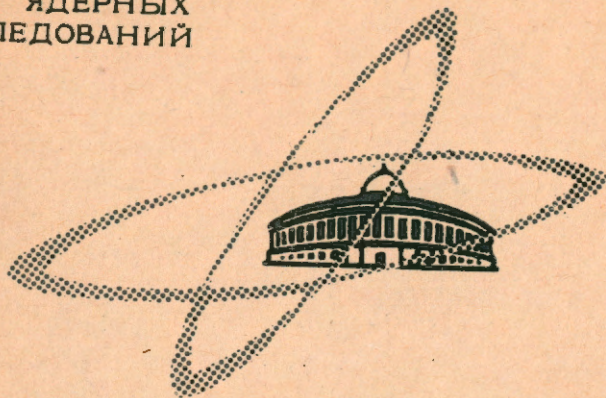


ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна



Р-2866

И.Н. Михайлов, Е. Наджаков, Р.Х. Сафаров

УСЛОВИЕ ОПТИМАЛЬНОГО ВЫДЕЛЕНИЯ
РОТАЦИОННОЙ ПЕРЕМЕННОЙ
И МОМЕНТ ИНЕРЦИИ ЯДРА

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

1966

P-2868

И.Н. Михайлов, Е. Наджаков^{x/}, Р.Х. Сафаров^{xx/}

УСЛОВИЕ ОПТИМАЛЬНОГО ВЫДЕЛЕНИЯ
РОТАЦИОННОЙ ПЕРЕМЕННОЙ
И МОМЕНТ ИНЕРЦИИ ЯДРА

Направлено в Ядерную физику

**Научно-техническая
библиотека
ОИЯИ**

^{x/} Сотрудник Физического института БАН (София).

^{xx/} Сотрудник ИЯФ АН Уз. ССР (Ташкент).

I. Теоретическое описание деталей ротационного спектра приобрело в настоящее время особенный интерес в связи с изучением "длинных ротационных" полосок^{/1,2/}. Измерение энергии состояний ротационной полосы с большими значениями момента количества движения I в большой степени повысило интерес к определению "параметра неадиабатичности вращения", характеризующего зависимость от I момента инерции ядра $J(I)$. Расчеты этого параметра, по-видимому, весьма чувствительны к деталям динамических характеристик ядер, т.е. параметров, определяющих силы нуклон-нуклонного взаимодействия, и не удивительно, что в большинстве работ, посвященных этому вопросу, в центре внимания находится выбор динамического эффекта, ответственного на неадиабатичность.

В настоящей работе мы хотим обратить внимание на возможность использования методов описания величины $J(I)$, совершенно независимых от динамических особенностей системы. Эти методы, связаны с предположением о возможности выделения "ротационной коллективной переменной" ϕ ; возможности, обсуждавшейся уже ранее (см., например^{/3,4/}). Мы вновь поднимаем вопрос о коллективной ротационной переменной с тем, чтобы связать ее свойства с данными о "длинных ротационных полосках".

Мы начнем вывод соответствующих формул с определения некоторого оператора $\hat{\phi}$, канонически сопряженного одной из проекций оператора полного спина системы

$$\frac{i}{\hbar} (\hat{I}_z \hat{\phi} - \hat{\phi} \hat{I}_z) \equiv \{ \hat{I}_z, \hat{\phi} \} = 1 \quad (1)$$

Мы будем называть оператор $\hat{\phi}$ оператором угла ориентации системы и введем также понятие оператора угловой скорости вращения системы

$$\hat{\omega} \equiv \hat{\phi} = \{ \hat{H}, \hat{\phi} \}, \quad (2)$$

где \hat{H} - оператор Гамильтона ядра. Этот оператор, конечно, коммутирует со всеми проекциями \hat{I}_i , так что момент количества движения ядра сохраняется. Известно, однако, что условия симметрии, накладываемые сохранением момента количества движения на волновые функции состояний системы, чрезвычайно сильно усложняют вид этих функций. Поэтому практически при всяком квантовомеханическом описании внутренних

свойств ядер используются волновые функции, представляющие собой волновые пакеты, образованные из состояний с разными значениями квантовых чисел момента I , M . Мы будем называть такие состояния "ориентированными" состояниями ядра и будем считать, что они являются (приближенными) решениями уравнения Шредингера для ядра в некотором "ориентирующем" поле:

$$\hat{H}_{[u]} \Psi = E_{[u]} \Psi, \quad \hat{H}_{[u]} = \hat{H} + u(\hat{\phi}). \quad (3)$$

Из формул (2), (3) следует, что при любом $u(\hat{\phi})$

$$\langle i | \hat{\omega} | j \rangle = \frac{i}{\hbar} \langle i | \phi | j \rangle (E_i - E_j), \quad (4)$$

и на основании формулы (1)

$$\delta_{ij} = \sum_{\lambda} \left\{ \frac{\langle i | \omega | \lambda \rangle \langle \lambda | I_z | j \rangle}{E_{\lambda} - E_i} + \frac{\langle i | I_z | \lambda \rangle \langle \lambda | \omega | j \rangle}{E_{\lambda} - E_j} \right\}. \quad (5)$$

Подчеркнем, что таким свойством должна обладать матрица $\hat{\omega}$, связанная формулой (2) с любой координатой $\hat{\phi}$, канонически сопряженной оператору полного спина ядра.

Будем называть координату ϕ одной из коллективных ротационных координат ϕ , θ , γ , если волновую функцию ядра можно с хорошей точностью представить в виде произведения

$$\Psi_1 = \Psi_1(\phi, \theta, \gamma) \chi_1 \text{ (внутр. переменные)}. \quad (6)$$

Вводя тройку переменных ϕ , θ , γ , мы подразумеваем, как это обычно делается при интерпретации вращательных состояний ядер, что последние определяются таким же набором переменных, как и квантовые состояния твердого ротатора. Однако мы не используем никаких предположений о конкретной связи переменных ϕ , θ , γ с координатами нуклонов ядра. Мы полагаем, что вращение пространства не вызывает изменения внутренних переменных, содержащихся в χ , однако допускаем зависимость χ от квантового числа I .

Изменение переменных ϕ , θ , γ при вращении определяется хорошо известными выражениями для проекций оператора момента твердого тела

$$I_x = -i\hbar \left\{ -\cos\phi \operatorname{ctg}\theta \frac{\partial}{\partial\phi} - \sin\phi \frac{\partial}{\partial\theta} + \frac{\cos\phi}{\sin\theta} \frac{\partial}{\partial\gamma} \right\},$$

$$I_y = -i\hbar \left\{ -\sin\phi \operatorname{ctg}\theta \frac{\partial}{\partial\phi} + \cos\phi \frac{\partial}{\partial\theta} + \frac{\sin\phi}{\sin\theta} \frac{\partial}{\partial\gamma} \right\}, \quad (7)$$

$$I_z = -i\hbar \frac{\partial}{\partial\phi}.$$

Если ориентирующего поля нет, то функции Ψ для аксиально-симметричных ядер должны совпадать с обычными D-функциями /Б/

$$\Psi = D_{MK}^I \chi_{K(I), \alpha}.$$

Как уже говорилось выше, такие функции сильно отличаются от выражений, используемых в конкретных ядерных моделях, в которых состояния ядра определены как функции координат нуклонов (например, от нильссеновских функций). Последние не являются собственными функциями оператора полного спина ядра \hat{I}^2 , но обладают осью симметрии, которую нам удобно сейчас считать направленной вдоль оси x лабораторной системы координат. Ранее было сделано предположение о том, что модельные функции приближенно совпадают с решениями уравнения Шредингера для ядра в поле u . Мы можем теперь сформулировать несколько утверждений относительно характера этого поля. Во-первых, его следует считать не зависящим от γ , поскольку вращение на угол γ_0 относительно оси симметрии не меняет состояния ядра, и, следовательно, поле $u(\gamma + \gamma_0)$ действует на ядро так же, как и $u(\gamma)$. Во-вторых, поле u инвариантно относительно вращения в плоскости y, z , поскольку модельные функции обладают соответствующей симметрией. Наконец, можно считать, что поле весьма точно ориентирует систему вдоль оси x , так что

$$\langle \Psi | (\sin\phi)^n | \Psi \rangle \ll 1,$$

$$\langle \Psi | (\theta - \frac{\pi}{2})^n | \Psi \rangle \ll 1 \quad (n = 1, 2, 3 \dots).$$

Последнее утверждение оправдывается большой величиной дисперсии момента количества движения в состоянии деформированного ядра, описываемом нильссеновскими функциями. Расчеты, о которых пойдет речь ниже, показывают, что для функций, моделирующих состояния реальных ядер, дисперсия равна

$$\langle \Psi | I_y^2 | \Psi \rangle = \langle \Psi | I_x^2 | \Psi \rangle = 50\hbar^2,$$

$$\langle \Psi | I_y | \Psi \rangle = \langle \Psi | I_x | \Psi \rangle = 0.$$

Оценка справедлива как при учете парных корреляций, так и без такого учета.

Считая неравенство

$$\overline{\Delta\phi^2} \overline{\Delta I_z^2} > \frac{\hbar^2}{4}$$

не сильным и используя оценку дисперсии $\Delta I_z^2 = \langle \Psi | I_z^2 | \Psi \rangle$, приведенную выше, видим, что флуктуации направления осей симметрии ядра в состоянии Ψ не превышают нескольких градусов.

Сделанные замечания относительно функций Ψ позволяют найти подходящее выражение для матричных элементов оператора угловой частоты $\hat{\omega}$ в формуле (5). Запишем

$$\langle \Psi_1 | \{H, \phi\} | \Psi_2 \rangle =$$

$$= \int dr \psi_1^*(\phi, \theta, \gamma) \overline{\chi_1^* H_{[u]} \chi_2}, \phi \psi_2(\phi, \theta, \gamma),$$

где $dr = \sin\theta d\phi d\gamma d\theta$, а черта означает усреднение по внутренним переменным ядра.

Величина под знаком интеграла представляет собой функцию от $I_y, I_x, (I_x)$,

ϕ, θ, γ :

$$\overline{\chi_1^* H_{[u]} \chi_2} = f_{12}(I_x^2, I_y^2 + I_z^2, \phi, \theta, \gamma).$$

Интегрирование ее с функциями ψ_1^*, ψ_2 выделяет только ту часть, которая не обращается в нуль при $\phi=0, \theta=\frac{\pi}{2}$. Поскольку коммутаторы $[I_x, \phi], [I_y, \phi]$ содержат величины такого типа, их вклад в окончательное выражение должен быть мал. Таким образом, имеем

$$\int dr \psi_1^* \{f_{12}, \phi\} \psi_2 = \int dr \psi_1^* \frac{\partial f_{12}}{\partial I_x} \psi_2.$$

Из приведенных выше формул при этом следует, что

$$\langle \Psi_1 | \hat{\omega} | \Psi_2 \rangle = \int dr \psi_1^* \frac{\partial}{\partial I_x} \overline{\chi_1^* H \chi_2} \psi_2 =$$

$$= \langle \Psi_1 | \frac{\partial H}{\partial I_x} | \Psi_2 \rangle. \quad (8)$$

Производную $\frac{\partial H}{\partial I_x}$ в формуле (8) естественно связать с данными по энергиям уровней ротационных полос, равными

$$E_{I, \alpha} = E_\alpha + f(M) = E_\alpha + aM^2 + bM^4 + \dots$$

$$M = \sqrt{I(I+1)}. \quad (9)$$

Будем считать, что матрица $\langle i | \frac{\partial H}{\partial I_x} | j \rangle = \langle i | \frac{\partial f}{\partial I_x} | j \rangle$, т.е. что

$$\langle i | \omega | j \rangle = \langle i | \frac{\partial f}{\partial I_x} | j \rangle, \quad (10)$$

где $f(\hat{I})$ — является скалярной функцией от оператора $\hat{I} = \hat{I}_x + \hat{I}_y + \hat{I}_z$ с теми же коэффициентами, что и в формуле (9). Тогда условия (5) могут служить критерием того, насколько хорошо функции $|i\rangle$ и энергии E какой-либо модели ядра аппроксимируют спектр состояний реальных ядер.

Условия (5) можно использовать и для определения величины параметров a, b и т.д. функции $f(\hat{I})$ так же, как это делается при помощи формулы Инглеса для момента инерции ядер.

Для извлечения количественной информации сформулируем следующее правило:

а) определим каким-либо образом функциональную зависимость $f(\hat{I})$, вводя один или несколько параметров (типа a, b в формуле (9));

б) найдем значения этих параметров, которые по методу наименьших квадратов наилучшим образом удовлетворяют матрице условий (5).

Решения, полученные таким образом, естественно сопоставить с результатами измерения энергий ротационных полос. На этом пути можно, в принципе, рассмотреть вопрос, как улучшается решение уравнений (5) при введении в формулу (9) большего числа параметров, т.е. определить, насколько адекватно наше знание функций $|i\rangle$ и энергий E внутренних состояний системы описанию деталей ротационного спектра.

11. Посмотрим сначала, что дает сформулированное правило, если зависимостью момента инерции от I можно пренебречь. В соответствии со сказанным выше предположим, что оператор $\hat{\omega}$ может быть аппроксимирован формулой

$$\hat{\omega} = \frac{I_x}{J_0} \quad (11)$$

с единственным численным параметром J_0 . Уравнения (8) в этом случае приобретают вид (см. /4/)

$$\delta_{ij} = \frac{1}{J_0} \sum \langle i | I_z | \lambda \rangle \langle \lambda | I_z | j \rangle \left\{ \frac{1}{E_\lambda - E_i} + \frac{1}{E_\lambda - E_j} \right\} = \frac{1}{J_0} A_{ij}, \quad (12)$$

причем i, j, λ обозначают любые состояния ядра, ориентированного внешним полем (см. формулу (3)).

Диагональные члены A_{ii} в формуле (12) совпадают с выражением для момента инерции ядра в состоянии i по формуле Инглиса /4/. Однако вследствие приближенного характера формулы (11) (а так же выражений для $|i\rangle$ и E_i) недиагональные члены $A_{ij} \neq 0$. Точность формулы (11) может быть оценена, если воспользоваться правилом, сформулированным в конце предыдущего раздела. Применим метод наименьших квадратов для отыскания "лучшего" решения уравнений

$$\frac{A_{00}}{J_0} = 1, \quad \frac{A_{01}}{J_0} = 0, \quad (13)$$

учитывая с равным весом двухквазичастичные состояния $|j\rangle$, входящие в сумму для момента инерции в формуле Инглиса. Тогда получим:

$$J_0 = A_{00} \left(1 + \frac{1}{A_{00}^2} \sum_{i=1}^{\infty} |A_{0i}|^2 \right). \quad (14)$$

При вычислении матричных элементов оператора углового момента I_z в рамках сверхтекучей модели /8/ ограничимся переходами только в 2-квазичастичные состояния $|i\rangle = |v_1, v_2\rangle$. Тогда получим

$$A_{\nu_1, \nu_2} = - \sum_{s, \sigma} \langle \nu_1 + | j_z | s \sigma \rangle \langle s \sigma | j_z | \nu_2 \rangle + \times \left[(u_{\nu_1} u_s + v_{\nu_1} v_s) (u_s v_{\nu_2} - u_{\nu_2} v_s) \left(\frac{1}{E_s + E_{\nu_1}} + \frac{1}{E_s - E_{\nu_1}} \right) + (u_{\nu_2} u_s + v_{\nu_2} v_s) (u_s v_{\nu_1} - u_{\nu_1} v_s) \left(\frac{1}{E_s + E_{\nu_2}} + \frac{1}{E_s - E_{\nu_2}} \right) \right]. \quad (15)$$

Методика численных расчетов была аналогична той, которая проводится в работах В.Г. Соловьева и его сотрудников /8/, а также в работах одного из авторов данной статьи /7/. В расчетах использовалась одна и та же фиксированная система из 36 уровней среднего поля, а деформация ядер считалась постоянной ($\delta = 0,3$). Вычисление матрицы A_{ν_1, ν_2} проводилась по 20 уровням среднего поля. Результаты численных

расчетов представлены в таблице 1, из которой следует, что использование условия оптимального разделения переменных приводит к увеличению теоретического значения момента инерции. Известно, что расчеты момента инерции по формуле Инглиса дают систематически заниженные значения этой величины, если параметры волновых функций выбирать по данным о квазичастичном спектре ядер. Предложенный простой метод учета недиагональных элементов матрицы A_{0i} приводит к существенному увеличению момента инерции J_0 , так что использование его дает оценку J_0 большую, чем экспериментальное значение этой величины. Однако недиагональные матричные элементы A_{0i} можно попытаться уменьшить другим образом: усложняя вид функции $\omega(I)$. Как будет показано в разделе IV (22), это снова приводит к уменьшению J_0 того же порядка или больше.

III. Измерение энергий уровней с большими моментами I (вплоть до $I = (16 \div 18) \hbar$) показало, что зависимость момента инерции системы от I существенна уже при $I \approx 10 \hbar$ /1,2/. Волновые функции так называемой "сверхтекучей модели ядра", аппроксимирующие реальные ядра, представляют собой такую смесь состояний с разными значениями I , что дисперсия

$$\langle 0 | \hat{I}^2 | 0 \rangle \approx 100 \hbar^2$$

(см. таблицу 1). Поэтому естественно попытаться определить более точно, чем по формуле (11), связь между операторами I и ω . В этом разделе мы рассмотрим вопрос о том, насколько однозначно эта связь может быть восстановлена из измерений энергий уровней ротационной полосы.

Известно, что экспериментальные данные можно с хорошей точностью воспроизвести, сделав определенные предположения о связи между моментом количества движения I и скоростью вращения системы ω (вкренкинг-модели определяющей временную зависимость ориентирующего поля: $u = u(\phi - \omega t)$). Выражение для энергии, приведенное в работе /8/, легко получить, решив дифференциальное уравнение $x/$

$$\frac{\partial E}{\partial M} = \omega, \quad (16)$$

в котором функциональная зависимость $M(\omega)$ определена формулой

$$M = J_0 \omega + 2c' \omega^3 + \dots \quad (17)$$

^{x/} Это уравнение хорошо известно в статистической физике вращающихся тел (см. /9/).

Известно, что таким образом удается хорошо воспроизвести энергетический спектр состояний $E(I)$ уже в пренебрежении всеми старшими степенями ω , кроме приведенных в формуле (17).

Функциональная зависимость $E(I)$ из формул (16), (17) оказывается весьма сложной^{x/}, однако оказывается возможным дать другое двухпараметрическое описание зависимости

$$E_1 = \frac{J_0}{c} \left(\sqrt{1 + \frac{c}{J_0^2} I(I+1)} - 1 \right), \quad (18)$$

которое подбором двух констант, J_0 и c , также воспроизводит энергии уровней в пределах точности экспериментальных данных (см. таблицу 2). Формула (8) соответствует следующей зависимости момента инерции ядра

$$J = \frac{\partial M}{\partial \omega} = \left(\frac{\partial^2 E}{\partial M^2} \right)^{-1}$$

от момента количества движения $M = \sqrt{I(I+1)}$:

$$J = J_0 \left(1 + \frac{c}{J_0^2} M^2 \right)^{3/2}. \quad (19)$$

На рис. 1 приведен график величины J^{-1} из формулы (19) и представлены экспериментальные данные для второй производной от энергии (найденные по формуле Ньютона с учетом Δ_1 до Δ_4 включительно, см. /10/). Данные относятся к ядру Dy^{160} . Величины J_0 и c получены обработкой по методу наименьших квадратов экспериментальных данных для энергий до $I=16$. Область внутри пунктирных линий дает ошибку определения 2-ой производной от энергии в предположении о гауссовском распределении вероятностей в определении E_1 и относительной точности определения последней величины 0,3%.

Из рисунка видно, что хотя наличие зависимости $J(I)$ не вызывает никаких сомнений, наши знания о деталях этой зависимости еще очень невелики. Так, например, невозможно на основании экспериментальных данных сделать заключение о том, есть ли область I , где в ходе кривой $J(I)$ имеется резкое изменение, которое можно было бы связать с фазовым переходом от сверхпроизводящего к нормальному состоянию ядерного вещества.

IV. Обобщение схемы расчета, предложенной в разделе II на случай, когда $\omega(I)$ отличается от формулы (11), оказывается очень сложным, поскольку при этом у оператора $\hat{\omega}$ оказывается отличным от нуля огромное число матричных элементов, иных

^{x/} Имеет место соотношение: $E = \frac{1}{2} \omega^2 J_0 + \frac{3}{2} c' \omega^4 + \dots$

чем у операторов I . Однако среди всех этих матричных элементов можно выделить "большие" матричные элементы, рассмотрение которых позволяет сформулировать некоторые качественные результаты, не производя детальных расчетов.

Для не очень больших значений момента количества движения I поправки к энергии, найденной по формуле жесткого ротатора, можно получить, пренебрегая в разложении (9) всеми членами, кроме написанных. Если в волновые функции Ψ_1 входят с заметной амплитудой только компоненты с такими значениями I , то оператор $\hat{\omega}$ можно представить в виде

$$\omega = \frac{I_z}{J_0} \left(1 - \frac{c}{2J_0^2} I^2 \right), \quad (20)$$

причем в соответствии с результатами, приведенными в таблице 2 (формулой 18 предыдущего раздела), $c = 4 - 7 \text{ Мэв}^{-2}$ для четно-четных ядер с большой статической деформацией.

Большие матричные элементы оператора $\hat{\omega}$ могут быть определены формулой^{x/} (для случая $\langle \Psi | I_z | \Phi \rangle \neq 0$)

$$\begin{aligned} \langle \Psi | \hat{\omega} | \Phi \rangle &= \frac{\langle \Psi | \hat{I}_z | \Phi \rangle}{J_0} \left[1 - \frac{c}{2J_0^2} (3 \langle \Phi | I_z^2 | \Phi \rangle + \langle \Phi | I_y^2 | \Phi \rangle) \right] = \\ &= \left[1 - \frac{c}{J_0^2} \langle \Phi | I^2 | \Phi \rangle \right] \frac{\langle \Psi | I_z | \Phi \rangle}{J_0}, \end{aligned} \quad (21)$$

которая приводит к приближенным равенствам

$$\begin{aligned} \delta_{0k} &\approx \frac{1}{J_0} \sum \langle 0 | I_z | \nu \rangle \langle \nu | I_z | k \rangle \left\{ \left[1 - \frac{c}{J_0^2} \langle 0 | I^2 | 0 \rangle \right] \times \right. \\ &\times \left. \frac{1}{E_\nu - E_0} + \left[1 - \frac{c}{J_0^2} \langle k | I^2 | k \rangle \right] \frac{1}{E_\nu - E_k} \right\} = \frac{A'_{0k}}{J_0}. \end{aligned} \quad (22)$$

Если величина дисперсии $\langle k | I^2 | k \rangle$ одинакова для всех состояний $|k\rangle$ и совпадает с дисперсией в состоянии $|0\rangle$, относительная величина членов A'_{00} , A'_{0k} в рассматриваемом приближении не зависит от величины коэффициента c . Более того, правило,

^{x/} Соотношение $\langle \Psi | I_z^3 | \Phi \rangle = 3 \langle \Phi | I_z^2 | \Phi \rangle \langle \Psi | I_z | \Phi \rangle$ ведет, в частности, к результату $\langle \Phi | I_z^4 | \Phi \rangle = 3 \langle \Phi | I_z^2 | \Phi \rangle^2$. Последний можно связать с данными об интеграле перекрывания $N(\beta) = \langle \Phi | e^{i\beta I_z} | \Phi \rangle$. Согласно /11/, при небольших β функция

$N(\beta)$ весьма точно аппроксимируется выражением $N(\beta) = \exp \left\{ -\frac{1}{4} \beta^2 \right\}$.

Из последней формулы соотношение, приведенное в начале сноски, получается, если заметить, что $\langle \Phi | I_z^n | \Phi \rangle = \left(\frac{d^n}{d(i\beta)^n} N(\beta) \right)_{\beta=0}$.

сформулированное выше, не позволяет в таком случае определить оба коэффициента J_0 и c . Введение второго члена в выражение (20) для $\omega(1)$ может уменьшить относительную величину недиагональных элементов A'_{0k} только в том случае, если дисперсия $\langle k|\hat{I}^2|k\rangle$ существенно зависит от k . Такая зависимость имеет место, например, в теории парных корреляций с блокировкой. Дисперсия

$$\langle k|\hat{I}^2|k\rangle = 2 \sum_{\nu, \nu'} |\langle \nu r | j_z | \nu' r' \rangle (u_{\nu} \theta_{\nu} - u_{\nu'} \theta_{\nu'})|^2$$

существенно зависит от величины корреляционных эффектов, увеличиваясь с уменьшением роли парных корреляций. К такому же эффекту должно привести увеличение деформации ядра в возбужденных состояниях по сравнению с деформацией основного состояния. Увеличение деформации, в свою очередь, можно связать с примесью колебательных состояний к квазичастичным в состояниях $|k\rangle$. Таким образом, мы приходим здесь к выводу, что для теоретического описания коэффициентов ротационной серии, иных, чем константа J_0 (см. формулы (18,20)), необходимо пользоваться функциями $|k\rangle$, более точно аппроксимирующими состояния ядер, чем функции модели независимых квазичастиц.

Для того чтобы уменьшение недиагональных членов A'_{0k} было существенным, необходимо, чтобы выражение в квадратных скобках в формуле (21) заметно отличалось от единицы при $|\Phi\rangle \neq |0\rangle$, т.е., чтобы

$$c = \frac{J_0}{\langle k|\hat{I}^2|k\rangle}$$

Полагая $\langle k|\hat{I}^2|k\rangle = (1 + \delta)\langle 0|\hat{I}^2|0\rangle$, получим оценку

$$c = \frac{10}{1 + \delta} \text{ Мэв}^{-2}$$

что находится в соответствии с результатами, приведенными в таблицах 1,2 при $\delta = 0,3 \div 1,0$. Заметим, что при этом приведенная выше оценка J_0 перестает быть точной. Легко видеть, что учет коэффициента c в выражении для ω' может привести к уменьшению параметра J_0 .

В заключение авторы статьи выражают благодарность членам группы теории ядра Лаборатории теоретической физики ОИЯИ за интерес к работе.

Л и т е р а т у р а

1. F. S. Stephens, N. Lark, R. M. Diamond. Phys. Rev. Lett., 12, 225 (1964).
2. F. S. Stephens, N. Lark, R. M. Diamond. Nucl. Phys., 63, 82 (1965).

3. H. J. Lipkin, A. de Shalit, I. Talmi. Phys. Rev., 103, 1773 (1956).
4. A. Bohr, B. R. Mottelson, Kong, Norske. Vid. Selsk., 31, 12 (1958).
5. А. Эдмондс. Угловые моменты в квантовой механике. Сборник "Деформация атомных ядер". ИЛ, 1958.
6. В.Г. Соловьев. Влияние парных корреляций сверхпроводящего типа на свойства атомных ядер. Госатомиздат, 1963.
7. Р.Х. Сафаров. Известия АН УЗ. ССР, сер. физмат., 1, 86 (1965); 1, 69 (1966).
8. S. M. Harris. Phys. Rev. Lett., 13, 663 (1964); Phys. Rev., 138, 509 (1965).
9. Л.Д. Ландау и Е.М. Лифшиц. Статистическая физика. Изд. "Наука", Москва, 1964.
10. Семендяев и Бронштейн. Справочник по высшей математике. "Наука", Москва, 1964, стр. 574.
11. F. Villars. Lectures at the Enrico Fermi Summer School (1965).

Рукопись поступила в издательский отдел
4 августа 1966 г.

Таблица 1. Вычисление момента инерции J_0 (Мэв^{-1}) по методу, описанному в разделе II

Ядро	J_0 эксп	J ингл	J опт	$\langle 0 \hat{T}^2 0\rangle$
Dy ¹⁶⁰	34,54	23,8	32,8	95,6
Yb ¹⁷⁰	35,52	29,2	44,8	107,4
Hf ¹⁷²	31,53	27,75	43,4	103,5

Таблица 2. Двухпараметрическое описание ротационной полосы (I-формула Харриса, II - E₁ = $\frac{h^2}{c}(\sqrt{1 + \frac{E_1}{J_0}} - 1)$) Экспериментальная точность

Ядро	Спин	$\delta E_1 / E_1 = 3 \cdot 10^{-3} \%$											к-г невалид- батичности			
		2	4	6	8	10	12	14	$\delta_{\text{exp}}(\%) J_0$ (Мэв^{-1})	14						
Dy ¹⁶⁰	Эксп.	0,0867	0,284	0,582	0,972	1,442	1,977	2,602								
	I	0,0866	0,284	0,5826	0,972	1,442	1,9847	2,592	0,4	34,36	54,54	Мэв^{-3}				
Yb ¹⁷⁰	II	0,0863	0,2839	0,5843	0,9763	1,4475	1,9857	2,580	0,85	34,54	4,770	Мэв^{-2}				
	Эксп.	0,0842	0,2777	0,572	0,962	1,439	1,986	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Yb ¹⁷⁰	I	0,0842	0,2774	0,5727	0,9618	1,436	1,988	-	0,2	35,43	40,9	Мэв^{-3}				
	II	0,0841	0,2774	0,5736	0,9636	1,437	1,984	-	0,28	35,52	3,83	Мэв^{-2}				
Hf ¹⁷²	Эксп.	0,0945	0,3079	0,627	1,036	1,519	2,063	2,651	-	-	-	-	-	-	-	-
	I	0,095	0,3081	0,6247	1,030	1,513	2,062	2,672	0,79	31,15	70,8	Мэв^{-3}				
Hf ¹⁷²	II	0,0943	0,3080	0,6278	1,037	1,520	2,061	2,649	0,21	31,53	6,12	Мэв^{-2}				

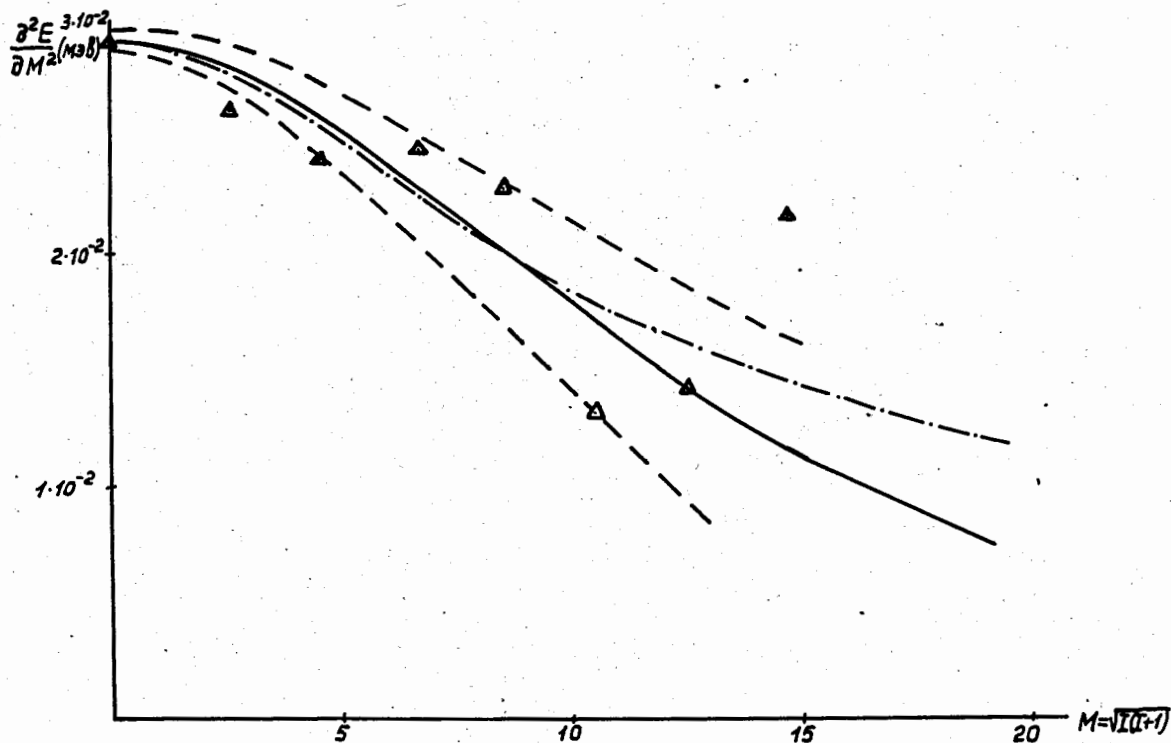


Рис. 1. Зависимость момента инерции ядра Dy^{160} от $M = \sqrt{I(I+1)}$ (I — спин-ядра). Δ — результат обработки экспериментальных данных; сплошная линия соответствует формуле (18), штрих-пунктирная линия соответствует формулам (16,17) с двумя параметрами J_0 и c' . Пунктиром указан коридор ошибок. Ошибка в определении второй производной $\frac{d^2 E}{dM^2}$ найдена в предположении о гауссовском распределении ошибки в определении E_1 , измеряемой с точностью

$$\delta = 3 \cdot 10^{-3} E_1 \quad \text{Константы те же, что и в таблице 2.}$$