

7.3

2
3-67

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ
Лаборатория теоретической физики

P-321

И.С.Златев, П.С.Исаев

ПРИМЕНЕНИЕ ДИСПЕРСИОННЫХ
СООТНОШЕНИЙ ДЛЯ ПРОВЕРКИ
КВАНТОВОЙ ЭЛЕКТРОДИНАМИКИ
НА МАЛЫХ РАССТОЯНИЯХ

ЖЭТФ, 1959, т 37, в.4, с 1161-1162.

Дубна, 1959 год

P-321

И.С. Златев, П.С. Исаев

ПРИМЕНЕНИЕ ДИСПЕРСИОННЫХ
СООТНОШЕНИЙ ДЛЯ ПРОВЕРКИ
КВАНТОВОЙ ЭЛЕКТРОДИНАМИКИ
НА МАЛЫХ РАССТОЯНИЯХ

(I)

Объединенный институт
ядерных исследований
БИБЛИОТЕКА

А н н о т а ц и я

Методом Н.Н.Боголюбова получены дисперсионные соотношения для физических амплитуд в системе центра масс для процессов тормозного излучения электронов на нуклоне и рождения пар γ - квантами на нуклоне в низшем по v приближении.

В в е д е н и е

В настоящее время одним из наиболее эффективных методов учета сильных взаимодействий является метод дисперсионных соотношений.

В применении к электромагнитным процессам, таким как комптон-эффект на нуклонах, тормозное излучение или рождение пар на нуклонах и др. этот метод позволяет, в определенных предположениях, получить сведения о структуре нуклона. Надо заметить, что изучению структуры нуклона в последние годы уделяется большое внимание^{х/}, поскольку этот вопрос имеет не только самостоятельный интерес, но оказывается также тесно связанным с границами применимости квантовой электродинамики на малых расстояниях.

Дисперсионные соотношения для процессов тормозного излучения электронов на нуклонах и рождения электрон-позитронных пар γ -квантами на нуклонах позволяют теоретически строго рассмотреть вопрос о влиянии структуры нуклона на указанные процессы. С этой точки зрения исследование дисперсионных соотношений для виртуального комптон-эффекта, объединяющего в себе оба названных выше процесса, представляет вполне определенный интерес.

В первой части данной работы методом Н.Н. Боголюбова^{1/} получены дисперсионные соотношения для виртуального комптон-эффекта в низшем по e приближении.

Доказательство дисперсионных соотношений для процессов тормозного излучения и рождения пар проведено в^{2/} и поэтому в настоящей работе основное внимание было уделено получению дисперсионных соотношений, пригодных для практических приложений.

Так как метод вывода дисперсионных соотношений подробно изложен в работах^{1-3/}, то в данной работе многие промежуточные этапы этого вывода опущены. В §§ 2,3 выведены дисперсионные соотношения в самой общей форме, а также приведен минимум выкладок, необходимых для понимания их вывода.

^{х/} Подробную библиографическую справку по вопросу о структуре нуклонов можно найти в обзоре Д.И. Блохинцева, В.С. Барашенкова и Б.М. Варбашова "Структура нуклона", УФН, в печати.

Начиная с § 4, все изложение ведется только для процесса тормозного излучения, так как нет принципиальной разницы в написании дисперсионных соотношений для процессов $e + N \rightarrow e + N + \gamma$ и $\gamma + N \rightarrow N + e^+ + e^-$.

Исследование ненаблюдаемой области /§ 4/ приводит к заключению, что в процессе тормозного излучения существует конечный интервал импульсов отдачи, для которых отсутствует ненаблюдаемая область. В § 5 производится вычисление однонуклонного члена и показывается, что сечение процессов, вычисленных в однонуклонном приближении, совпадает с сечением процесса, подсчитанного в теории возмущений с той, однако, разницей, что метод дисперсионных соотношений позволяет строго ввести формфакторы хофстадтеровского типа в нуклонные вершины фейнмановских графиков, которые связаны с виртуальной фотонной линией. В этом заключается одно из серьезных преимуществ метода дисперсионных соотношений по сравнению с теорией возмущений. В §§ 6-8 записана релятивистски-инвариантная структура виртуального комптон-эффекта и получены дисперсионные соотношения для отдельных коэффициентов структуры в системе центра масс, что и является конечной целью первой части работы. Эти соотношения могут быть в дальнейшем использованы по крайней мере для оценки вклада однопионного состояния в рассматриваемые процессы, аналогично тому, как это было сделано для фоторождения $\hat{\Pi}$ -мезонов^{4,5/}.

В работе^{6/} были рассчитаны процессы тормозного излучения и рождения пар в низшем приближении теории возмущений, с учетом лишь диаграмм типа Бете-Гайтлера, в которые были введены хофстадтеровские формфакторы. Очевидно, что до энергий падающих частиц ~ 150 Мэв, когда вклад от мезонной шубы нуклона и электромагнитные поправки высших порядков еще не существенны, результаты работы^{6/} могут быть использованы для проверки квантовой электродинамики на малых расстояниях. Под проверкой квантовой электродинамики понимается проверка локальности взаимодействия электромагнитного поля с током заряженной частицы. Аналогичные результаты были получены также в работе^{7/}. Однако с возрастанием энергий до 500-600 Мэв вклад от мезонной шубы нуклона должен становиться все заметней и однопионное приближение может внести существенное изменение в сечение рассматриваемых процессов. Поэтому учет однопионного состояния позволит значительно отодвинуть

энергетическую границу при проверке квантовой электродинамики на малых расстояниях и довести ее до энергий электронов и фотонов $\sim 500-600$ Мэв. При этом, например, в процессе тормозного излучения для энергии падающего электрона ~ 550 Мэв и энергии излученного фотона ~ 250 Мэв существует возможность проверить квантовую электродинамику до расстояний $\approx 1,5 \cdot 10^{-14}$ см.

§ 2. Матричный элемент тормозного излучения электрона
на нуклоне

Для процесса тормозного излучения электрона на нуклоне $e + N \rightarrow e + N + \gamma$ матричный элемент S - матрицы имеет вид:

$$\begin{aligned} \langle f | S | i \rangle &= \langle p, s; q, \sigma; k, \nu | S | q_0, \sigma_0; p_0, \sigma_0 \rangle = \\ &= (2\pi)^{3/2} \langle p, s | b^-(\vec{q}, \sigma) \bar{a}(\vec{k}, \nu) S b^{*+}(\vec{q}_0, \sigma_0) | p_0, s_0 \rangle, \end{aligned} \quad /2.1/$$

где $P, S (P_0, S_0)$ - 4-х импульс и спин конечного /начального/ состояния нуклона; $q_0, \sigma_0 (q, \sigma)$ - 4-х импульс и спин начального /конечного/ состояния электрона; k, ν - 4-х импульс и поляризация фотона; $b^-(\vec{q}, \sigma)$ и $b^{*+}(\vec{q}_0, \sigma_0)$ - операторы рождения и уничтожения электрона в состояниях $| \vec{q}, \sigma \rangle$ и $| \vec{q}_0, \sigma_0 \rangle$ соответственно; $\bar{a}(\vec{k}, \nu)$ - оператор рождения фотона с импульсом \vec{k} и поляризацией ν ; $| p_0, s_0 \rangle = (2\pi)^{3/2} c^{*+}(\vec{p}_0, s_0) \Phi_0$ - амплитуда начального состояния нуклона; $c^{*+}(\vec{p}_0, s_0)$ - оператор рождения нуклона в состоянии с импульсом \vec{p}_0 и спином S_0 ; Φ_0 - амплитуда вакуумного состояния.

В нижнем по электрическому заряду e приближении матричный элемент /2.1/ содержит два класса диаграмм /1а/ и /1б/.

В данной работе мы будем рассматривать только класс диаграмм /1б/^{х/}. Перенос операторы $b^-(\vec{q}, \sigma)$ и $\bar{a}(\vec{k}, \nu)$ направо от S , а

^{х/} Класс диаграмм /1а/ рассмотрен в работе И.С.Златева и П.С.Исаева, ЖЭТФ, 35, 309 /1958/; Nuovo Sim. / в печати/.

$\bar{b}^+(\vec{q}_0, \sigma_0)$ — налево от S и используя обобщенную теорему Вика для хронологических произведений ^{3/}, запишем выражение /2.1/ в виде:

$$\langle f|s|i \rangle = -e \frac{m e^n g^{ml}}{\sqrt{2k_0 \cdot \xi_0 \cdot \xi}} \bar{u}(\vec{q}, \sigma) \gamma^m u(\vec{q}_0, \sigma_0).$$

$$\int e^{i(q-q_0)x + ikz'} d\vec{z}' dx d\vec{z} \cdot D^c(x-z') \langle p, s \left| \frac{\delta^2 S'}{\delta A_n(z') \delta A_e(z)} \right| p_0, s_0 \rangle,$$

где k_0 , ξ_0 и ξ — 4-е компоненты импульсов K , q_0 и q соответственно; g^{ml} — метрический тензор; $u(\vec{q}, \sigma)$ — спинор, описывающий электрон в состоянии (\vec{q}, σ) ; e^n — вектор поляризации свободного фотона, а $D^c(x-z')$ — фотонная функция распространения, $H_e(z)$ — t -ая компонента оператора электромагнитного поля; спиноры нормированы так, что $\bar{u}(\vec{q}, \sigma) u(\vec{q}, \sigma) = 1$. Проводя в /2.2/ интегрирование по аргументу D^c функции, получим окончательное выражение для интересующего нас матричного элемента

$$\langle f|s|i \rangle = e \frac{m e^n g^{ml}}{\sqrt{2k_0 \cdot \xi_0 \cdot \xi}} \cdot \frac{\bar{u}(\vec{q}, \sigma) \gamma^m u(\vec{q}_0, \sigma_0)}{\kappa^2}.$$

/2.3/

$$\int e^{-ixz} \cdot e^{ikz'} d\vec{z}' dx \langle p, s \left| \frac{\delta^2 S}{\delta A_n(z') \cdot \delta A_e(z)} \right| p_0, s_0 \rangle,$$

где

$$\kappa = q_0 - q.$$

§ 3. Дисперсионные соотношения для амплитуды виртуального комpton-эффекта

Прежде чем перейти к непосредственному выводу дисперсионных соотношений, введем несколько обозначений и получим некоторые полезные для дальнейшего соотношения.

Введем операторы электромагнитного тока:

$$j^e(z) = i \frac{\delta S}{\delta A_e(z)} S^+ \quad /3.1/$$

$$j^n(z') = i \frac{\delta S}{\delta A_n(z')} S^+$$

$$j^e = (j^e)^+$$

и обозначения:

$$\mathcal{F}_{n,e}^c(z',z) = i \langle \rho, \sigma \left| \frac{\delta^2 S}{\delta A_e(z) \cdot \delta A_n(z')} S^+ \right| \rho_0, \sigma_0 \rangle \quad /3.2/$$

$$\mathcal{F}_{n,e}^{ret}(z',z) = \langle \rho, \sigma \left| \frac{\delta j^e(z)}{\delta A_n(z')} \right| \rho_0, \sigma_0 \rangle \quad /3.3/$$

$$\mathcal{F}_{n,e}^{adv}(z',z) = \langle \rho, \sigma \left| \frac{\delta j^n(z')}{\delta A_e(z)} \right| \rho_0, \sigma_0 \rangle \quad /3.4/$$

где $\mathcal{F}^{ret}(z',z) = 0$ при $z' \leq z$, а $\mathcal{F}^{adv}(z',z) = 0$ при $z \leq z'$,

$$\mathcal{F}_{n,e}^- = i \langle \rho, \sigma \left| j^n(z') \cdot j^e(z) \right| \rho_0, \sigma_0 \rangle \quad /3.5/$$

$$\mathcal{F}_{n,e}^+ = i \langle \rho, \sigma \left| j^e(z) \cdot j^n(z') \right| \rho_0, \sigma_0 \rangle. \quad /3.6/$$

Из /3.1/-/ /3.6/ следует, что

$$\mathcal{F}^c = \mathcal{F}^{ret} - \mathcal{F}^+ = \mathcal{F}^{adv} - \mathcal{F}^- \quad /3.7/$$

$$\mathcal{F}^{ret} - \mathcal{F}^{adv} = \mathcal{F}^+ - \mathcal{F}^- \quad /3.8/$$

Наконец, введем Фурье-образы для функции $\mathcal{F}(x)$:

$$T(k) = \int dx \cdot e^{ikx} \cdot \mathcal{F}(x). \quad /3.9/$$

Используя теперь свойство устойчивости одноуклонного состояния $S^+ / \rho_0 S_0 > = / \rho_0 S_0 >$, свойство трансляционной инвариантности и интегрируя /2.3/ по $\xi + \xi'$, получим

$$\langle f | S | i \rangle = -i e \frac{m e^n \varepsilon^e}{\sqrt{2 \kappa_0 \xi \cdot \xi_0}} \cdot \frac{(2\pi)^y}{\varepsilon^2} \delta(\kappa + \rho - \varepsilon - \rho_0) T_{ne}^c \left(\frac{\kappa + \varepsilon}{2} \right), \quad /3.10/$$

где E и E_0 - четвертые компоненты 4-х импульсов ρ и ρ_0 соответственно, $\varepsilon^e = \bar{u}(\vec{q}, \sigma) \gamma^e u(\vec{q}_0, \sigma_0)$ - "поляризация" виртуального фотона,

$$a \quad T_{n,e}^c \left(\frac{\kappa + \varepsilon}{2} \right) = \int e^{i \frac{\varepsilon + \kappa}{2} x} \mathcal{F}_{ne}^c(x) dx. \quad /3.10a/$$

В дальнейшем мы будем работать с амплитудой

$$T^c \left(\frac{\kappa + \varepsilon}{2} \right) = e^n \varepsilon^e T_{ne}^c \left(\frac{\kappa + \varepsilon}{2} \right).$$

Для целей написания дисперсионных соотношений важно отметить, что

$$T^c \left(\frac{\kappa + \varepsilon}{2} \right) = T^{ret} \left(\frac{\kappa + \varepsilon}{2} \right) \quad /3.11/$$

в области, где справедлив закон сохранения энергии и для положительных значений энергии, т.е. когда $\frac{\kappa_0 + \varepsilon_0}{2} > 0$.

Аналогичным образом, для $\frac{\kappa_0 + \varepsilon_0}{2} < 0$ имеет место соотношение

$$T^c \left(\frac{\kappa + \varepsilon}{2} \right) = T^{adv} \left(\frac{\kappa + \varepsilon}{2} \right). \quad /3.12/$$

Чтобы в явной форме выделить независимые переменные энергии и импульса, удобно перейти к брайтовской системе координат $\vec{p}_0 + \vec{p} = 0$. В этой системе координат введем единичный вектор $\vec{a} = \vec{x} / |\vec{x}|$, ортогональный к \vec{p} . Тогда получим такие соотношения

$$\begin{aligned} \vec{k} &= \vec{a} \lambda + (1 - \delta) \vec{p}_0 \\ \vec{x} &= \vec{a} \lambda - (1 + \delta) \vec{p}_0 \\ k_0 &= x_0. \end{aligned}$$

/3.13/

$$\lambda = \sqrt{\vec{x}^2 - (1 + \delta)^2 \vec{p}^2} = \sqrt{k_0^2 - (1 - \delta)^2 \vec{p}^2},$$

где $\delta = m^2 \gamma / 4 \vec{p}^2$, $-m^2 \gamma = x_0^2 - \vec{x}^2$.

Соотношение /3.9/ запишется теперь в виде:

$$T^c(k_0, \vec{a}) = \int dx \cdot e^{i(k_0 x_0 - \vec{a} \vec{x} \sqrt{k_0^2 - (1 - \delta)^2 \vec{p}^2} + \delta \vec{p}_0 \vec{x})} \mathcal{F}^c(x). \quad /3.14/$$

Из /3.14/ видно, что $T^c(k_0, \vec{a})$ определена лишь на двух отрезках действительной оси

$$-\infty < k_0 < -\sqrt{(1 - \delta)^2 \vec{p}^2} \quad \text{и} \quad (1 - \delta) / |\vec{p}| < k_0 < +\infty.$$

Двузначность в экспоненциальном множителе устраняется путем введения симметричных и антисимметричных комбинаций:

$$S_+ T(k_0, \vec{a}) = \frac{T(k_0, \vec{a}) + T(k_0, -\vec{a})}{2} \quad /3.15/$$

$$S_- T(k_0, \vec{a}) = \frac{T(k_0, \vec{a}) - T(k_0, -\vec{a})}{2\lambda}.$$

Что касается вопросов аналитического продолжения T^c на верхнюю и нижнюю полуплоскость комплексного переменного k_0 и определения ее области аналитичности, то они подробно рассмотрены в работе ^{2/}.

Следуя теперь путем, изложенным в работе ^{7/} и предполагая, что амплитуда виртуального комптон-эффекта ведет себя на бесконечности $\sim 1/k_0$, получим дисперсионные соотношения в таком виде:

$$D(k_0) = \frac{\mathcal{T}}{\pi} \int_{E_1}^{\infty} \frac{A(k'_0) dk'_0}{k'_0 - k_0} - \frac{\mathcal{T}}{\pi} \int_{E_1}^{\infty} \frac{A(-k'_0) dk'_0}{k'_0 + k_0} + \frac{A^{(1)}(-\lambda \vec{a} - \delta \cdot \vec{p})}{E_p - k_0} + \frac{A^{(2)}(+\lambda \vec{a} - \delta \cdot \vec{p})}{E_p + k_0}, \quad /3.16/$$

где

$$D(k_0) = \frac{ST^{ret}(k_0) + ST^{adv}(k_0)}{2}; \quad A(k_0) = \frac{ST^{ret}(k_0) - ST^{adv}(k_0)}{2i} \quad /3.17/$$

$$A^{(1)}(-\lambda \vec{a} - \delta \cdot \vec{p}) = (2\pi)^3 \cdot \frac{M^2 + \delta \cdot \vec{p}}{M^2 + \vec{p}^2} \varepsilon^{\ell n} \int \sum_{\rho} \langle \vec{p}, \sigma | j^{\ell}(0) | -\lambda \vec{a} - \delta \cdot \vec{p}, \rho \rangle \langle -\lambda \vec{a} - \delta \cdot \vec{p}, \rho | j^n(0) | \vec{p}_0, \sigma \rangle$$

$$A^{(2)}(+\lambda \vec{a} - \delta \cdot \vec{p}) = (2\pi)^3 \cdot \frac{M^2 + \delta \cdot \vec{p}}{M^2 + \vec{p}^2} \varepsilon^{\ell n} \int \sum_{\rho} \langle \vec{p}, \sigma | j^n(0) | \lambda \vec{a} + \delta \cdot \vec{p} \rangle \langle \lambda \vec{a} + \delta \cdot \vec{p}, \rho | j^{\ell}(0) | \vec{p}_0, \sigma \rangle$$

Для процесса рождения пар фотоном на протоне дисперсионные соотношения получаются из /2.4/ простой заменой $k \rightarrow x$, $x \rightarrow q + q_0$ и $m_y^2 = x_0^2 - x^2$.

§ 4. Исследование ненаблюдаемой области

При выводе дисперсионных соотношений /3.16/ нами была рассмотрена разность

$$S\tilde{T} = ST^{ret} - ST^{adv} = ST^+ - ST^-$$

в области действительных переменных k_0 . Далее было сделано предположение, что рассматриваются только сильные взаимодействия. Слабыми взаимодействиями мы пренебрегли, а электромагнитные учтены в низшем по e приближении.

Разлагая теперь ST^+ и ST^- по полной системе функций и интегрируя по трехмерным импульсам промежуточных состояний, получим

$$ST^{ret}(k_0, \vec{a}) - ST^{adv}(k_0, \vec{a}) = i(2\pi)^4 \int \sum_{\vec{p}} \left\{ \langle \vec{p}, \sigma | j^e(0) | -\lambda \vec{a} - \delta \vec{p}, \rho \rangle \right. \\ \left. \langle -\lambda \vec{a} - \delta \vec{p}, \rho | j^n(0) | \vec{p}_0, \sigma_0 \rangle \delta \left(\frac{x_0 + k_0 - E_0 - E}{2} + l_0 \right) \right. \quad /4.1/$$

$$- \langle \vec{p}, \sigma | j^n(0) | \lambda \vec{a} + \delta \vec{p}, \rho \rangle \langle \lambda \vec{a} + \delta \vec{p}, \rho | j^e(0) | \vec{p}_0, \sigma_0 \rangle \\ > \delta \left(\frac{x_0 + k_0 + E_0 + E}{2} - l_0 \right).$$

Аргумент первой δ -функции имеет вид $k_0 - \sqrt{M^2 + \vec{p}^2} + \sqrt{M_p^2 + \lambda^2 + \delta^2 \vec{p}^2}$, а второй - $k_0 + \sqrt{M^2 + \vec{p}^2} - \sqrt{M_p^2 + \lambda^2 + \delta^2 \vec{p}^2}$, где M_p - масса промежуточных состояний.

В одноуклонном состоянии $M_p = M$ / первый член справа в разности /4.1/ будет отличен от нуля при условии

$$k_0 = E_p = \frac{(1-\delta) \vec{p}^2}{\sqrt{M^2 + \vec{p}^2}}, \quad /4.2/$$

а второй - при условии

$$k_0 = -E_p = - \frac{(1-\delta) \vec{p}^2}{\sqrt{M^2 + \vec{p}^2}}. \quad /4.3/$$

Непрерывный спектр начнется со значений $M_p = M + \mu$, то есть для $|k_0| > E$, где μ - масса \mathcal{F} -мезона,

$$\mp E_1 = \mp \frac{2M\mu + \mu^2 - 2(1-\delta) \vec{p}^2}{2\sqrt{M^2 + \vec{p}^2}} \quad /знаки \mp \text{ отвечают первой}$$

и второй δ -функциям соответственно/,

Для того, чтобы однонуклонные полюса $\pm E_p$, не попали в область непрерывного спектра $|k_0| \geq E_1$, т.е. чтобы $|E_p| < E_1$, \vec{p}^2 должно удовлетворять условию

$$\vec{p}^2 < \frac{2M\mu + \mu^2 + m_\gamma^2}{4}, \quad /4.5/$$

которое накладывает ограничение на энергию налетающей частицы-электрона.

Важно отметить, что в рассматриваемых дисперсионных соотношениях ненаблюдаемая область отсутствует для конечной передачи импульса \vec{p}^2 . Интервал импульсов, для которых отсутствует ненаблюдаемая область, определяется из неравенства

$$(1-\delta)|\vec{p}| > \frac{2M\mu + \mu^2 - 2(1-\delta)\vec{p}^2}{2\sqrt{M^2 + \vec{p}^2}}. \quad /4.5/$$

Разрешая /4.5/ относительно $|\vec{p}|$, получим

$$|\vec{p}| < \sqrt{\frac{(2M\mu + \mu^2)^2 + (M+\mu)^2 m_\gamma^2 + m_\gamma^2 M^2 (2M\mu + \mu^2) \sqrt{(2M\mu + \mu^2 + m_\gamma^2)^2 + 4M^2 m_\gamma^2}}{8(M+\mu)^2}}$$

В случае реального комптон-эффекта $m_\gamma^2 = 0$ и мы получаем

$$|\vec{p}| < \frac{2M\mu + \mu^2}{2(M+\mu)},$$

что совпадает с результатами работы [9].

§ 5. Вычисление однонуклонного члена

Чтобы вычислить однонуклонные члены в /3.23/, рассмотрим сначала выражение

$$\langle \vec{p}, \sigma | j^e(0) | -\lambda \vec{a} - \delta \cdot \vec{p}, \rho \rangle, \quad /5.1/$$

которое запишем через вариационную производную:

$$\langle \vec{p}, \sigma | j^e(0) | \vec{p}'', s'' \rangle = i e^{-i(\rho - \rho'')x} \langle \vec{p}, \sigma | \frac{\delta S}{\delta A_e(x)} | \vec{p}'', s'' \rangle, \quad /5.2/$$

где

$$\vec{p}'' = -\lambda \vec{a} - \delta \cdot \vec{p}, \quad \rho = s''.$$

Переходя от варьирования по $A_e(x)$ к варьированию по $A_e(k)$, получим

$$\delta(\rho - \rho'' - k) \langle \vec{p}, \sigma | j^e(0) | \vec{p}'', s'' \rangle = \frac{i}{(2\pi)^5} \langle \vec{p}, \sigma | \frac{\delta S}{\delta A_e(k)} | \vec{p}'', s'' \rangle. \quad /5.3/$$

Легко проверить, что $\vec{p}''^2 \geq 0$. Это позволяет работать с $|\vec{p}'', s''\rangle$ как с реальным состоянием. Коммутируя операторы рождения и уничтожения нуклонов из амплитуд $\langle \vec{p}, \sigma |$ и $|\vec{p}'', s''\rangle$ с $\delta S / \delta A_e(k)$ получим, что

$$i \langle \vec{p}, \sigma | \frac{\delta S}{\delta A_e(k)} | \vec{p}'', s'' \rangle = \frac{i}{(2\pi)^3} \sqrt{\frac{M^2}{E \cdot E''}} \bar{w}(\vec{p}, \sigma) \langle \frac{\delta^3 S}{\delta \bar{\varphi}(\vec{p}) \cdot \delta A_e(k) \cdot \delta \varphi(\vec{p}'')} \rangle w(\vec{p}'', s''),$$

где

$$E = \sqrt{\vec{p}^2 + M^2}, \quad \text{а} \quad E'' = \sqrt{\vec{p}''^2 + M^2}.$$

Из соображений релятивистской инвариантности следует, что

$$\langle \frac{\delta^3 S}{\delta \bar{\varphi}(\rho) \cdot \delta A_e(k) \cdot \delta \varphi(\rho'')} \rangle = e \left(\mathcal{F}_1(k^2) \gamma^e - \mathcal{F}_2 \frac{\mu [\hat{k}, \gamma^e]}{4M} \right) \delta(\rho - \rho'' - k), \quad \hat{k} = \gamma^k, /5.5/$$

$\mathcal{F}_i(k^2)$ - скалярные функции /формфакторы нуклона/.

Из /5.5/, /5.4/, /5.3/ и /3.21/ теперь получим:

$$A_{en}(-\lambda \vec{a}) = -\frac{e^2}{(2\pi)^3} \cdot \frac{M^2 + \delta \cdot \vec{p}^2}{M^2 + \vec{p}^2} S \sum_{S'} \frac{M^2}{\sqrt{E \cdot E_0 \cdot E''_2}} \times \quad /5.6a/$$

$$\times \bar{w}(\vec{p}, \sigma) \left(\mathcal{F}_1(x^2) \gamma^e + \mathcal{F}_2(x^2) \frac{\mu [\hat{x}, \gamma^e]}{4M} \right) w(\vec{p}'', s'') \cdot \bar{w}(\vec{p}'', s'') \left(\mathcal{F}_1(k^2) \gamma^e + \mathcal{F}_2(k^2) \frac{\mu [\hat{k}, \gamma^e]}{4M} \right) w(\rho_0, \sigma_0)$$

$$A_{ne}(\lambda \vec{a}) = -\frac{e^2}{(2\pi)^3} \cdot \frac{M^2 + \delta \cdot \vec{p}^2}{M^2 + \vec{p}^2} \cdot \frac{M^2}{\sqrt{E \cdot E_0 \cdot E''}} S \sum_{S''} \bar{W}(\vec{p}, \sigma) (\mathcal{F}_1(k^2) \gamma^n - \mathcal{F}_2(k^2) \frac{\mu [\hat{k}, \gamma^n]}{4M}) W(-\vec{p}', s'') \cdot \bar{W}(-\vec{p}'', s'') (\mathcal{F}_1(x^2) \gamma^e + \mathcal{F}_2(x^2) \frac{\mu [\hat{x}, \gamma^e]}{4M}) W(\vec{p}_0, \sigma_0).$$

/5.66/

Проводя теперь суммирование по S'' и осуществляя операцию симметризации S /см. 3.15/, получим:

$$A_{en} = -e^2 \frac{M(M^2 + \delta \cdot \vec{p}^2)}{2(2\pi)^3 (M^2 + \vec{p}^2) E'' \sqrt{E \cdot E_0}} \bar{W}(\vec{p}, \sigma) \left[(\mathcal{F}_1(x^2) \gamma^e + \mathcal{F}_2(x^2) \frac{\mu [\hat{x}, \gamma^e]}{4M}) (\hat{p}'' + M) \cdot (\mathcal{F}_1(k^2) \gamma^n - \mathcal{F}_2(k^2) \frac{\mu [\hat{k}, \gamma^n]}{4M}) \right] W(\vec{p}_0, \sigma_0).$$

$$A_{ne} = -e^2 \frac{M(M^2 + \delta \cdot \vec{p}^2)}{2(2\pi)^3 (M^2 + \vec{p}^2) E'' \sqrt{E \cdot E_0}} \bar{W}(\vec{p}, \sigma) (\mathcal{F}_1(k^2) \gamma^n - \mathcal{F}_2(k^2) \frac{\mu [\hat{k}, \gamma^n]}{4M}) (\gamma_0 E'' + \vec{\gamma} \vec{p}'' + M) (\mathcal{F}_1(x^2) \gamma^e + \mathcal{F}_2(x^2) \frac{\mu [\hat{x}, \gamma^e]}{4M}) W(\vec{p}_0, \sigma_0).$$

В соотношениях /5.7/ $\mathcal{F}_1(0) = 1$, $\mathcal{F}_2(0) = 1$, e - электрический заряд нуклона, а μ - аномальный магнитный момент нуклона, выраженный в ядерных магнетонах.

Важно отметить, что в однонуклонном приближении, т.е. когда

$$\langle f | S | i \rangle = -ie \frac{m e^n \varepsilon^e}{\sqrt{2k_0 \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon_0}} \cdot \frac{(2\pi)^4}{x^2} \cdot \delta(k + p - x_0 - p_0) \left(\frac{A_{en}}{E_p - k_0} + \frac{A_{ne}}{E_p + k_0} \right) /5.8/$$

выражение /5.8/ совпадает с суммой матричных элементов, соответствующих графикам 2а/ и 2б/, в которых в вершинах, связанных с виртуальным фотоном, вместо формфакторных функций $\phi_1(x^2, \rho'^2)$ и $\phi_2(x^2, \rho'^2)$ стоят $\mathcal{F}_1(x^2)$ и $\mathcal{F}_2(x^2)$, а в вершинах, связанных с реальным фотоном, вместо $\phi_1(0, \rho'^2)$ и $\phi_2(0, \rho'^2)$ стоят $\mathcal{F}_1(0)$ и $\mathcal{F}_2(0)$.

Таким образом, использование дисперсионных соотношений позволяет строгим образом ввести в процесс тормозного излучения и рождения пар в низшем по ϵ приближении формфакторы, зависящие от одной переменной, которые для отрицательных значений аргумента были исследованы в работах Хофстадтера /10/.

§ 6. Структура амплитуды виртуального комптон-эффекта

Разложим амплитуду виртуального комптон-эффекта T^c на релятивистско-инвариантные структуры, удовлетворяющие требованиям градиентной инвариантности. Представим T^c в следующем виде:

$$T^c = e^n \epsilon^\epsilon T_{ne}^c = \bar{W}(p) e^n R_{ne} \epsilon^\epsilon W(p_0), \quad /6.1/$$

где

$$R_{ne} = R_{ne}(p_0, p, k, x, y)$$

$$T_{ne}^c \text{ должна удовлетворять условиям } k_n T_{ne}^c = 0 \text{ и } x_e T_{ne}^c = 0. \quad /6.2/$$

Введем, как предложено в /11/, \mathcal{U} - факторы:

$$\mathcal{U}_{n\alpha} = \delta_{n\alpha} - \frac{(p+p_0)_n k_\alpha}{(p+p_0, k)}; \quad /6.3/$$

$$\mathcal{U}_{e\beta} = \delta_{e\beta} - \frac{(p+p_0)_e x_\beta}{(p+p_0, x)},$$

где $(p+p_0, k)$ означает скалярное произведение двух векторов $p+p_0$ и k .

Запишем

$$T_{ne} = \mathcal{U}_{n\alpha} \mathcal{U}_{e\beta} T_{\alpha\beta}. \quad /6.4/$$

В выражении /6.4/ ψ - факторы автоматически учитывают условие градиентной инвариантности. Из выбора ψ - факторов следует, что

$$\begin{aligned} (P+P_0)_\alpha \psi_{n\alpha} &= 0 \\ (P+P_0)_\beta \psi_{e\beta} &= 0 \\ K_\alpha \psi_{n\alpha} &= k_n. \end{aligned}$$

Используя общую теорему разложения матричного элемента /см. 11/, представим T^c в виде:

$$T^c = \bar{W}(P) e^{\sum_{s,t} \Omega'_{s,t}} \Lambda^{(s)} \psi_{n\alpha} \psi_{e\beta} R^t_{\alpha\beta} W(P_0), \quad /6.5/$$

где $\Omega'_{s,t}$ - некоторые скалярные функции, зависящие только от скалярных произведений 4-х импульсов начального и конечного состояний,

$$\Lambda^{(1)} = 1, \quad \Lambda^{(2)} = K,$$

$$R^{(1)}_{\alpha\beta} = \gamma_\alpha \gamma_\beta; \quad R^{(2)}_{\beta\alpha} = \gamma_\beta \gamma_\alpha; \quad R^{(3)}_{\alpha\beta} = \gamma_\alpha \alpha_\beta; \quad R^{(4)}_{\alpha\beta} = \gamma_\alpha \kappa_\beta$$

$$R^{(5)}_{\alpha\beta} = \alpha_\alpha \gamma_\beta; \quad R^{(6)}_{\alpha\beta} = \alpha_\alpha K_\beta; \quad R^{(7)}_{\alpha\beta} = \alpha_\alpha \kappa_\beta. \quad /6.6/$$

Таким образом, из /6.4/, /6.5/ и /6.6/ получаем

$$T^c = e^{\sum_{s=1,2} \sum_{t=1,\dots,7} T_{e,n}^{s,t} \Omega'_{s,t}}.$$

Однако, рассматриваемые четырнадцать структур $T_{e,n}^{s,t} e^{\sum_{s,t} \Omega'_{s,t}}$ не являются линейно-независимыми: комбинации $\frac{1}{2} (T^{1,1} - T^{1,2})$ и $\frac{1}{2} (T^{2,1} - T^{2,2})$ линейно выражаются через остальные структуры. В окончательном виде выбранные нами двенадцать линейно-независимых структур имеют вид:

$$R^{(1)} = \frac{1}{2} (T^{1,1} + T^{1,2}) = \bar{W}(P) \left(e - \frac{(e, P+P_0)k}{(P+P_0, k)} \right) \left(\varepsilon - \frac{(\varepsilon, P+P_0)\varkappa}{(P+P_0, \varkappa)} \right) W(P_0)$$

$$R^{(2)} = \bar{W}(P) \left(\hat{e} - \frac{(e, P+P_0)\hat{k}}{(P+P_0, k)} \right) \left((\varepsilon k) - \frac{(k \varkappa)(\varepsilon, P+P_0)}{(P+P_0, \varkappa)} \right) W(P_0)$$

$$R^{(3)} = \bar{W}(P) \left(\hat{e} - \frac{(e, P+P_0)\hat{k}}{(P+P_0, k)} \right) \left((\varepsilon \varkappa) - \frac{(\varepsilon, P+P_0)\varkappa^2}{(P+P_0, \varkappa)} \right) W(P_0)$$

$$R^{(4)} = \bar{W}(P) \left((e \varkappa) - \frac{(e, P+P_0)(k \varkappa)}{(P+P_0, k)} \right) \left(\hat{\varepsilon} - \frac{(\varepsilon, P+P_0)\hat{\varkappa}}{(P+P_0, \varkappa)} \right) W(P_0)$$

$$R^{(5)} = \bar{W}(P) \left((e \varkappa) - \frac{(e, P+P_0)(k \varkappa)}{(P+P_0, k)} \right) \left((\varepsilon k) - \frac{(\varepsilon, P+P_0)(k \varkappa)}{(P+P_0, \varkappa)} \right) W(P_0)$$

$$R^{(6)} = \bar{W}(P) \left((e \varkappa) - \frac{(e, P+P_0)(k \varkappa)}{(P+P_0, k)} \right) \left((\varepsilon \varkappa) - \frac{(\varepsilon, P+P_0)\varkappa^2}{(P+P_0, \varkappa)} \right) W(P_0)$$

$$R^{(7)} = \frac{1}{2} (T^{2,1} + T^{2,2}) = \bar{W}(P) \hat{k} \left(e - \frac{(e, P+P_0)k}{(P+P_0, k)} \right) \left(\varepsilon - \frac{(\varepsilon, P+P_0)\varkappa}{(P+P_0, \varkappa)} \right) W(P_0)$$

$$R^{(8)} = \bar{W}(P) \hat{k} \left(\hat{e} - \frac{(e, P+P_0)\hat{k}}{(P+P_0, k)} \right) \left((\varepsilon k) - \frac{(\varepsilon, P+P_0)(k \varkappa)}{(P+P_0, \varkappa)} \right) W(P_0)$$

$$R^{(9)} = \bar{W}(P) \hat{k} \left(e - \frac{(e, P+P_0)k}{(P+P_0, k)} \right) \left((\varepsilon \varkappa) - \frac{(\varepsilon, P+P_0)\varkappa^2}{(P+P_0, \varkappa)} \right) W(P_0)$$

$$R^{(10)} = 2T^{(2,5)} - 2T^{(1,6)} =$$

$$= \bar{W}(P) \left[\hat{k} \left(\hat{\varepsilon} - \frac{(\varepsilon, P+P_0)\hat{\varkappa}}{(P+P_0, \varkappa)} \right) - \left(\hat{\varepsilon} - \frac{(\varepsilon, P+P_0)\hat{\varkappa}}{(P+P_0, \varkappa)} \right) \hat{k} \right]$$

$$\left((e \varkappa) - \frac{(e, P+P_0)(k \varkappa)}{(P+P_0, k)} \right) W(P_0)$$

$$R^{(11)} = \bar{W}(P) \hat{k} \left((e\kappa) - \frac{(e, P+P_0)(\kappa\kappa)}{(P+P_0, \kappa)} \right) \left((\varepsilon k) - \frac{(\varepsilon, P+P_0)(k\kappa)}{(P+P_0, \kappa)} \right) W(P_0)$$

$$R^{(12)} = \bar{W}(P) \left((e\kappa) - \frac{(e, P+P_0)(\kappa\kappa)}{(P+P_0, \kappa)} \right) \left((\varepsilon\kappa) - \frac{(\varepsilon, P+P_0)\kappa^2}{(P+P_0, \kappa)} \right) W(P_0).$$

/6.8/

Таким образом,

$$T^c = \sum_{i=1}^{12} R^i \Omega_i. \quad /6.9/$$

Структуры /6.8/ удовлетворяют требованиям релятивистской инвариантности, градиентной инвариантности и условиям типа теоремы "crossing symmetry"

$$R^i = \pm (R^i)^+ \left(\begin{array}{l} P \rightarrow P_0, \sigma \rightarrow \sigma_0 \\ \kappa \rightarrow -\kappa, \kappa \rightarrow -\kappa \end{array} \right).$$

Последнее условие приводит к следующим соотношениям для коэффициентов Ω_i :

$$\begin{aligned} \Omega_i &= +\Omega_i^+ & i &= 1, 5, 6 \\ \Omega_i &= -\Omega_i^+ & i &= 2, 3, 4, 7, 8, 9, 10, 11, 12. \end{aligned} \quad /6.10/$$

При переходе к реальному комптон-эффекту структуры R^3, R^6, R^9 и R^{12} обращаются в нуль. Таким образом, для реального комптон-эффекта остается 8 независимых структур. Этот результат согласуется с результатом работы^{12/}.

Однако дисперсионные соотношения не могут быть записаны непосредственно для коэффициентов Ω_i , так как структуры R^i не обладают определенными свойствами симметрии по $\vec{\lambda}$. Поэтому необходимо сначала

разложить T^c в системе $\vec{p}_0 + \vec{p} = 0$ по 12-ти независимым трехмерным структурам. Мы выбираем следующие независимые структуры:

$$\begin{aligned}
 \tau_1 &= \vec{e}\vec{e} & \tau_5 &= i(\vec{\varepsilon}\vec{\lambda})(\vec{\sigma}[\vec{p}\times\vec{e}]) & \tau_9 &= i(\vec{e}\vec{e})(\vec{\sigma}[\vec{p}\times\vec{\lambda}]) \\
 \tau_2 &= (\vec{e}\vec{p})(\vec{\varepsilon}\vec{\lambda}) & \tau_6 &= i(\vec{\varepsilon}\vec{p})(\vec{e}\vec{p})(\vec{\sigma}[\vec{p}\times\vec{\lambda}]) & \tau_{10} &= i(\vec{e}\vec{p})(\vec{\sigma}[\vec{\lambda}\times\vec{e}]) \\
 \tau_3 &= (\vec{e}\vec{p})(\vec{\varepsilon}\vec{p}) & \tau_7 &= i/\lambda^2(\vec{e}\vec{p})(\vec{\varepsilon}\vec{\lambda})(\vec{\sigma}[\vec{p}\times\vec{\lambda}]) & \tau_{11} &= i/\lambda^2(\vec{\varepsilon}\vec{\lambda})(\vec{\sigma}[\vec{\lambda}\times\vec{e}]) \\
 \tau_4 &= i(\vec{\varepsilon}\vec{p})(\vec{\sigma}[\vec{p}\times\vec{e}]) & \tau_8 &= i(\vec{e}\vec{p})(\varepsilon[\vec{p}\times\vec{e}]) & \tau_{12} &= i(\vec{e}\vec{p})(\vec{\sigma}[\vec{\lambda}\times\vec{\varepsilon}]).
 \end{aligned}
 \tag{6.11/}$$

Таким образом, в системе $\vec{p}_0 + \vec{p} = 0$ амплитуда T^c может быть записана в виде

$$T^c = \sum_k \mathcal{L}_k(k_0, \vec{p}^2) \tau_k, \tag{6.12/}$$

где $\mathcal{L}_k(k_0, \vec{p}^2)$ — скалярные функции переменной k_0 и отдачи \vec{p}^2 . Операция симметризации S по $\vec{\lambda}$ осуществляется теперь тривиально вследствие явной зависимости структур τ_k от вектора $\vec{\lambda}$.

§ 7. Дисперсионные соотношения для Лоренц-инвариантных коэффициентов

Очевидно, что из-за независимости структур τ_k дисперсионные соотношения /3.16/ могут быть записаны для каждого коэффициента \mathcal{L}_k в отдельности, причем каждый из этих коэффициентов должен вести себя в плоскости комплексной переменной k_0 не хуже, чем амплитуда T^c и на бесконечности убывать не медленнее чем $1/k_0$. Операция симметризации S дополнительно ведет к тому, что коэффициенты при антисимметричных по $\vec{\lambda}$ структурах будут убывать не медленнее, чем $1/k_0^2$.

$$\operatorname{Re} \mathcal{L}_k(k_0) = \frac{\mathcal{P}}{\pi} \int_{E_1}^{\infty} \left(\frac{1}{k'_0 - k_0} + \frac{1}{k'_0 + k_0} \right) \dot{y}_m \mathcal{L}_k(k'_0) dk'_0 + \\ + \frac{\mathcal{L}_k^{(1)}}{E_p - k_0} + \frac{\mathcal{L}_k^{(2)}}{E_p + k_0}; \quad k = 1, 2, 3$$

$$\operatorname{Re} \mathcal{L}_k(k_0) = \frac{\mathcal{P}}{\pi} \int_{E_1}^{\infty} \left(\frac{1}{k'_0 - k_0} - \frac{1}{k'_0 + k_0} \right) \dot{y}_m \mathcal{L}_k(k'_0) dk'_0 + \\ + \frac{\mathcal{L}_k^{(1)}}{E_p - k_0} + \frac{\mathcal{L}_k^{(2)}}{E_p + k_0}; \quad k = 4, 5, \dots, 12. \quad /7.1/$$

Чтобы перейти от дисперсионных соотношений /7.1/ к соотношениям для коэффициентов Ω_i , сначала необходимо найти связь Ω_i с \mathcal{L}_k , а затем проанализировать поведение $\Omega_i(k_0)$ в комплексной плоскости.

Из /6.9/ и /6.12/ имеем:

$$T^c = \sum_i R^{(i)} \Omega_i = \sum_k \mathcal{L}_k z_k.$$

В системе $\vec{p}_0 + \vec{p} = 0$ четырехмерные структуры R_i связаны с трехмерными z_k следующим образом:

$$R^{(1)} = \frac{1}{M} \left(-E \cdot z_1 + \frac{2E}{k_0^2} \cdot z_2 + \frac{2E(1+\delta)}{k_0^2} \cdot z_3 \right)$$

$$R^{(2)} = \frac{1}{M} \left\{ \left(-2 + \frac{(1+\delta)(k\kappa)}{k_0^2} \right) z_4 + \frac{(k\kappa)}{k_0^2} z_5 \right\}$$

$$R^{(3)} = \frac{1}{M} \left\{ \frac{\kappa^2(1+\delta)}{k_0^2} z_4 + \frac{\kappa^2}{k_0^2} z_5 \right\}$$

$$R^{(4)} = \frac{2}{M} \left\{ -\frac{1+\delta}{k_0^2} \tau_6 - \frac{\lambda^2}{k_0^2} \tau_2 + \tau_8 \right\}$$

$$R^{(5)} = \frac{2E}{M} \left\{ \frac{\kappa \lambda}{k_0^2} \tau_2 + \left(-2 + \frac{(1+\delta)(\kappa \lambda)}{k_0^2} \right) \tau_3 \right\}$$

$$R^{(6)} = \frac{2E}{M} \left\{ \frac{\lambda^2}{k_0^2} \tau_2 + \frac{\lambda^2(1+\delta)}{k_0^2} \tau_3 \right\}$$

$$R^{(7)} = \frac{1}{M} \left\{ -\kappa_0 M \tau_1 + \frac{2M}{k_0} \tau_2 + \frac{2M(1+\delta)}{k_0} \tau_3 - \frac{2(1+\delta)}{k_0^2} \tau_6 - \frac{2\lambda^2}{k_0^2} \tau_7 + \tau_9 \right\}$$

$$R^{(8)} = \frac{1}{M} \left\{ -\frac{(\kappa \lambda)}{k_0} \tau_2 + \kappa_0 \left(2 - \frac{(1+\delta)(\kappa \lambda)}{k_0^2} \right) \tau_3 + M(1-\delta) \left(2 - \frac{(1+\delta)(\kappa \lambda)}{k_0^2} \right) \tau_4 - \frac{M(1-\delta)(\kappa \lambda)}{k_0^2} \tau_5 - \frac{2\kappa_0^2 - (1+\delta)(\kappa \lambda)}{(E+M)k_0^2} \tau_6 + \frac{(\kappa \lambda)\lambda^2}{k_0^2(E+M)} \tau_7 - E \left(2 - \frac{(1+\delta)(\kappa \lambda)}{k_0^2} \right) \tau_{10} + \frac{E(\kappa \lambda)\lambda^2}{k_0^2} \tau_{11} \right\}^{17.21}$$

$$R^{(9)} = \frac{1}{M} \left\{ -\frac{\lambda^2}{k_0} \tau_2 - \frac{\lambda^2(1+\delta)}{k_0} \tau_3 - \frac{(1-\delta^2)M\lambda^2}{k_0^2} \tau_4 - \frac{M(1-\delta)\lambda^2}{k_0^2} \tau_5 + \frac{(1+\delta)\lambda^2}{k_0^2(E+M)} \tau_6 + \frac{\lambda^2\lambda^2}{k_0^2(E+M)} \tau_7 + \frac{E(1+\delta)\lambda^2}{k_0^2} \tau_{10} + \frac{E\lambda^2\lambda^2}{k_0^2} \tau_{11} \right\}$$

$$R^{(10)} = \frac{4}{M} \left\{ \frac{\vec{p} \cdot \vec{\lambda}}{k_0} \tau_2 - \frac{\lambda^2 + \lambda^2}{k_0} \tau_3 + \left(\frac{1}{E+M} + \frac{2M(1+\delta)}{k_0^2} \right) \tau_6 + \frac{2M\lambda^2}{k_0^2} \tau_7 - M(1-\delta)\tau_8 + E \cdot \tau_{12} \right\}$$

$$R^{(1)} = \frac{2}{M} \left\{ \frac{M(\kappa\lambda)}{k_0} z_2 - M k_0 \left(2 - \frac{(1+\delta)(\kappa\lambda)}{k_0^2} \right) z_3 + \left(2 - \frac{(1+\delta)(\kappa\lambda)}{k_0^2} \right) z_6 - \frac{(\kappa\lambda)\lambda^2}{k_0^2} z_7 \right\}$$

$$R^{(2)} = \frac{2}{M} \left\{ \frac{M\lambda^2}{k_0} z_2 + \frac{M(1+\delta)\lambda^2}{k_0} z_3 - \frac{(1+\delta)\lambda^2}{k_0^2} z_6 - \frac{\lambda^2\lambda^2}{k_0^2} z_7 \right\}.$$

Запишем /7.2/ кратко: $R_i = \sum a_{ik} z_k$. Таким образом $\sum_{i,k} \Omega_i \cdot a_{ik} z_k = \sum_k L_k \cdot z_k$
или $\sum_i \Omega_i a_{ik} = L_k$
Выпишем связи Ω_i и L_k в явном виде:

1). $\Omega_{10} \cdot a_{10,12} = L_{12}$

2). $\Omega_7 \cdot a_{7,9} = L_9$

3). $\Omega_1 \cdot a_{1,1} + \Omega_7 \cdot a_{7,1} = L_1$

4). $\Omega_4 \cdot a_{4,8} + \Omega_{10} \cdot a_{10,8} = L_8$

5). $\Omega_8 \cdot a_{8,10} + \Omega_9 \cdot a_{9,10} = L_{10}$

6). $\Omega_8 \cdot a_{8,11} + \Omega_9 \cdot a_{9,11} = L_{11}$

7). $\Omega_2 \cdot a_{2,4} + \Omega_3 \cdot a_{3,4} + \Omega_8 \cdot a_{8,4} + \Omega_9 \cdot a_{9,4} = L_4$

8). $\Omega_2 \cdot a_{2,5} + \Omega_3 \cdot a_{3,5} + \Omega_8 \cdot a_{8,5} + \Omega_9 \cdot a_{9,5} = L_5$

/7.3/

$$9). \Omega_4 a_{4,6} + \Omega_7 a_{7,6} + \Omega_8 a_{8,6} + \Omega_9 a_{9,6} + \Omega_{10} a_{10,6} + \Omega_{11} a_{11,6} + \Omega_{12} a_{12,6} = \mathcal{L}_6$$

$$10). \Omega_4 a_{4,7} + \Omega_7 a_{7,7} + \Omega_8 a_{8,7} + \Omega_9 a_{9,7} + \Omega_{10} a_{10,7} + \Omega_{11} a_{11,7} + \Omega_{12} a_{12,7} = \mathcal{L}_7$$

$$11). \Omega_1 a_{1,2} + \Omega_5 a_{5,2} + \Omega_6 a_{6,5} + \Omega_7 a_{7,2} + \Omega_8 a_{8,2} + \Omega_9 a_{9,2} + \Omega_{10} a_{10,2} + \\ + \Omega_{11} a_{11,2} + \Omega_{12} a_{12,2} = \mathcal{L}_2$$

$$12). \Omega_1 a_{1,3} + \Omega_5 a_{5,3} + \Omega_6 a_{6,3} + \Omega_7 a_{7,3} + \Omega_8 a_{8,3} + \Omega_9 a_{9,3} + \Omega_{10} a_{10,3} + \\ + \Omega_{11} a_{11,3} + \Omega_{12} a_{12,3} = \mathcal{L}_3.$$

Теперь остается ответить лишь на вопросы: не появляются ли у Ω_i дополнительные полюса по сравнению с \mathcal{L}_k и как ведут себя Ω_i на бесконечности? Ответ на эти вопросы можно получить из решения системы /7.3/.

Предварительно сделаем следующее замечание: при $\lambda = 0$ в T^c должны исчезнуть все структуры, содержащие вектор $\vec{\lambda}$, и, следовательно, $L_7 = L_{11} = 0$ при этом значении λ .

Коэффициенты L_7 и L_{11} являются аналитическими функциями по K_0 и могут быть разложены в ряд Тейлора в точках $\lambda = 0$:

$$L_k(K_0) = L_k\left(\frac{(1-\delta)|\vec{p}|}{\lambda}\right) + L'_k\left(\frac{(1-\delta)|\vec{p}|}{\lambda}\right)\left(K_0 - \frac{(1-\delta)|\vec{p}|}{\lambda}\right) + \dots$$

Таким образом, выражение $L_k/\lambda^2 = \frac{L_k}{[K_0 - (1-\delta)|\vec{p}|][K_0 + (1-\delta)|\vec{p}|]}$ не содержит дополнительных полюсов при $\lambda = 0$.

Решая теперь систему /7.3/ относительно Ω_i и анализируя поведение Ω_i по K_0 с учетом предыдущего замечания, получим, что все коэффициенты Ω_i являются аналитическими функциями переменной K_0 в той же области, где аналитической является функция ST^c . Коэффициент Ω_6 на бесконечности ведет себя как константа и поэтому для него дисперсионное соотношение следует писать с одним вычитанием.

Принимая во внимание условие /8.10/ получаем следующие дисперсионные соотношения для коэффициентов Ω_i /в системе $\vec{p} + \vec{p}_0 = 0$ /

$$\operatorname{Re} \Omega_i(k_0) = \frac{\mathcal{P}}{\mathcal{P}} \int_{E_1}^{\infty} \left(\frac{1}{k_0' - k_0} + \frac{1}{k_0' + k_0} \right) \mathcal{I}_m \Omega_i(k_0') dk_0' +$$

$$+ \frac{\Omega_i^{(1)}}{E_p - k_0} + \frac{\Omega_i^{(2)}}{E_p + k_0}; \quad i = 1, 5$$

$$\operatorname{Re} \Omega_i(k_0) = \frac{\mathcal{P}}{\mathcal{P}} \int_{E_1}^{\infty} \left(\frac{1}{k_0' - k_0} - \frac{1}{k_0' + k_0} \right) \mathcal{I}_m \Omega_i(k_0') dk_0' +$$

$$+ \frac{\Omega_i^{(1)}}{E_p - k_0} + \frac{\Omega_i^{(2)}}{E_p + k_0}; \quad i = 2, 3, 4, 7, \dots, 12$$

17.41

$$\operatorname{Re} \Omega_6(k_0) = \frac{2k_0^2}{\mathcal{P}} \mathcal{P} \int_{E_1}^{\infty} \frac{\mathcal{I}_m \Omega_6(k_0') \cdot dk_0'}{k_0' (k_0'^2 - k_0^2)} + \operatorname{Re} \Omega_6(0) +$$

$$+ \frac{\Omega_6^{(1)}}{E_p - k_0} + \frac{\Omega_6^{(2)}}{E_p + k_0};$$

$$\Omega_6(0) = \frac{1-\delta}{2\delta} \Omega_5(0) + \frac{1}{4 \cdot \delta \cdot \vec{p}^2} \Omega_1(0).$$

В соотношениях /7.4/ коэффициенты $\Omega_i^{(1)}$ и $\Omega_i^{(2)}$ являются соответствующими частями однонуклонных членов $A_{en}(-\lambda \vec{a})$ и $A_{ne}(\lambda \vec{a})$. Явный вид этих коэффициентов дается следующими выражениями:

$$\begin{aligned}
 1). \quad \frac{\Omega_1^{(1)}}{E_p - K_0} + \frac{\Omega_1^{(2)}}{E_p + K_0} &= - \frac{Me^2}{(2\pi)^3 \cdot 2E} \cdot \gamma_1 \\
 2). \quad \frac{\Omega_2^{(1)}}{E_p - K_0} + \frac{\Omega_2^{(2)}}{E_p + K_0} &= \frac{Me^2}{(2\pi)^3 \cdot 2E} \left[\mathcal{F}_2 \frac{\mu^2}{M^2} - \frac{2(1+\mu)(P \cdot K)}{(P_0 \cdot K) + (P \cdot K)} \gamma_3 - \right. \\
 &\quad \left. - \left(1 + \frac{K_0 E}{2\vec{p}^2} - \frac{K_0 M^2 (1-\delta^2)}{2E \lambda^2} \right) \gamma_2 \right] \\
 3). \quad \frac{\Omega_3^{(1)}}{E_p - K_0} + \frac{\Omega_3^{(2)}}{E_p + K_0} &= \frac{Me^2}{(2\pi)^3 \cdot 2E} \left(\frac{E K_0}{2\vec{p}^2} + \frac{M^2 K_0 (1-\delta)^2}{2E \lambda^2} \right) \gamma_2 \\
 4). \quad \frac{\Omega_4^{(1)}}{E_p - K_0} + \frac{\Omega_4^{(2)}}{E_p + K_0} &= \frac{Me^2}{(2\pi)^3 \cdot 2E} \left(-\gamma_3 - \gamma_2 \left[\frac{E K_0}{2\vec{p}^2} + \frac{M^2 K_0 (1-\delta)^2}{2E \lambda^2} \right] \right) \\
 5). \quad \frac{\Omega_5^{(1)}}{E_p - K_0} + \frac{\Omega_5^{(2)}}{E_p + K_0} &= \frac{Me^2}{(2\pi)^3 \cdot 2E} \left(-\frac{\gamma_1}{2(P_0 \cdot K)} + \frac{M K_0^2}{2\vec{p}^2 \lambda^2} \gamma_2 + \frac{\mu}{2M} \gamma_3 + \gamma_4 \right) \\
 6). \quad \frac{\Omega_6^{(1)}}{E_p - K_0} + \frac{\Omega_6^{(2)}}{E_p + K_0} &= 0 \\
 7). \quad \frac{\Omega_7^{(1)}}{E_p - K_0} + \frac{\Omega_7^{(2)}}{E_p + K_0} &= (1+\mu) \gamma_3 \frac{Me^2}{(2\pi)^3 \cdot 2E} \\
 8). \quad \frac{\Omega_8^{(1)}}{E_p - K_0} + \frac{\Omega_8^{(2)}}{E_p + K_0} &= \frac{Me^2}{(2\pi)^3 \cdot 2E} \left[\frac{M K_0 (1+\delta)}{2E \lambda^2} \gamma_2 - (1+\mu) \gamma_4 \right]
 \end{aligned}
 \tag{7.5}$$

$$9). \frac{\Omega_g^{(1)}}{E_p - K_0} + \frac{\Omega_g^{(2)}}{E_p + K_0} = \frac{Me^2}{(2\pi)^3 2E} \left[\frac{MK_0(1-\delta)}{2E\lambda^2} y_2 \right]$$

$$10). \frac{\Omega_{10}^{(1)}}{E_p - K_0} + \frac{\Omega_{10}^{(2)}}{E_p + K_0} = \frac{Me^2}{(2\pi)^3 2E} \left(-\frac{MK_0(1-\delta)}{4E\lambda^2} y_2 + \frac{\mu}{4M} y_3 \right)$$

$$11). \frac{\Omega_{11}^{(1)}}{E_p - K_0} + \frac{\Omega_{11}^{(2)}}{E_p + K_0} = \frac{Me^2}{(2\pi)^3 2E} \left(-\frac{M^2 K_0}{2E\vec{p}^2 \lambda^2} y_2 - \frac{\mu}{2M} y_4 \right)$$

$$12). \frac{\Omega_{12}^{(1)}}{E_p - K_0} + \frac{\Omega_{12}^{(2)}}{E_p + K_0} = 0$$

где

$$y_1 = \frac{2\mu}{M} (\mathcal{F}_1 + (1+\mu)\mathcal{F}_2)$$

/7.6/

$$y_2 = \frac{\mu^2}{M^2} \mathcal{F}_2 + (1+\mu)(\mathcal{F}_1 + \mu\mathcal{F}_2) \left(\frac{1}{\rho\kappa} - \frac{1}{\rho_0\kappa} \right)$$

$$y_3 = (\mathcal{F}_1 + \mu\mathcal{F}_2) \left(\frac{1}{\rho_0\kappa} + \frac{1}{\rho\kappa} \right)$$

$$y_4 = \frac{\mu}{2M} \mathcal{F}_2 \left(\frac{1}{\rho_0\kappa} + \frac{1}{\rho\kappa} \right).$$

Чтобы перейти к дисперсионным соотношениям в системе центра масс удобно записать сначала соотношения /7.4/ в инвариантных переменных χ , t , которые мы выбираем следующим образом

$$\chi = \kappa (p + p_0)$$

/7.7/

$$t = (\chi - \kappa)^2.$$

Для брейтовской системы координат имеем связь:

$$\chi = 2\kappa_0 E = 2\kappa_0 \sqrt{M^2 + \vec{p}^2}; \quad t = -4\vec{p}^2; \quad \chi = \kappa_0 \sqrt{4M^2 - t} \quad /7.8/$$

В системе центра масс за независимые переменные выберем полную энергию системы W и угол $\cos \theta$ между направлениями падающего виртуального фотона и излученного реального фотона. В этом случае связь оказывается весьма громоздкой

$$z = \frac{W^2 - M^2}{4W^2} \left[3W^2 + M^2 + m_j^2 + \sqrt{(W^2 - M^2)^2 + 2m_j^2(W^2 + M^2) + m_j^4} \cdot \cos \theta \right]$$

$$t = -m_j^2 + \frac{W^2 - M^2}{2W^2} \left[-W^2 + M^2 + m_j^2 + \sqrt{(W^2 - M^2)^2 + 2m_j^2(W^2 + M^2) + m_j^4} \cdot \cos \theta \right] \quad /7.9/$$

$$z = W^2 - M^2 + \frac{m_j^2 + t}{2}$$

Дисперсионные соотношения /7.4/ в переменных z , t имеют теперь следующий вид:

$$\operatorname{Re} \Omega_i(z, t) = \frac{\mathcal{P}}{\pi} \int_{2M_\mu + \mu^2 + \frac{t + m_j^2}{2}}^{\infty} \left(\frac{1}{z' - z} + \frac{1}{z' + z} \right) \gamma_m \Omega_i(z', t) dz' + \Omega_i^0; \quad i = 1, 5$$

$$\operatorname{Re} \Omega_i(z, t) = \frac{\mathcal{P}}{\pi} \int_{2M_\mu + \mu^2 + \frac{t + m_j^2}{2}}^{\infty} \left(\frac{1}{z' - z} - \frac{1}{z' + z} \right) \gamma_m \Omega_i(z', t) dz' + \Omega_i^0; \quad i = 2, 3, 4, 7, 8, 9, 10, 11.$$

/7.10/

$$\operatorname{Re} \Omega_6(z, t) = \frac{2z^2}{\pi} \mathcal{P} \int_{2M_\mu + \mu^2 + \frac{t + m_j^2}{2}}^{\infty} \frac{\gamma_m \Omega_6(z', t) dz'}{z'(z'^2 - z^2)} + \operatorname{Re} \Omega_6(0);$$

$$\operatorname{Re} \Omega_6(0) = -\frac{t+m_j^2}{2m_j^2} \Omega_5(0) + \frac{1}{m_j^2} \Omega_1(0)$$

$$\operatorname{Re} \Omega_{12}(z, t) = \frac{\mathcal{P}}{\pi} \int_{\frac{2M\mu+\mu^2}{2} + \frac{t+m_j^2}{2}}^{\infty} \left(\frac{1}{z'-z} - \frac{1}{z'+z} \right) y_m \Omega_{12}(z', t) dz'$$

Соотношения /7.10/ записаны с учетом того, что однонуклонные члены при Ω_6 и Ω_{12} равны нулю. Однонуклонные члены в инвариантных переменных имеют вид:

$$\overset{\circ}{\Omega}_1 = -\frac{Me^2}{(2\pi)^3} \cdot \frac{y_1}{\sqrt{4M^2-t}}$$

$$\overset{\circ}{\Omega}_2 = \frac{Me^2}{(2\pi)^3 \sqrt{4M^2-t}} \left[\mathcal{F}_2 \frac{\mu^2}{M^2} - \frac{2(1+\mu)(\rho k)}{(\rho_0 k) + (\rho k)} \mathcal{F}_3 - \left(1 - \frac{z}{t} - \frac{4M^2(t^2 - m_j^4)z}{t[4tz^2 + (4M^2-t)(t+m_j^2)^2]} \right) \mathcal{F}_2 \right]$$

$$\overset{\circ}{\Omega}_3 = \frac{Me^2}{(2\pi)^3 \sqrt{4M^2-t}} \left[-\frac{z}{t} + \frac{4M^2z(t+m_j^2)^2}{t[4tz^2 + (t+m_j^2)^2(4M^2-t)]} \right] \cdot \mathcal{F}_3$$

$$\overset{\circ}{\Omega}_4 = \frac{Me^2}{(2\pi)^3 \sqrt{4M^2-t}} \left[-\mathcal{F}_3 - \mathcal{F}_2 \left(-\frac{z}{t} + \frac{4M^2z(t+m_j^2)^2}{t[4tz^2 + (t+m_j^2)^2(4M^2-t)]} \right) \right]$$

$$\overset{\circ}{\Omega}_5 = \frac{Me^2}{(2\pi)^3 \sqrt{4M^2-t}} \left[-\frac{\mathcal{F}_1}{2(\rho_0 k)} - \frac{8Mz^2}{4tz^2 + (t+m_j^2)(4M^2-t)} \cdot \mathcal{F}_2 + \frac{\mu}{2M} \mathcal{F}_3 + \mathcal{F}_4 \right]$$

$$\overset{\circ}{\Omega}_7 = \frac{Me^2}{(2\pi)^3 \sqrt{4M^2-t}} (1+\mu) \mathcal{F}_3$$

$$\Omega_8^0 = \frac{Me^2}{(2\pi)^3 \sqrt{4M^2-t}} \left[\frac{4tzM(t-m_f^2)}{[4tz^2 + (t+m_f^2)^2(4M^2-t)]} y_2 - (1+\mu) y_4 \right]$$

$$\Omega_9^0 = \frac{Me^2}{(2\pi)^3 \sqrt{4M^2-t}} \cdot \frac{4tzM(t+m_f^2)}{4tz^2 + (t+m_f^2)^2(4M^2-t)} \cdot y_2$$

$$\Omega_{10}^0 = \frac{Me^2}{(2\pi)^3 \sqrt{4M^2-t}} \left[-\frac{y_2}{2} \cdot \frac{4Mtz(t+m_f^2)}{4tz^2 + (t+m_f^2)^2(4M^2-t)} + \frac{\mu}{4M} y_3 \right]$$

$$\Omega_{11}^0 = \frac{Me^2}{(2\pi)^3 \sqrt{4M^2-t}} \left[\frac{16M^2z}{4tz^2 + (t+m_f^2)^2(4M^2-t)} y_2 - \frac{\mu}{2M} y_4 \right].$$

Теперь дисперсионные соотношения для коэффициентов Ω_i в системе центра масс элементарно получаются из /7.9/, /7.10/ и /7.11/ переходом от переменных z и t к переменным W и $\cos\theta$. Окончательный вид этих дисперсионных соотношений оказывается чрезвычайно громоздким и здесь не выписывается.

§ 8. Дисперсионные соотношения для физических амплитуд в системе центра масс

Чтобы получить дисперсионные соотношения для физических амплитуд в системе центра масс, разложим амплитуду T^C по независимым трехмерным структурам

ρ_k в той же системе:

$$T^c = \sum_{k=1}^{12} M_k \rho_k, \quad /8.1/$$

где M_k физические амплитуды, зависящие от W и $\cos \theta$

$$\begin{aligned} \rho_1 &= \vec{e} \vec{e} & \rho_5 &= i(\vec{e} \vec{k})(\vec{\sigma}[\vec{x} \times \vec{e}]) & \rho_9 &= i(\vec{e} \vec{e})(\vec{\sigma}[\vec{k} \times \vec{x}]) \\ \rho_2 &= (\vec{e} \vec{x})(\vec{e} \vec{k}) & \rho_6 &= i(\vec{e} \vec{x})(\vec{e} \vec{x})(\vec{\sigma}[\vec{k} \times \vec{x}]) & \rho_{10} &= i(\vec{e} \vec{x})(\vec{\sigma}[\vec{k} \times \vec{e}]) \\ \rho_3 &= (\vec{e} \vec{x})(\vec{e} \vec{x}) & \rho_7 &= i(\vec{e} \vec{x})(\vec{e} \vec{k})(\vec{\sigma}[\vec{k} \times \vec{x}]) & \rho_{11} &= i(\vec{e} \vec{k})(\vec{\sigma}[\vec{k} \times \vec{e}]) \\ \rho_4 &= i(\vec{e} \vec{x})(\vec{\sigma}[\vec{x} \times \vec{e}]) & \rho_8 &= i(\vec{e} \vec{x})(\vec{\sigma}[\vec{x} \times \vec{e}]) & \rho_{12} &= i(\vec{e} \vec{x})(\vec{\sigma}[\vec{k} \times \vec{e}]). \end{aligned} \quad /8.2/$$

Найдем связь коэффициентов $\Omega_i (W, \cos \theta)$ с $M_k (W, \cos \theta)$; подставляя разложение релятивистски-инвариантных структур /6.8/ по ρ_k

$$R_i = \sum_k b_{ik} \rho_k \quad /8.3/$$

в соотношении

$$T^c = \sum \Omega_i R_i = \sum M_k \rho_k,$$

получим

$$M_k = \sum_i \Omega_i b_{ik}. \quad /8.4/$$

Коэффициенты b_{ik} - известные функции переменных W и $\cos \theta$. Матрица $\|C_{ik}\| = \|b_{ik}\|^{-1}$ находится из решения системы /8.3/. Система /8.3/, представляющая систему из 12 уравнений, имеет громоздкий вид. Подходящим выбором структур, именно выбором структур /8.2/, удается расщепить систему /8.3/ и, свести ее, таким образом, к решению двух

систем второго порядка и двух систем четвертого порядка. Отсюда легко находится связь:

$$T^c = \sum_i \Omega_i R_i = \sum_{\kappa, i} M_\kappa C_{i\kappa} R_i$$

или

$$\Omega_i = \sum_\kappa C_{i\kappa} M_\kappa \quad /8.5/$$

Коэффициенты $C_{i\kappa}$ в соотношении /8.5/ имеют весьма громоздкий вид и поэтому связь /8.5/ в явном виде не выписывается. Из /7.10/, /7.9/ и /8.5/ получаем дисперсионные соотношения для физических амплитуд M_j в системе центра масс:

$$\text{Re } M_j(W, t, m_j^2) = \frac{2\mathcal{P}}{\pi} \int_{M+W}^{\infty} \sum_i \xi_i \left(\frac{1}{W'^2 - W^2} + \zeta_i \frac{1}{W'^2 + W^2 - 2M^2 + m_j^2 + t} \right) \times \quad /8.6/$$

$$\times \theta_{ji}(W, t, m_j^2) \sum_\kappa C_{i\kappa}(W', t, m_j^2) \mathcal{I}_m M_\kappa(W', t, m_j^2) W' dW' +$$

$$+ \sum_i \theta_{ji}(W, t, m_j^2) \Omega_i + \theta_{j6}(W, t, m_j^2) \sum_\kappa M_\kappa \left(\sqrt{M^2 - \frac{t+m_j^2}{2}}, t, m_j^2 \right) \times$$

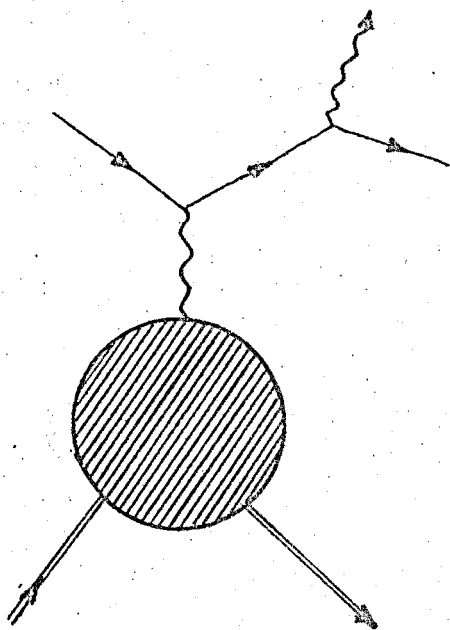
$$\times \left[\frac{1}{m_j^2} C_{1,\kappa} \left(\sqrt{W^2 - \frac{t+m_j^2}{2}}, t, m_j^2 \right) - \frac{m_j^2 + t}{2m_j^2} C_{5,\kappa} \left(\sqrt{M^2 - \frac{t+m_j^2}{2}}, m_j^2, t \right) \right]$$

где $\xi_6 = 1/2$; $\xi_i = 1$ для $i \neq 6$; $\zeta_i = W'^2 - M^2 + \frac{m_j^2 + t}{2}$; $\zeta_i = +1$; $i = 1, 5$;
 $\zeta_i = -1$, $i = 2, 3, 4, 6, 7, \dots, 12$.

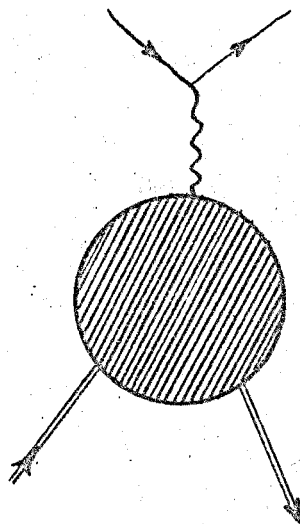
В заключение мы приносим глубокую благодарность А.А.Логуну за ценные обсуждения и постоянный интерес к работе, а так же Д.В.Ширкову и А.Н.Тавхелидзе за полезные дискуссии.

Л и т е р а т у р а

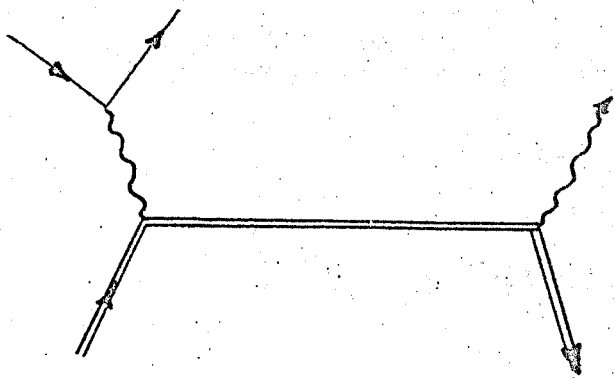
1. Н.Н.Боголюбов, Б.В.Медведев и М.К.Поливанов "Вопросы теории дисперсионных соотношений", Гостехиздат. Москва, 1958 год.
2. В.С.Владимиров и А.А.Логунов, препринт ОИЯИ, Р-260.
3. Н.Н.Боголюбов и Д.В.Ширков "Введение в теорию квантованных полей", Гостехиздат, Москва, 1957 год.
4. А.А.Logunov, A.N.Tavkhelidze, L.D.Solovyev, Nucl.Phys. 4,427 (1957).
5. L.D.Solovyev, Nucl.Phys., 5, 256 (1958).
6. И.С.Златев и П.С.Исаев, ЖЭТФ, 35, 309, /1958/; Доклад на Всесоюзной межвузовской конференции по квантовой теории полей и теории элементарных частиц /2-6 октября 1958 года, Ужгород/.
7. I.D.Bjorken, S.D.Drell and S.C.Frautschi, Phys.Rev. II2, 1409 (1958).
8. А.А.Logunov and P.S.Isaev, Nuovo Cim. X, 917 (1958).
9. Аналогичное поведение амплитуды на бесконечности для реального комптон-эффекта было выбрано в работе М. Gell-Mann and I.Mathews /см. доклад G.F.CheW на ежегодной конференции по физике высоких энергий, ЦЕРН, 1958 год/.
10. Н.Н.Боголюбов и Д.В.Ширков, ДАН, 113, 529, /1957/.
11. Р. Хофстадтер, УФН, LX111, 693, /1957/.
12. M.Kawaguchi and N.Mugibayshi, Progr.Theor.Phys. 8,212 (1952).
13. В.И.Ритус, ЖЭТФ, 35, 1985 /1958/.



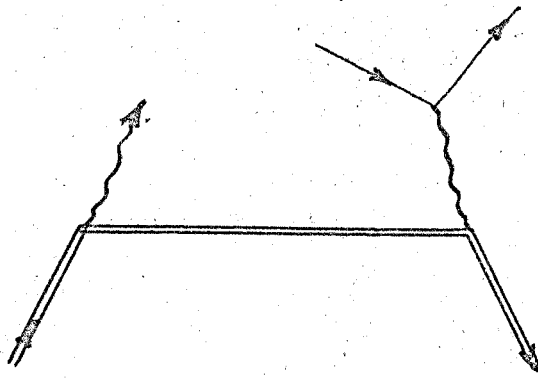
1a



1b



2a



2b