ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ
Лаборатория теоретической физики

Р-314

Л.И.Лапидус, Чжоу Гуан-чжао

К ИЗУЧЕНИЮ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ П - МЕЗОНОВ С ГИПЕРОНАМИ

ЖЭТФ, 1959, т 37, в 1, с 283-288.

Дубна, 1959 год

Р - 314

Л.И.Лапидус, Чжоу Гуан-чжао

К ИЗУЧЕНИЮ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ π - МЕЗОНОВ С ГИПЕРОНАМИ

А н н о т а ц и я .

Показано, что учет унитарности S -матрицы позволяет получить некоторые сведения о рассеянии П-мезонов Λ - и Σ - гиперонами, анализируя данные о взаимодействии К-мезонов с нуклонами.

Обсуждается возможность изучения π-Λ и π-Σ взаимодействий при исследовании периферических соударений гиперонов с нуклонами.

. . . .

Изучение взаимодействия П-мезонов с гиперонами представляется интересным особенно в связи с выяснением свойств симметрии взаимодействия П-мезонов с различными барионами.

I. Рассмотрим реакции

$$\tilde{K}+N \to \tilde{K}+N \tag{Iа}$$

$$\tilde{K}+N \to \Sigma(\Lambda)+\pi \tag{Iб}$$

$$\Sigma(\Lambda)+\pi \to \Sigma(\Lambda)+\pi \tag{Iв}$$

в области таких энергий К-мезона, где можно пренебречь каналами, в которых рождаются два пиона. Так как элементы S -матрицы для реакций (I) связаны друг с другом условием унитарности, возникает вопрос: "Какие сведения об амплитудах $\Sigma(\Lambda)+\pi \to \Sigma(\Lambda)+\pi$ рассеяния можно получить, изучая сечения и поляризации в процесса (Iа) и (Iб)?" Первая часть настоящей работы содержит попытку ответить на этот вопрос.

В дальнейшем предполагаем, что спин К-мезона равен нулю, а спин гиперонов - I/2. Далее считаем, что взаимодействия инвариантны относительно отражения пространства, обращения времени и вращения в изотопическом пространстве.

Реакции (I) описываются элементами Т-матрицы ($iT = S-1$) диагональной по квантовому числу изоспина.

$$T^0 = \begin{pmatrix} a_K^0 & a_{K\Sigma}^0 \\ a_{\Sigma K}^0 & a_\Sigma^0 \end{pmatrix} ; \qquad T^1 = \begin{pmatrix} a_K^1 & a_{K\Sigma}^1 & a_{K\Lambda} \\ a_{\Sigma K}^1 & a_\Sigma^1 & a_{\Sigma\Lambda} \\ a_{\Lambda K} & a_{\Lambda\Sigma} & a_\Lambda \end{pmatrix}, \tag{2}$$

где $a_K^0\,(a_K^1)$ -амплитуда $\tilde{K}+N \to \tilde{K}+N$ рассеяния в состоянии с определенным значением изоспина 0/I/ ; $a_{K\Sigma}^0\,(a_{K\Sigma}^1)$ -амплитуда реакции $\tilde{K}+N \to \Sigma+\pi$ в состоянии с изоспином 0/I/ ; и т.д.

Спиновую структуру амплитуды рассеяния a_α можно представить в виде

$$a_\alpha = A_\alpha + i\,B_\alpha(\vec{\sigma}[\vec{n}\cdot\vec{n}']), \tag{3}$$

где $\vec{n}\,(\vec{n}')$ -единичный вектор, параллельный импульсу частиц в начальном (конечном) состоянии в системе центра тяжести; A_α и B_α - две комплексные скалярные функции от энергии и $\vec{n}\cdot\vec{n}'$.

Амплитуда реакции $a_{\alpha\beta}$ имеет вид

$$a_{\alpha\beta} = A_{\alpha\beta} + i B_{\alpha\beta} (\vec{\sigma}[\vec{n}\cdot\vec{n}']), \tag{4}$$

когда произведение внутренних четностей всех четырех частиц в начальном (конечном) состоянии П = +I , или

$$a_{\alpha\beta} = A_{\alpha\beta} (\vec{\sigma}\cdot\vec{n}) + B_{\alpha\beta} (\vec{\sigma}\cdot\vec{n}'), \tag{4'}$$

когда П =-I. Здесь $A_{\alpha\beta}$ и $B_{\alpha\beta}$ - две комплексные функции от энергии и $\vec{n}\cdot\vec{n}'$.

Обратимся к анализу условий определения Т-матрицы на экспериментальных данных. Из (2), (3) и (4) видно, что число действительных скалярных функций, входящих в T^0 и T^I матрицы, равно I3 х 4 = 52. Инвариантность взаимодействия относительно обращения времени приводит к симметрии S -матрицы, что уменьшает количество функций, определяющих Т-матрицы с 52 до 36. Можно убедиться далее, что учет условий унитарности S -матрицы сокращает вдвое число независимых действительных функций и оно становится равным I8.

Тот же результат получается, если воспользоваться общими формулами /1/

Рассмотрим теперь, какую информацию можно получить, изучая лишь процессы (Iб) и (Iв). Число действительных функций, характеризующих эти процессы, равно 5 х 4 = 20. Они удовлетворяют 4 соотношениям унитарности. Поэтому только I6 из них являются независимыми.

В таблице I приведены 8 реакций типа (Iа) и (Iб) и их амплитуды. Там через K_2^0 /K_I^0/ обозначается долгоживущий (короткоживущий) K^0-мезон ; $\tilde{a}_{K^0}$ -амплитуда рассеяния K^0-мезонов, которая определяется при анализе рассеяния K^+-мезона на нуклонах. В дальнейшем предполагаем, что амплитуда $\tilde{a}_{K^0}$ уже известна.

В действительности реакции (в) и (г) в таблице I являются одним и тем же процессом. Изучая зависимость сечения рассеяния и поляризации после рассеяния от времени (т.е. от рассеяния до мишени) можно определить амплитуды реакций (г) и (д) порознь.

Измеряя дифференциальные сечения и поляризацию нуклонов в реакциях (а),(б),(в),(г), приведенных в таблице I, полностью восстановим амплитуды рассеяния a_K^0 и a_K^1 . Экспериментальные данные о сечении и поляризации гиперонов в реакциях (д),(е),(ж),(з) вместе с 4 соотношениями унитарности позволяют определить амплитуды реакций $a_{K\Sigma}^0$, $a_{K\Sigma}^1$ и $a_{K\Lambda}$ с точностью до общего фазового множителя.

Поскольку выражения для сечений и поляризаций, а также соотношения унитарности для реакций (Iа) и (Iб) инвариантны при замене

$$\begin{aligned} a_{K\Sigma}^0 &\to e^{i\delta_0(E)} a_{K\Sigma}^0 \\ a_{K\Sigma}^1 &\to e^{i\delta_0(E)} a_{K\Sigma}^1 \\ a_{K\Lambda} &\to e^{i\delta_1(E)} a_{K\Lambda}, \end{aligned} \tag{6}$$

мы не можем определить эти два фазовые множителя $e^{i\delta_0}$ и $e^{i\delta_1}$, которые являются функциями только от энергии. Последнее следует из соотношений, которым удовлетворяют амплитуды (4) и (4') в силу унитарности S -матрицы.

Так как число независимых действительных функций, входящих в T^0 и T^I, равно I8, а I6 из них определяются с точностью до двух фазовых множителей, при исследовании процессов (Iа) и (Iб), то для полного восстановления амплитуд рассеяния пиона Λ и Σ гиперонами в состояниях с изоспином 0 и I дополнительно требуется определить еще действительные функции от энергии и $(\vec{n}\cdot\vec{n}')$ и два фазовые множители.

Для каждого состояния с полным моментом J и орбитальным моментом $l=J\pm 1/2$ T^0 матрицу можно записать в виде

$$-i\begin{pmatrix} \rho_K^0 \exp(2i\delta_K^0)-1 & i\rho_{K\Sigma}^0 \exp(i\delta_{K\Sigma}^0) \\ i\rho_{K\Sigma}^0 \exp(i\delta_{K\Sigma}^0) & \rho_{K\Sigma}^0 \exp(2i\delta_\Sigma^0)-1 \end{pmatrix}, \tag{7}$$

где ρ_α -некоторые положительные функции от энергии, а δ_α -фазы соответствующих процессов.

Из условий унитарности S -матрицы вытекает, что

$$\begin{gathered} \delta_{K\Sigma}^0 = \delta_K^0 + \delta_\Sigma^0 \\ \rho_\Sigma^0 = \rho_K^0 = \{1-(\rho_{K\Sigma}^0)^2\}^{1/2} \end{gathered} \tag{8}$$

Величины ρ_K^0, δ_K^0, $\delta_{K\Sigma}^0$ с точностью до общего фазового множителя можно определить исследуя процессы (Iа) и (Iб). Величины ρ_Σ^0 и δ_Σ^0 определяются тогда с той же точностью из соотношений (8).

Таким образом для π-Σ рассеяния разность фаз в различных состояниях с нулевым изоспином полностью определяется исследованием реакций с К- частицами.[x)]

Для состояний с изоспином I вместо (7) имеем

$$-i\begin{pmatrix} \rho_K \exp(2i\delta_K)-1 & \rho_{K\Sigma} \exp(i\delta_{K\Sigma}) & \rho_{K\Lambda} \exp(i\delta_{K\Lambda}) \\ \rho_{K\Sigma} \exp(i\delta_{K\Sigma}) & \rho_\Sigma \exp(2i\delta_\Sigma)-1 & \rho_{\Sigma\Lambda} \exp(i\delta_{\Sigma\Lambda}) \\ \rho_{K\Lambda} \exp(i\delta_{K\Lambda}) & \rho_{\Sigma\Lambda} \exp(i\delta_{\Sigma\Lambda}) & \rho_\Lambda \exp(2i\delta_\Lambda)-1 \end{pmatrix} \tag{9}$$

Здесь вместо $\rho_\alpha^1(\delta_\alpha^1)$ в дальнейшем будем писать $\rho_\alpha(\delta_\alpha)$.

---

x) Может оказаться, что для проведения однозначного анализа окажется полезным учет кулоновских эффектов и зависимости S -матрицы от энергии при малых энергиях.

Отметим, что для рассматриваемых реакций имеет место неоднозначность Минами.

Некоторые возможности определения при анализе реакций (I) четности К-мезона относительно гиперонов обсуждалась недавно Амати и Витале /2/.

Из условий унитарности получим

$$\rho_{K\Sigma}^2 + \rho_\Sigma^2 + \rho_{\Sigma\Lambda}^2 = 1 \ ; \quad \rho_{K\Lambda}^2 + \rho_{\Sigma\Lambda}^2 + \rho_\Lambda^2 = 1 \tag{I0}$$

$$\cos(2\delta_\Sigma + 2\delta_K - 2\delta_{K\Sigma}) = \frac{(\rho_K\rho_{K\Sigma})^2 + (\rho_{K\Sigma}\rho_\Sigma)^2 - (\rho_{K\Lambda}\rho_{\Sigma\Lambda})^2}{2\rho_\Sigma\rho_K(\rho_{K\Sigma})^2} \tag{II}$$

$$\cos(\delta_{\Sigma\Lambda} + 2\delta_K - \delta_{K\Lambda} - \delta_{K\Sigma}) = \frac{(\rho_{K\Lambda}\rho_{\Sigma\Lambda})^2 + (\rho_K\rho_{K\Sigma})^2 - (\rho_{K\Sigma}\rho_\Sigma)^2}{2\rho_{K\Lambda}\rho_{\Sigma\Lambda}\rho_K\rho_{K\Sigma}} \tag{I2}$$

$$\cos(2\delta_\Lambda + 2\delta_K - 2\delta_{K\Lambda}) = \frac{(\rho_K\rho_{K\Lambda})^2 + (\rho_{K\Lambda}\rho_\Lambda)^2 - (\rho_{K\Sigma}\rho_{\Sigma\Lambda})^2}{2\rho_\Lambda\rho_K(\rho_{K\Lambda})^2} \tag{I3}$$

Легко убедиться. что даже при известных ρ_K, $\rho_{K\Sigma}$, $\rho_{K\Lambda}$, δ_K, $\delta_{K\Sigma}$ и $\delta_{K\Lambda}$ соотношений унитарности (I0)-(I3) недостаточно для восстановления T^I -матрицы. Для этого в каждом состоянии надо знать еще один параметр (например, ρ_Σ).

Заметим, что соотношения (I0)-(I3) приводят к некоторым интересным неравенствам. Принимая во внимание, что $\rho_\Lambda > 0$ и $|\cos\theta| < 1$,получим из (I0) и (II)

$$0 < \rho_\Sigma^2 < 1 - \rho_{K\Sigma}^2 - \rho_{\Sigma\Lambda}^2 < 1 - \rho_{K\Sigma}^2 \tag{I4}$$

$$\left|(\rho_K\rho_{K\Sigma})^2 + (\rho_{K\Sigma}\rho_\Sigma)^2 - \rho_{K\Lambda}^2(1 - \rho_{K\Sigma}^2 - \rho_\Sigma^2)\right| < 2\rho_\Sigma\rho_K(\rho_{K\Sigma})^2 \tag{I5}$$

Введем новые обозначения:

$$\rho_{K\Sigma}^2 + \rho_{K\Lambda}^2 \equiv a \ , \quad \rho_K\rho_{K\Sigma}^2 \equiv b \ ; \quad (\rho_K\rho_{K\Sigma})^2 - \rho_{K\Lambda}^2(1 - \rho_{K\Sigma}^2) \equiv c$$

Тогда (I5) можно переписать в виде

$$|a\rho_\Sigma^2 + c| < 2b\rho_\Sigma \tag{I5'}$$

Из (I5') вместе с (I4) получим

$$\mathrm{Max}\left\{0 ; \frac{b}{a} - \frac{1}{a}\sqrt{b^2 - ac}\right\} < \rho_\Sigma < \mathrm{Min}\left\{\sqrt{1-\rho_{K\Sigma}^2} ; \frac{b}{a} + \frac{1}{a}\sqrt{b^2 - ac}\right\} \tag{I6}$$

Неравенство (I5') имеет место только при $b^2 - ac \geq 0$. Следовательно, наблюдаемые величины ρ_K , $\rho_{K\Lambda}$ и $\rho_{K\Sigma}$ должны удовлетворять этому неравенству. Аналогично имеем

$$\mathrm{Max}\left\{0 ; \frac{b_1}{a_1} - \frac{1}{a_1}\sqrt{b_1^2 - a_1c_1}\right\} < \rho_{\Sigma\Lambda} < \mathrm{Min}\left\{\sqrt{1-\rho_{K\Sigma}^2} ; \sqrt{1-\rho_{K\Lambda}^2} ; \frac{b_1}{a_1} + \frac{1}{a_1}\sqrt{b_1^2 - a_1c_1}\right\} \tag{I7}$$

$$\mathrm{Max}\left\{0 ; \frac{b_2}{a_2} - \frac{1}{a_2}\sqrt{b_2^2 - a_2c_2}\right\} < \rho_\Lambda < \mathrm{Min}\left\{\sqrt{1-\rho_{K\Lambda}^2} ; \frac{b_2}{a_2} + \frac{1}{a_2}\sqrt{b_2^2 - a_2c_2}\right\} \tag{I8}$$

где

$$a_1 \equiv \rho_{K\Lambda}^2 + \rho_{K\Sigma}^2 = a \ ; \quad b_1 \equiv \rho_{K\Lambda}\rho_K\rho_{K\Sigma} \ ; \quad c_1 \equiv (\rho_K\rho_{K\Sigma})^2 - \rho_{K\Sigma}^2(1 - \rho_{K\Sigma}^2)$$

и

$$a_2 \equiv \rho_{K\Lambda}^2 + \rho_{K\Sigma}^2 = a \ ; \quad b_2 \equiv \rho_K(\rho_{K\Lambda})^2 \ ; \quad c_2 \equiv (\rho_K\rho_{K\Lambda})^2 - \rho_{K\Sigma}^2(1 - \rho_{K\Lambda}^2)$$

2. Недавно Чу и Лоу, Окунь и Померанчук /3/ предложили рассматривать периферические соударения как метод для определения взаимодействия между нестабильными частицами. Будем считать, что их метод можно использовать для определения амплитуд $\Sigma(\Lambda)+\pi\to\Sigma(\Lambda)+\pi$ рассеяния при исследовании процессов $\Sigma+N\to\Sigma(\Lambda)+N+\pi$; $\Lambda+N\to\Sigma+N+\pi$. Сущность их метода заключается в том, что амплитуда реакции $\Sigma+N\to\Sigma(\Lambda)+N+\pi$, рассматриваемая как функция от $(p_N'-p_N)^2$, где $p_N(p_N')$ - четырехмерный импульс нуклонов в начальном (конечном) состоянии, имеет полюс в нефизической области $(p_N'-p_N)^2=\mu^2$, где μ -масса П-мезона. Показано, что виртуальный процесс

$$N\to N+\pi\ ;\ \Sigma(\Lambda)+\pi\to\Sigma(\Lambda)+\pi \tag{19}$$

соответствует полюсному члену, вычет которого пропорционален амплитуде π-$\Lambda(\Sigma)$ рассеяния. Предполагая, что в физической области вблизи полюса реакция $\Sigma+N\to\Sigma(\Lambda)+N+\pi$ определяется процессом (19), можно экстраполировать ее амплитуду в нефизическую область и выделить вычет полюсного члена.

Для того, чтобы оценить эффект других членов в физической области вблизи полюса, мы сформулируем некоторые правила, которые должны иметь место, если в этой области действительно преобладает вклад полюсного члена.

А. В области вблизи полюса амплитуда реакции $\Sigma^++p\to p+\pi^0+\Sigma^+$ равна амплитуде реакции $p+\Sigma^-\to p+\pi^0+\Sigma^-$. Это правило вытекает из инвариантности виртуального процесса

$$\pi^0+\Sigma^\pm\to\pi^0+\Sigma^\pm \tag{20}$$

относительно вращения в изотопическом пространстве. Аналогично можно доказать, что равны друг другу амплитуды следующих процессов: $p+\Sigma^+\to p+\Sigma^0+\pi^+$ и $\Sigma^-+p\to p+\Sigma^0+\pi^-$; $\Lambda+p\to n+\pi^0+\Sigma^+$ и $\Lambda+p\to n+\Sigma^0+\pi^+$; $p+\pi^+\to p+\pi^0+\pi^+$ и $p+\pi^-\to p+\pi^0+\pi^-$ и т.д.

Б. Вблизи полюса амплитуды реакций $\Sigma^\pm(\Lambda)+p\to\Sigma^\pm(\Lambda)+p+\pi^0$ и $\tilde{\Sigma}^\pm(\tilde{\Lambda})+p\to\tilde{\Sigma}^\pm(\tilde{\Lambda})+p+\pi^0$ равны друг другу. Это правило вытекает из инвариантности виртуального процесса (20) относительно зарядового сопряжения. В нашем случае оно не имеет большого практического значения, но в других случаях оно может представлять интерес. Например, можно доказать, что амплитуды реакций $K^\pm+N\to K^\pm+N+\pi^0$ равны. Это равенство полезно для определения взаимодействия К-мезона с П-мезоном и было отмечено Окунем и Померанчуком.

В. Если в начальном состоянии нуклоны неполяризованы, то в конечном состоянии они остаются неполяризованными.

Рассмотрим реакцию типа

$$\Sigma^++p\to\Lambda+p+\pi^+ \tag{21}$$

в области вблизи полюса $(p_\Sigma-p_\Lambda)^2=\mu^2$. Предположим, что в этой области преобладает процесс

$$\Sigma^+ \to \Lambda + \pi^+ \quad , \; p + \pi^+ \to p + \pi^+, \tag{22}$$

амплитуда которого пропорциональна

$$\frac{\bar{u}(p_\Lambda)\,\Gamma\, u(p_\Sigma)}{(p_\Lambda - p_\Sigma)^2 - \mu^2}\, a_{\pi p}, \tag{23}$$

где Γ = I , когда относительная четность Σ и Λ частиц П = -I; $\Gamma = \gamma_5$, когда П = +I; $a_{\pi p}$ -амплитуда $p+\pi^+ \to p+\pi^+$ рассеяния. Амплитуда процесса (22) не содержит зависимости от оператора спина гиперонов при Π = -I (более точно, она содержит член, пропорциональный σ_Y , но с малым коэффициентом) и пропорциональна $(\vec{\sigma}_Y \cdot \vec{k})$, где $\vec{k}$ - единичный вектор, параллельный разности $\frac{\vec{p}_\Sigma}{E_\Sigma + M_\Sigma} - \frac{\vec{p}_\Lambda}{E_\Lambda + M_\Lambda}$, когда Π = +I.

Если в начальном состоянии Σ^+ поляризованы (вектор поляризации $\vec{P}$), то при помощи (23) можно показать, что в конечном состоянии вектор поляризации Λ - частиц ($\vec{P}'$)

$$\vec{P}' = \vec{P}, \tag{24}$$

когда П = -I и

$$\vec{P}' = 2(\vec{P}\cdot\vec{k})\,\vec{k} - \vec{P}, \tag{24'}$$

когда П = +I.

Таким образом, если бы в области, где преобладает полюсный член, удалось измерить вектор поляризации Λ частиц, возникающих в реакции (2I) с поляризованными Σ , то оказалось бы возможным не только оценить эффект неполюсных членов, но и получить сведения об относительной четности Λ и Σ гиперонов.

И з у ч е н и е   п о л я р и з а ц и и   п р о д у к т о в   п р и   п е р и ф е р и ч е с к и х   с о у д а р е н и я х   м о ж е т   о к а з а т ь с я   в   р я д е   с л у ч а е в   и с т о ч н и к о м   с в е д е н и й   о   ч е т н о с т и   н е с т а б и л ь н ы х   ч а с т и ц .[x)]

Авторы выражают глубокую благодарность проф.М.А.Маркову за полезные обсуждения.

---

x) Возможность определения четности частиц при изучении периферических столкновений без рассмотрения поляризации обсуждалась недавно Тейлором /4/.

Таблица I

	Реакция	Амплитуда
(а)	$K^- + p \to K^- + p$	$\frac{1}{2}(a_K^1 + a_K^0)$
(б)	$K^- + p \to K^0 + n$	$\frac{1}{2}(a_K^1 - a_K^0)$
(в)	$K_2^0 + p \to K_1^0 + p$	$\frac{1}{2}(a_K^1 - \tilde{a}_K^0)$
(г)	$K_2^0 + p \to K_2^0 + p$	$\frac{1}{2}(a_K^1 + \tilde{a}_K^0)$
(д)	$K^- + p \to \Lambda + \pi^0$	$a_{K\Lambda}$
(е)	$K^- + p \to \Sigma^- + \pi^+$	$-\left(\frac{1}{\sqrt{6}} a_{K\Sigma}^0 + \frac{1}{2} a_{K\Sigma}^1\right)$
(ж)	$K^- + p \to \Sigma^0 + \pi^0$	$\frac{1}{\sqrt{6}} a_{K\Sigma}^0$
(з)	$K^- + p \to \Sigma^+ + \pi^-$	$-\left(\frac{1}{\sqrt{6}} a_{K\Sigma}^0 - \frac{1}{2} a_{K\Sigma}^1\right)$

Л и т е р а т у р а

I. С.М.Биленький, Л.И.Лапидус, Л.Д.Пузиков, Р.М.Рындин, ЖЭТФ, 35, 959, I958 ; Nucl.Phys., 7, 646, 1958.

2. D.Amati, B.Vitale, Nuovo Cim. 9,895,I958.

3. G.F.Chew, Proc.I958 Annual Conference, CERN, Geneva, p.97;"A proposal for Determining the Pion-Nucleon Coupling Constant from Nucleon-Nucleon Scattering" /препринт, 1958/

Л.Б.Окунь, И.Я.Померанчук, ЖЭТФ, 36, 700, I959г.

G.F.Chew, F.E.Low, Unstable particles as a targets /препринт, 1958/.

4. J.G.Taylor, Nucl.Phys.9, 357 I959 ;"A method for the Determination of Strange particle Parities and Coupling Constats" (препринт, I959).