5.33/$$

Здесь использована система координат  $K_{S2}$  с направлением осей  $z \parallel \vec{k}_2$ ,  $x \parallel \vec{S}$  и  $y \parallel \vec{n}_2$  /см.рис.2/.

Из выражений /5.32/ и /5.33/ видно, что эксперимент по тройному рассеянию во взаимно-перпендикулярных плоскостях вместе с данными по поляризации  $P_1^{uu}$  и  $P_3^{uu}$  позволяет найти тензорную величину

$$(\cos \theta_2 T_{xx} + \sin \theta_2 T_{xz}). \quad /5.34/$$

В этом выражении тензор  $\vec{T}$  записан в лабораторной системе координат. Поэтому дальнейшим шагом должен быть перевод  $T_{xx}$  и  $T_{xz}$  из  $K_{S2}$  в систему центра инерции реакции. Оси координат системы  $K_{S1}$  выберем следующим образом:  $x \parallel [\vec{n}_2 \vec{k}_1]$ ,  $y \parallel \vec{n}_2$  и  $z \parallel \vec{k}_1$ .

Из рис. 3 видно, что преобразование Эйлера из системы  $K_{S1}$  в  $-K_{S2}$  будет определяться углами вращения  $\{\frac{\pi}{2}, \theta_2, -\frac{\pi}{2}\}$ . Матрица преобразования, соответствующая этим углам вращения, имеет вид:

$$D(K_{S1} \rightarrow K_{S2}) = \begin{pmatrix} \cos \theta_2 & 0 & -\sin \theta_2 \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta_2 & 0 & \cos \theta_2 \end{pmatrix} \quad /5.35/$$

По формуле /5.12/ выразим компоненты тензора:  $T_{xx}$  и  $T_{xz}$ , записанные в лабораторной системе  $K_{S2}$ , через компоненты тензора, определенные в системе  $K_{S1}'$ ;  $K_{S1}'$  означает систему координат, параллельную  $-K_{S1}$ .

$$T_{xx} = \cos^2 \theta_2 T_{xx}' + \sin^2 \theta_2 T_{zz}' - \frac{1}{2} \sin 2\theta_2 (T_{xx}' + T_{zz}'); \quad /5.36/$$

$$T_{xz} = \cos^2 \theta_2 T_{xz}' - \sin^2 \theta_2 T_{zx}' + \frac{1}{2} \sin 2\theta_2 (T_{xx}' - T_{zz}'). \quad /5.37/$$



Последним шагом в преобразовании тензора является релятивистское преобразование из системы  $K_{S_1}^1$  в  $-K_{S_1}$ . Здесь будут справедливы те же рассуждения и выводы, которые сделаны для релятивистского преобразования компонент тензора корреляции поляризаций. Преобразование для спина первой /налетающей/ частицы и, следовательно, для первого индекса тензора  $T_{ik}^1$  сводится к единичному, так как ее импульс  $\vec{p} \parallel \vec{p}_0$ , а угол  $\vartheta = 0$  и, согласно формуле /5.10/, угол  $\Omega$  будет равен нулю. Подстановка значения угла  $\Omega = 0$  в матрицу /5.11а/ обращает ее в единичную. Легко видеть, что для спина рассеянной частицы преобразование из  $K_{S_1}$  в  $K_{S_1}^1$  будет осуществляться по формуле /5.11а/. Конечно, угол  $\Omega$  при этом может быть другим, чем в тензоре корреляции поляризаций и его величина должна быть найдена по формуле /5.10/. Ось вращения по-прежнему будет служить ось  $Y$ . Поэтому, беря единичное преобразование для первого индекса тензора  $T_{ik}$  и матрицу /5.11а/ для его второго индекса, получим:

$$\begin{aligned} T_{xx}^1 &= \cos \Omega T_{xx}'' - \sin \Omega T_{xz}''; \\ T_{zz}^1 &= \sin \Omega T_{zx}'' + \cos \Omega T_{zz}''; \\ T_{xz}^1 &= \sin \Omega T_{xx}'' + \cos \Omega T_{xz}''; \\ T_{zx}^1 &= \cos \Omega T_{zx}'' - \sin \Omega T_{zz}'' , \end{aligned} \quad /5.38/$$

где  $T_{ik}''$  - компоненты тензора, записанные в системе центра инерции, то есть в системе  $K_{S_1}$ . Последние соотношения подставим в выражения /5.36/ и /5.37/:

$$\begin{aligned} T_{xx} &= \cos^2 \theta_2 (\cos \Omega T_{xx}'' - \sin \Omega T_{xz}'' ) + \sin^2 \theta_2 (\cos \Omega T_{zz}'' + \sin \Omega T_{zx}'') - \\ &\quad - \frac{1}{2} \sin 2\theta_2 [\cos \Omega (T_{xz}'' + T_{zx}'') - \sin \Omega (T_{zz}'' - T_{xx}'')]; \\ T_{xz} &= -\sin^2 \theta_2 [\cos \Omega T_{zx}'' - \sin \Omega T_{zz}'' ] + \cos^2 \theta_2 (\cos \Omega T_{xx}'' + \sin \Omega T_{xz}'') + \\ &\quad + \frac{1}{2} \sin 2\theta_2 [\cos \Omega (T_{xx}'' - T_{zz}'') - \sin \Omega (T_{xz}'' + T_{zx}'')]. \end{aligned} \quad /5.37a/$$

Значения  $T_{xx}$  и  $T_{xz}$ , в свою очередь, подставим в /5.34/ и, отбрасывая штрихи и опуская промежуточные действия, запишем эту величину в окончательном виде:

$$\begin{aligned} \cos \theta_2 T_{xx}(\theta_2) + \sin \theta_2 T_{xz}(\theta_2) &= T_{xx}(\nu) \cos \theta_2 \cos \Omega + \\ &+ T_{zz}(\nu) \sin \theta_2 \sin \Omega - T_{xz}(\nu) \cos \theta_2 \sin \Omega - T_{zx}(\nu) \sin \theta_2 \cos \Omega. \end{aligned} \quad /5.39/$$

Это выражение устанавливает связь экспериментальной величины с компонентами  $T_{xx}(\nu)$ ,  $T_{zz}(\nu)$ ,  $T_{zx}(\nu)$  и  $T_{xz}(\nu)$  тензора поляризации, выраженными в системе центра инерции реакции.

Найдем теперь зависимость для  $T_{ik}$  от элементов матрицы рассеяния.

Для этого опять воспользуемся общей формулой /3.12/, из которой следует:

$$\sigma(\nu) T_{xx}(\nu) = \frac{1}{4} \text{Sp}(\sigma_x(1) M \sigma_x(1) M^+); \quad /5.40/$$

$$\sigma(\nu) T_{zz}(\nu) = \frac{1}{4} \text{Sp}(\sigma_z(1) M \sigma_z(1) M^+), \quad /5.41/$$

$$\sigma(\nu) T_{zx}(\nu) = \frac{1}{4} \text{Sp}(\sigma_z(1) M \sigma_x(1) M^+); \quad /5.42/$$

$$\sigma(\nu) T_{xz}(\nu) = \frac{1}{4} \text{Sp}(\sigma_x(1) M \sigma_z(1) M^+). \quad /5.43/$$

Применяя ту же процедуру, что и для оператора  $\hat{\sigma}_y$ , запишем  $\hat{\sigma}_x(1)$  и  $\hat{\sigma}_z(1)$  в матричном виде в объединенном спиновом пространстве  $\chi_{sm_s}$ :

$$\left( \hat{\sigma}_x(1) \right) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}; \quad \left( \hat{\sigma}_z(1) \right) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad /5.44/$$

После подстановки выражений /4.8/ и /5.44/ в формулы /5.40, 41, 42, 43/ соотношения для тензоров  $T_{xx}$ ,  $T_{xz}$ ,  $T_{zx}$ ,  $T_{zz}$  примут вид:

$$\sigma(u) \mathcal{T}_{xx}(u) = \frac{1}{4} \operatorname{Re} [M_{00}^* (2M_{11} + M_{-11} + M_{11}) + (M_{01}^* + M_{0-1}^*) (M_{10} + M_{-10}) + M_{ss}^* (2M_{11} - M_{-11} - M_{1-1})]; \quad /5.40a/$$

$$\sigma(u) \mathcal{T}_{xz}(u) = \frac{1}{2\sqrt{2}} \operatorname{Re} [M_{11}^* (M_{10} - M_{-10}) + M_{ss}^* (M_{0-1} - M_{01}) + M_{10} M_{1-1}^* - M_{-10} M_{-11}^*]; \quad /5.41a/$$

$$\sigma(u) \mathcal{T}_{zx}(u) = \frac{1}{2\sqrt{2}} \operatorname{Re} [M_{11}^* (M_{01} - M_{0-1}) + M_{ss}^* (M_{-10} - M_{10}) + M_{01} M_{-11}^* - M_{0-1} M_{1-1}^*]; \quad /5.42a/$$

$$\sigma(u) \mathcal{T}_{zz}(u) = \frac{1}{4} \left\{ 2|M_{11}|^2 - |M_{1-1}|^2 - |M_{-11}|^2 + 2\operatorname{Re}(M_{00} M_{ss}^*) \right\}. \quad /5.43a/$$

Чтобы выразить эти тензоры через элементы матрицы рассеяния под углом  $u = \frac{\pi}{2}$  в с.д.и., в полученные соотношения подставим значения матричных элементов  $M_{m_s m_s'}$  из /4.6, 6a/. Тогда для тензоров  $\mathcal{T}_{xx}(\frac{\pi}{2})$ ,  $\mathcal{T}_{zz}(\frac{\pi}{2})$ ,

$\mathcal{T}_{xz}(\frac{\pi}{2})$  и  $\mathcal{T}_{zx}(\frac{\pi}{2})$  получаются следующие равенства

$$\sigma(\frac{\pi}{2}) \mathcal{T}_{xx}(\frac{\pi}{2}) = 0;$$

$$\sigma(\frac{\pi}{2}) \mathcal{T}_{xz}(\frac{\pi}{2}) = \lambda^2 \sqrt{\frac{3}{2}} \operatorname{Re} M_{ss}' \left( \sqrt{\frac{1}{2}} \delta_1^* - \frac{\sqrt{7}}{4} \delta_2^* \right);$$

$$\sigma(\frac{\pi}{2}) \mathcal{T}_{zx}(\frac{\pi}{2}) = \lambda^2 \sqrt{\frac{3}{2}} \operatorname{Re} M_{ss}' \left( \frac{1}{\sqrt{2}} \beta_1^* - \frac{\sqrt{7}}{4} \beta_2^* \right);$$

$$\sigma(\frac{\pi}{2}) \mathcal{T}_{zz}(\frac{\pi}{2}) = 0.$$

Соотношение /5.39/ можно теперь выразить через величины /4.7/, а именно:

$$\sigma(u) \left[ \cos \theta_2 \mathcal{T}_{xx}(\theta_2) + \sin \theta_2 \mathcal{T}_{xz}(\theta_2) \right] = \lambda^2 \sqrt{\frac{3}{2}} \operatorname{Re} M_{ss}' \left[ \frac{\sqrt{7}}{4} (\cos \theta_2 \sin \Omega \delta_2^* + \sin \theta_2 \cos \Omega \beta_2^*) - \frac{1}{\sqrt{2}} (\cos \theta_2 \sin \Omega \delta_1^* + \sin \theta_2 \cos \Omega \beta_1^*) \right]. \quad /5.45/$$

Равенством /5.45/ для тензора поляризации заканчивается рассмотрение вопросов, связанных с написанием выражений для величин, наблюдаемых в эксперименте, через элементы матрицы рассеяния.

Здесь не затрагивался вопрос о выводе зависимости тензора, получаемого в эксперименте по измерению продольной составляющей поляризации /  $\vec{P}_{\text{пр}} \vec{k}_z$  / вектора  $\vec{P}_{\text{пр}}$  /см.5.24/, от элементов матрицы  $S$ . Это рассмотрение опущено по двум причинам: с одной стороны, измерение указанного тензора представляет определенные трудности и поэтому может случиться, что для восстановления элементов матрицы рассеяния его использование будет необязательным, и, с другой, вывод зависимости для него, если такая необходимость встретится, по существу ничем не будет отличаться от вывода, проделанного для тензора  $T_{ik}$ .

### 6. Заключение

К настоящему времени еще недостаточно экспериментальных данных по  $p$ - $p$ -взаимодействию и мезонообразованию для количественного анализа упругого рассеяния протонов на протонах. Если не обсуждать здесь вопросов, связанных с возможной неоднозначностью и неустойчивостью решений полученных квадратных уравнений, то есть вопросов, которые сами по себе представляют немало важную проблему в подобных анализах, и если эту проблему отнести ко времени, когда будет сделано большинство экспериментов, указанных в работе, и предприняты шаги по реализации найденных здесь соотношений, то выражением /5.45/, по существу, закончилось решение задачи, поставленной в работе. Поэтому остается лишь сделать несколько результирующих замечаний.

1. В работе найдены соотношения, устанавливающие связь экспериментально наблюдаемых величин с элементами матрицы рассеяния. Модули элементов матрицы рассеяния в общем виде брались не равными единице. Поэтому данную работу следует рассматривать как подготовительный этап, на основе которого по мере накопления опытных данных по упругому и неупругому взаимодействию двух протонов можно будет, с одной стороны, провести фазовый анализ упругого  $p$ - $p$ -рассеяния при энергии падающего пучка протонов около 650 Мэв и, с другой стороны, провести количественную оценку влияния

неупругих процессов на результаты опытов по упругому взаимодействию.

2. Из выражений для коэффициентов  $\alpha_1, \beta_1, \delta_1$  и  $\gamma_1$  /см. 4.7 / видно, что они целиком определяются переходами из начального  $P$  состояния системы и, следовательно, должны быть весьма чувствительны к интенсивности образования мезонов. Это обстоятельство, в свою очередь, соответствующим образом должно отразиться на экспериментах по упругому  $p-p$  взаимодействию при 650 Мэв. Например, из выражения /5.1/ для дифференциального сечения рассеяния  $\sigma(\omega)$  видно, что оно слабо зависит от указанных коэффициентов и поэтому вклад в сечение упругого взаимодействия за счет неупругих процессов следует ожидать малым. Несколько сильнее это влияние должно сказаться на поляризации /см. 5.6 /, еще больше на тензоре корреляции спиновых состояний /см. 5.20 и 5.23 / и особенно заметно оно должно проявиться на тензоре поляризации под углом  $\frac{\pi}{2}$  /см. 5.30 и 5.45 /. Поэтому при вариациях энергии вблизи порога мезообразования тензор поляризации должен испытывать существенные изменения.

3. Рассмотренная здесь программа возможных экспериментов по упругому рассеянию в процессе ее реализации может быть несколько изменена, однако эти изменения можно будет легко учесть.

4. В случае, если возникнет необходимость учитывать более высокие орбитальные состояния  $/p-p/$  системы, чем  $\ell \leq 4$ , то формулы /4.4/, /4.6/ и /4.7/ позволят это сделать.

5. В работе показано также, что при рассеянии протонов на протонах с энергией 650 Мэв, нельзя пренебрегать релятивистскими эффектами, связанными с релятивистскими поворотом спина и лоренцовым сокращением угла разлета продуктов реакции.

Автор искренне благодарен Л.М.Сороко за помощь в постановке задачи и постоянный интерес к работе, а также проф. Х.Р.Позе, проф. М.Г.Мещерякову, М.И.Широкову, Л.И.Лapidусу и В.И.Никанорову за обсуждение работы и полезные замечания.

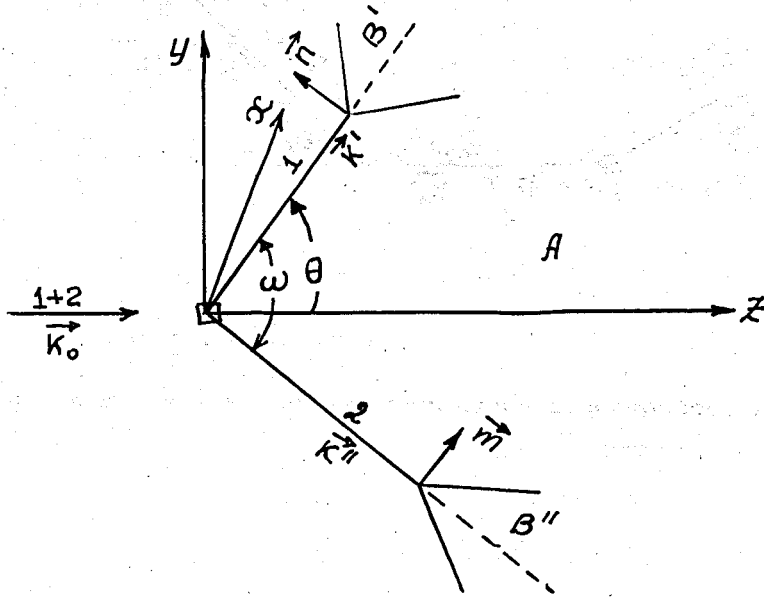


Рис. 1. Схема измерения корреляционной функции  $P_{\vec{n}\vec{m}}$  в лабораторной системе координат  $k_{s2}$ .  $\theta$  - угол рассеяния частицы 1;  $\omega$  - угол разлета частиц 1 и 2 / для энергий 850 Мэв при симметричном разлете  $\omega = 82^\circ$ ;  $A$  - плоскость основного рассеяния;  $B'$  и  $B''$  - анализирующие плоскости.

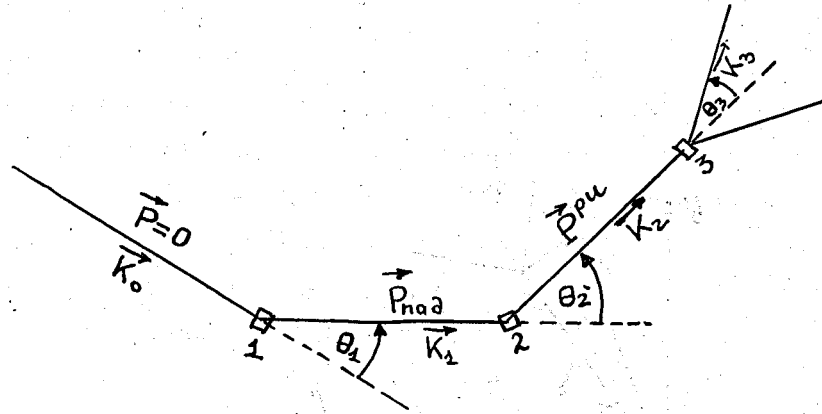
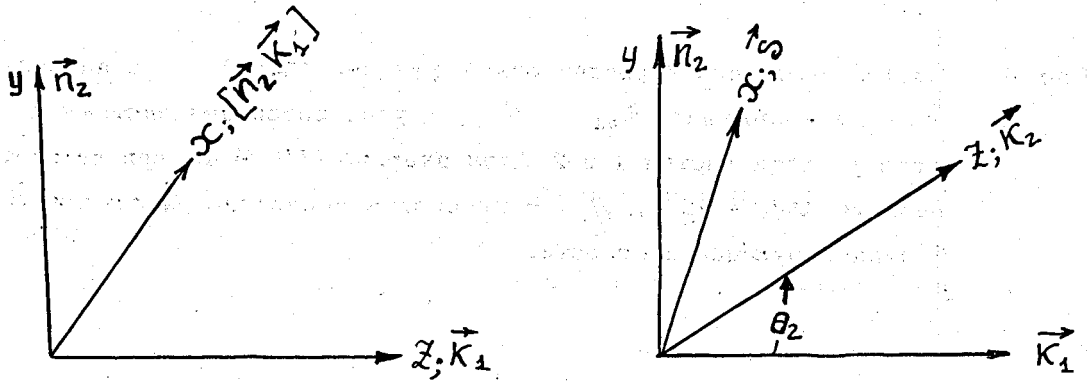


Рис. 2. Схема тройного рассеяния для измерения тензора поляризации.



$K_{s1}$  / для центра инерции /

$K_{s2}$  / для лабораторной системы /

Рис. 3. Системы координат.

Л и т е р а т у р а

1. Blatt I.M. and Biedenharn. Угловые распределения в ядерных реакциях и сечения реакций. Rev.Mod.Phys. 24, 258, 1952.
2. Дж.Блатт, В.Вайскопф. Формальная теория ядерных реакций. Теоретическая ядерная физика. 405-436, 1954.
3. Н.Богачев, И.Взоров. Упругое рассеяние протонов протонами при энергии 660 Мэв. ДАН СССР, 99, 6, 931, 1954.
4. Н.Богачев. Упругое рассеяние протонов протонами при энергиях 460, 560 и 660 Мэв в области малых углов. ДАН СССР, 108, 5, 806, 1956 г.
5. С.М.Биленький, Л.И.Лapidус, Л.Д.Пузиков, Р.М.Рындин. Об определении матрицы рассеяния  $\alpha + \alpha' \rightarrow \beta + \beta'$ . ЖЭТФ, 35, 959, 1958 г.
6. В.Владимирский, Я.Смородинский. Корреляция поляризаций при рассеянии нуклонов. ДАН СССР, 105, 5, 713. 1955 г.
7. L.Wolfenstein and I.Ashkin. . Условия инвариантности в применении к амплитуде рассеяния частиц со спином  $\frac{1}{2}$ . Phys.Rev. 85, 947-949, 1952.
8. Г.Гольдштейн, § 4.4. Углы Эйлера. Классическая механика. ГИТТЛ, Москва, 1957.
9. А.Г.Зимин. Применение корреляции к поляризации в фазовом анализе р-р-рассеяния, ЖЭТФ, 32, 5, 1239, 1957 г.
10. А.Г.Зимин. Корреляция поляризаций при рассеянии нуклонов нуклонами. ЖЭТФ, 32, 5, 1226, 1957 г.
11. Ю.П.Кумекин, М.Г.Мещеряков, С.Б.Нурушев, Г.Д.Столетов. Тройное рассеяние протонов при 660 Мэв. Препринт, ОИЯИ, 1958.
12. Kristian, Skarsvag. Proton-Proton scattering with unpolarized beam and target. Nuclear Physics, 8, 1, 1958.
13. М.Г.Мещеряков, С.Б.Нурушев, Г.Д.Столетов. Поляризация в р-р-рассеянии при 635 Мэв. ЖЭТФ, 33, 1/7, 1957 г.
14. М.Г.Мещеряков, Б.С.Неганов, Л.М.Сороко, И.К.Взоров. Аномальное изменение сечения упругого рассеяния протонов протонами в области 460-660 Мэв. ДАН СССР, 99, 6, 959, 1954.
15. R. Oehme. Рассеяние поляризованных нуклонных пучков. Phys. Rev., 98, 147-153, 1955.



16. Л.Пузиков, Р.М.Рындин, Я.Сморodinский. Восстановление матрицы рассеяния в системе из двух нуклонов. ЖЭТФ, 32, 3, 592-600, 1957.
17. Р.М.Рындин, Я.А.Сморodinский. Преобразования Минами для рассеяния нуклонов нуклонами. ЖЭТФ, 32, 5, 1200, 1957.
18. Л.М.Сороко. Поляризационные эффекты при образовании мезонов нуклонами. Обзор, ОИЯИ, ЛЯП, 1958.
19. Л.М.Сороко. Возможные опыты по исследованию процессов неупругого рассеяния нуклонов, 1, ЖЭТФ, 34, 1, 87, 1958.
20. Л.М.Сороко. Поляризационные эффекты в реакции  $p+p \rightarrow d+\pi^+$  с учетом  $S$ ,  $P$  и  $D$  - состояний  $\pi$  - мезона. ОИЯИ, препринт, 1958.
21. H.P.Stapp and T.I.Ypsilantis. Phase-Shift Analysis of 310 Mev Proton-Proton Scattering Experiments. Phys.Rev. 105,303, 1957.
22. O.Chamberlain, E.Segre, R.D.Tripp, C.Wiegand and T.Yrsilantis. Experiments with 315 Mev Polarized Protons: Proton-Proton and Proton-Neutron Scattering. Phys.Rev. 105, 288, 1957.
23. Чжоу Гуан-чжао, М.И.Широков. Релятивистская теория реакций с поляризованными частицами. ЖЭТФ, 34, 5, 1230, 1958.
24. М.И.Широков. Реакции с поляризованными частицами. ЖЭТФ, 32, 5, 1022, 1957.
25. М.И.Широков. Обращение времени и реакции с поляризованными частицами, ЖЭТФ, 33, 4/10/, 975, 1957.
26. М.И.Широков. Диссертация. ОИЯИ, 1959.
27. Peter Cziffra, Malcolm H, MacGregor, Michael I.Moravcsik, and Henry P.Stapp. Modified analysis of Nucleon-Nucleon scattering . I. Theory and p-p scattering at 310 Mev. Reprint, University of California, Berkley, 1958.

Работа поступила в издательский отдел  
9 апреля 1959 года.