

30

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Лаборатория высоких энергий

ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ им. П.Н.ЛЕБЕДЕВА АН СССР

P-283

В.А.Петухов, А.А.Комар, М.Н.Якименко

КОМПТОН-ЭФФЕКТ И
ГРАНИЦЫ ПРИМЕНИМОСТИ
КВАНТОВОЙ ЭЛЕКТРОДИНАМИКИ

Дубна, 1959 год

P-283

В.А.Петухов, А.А.Комар, М.Н.Якименко

КОМПТОН-ЭФФЕКТ И
ГРАНИЦЫ ПРИМЕНИМОСТИ
КВАНТОВОЙ ЭЛЕКТРОДИНАМИКИ

А н н о т а ц и я

Показана принципиальная возможность постановки опыта по Комптон-эффекту при энергии 660 Мэв с точностью $\sim 0,2\%$. Последнее достигается методом двойного отношения, при котором ошибки эксперимента /определение энергий, углов и пр./ имеют множители много меньше единицы. Определяются условия при которых эти множители минимальны. Разобраны различные сопутствующие мешающие эффекты и меры борьбы с ними. Указанная выше точность дает возможность экспериментально подойти к элементарной длине $\sim 3 \cdot 10^{-14}$ см.

В в е д е н и е

Как хорошо известно, все измеренные до настоящего времени электродинамические эффекты в пределах точности эксперимента совпадают с соответствующими теоретическими расчетами. С другой стороны, вряд ли следует сомневаться в том, что в определенной области энергий и соответствующих им длин можно ожидать отклонений от обычных электродинамических формул. Эти отклонения можно истолковывать как проявление некоторых эффективных размеров элементарных частиц по отношению к электромагнитному взаимодействию. Как велики эти отклонения и в какой области энергий они начнут сказываться должен решить, конечно, эксперимент. Однако не лишне провести приблизительное теоретическое рассмотрение ожидаемых эффектов. Элементарная длина может быть введена в теорию, например, через изменение функции распространения фотона

$$\frac{1}{q^2} \longrightarrow \frac{F(q^2 \cdot l_\gamma^2)}{q^2} \quad (\hbar = c = 1)$$

или электрона

$$\frac{1}{p^2 + m^2} \longrightarrow \frac{\Phi[(p^2 + m^2) l_e^2]}{p^2 + m^2},$$

где F и Φ - убывающие функции своих аргументов

$$F(0) = \Phi(0) = 1.$$

Соответствующие элементарные длины обозначены l_γ и l_e . Они, вообще говоря, не связаны между собой. В зависимости от специфики эффекта на нем будет сказываться прежде всего наличие l_γ или l_e или обеих элементарных длин одновременно. Величина

вызываемых ими отклонений также может быть разной для разных эффектов /более подробно см. ¹ /. Точность, достигнутая при измерении большинства электродинамических эффектов, такова, что не исключает наличия даже длин $\sim 10^{-13}$ см. Пожалуй, наибольшие ограничения для элементарных длин в настоящее время вытекают из анализа экспериментов Гофштадтера по рассеянию электронов на протонах и из измеренной величины лэмбовского сдвига. Наблюдаемое в опытах по рассеянию значение среднеквадратичного радиуса может быть записано в виде

$$\langle r^2 \rangle_{\text{набл.}} = \langle r^2 \rangle_p + 6 \ell_r^2 = (0,77 \cdot 10^{-13} \text{ см})^2,$$

что ограничивает ℓ_r величиной $\sim 3 \cdot 10^{-14}$ см. Значение лэмбовского сдвига согласуется с теорией в пределах 0,2 мгц. Если приписать это расхождение влиянию размеров протона и электрона, получим, что эффект пропорционален $\langle r^2 \rangle_{\text{набл.}}$ и

$$\ell_r \leq 5 \cdot 10^{-14} \text{ см.}$$

Впрочем, следует отметить, что приведенные заключения относительно ℓ_r базируются на ряде не очень строгих допущений /например, статическое приближение и др./, предполагают выполненным условие $F'(0) = -1$ /что может, вообще говоря, не иметь места/ и поэтому скорее указывают порядок величин, нежели дают достоверные цифры. Недавно поступили сведения ², что из анализа эксперимента по рождению пар \bar{e}, \dot{e} на протоне под большими углами получено значение верхней границы ℓ_e порядка $6 \div 7 \cdot 10^{-14}$ см. Однако, при этом предполагались заданными размеры протона $7,7 \cdot 10^{-14}$ см, полученные из экспериментов Гофштадтера и, следовательно, в силу вышесказанного, такая оценка имеет недостаточную степень убедительности. Во всяком случае, приведенные выше данные сходятся в том, что элементарные длины не превышают 10^{-13} см. и вполне могут лежать в области $\sim 10^{-14}$ см. Поэтому крайне желательно дальнейшее увеличение точности экспериментов или продвижение по шкале энергий для выявления возможного наличия элементарных длин в указанной области и вызываемых ими отклонений от точечной электродинамики. В этой связи особенно привлекательными являются "чистые" электродинамические эффекты, т.е. такие эффекты, интерпретация которых не связана с рассмотрением неэлектромагнитных взаимодействий /мезонных и т.п./, что, например, имеет место при анализе рассеяния электронов на протонах.

Одним из наиболее удобных в этом отношении эффектов является Комpton-эффект на электроне, как классически чистый электромагнитный процесс. Оценим влияние размеров электрона на этот эффект, вводя видоизмененную функцию распространения электрона. Хотя такого рода процедура внутренне непоследовательна и обладает рядом недостатков, все же она может оказаться полезной для ориентировочных оценок. Сечение Комpton-эффекта с учетом размеров электрона выглядит следующим образом ^{x/}:

$$d\sigma = \frac{r_0^2}{2} \frac{\omega'^2}{\omega^2} d\Omega \left[\frac{\Phi_1^2}{\omega} \left(\omega' + \frac{\omega^2 \sin^2 \theta}{m} \right) + \frac{\Phi_2^2}{\omega'} \left(\omega - \frac{\omega^2 \sin^2 \theta}{m} \right) + \Phi_1 \Phi_2 \left(\frac{\omega'}{m} - \frac{\omega}{m} - 1 \right) \sin^2 \theta \right] \quad //1/$$

^{x/} Аналогичное выражение получено в работе ³ в рамках нелокальной теории, которая в данном случае эффективно приводит к изменению функции распространения электрона. В указанной работе имеется ряд неточностей /лишний коэффициент 0,5 при некоторых членах, содержащих $\sin^2 \theta$, неверный выбор Φ /, которые исправлены в приведенной нами формуле //1/.

по сравнению с обычным выражением

$$d\sigma_0 = \frac{r_0^2}{2} \frac{\omega'^2}{\omega^2} d\Omega \left[\frac{\omega'}{\omega} + \frac{\omega}{\omega'} - \sin^2 \theta \right]. \quad /2/$$

Здесь $r_0 = 2,8 \cdot 10^{-13}$ см - классический радиус электрона,

ω - энергия падающего γ - кванта,

ω' - энергия рассеянного γ - кванта,

θ - угол рассеяния,

m - энергия покоя электрона,

Φ_1, Φ_2 - формфакторы, отражающие влияние размеров электрона.

$$\begin{aligned} \Phi_1 &= \Phi(2a^2(\rho, \kappa_1)) && \text{или в системе, где электрон покоится} && \Phi_1 = \Phi(2a^2 m \omega) \\ \Phi_2 &= \Phi(-2a^2(\rho, \kappa_2)) && && \Phi_2 = \Phi(2a^2 m \omega'). \end{aligned}$$

$\rho_1 - 4$ - импульс электрона перед рассеянием,

$\kappa_1, \kappa_2 - 4$ - импульсы γ - кванта до и после рассеяния,

($\rho \kappa$) - четырехмерное скалярное произведение,

a - "радиус" электрона; на языке прежних обозначений a равно l_e .

Относительное влияние размеров дается выражением

$$\begin{aligned} \eta = \frac{d\sigma_0 - d\bar{\sigma}}{d\sigma_0} &= \frac{1}{\frac{\omega'}{\omega} + \frac{\omega}{\omega'} - \sin^2 \theta} \left\{ \frac{\omega'}{\omega} (1 - \Phi_1^2) + \frac{\omega}{\omega'} (1 - \Phi_2^2) + \right. \\ &\left. + \sin^2 \theta [(\omega \Phi_1 + \omega' \Phi_2) \frac{\Phi_1 \Phi_2}{m} + \Phi_1 \Phi_2 - 1] \right\}. \end{aligned}$$

Считая аргументы форм-факторов малыми и учитывая, что по определению $\Phi(0) = 1$, имеем

$$\Phi_1 = 1 - 2a^2 m \omega \Phi'(0)$$

$$\Phi_2 = 1 + 2a^2 m \omega' \Phi'(0)$$

и, следовательно,

$$\eta = \frac{2a^2 m \omega \Phi'(0)}{\frac{\omega'}{\omega} + \frac{\omega}{\omega'} - \sin^2 \theta} \left\{ -2\left(1 - \frac{\omega'}{\omega}\right) + \sin^2 \theta \left[\frac{(\omega + \omega')^2}{m \omega} + \frac{\omega'}{\omega} - 1 \right] \right\}. \quad /3/$$

Анализ этой формулы в интервале энергий $\omega = 200 \div 600$ Мэв показывает, что η равно 0 при 0° , быстро возрастает до максимума при угле $\sim 10^\circ \div 15^\circ$ и затем плавно убывает для больших углов, составляя в области 180° сотые доли от максимального значения /см.рис.1/.

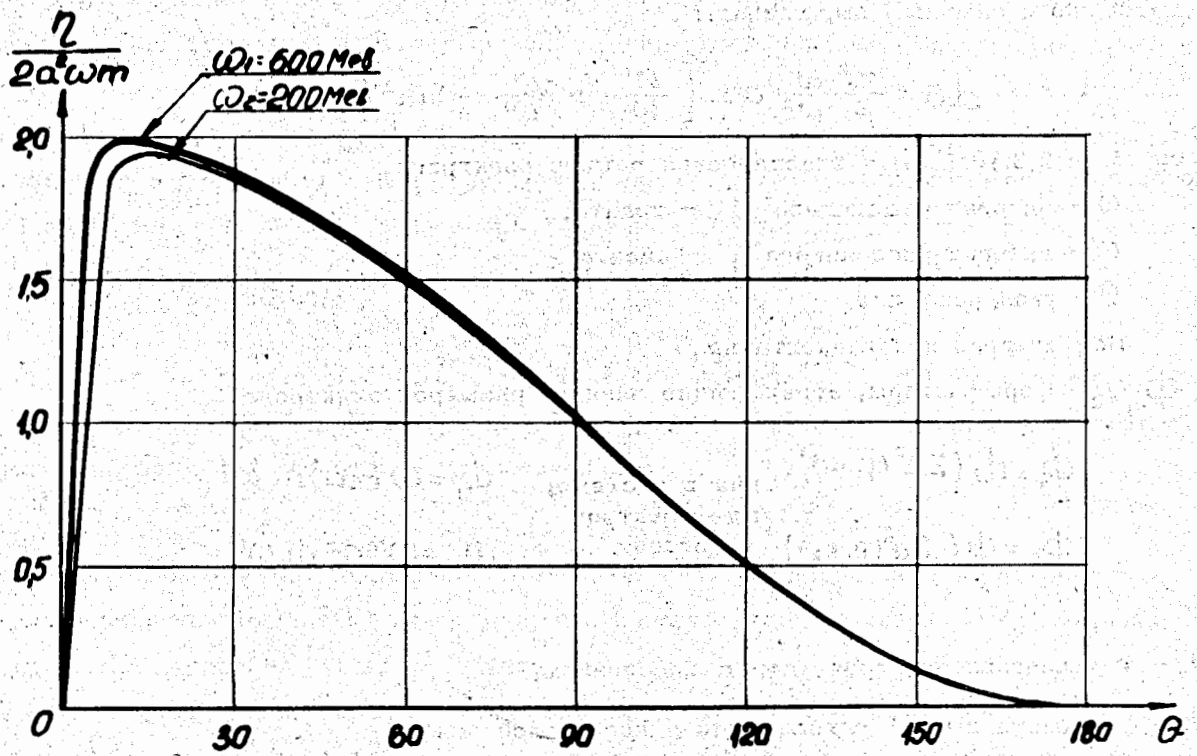


Рис. 1.

В области за максимумом $\eta / 2 a^2 m \omega \Phi'(0)$ — хорошо аппроксимируется функцией $(1 + \cos \theta)$. Это справедливо для широкого класса форм-факторов, для которых $\Phi'(0) \neq 0$. Максимальное значение η равно $\eta_{\max} \approx 4 a^2 m \omega \Phi'(0)$. Если по аналогии с работой ³, взять форм-фактор в виде $\Phi = e^{-2a^2(\rho k)}$, то $\Phi'(0) = -1$, и, следовательно,

$$|\eta_{\max}| = 4 a^2 m \omega \quad 141$$

Зависимость η_{\max} от a приведена на рис. 2, для энергий $\omega = 600$ Мэв.

Как явствует из рис. 2, для того, чтобы заметить влияние размеров электрона порядка нескольких единиц на 10^{-14} см необходима точность эксперимента в десятые доли процента, что во много раз превосходит точность, до сих пор достигнутую при измерении этого эффекта. Поскольку величина интересующего нас эффекта в области 600 Мэв мала, при сопоставлении теории с экспериментом следует учесть также радиационные поправки к формуле /2/, которые в указанной области энергий могут достигать нескольких процентов. Кроме того возникает вопрос об учете также других

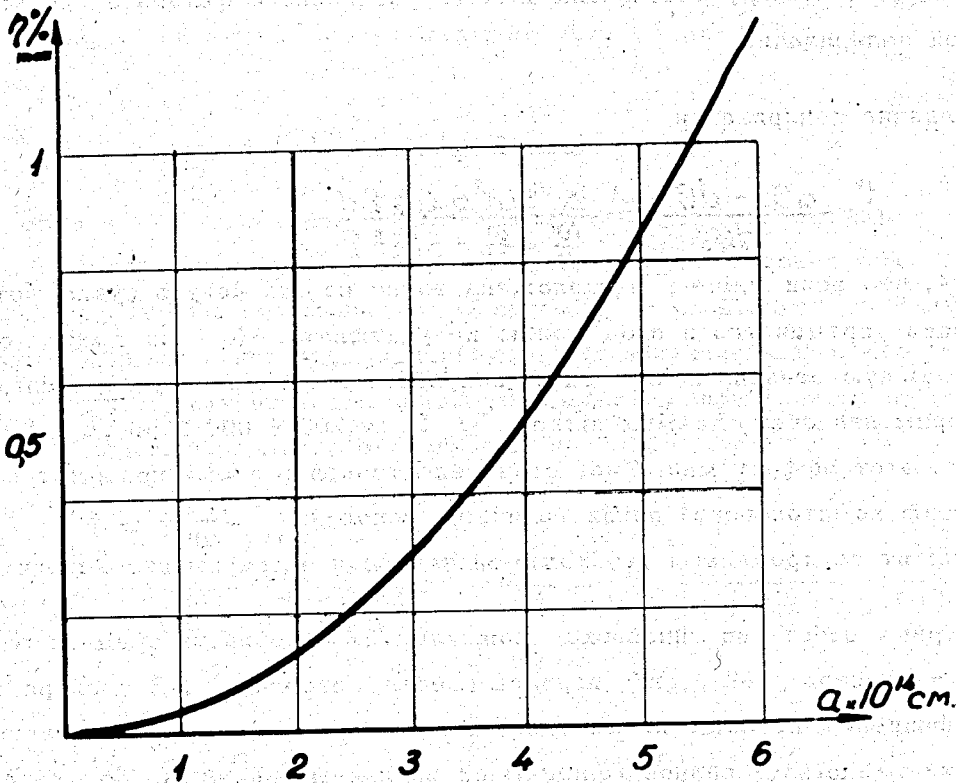


Рис. 2.

малых поправок, например, влияния возможной поляризации первичного пучка фотонов тормозного излучения или эффекта связи электронов в атомах мишени. Сечение комптон-эффекта с учетом поляризации первичного пучка фотонов равно

$$d\sigma_{\pi} = \frac{r_0^2}{2} \frac{\omega'^2}{\omega^2} d\Omega \left[\frac{\omega'}{\omega} + \frac{\omega}{\omega'} - \sin^2 \theta (1 + \Delta \cdot \cos 2\alpha) \right],$$

где $\Delta = \frac{Y_1 - Y_2}{Y_1 + Y_2}$ - степень поляризации,

/ Y_1, Y_2 - интенсивности пучка с поляризацией в двух взаимно перпендикулярных направлениях/;

α - двугранный угол между плоскостью вылета рассеянного фотона и плоскостью преимущественной поляризации.

Относительное влияние поляризации

$$\delta = \frac{d\sigma_0 - d\sigma_p}{d\sigma_0} = \frac{\Delta \cdot \sin^2 \theta \cdot \cos 2\alpha}{\frac{\omega'}{\omega} + \frac{\omega}{\omega'} - \sin^2 \theta}.$$

Следует отметить, что если мишень расположена точно на оси конуса пучка фотонов, эффект поляризации усредняется и его можно не учитывать. Но если даже допустить максимально возможную степень поляризации, получаемую обычно на ускорителях, то в условиях эксперимента обсуждаемых ниже $\omega = 200 \div 600$ Мэв, $\theta = 50^\circ \div 150^\circ$, $\delta < 10^{-3}$, т.е. этот эффект мал. Учет связи электронов в атоме приводит к небольшому размытию комптоновской линии /в наших условиях $\frac{\Delta \omega'}{\omega'} \approx 1\%$ /, которое также лежит за пределами необходимой точности эксперимента /см. ниже/.

Одной из первых работ по проверке формулы /2/ в области средних энергий первичных γ - квантов /88 Мэв/ явилась работа Лоусона ⁴. В этой работе измерялись коэффициенты поглощения фотонов, а также число электронно-позитронных пар, образованных в мишенях разной толщины из различных веществ. Из указанных данных определялось сечение Комpton-эффекта с точностью $\sim 10\%$. Эмай ⁵ на камере Вильсона промерил сечение Комpton-эффекта в алюминии в интервале энергий 50 - 200 Мэв с точностью 3,4%. Коэнсен ⁶, измеряя дифференциальное сечение рассеяния при 250 Мэв в диапазоне углов от 4° до 25° и используя методику совпадений рассеянного γ - кванта и электрона отдачи, достиг точности около 10%. В аналогичной работе Курносой ⁷ точность составляла 15%.

В 1956 году была опубликована работа Андерсона и др. ⁸ по определению полного сечения Комpton-эффекта при энергии 319 Мэв. В этой работе был использован метод, предложенный Лоусоном. Полное сечение было определено с точностью 10%.

Таким образом, максимальная точность в определении сечения Комптон-эффекта была достигнута Эмаем. Однако эта точность намного меньше той, которая необходима для обнаружения отклонения от формулы /2/.

§ 1. Принцип метода

Предлагаемая нами схема опыта для прецизионных измерений сечения Комптон-эффекта базируется на использовании электроники и схем совпадений. Предполагается, что достаточно хорошо коллимированный пучок γ - квантов из ускорителя рассеивается в тонкой мишени и при этом используется то обстоятельство, что энергия рассеянных γ - квантов, как это следует из кинематики, слабо зависит от энергии падающих квантов в широком диапазоне углов и энергий.

Действительно,

$$\omega' = \frac{\omega}{1 + \frac{\omega}{m} (1 - \cos \theta)} = \frac{m}{1 - \cos \theta} \left[1 - \frac{1}{1 + \frac{\omega}{m} (1 - \cos \theta)} \right]$$

и

$$\omega' \approx \frac{m}{1 - \cos \theta}, \quad \text{если} \quad \frac{\omega}{m} (1 - \cos \theta) \gg 1.$$

При заданной энергии γ - кванта ω угол рассеяния θ однозначно определяет условия эксперимента. Однако источник γ - квантов дает спектр в широком диапазоне энергий и поэтому необходимо как-то фиксировать энергию первичных квантов, участвующих в рассматриваемых актах рассеяния. Последнее достигается тем, что при $\omega \geq 100$ Мэв и $\theta > 20^\circ \div 30^\circ$ энергия рассеянных γ - квантов намного меньше падающих, и, следовательно, почти вся энергия падающего кванта уносится электроном отдачи. Таким образом, регистрация одновременного появления γ - кванта, рассеянного на данный угол, и электрона, имеющего данную энергию, с учетом возникающих при этом малых поправок /см. ниже/ также определяют кинематику каждого акта взаимодействия. Регистрация электронов отдачи облегчается тем, что из мишени они выходят практически в направлении падающего кванта. Угол вылета электрона отдачи ψ связан с углом рассеяния θ известным соотношением

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{\operatorname{ctg} \frac{\theta}{2}}{1 + \frac{\omega}{m}}$$

и при $\omega > 100$ Мэв и $\theta > 20^\circ$ $\operatorname{tg} \psi \approx \psi < 2 \cdot 10^{-2}$.

Итак, величиной, измеренной непосредственно в таком эксперименте, является скорость счета совпадений $n(\theta, \omega)$ кванта, рассеянного на угол θ , и электрона, имеющего энергию $E = \omega - \omega'$.

$$n(\theta, \omega) = d\sigma \cdot N_{\text{ат.}} \cdot Z \cdot f(\omega) d\omega \cdot x \cdot \xi, \quad /5/$$

где $N_{\text{ат}}$ - число атомов на 1 см^2 мишени,

$f(\omega)$ - спектральная плотность потока γ - квантов,

x - доля γ - квантов, попадающих на рабочую поверхность мишени,

ξ - эффективность β - спектрометра,

ξ - эффективность счетчика γ - квантов,

$d\sigma$ - сечение Комpton-эффекта с учетом /1/ и /3/ может быть записано в виде:

$$d\sigma = \frac{r_0^2}{2} \frac{d\Omega}{m(1-\cos\theta)} \left[1 - \frac{2-\cos^2\theta}{1+\frac{\omega}{m}(1-\cos\theta)} + \frac{2-\cos^2\theta}{\left[1+\frac{\omega}{m}(1-\cos\theta)\right]^2} - \frac{1}{\left[1+\frac{\omega}{m}(1-\cos\theta)\right]^3} \right] \times /6/$$

$$x [1 - \eta(\theta, \omega)] = \frac{r_0^2}{2} \frac{d\Omega}{m(1-\cos\theta)} (1-a_1)(1-\eta).$$

Статистическая точность определения величины $n(\theta, \omega)$ зависит от времени эксперимента и в принципе может быть достаточно высокой. Однако для выявления влияния размеров электрона при измерении одной только скорости счета $n(\theta, \omega)$ при энергии ω , и под углом θ , где это влияние близко к максимальному /формула /3//, необходимо знать с большой точностью целый ряд физических величин, входящих в формулу /5/, чего достичь очень трудно.

Для сокращения круга измеряемых величин необходимо поэтому перейти к относительным измерениям. Для этого можно воспользоваться тем обстоятельством, что в скорость счета $n(\theta_2, \omega_1)$ для углов рассеяния θ_2 , близких к 180° , также входят многие из величин, определяющих $n(\theta_1, \omega_1)$, а влияние размеров электрона сказывается при этом, по крайней мере, на порядок слабее, чем в $n(\theta_1, \omega_1)$ /см.рис.1/. Поэтому влияние размеров электрона при измерении отношения $\frac{n(\theta_1, \omega_1)}{n(\theta_2, \omega_1)}$ останется практически таким же, как и при измерении $n(\theta_1, \omega_1)$, а количество величин, подлежащих определению, при этом уменьшится

$$\frac{n(\theta_1, \omega_1)}{n(\theta_2, \omega_1)} = \frac{d\sigma(\theta_1, \omega_1)}{d\sigma(\theta_2, \omega_1)} \cdot \frac{\xi(\theta_1, \omega_1)}{\xi(\theta_2, \omega_1)}.$$

Подставляя сюда выражение /6/, имеем

$$\frac{n(\theta_1, \omega_1)}{n(\theta_2, \omega_1)} = \frac{d\Omega(\theta_1)/(1-\cos\theta_1)}{d\Omega(\theta_2)/(1-\cos\theta_2)} \cdot \frac{1-a_1(\theta_1, \omega_1)}{1-a_1(\theta_2, \omega_1)} \times$$

$$\times \frac{1-\eta(\theta_1, \omega_1)}{1-\eta(\theta_2, \omega_1)} \cdot \frac{\xi(\theta_1, \omega_1')}{\xi(\theta_2, \omega_1'')} \quad /7/$$

при этом

$$\eta(\theta_2, \omega_1) \ll \eta(\theta_1, \omega_1)$$

Таким образом, из отношения выпали γ - спектр, число атомов /толщина мишени/ и величина χ . Эффективность β -спектрометра ξ при выполнении некоторых условий также может остаться неизменной. Электроны, соответствующие рассеянию γ - квантов на большие и малые углы, имеют, хотя и малую по величине, но все же разную угловую расходимость. Поэтому для выполнения желательного для нас условия $\xi(\omega_1, \theta_1) = \xi(\omega_1, \theta_2)$ необходимо, чтобы апертурный угол β - спектрометра был больше предельного угла расходимости пучка в худшем случае, /т.е. при θ_1 /. Так как последний не превышает 1° , то как показывает анализ работы бетаспектрометра, это требование не противоречит условию получения необходимой точности при измерении энергии электронов /см.ниже/.

Такое сокращение числа измеряемых величин облегчает поставленную задачу, но для ее полного решения нужно дальнейшее видоизменение опыта с тем, чтобы исключить также необходимость измерения телесных углов $d\Omega$ и эффективностей $\xi(\theta, \omega')$ γ -счетчиков. Заметим, что выражение /7/ очень слабо зависит от энергии первичного кванта, так как величины a_1 и η много меньше единицы, а $\xi(\theta, \omega')$ зависят от энергии рассеянных квантов, которая, повторяем, почти не изменяется при изменении энергии падающих квантов. Измерив подобное же отношение при меньшей энергии ω_2 , для которой влияние размеров электронов меньше, чем в первом случае, получим выражение, аналогичное /7/

$$\frac{n(\theta_1, \omega_2)}{n(\theta_2, \omega_2)} = \frac{d\Omega(\theta_1)/(1-\cos\theta_1)}{d\Omega(\theta_2)/(1-\cos\theta_2)} \cdot \frac{1-a_1(\theta_1, \omega_2)}{1-a_1(\theta_2, \omega_2)} \times$$

$$\times \frac{1-\eta(\theta_1, \omega_2)}{1-\eta(\theta_2, \omega_2)} \cdot \frac{\xi(\theta_1, \omega_2')}{\xi(\theta_2, \omega_2'')} \quad /8/$$

При этом

$$|\eta(\theta_1, \omega_2)| \ll |\eta(\theta_2, \omega_2)| \ll |\eta(\theta_1, \omega_1)|$$

Поскольку

$$\xi(\theta_1, \omega_1') \simeq \xi(\theta_1, \omega_2')$$

и

$$\xi(\theta_2, \omega_1'') \simeq \xi(\theta_2, \omega_2''),$$

то отношение /7/ и /8/ будет зависеть от углов θ_1 и θ_2 и энергий ω_1 и ω_2 только через величины a и η .

$$\frac{n(\theta_1, \omega_1)}{n(\theta_2, \omega_1)} \cdot \frac{n(\theta_1, \omega_2)}{n(\theta_2, \omega_2)} = \frac{1 - a_1(\theta_1, \omega_1)}{1 - a_1(\theta_2, \omega_1)} \cdot \frac{1 - a_1(\theta_2, \omega_2)}{1 - a_1(\theta_1, \omega_2)} \times$$

$$\times \frac{1 - \eta(\theta_1, \omega_1)}{1 - \eta(\theta_2, \omega_1)} \cdot \frac{1 - \eta(\theta_2, \omega_2)}{1 - \eta(\theta_1, \omega_2)}$$

или, используя малость этих величин

$$\frac{n(\theta_1, \omega_1)}{n(\theta_2, \omega_1)} \cdot \frac{n(\theta_1, \omega_2)}{n(\theta_2, \omega_2)} = 1 - A_1 - H + o(a, \eta), \quad /9/$$

где

$$A_1 = a_1(\theta_1, \omega_1) - a_1(\theta_2, \omega_1) - a_1(\theta_1, \omega_2) + a_1(\theta_2, \omega_2)$$

$$H = \eta(\theta_1, \omega_1) - \eta(\theta_2, \omega_1) - \eta(\theta_1, \omega_2) + \eta(\theta_2, \omega_2).$$

$o(a, \eta)$ - величины более высокого порядка малости.

Здесь слева стоит выражение, точность которого целиком определяется статистической точностью и, следовательно, зависит только от времени эксперимента, а справа - линейная комбинация η , которая для заданных значений углов и энергий однозначно связана с размерами электрона, и, кроме того, линейная комбинация величин a_1 , которые могут быть вычислены с некоторой ошибкой Δa_1 , зависящей от точности измерения энергии падающих квантов и углов рассеяния. Другими словами, при этом методе все ошибки эксперимента $\pm \Delta \omega$, $\pm \Delta \theta$ и др. /стоят в правой части равенства /9/ с соответствующими множителями меньше единицы, величина которых определяется выбором энергий ω_1 , ω_2 и углов θ_1 , θ_2 . В дальнейшем будут определены условия, при которых эти множители минимальны. Проведенное выше рассмотрение несколько приближенно. Более аккуратное рассмотрение приводит к появлению в выражении /9/, кроме A_1 , других поправок A_i того же порядка малости, происхождение которых будет пояснено ниже. Все эти поправки считаются с точностью ΔA_i . С учетом этих ошибок и вводя обозначение

$$K = \frac{n(\theta_1, \omega_1)}{n(\theta_2, \omega_1)} \cdot \frac{n(\theta_1, \omega_2)}{n(\theta_2, \omega_2)},$$

выражение /9/ можно переписать в виде:

$$K = 1 - \sum A_i \pm \sum \Delta A_i \pm \sum \Delta B_i - H,$$

где $\sum \Delta B_i$ является суммой ошибок, обусловленных различными мешающими эффектами /см.ниже/ и статистических ошибок при определении ^щ четырех значений $n(\theta, \omega)$.

Из полученного равенства можно получить какую-либо информацию о размерах электрона только в том случае, если $\sum \Delta A_i + \sum \Delta B_i < |H|$.

§ 2. Учет некоторых поправок

Выше, при составлении двойного отношения /9/, форма спектра выпала, так как считалось, что в числителе и знаменателе формул /7/ и /8/ значение $f(\omega)$ берется для одного и того же значения ω . Однако из схемы эксперимента видно, что постоянной для двух случаев рассеяния кванта на большие и малые углы является фиксируемая бетаспектрометром энергия электрона отдачи E , с которой ω связана соотношением $\omega = E + \omega'$.

Так как ω' является малой по сравнению с ω величиной, спектральная плотность $f(\omega)$ может быть представлена в виде ряда

$$f(\omega) = f(E) + \frac{\partial f}{\partial \omega} \cdot \omega'(\theta) = f(E) \left[1 + \frac{1}{f} \frac{\partial f}{\partial \omega} \omega'(\theta) \right],$$

и в двойном отношении все $f(E)$ сократятся, но в правой части при этом останутся поправки a_2 вида

$$a_2 = \frac{1}{f} \frac{\partial f}{\partial \omega} \omega'. \quad /10/$$

Согласно формуле Бете-Гейтлера множитель при ω' порядка $\frac{1}{\omega}$ и точность его измерения сильно зависит от отношения $\frac{\omega}{\omega_{max}}$, где ω_{max} - максимальная энергия γ -спектра. Однако вдали от ω_{max} , начиная, примерно, с $\omega = 0,95 \omega_{max}$ и меньше, этот множитель вычисляется с точностью $2 \div 3\%$ и практически не меняется при изменении ω_{max} на $1,5 \div 2\%$. Последнее определяет требования к стабильности максимальной энергии ускоренных электронов в ускорителе. Ошибка, вносимая при этом в двойное отношение, не превышает сотых долей процента.

При рассмотрении двойного отношения были допущены также неточности в написании сечений. Также как и в $f(\omega)$, в сечение входит величина $\omega = E + \omega' \cong E \left(1 + \frac{\omega'}{\omega} \right)$ и поэтому сечение $d\sigma(\theta, \omega)$ должно быть предоставлено в виде

$$d\sigma(\theta, \omega) = \frac{Z_e^2}{2} \frac{d\Omega}{E(1-\cos\theta)} \left(1 - \frac{\omega'}{\omega} \right) [1 - a_1] x [1 - \eta].$$

Тогда в двойном отношении должна появиться линейная комбинация поправок a_3 типа:

$$a_3 = \frac{1}{1 + \frac{\omega}{m}(1 - \cos \theta)} + o\left(\frac{1}{1 + \frac{\omega}{m}(1 - \cos \theta)}\right). \quad /11/$$

Следует отметить при этом, что поправки a_1 , a_2 и a_3 одного знака для одних и тех же углов и энергий.

Для получения высокой статистической точности при сравнительно малой величине сечения комптоновского рассеяния необходимо брать довольно большие телесные углы γ - счетчиков и широкий диапазон энергий, измеряемых β - спектрометром. В этом случае скорости счета в /9/ должны быть заменены интегральными выражениями по соответствующим интервалам углов и энергий. Однако отношение /9/ можно сохранить в прежнем виде, воспользовавшись "теоремой о среднем".

$$\int_{\Delta \omega} \int_{\Delta \Omega} \sigma(\theta, \omega) d\Omega f(\omega) d\omega = \sigma(\theta^*, \omega^*) f(\omega^*) \Delta \Omega \cdot \Delta \omega.$$

"Средние" значения аргументов θ^* , ω^* во всех членах /9/ будут разные. Разложив $n(\theta^*, \omega^*)$ в ряд по аргументам в окрестности θ , ω /середины названных интервалов/ получаем дополнительные поправки

$$n(\theta^*, \omega^*) = n(\theta, \omega) \left[1 + \frac{1}{n} \frac{\partial n}{\partial \theta} (\theta^* - \theta) + \frac{1}{n} \frac{\partial n}{\partial \omega} (\omega^* - \omega) \right],$$

вычисление которых не встречает серьезных затруднений.

Рассмотрим теперь более подробно влияние поправок a_1 , a_2 и a_3 на точность эксперимента. Из /8/, /10/ и /11/ получаем:

$$\sum_{i=1}^3 a_i(\theta, \omega) = \frac{3 - \cos^2 \theta + \frac{f'}{f} \omega}{1 + \frac{\omega}{m}(1 - \cos \theta)} + o\left(\frac{1}{1 + \frac{\omega}{m}(1 - \cos \theta)}\right).$$

Неточность определения этой величины за счет ошибок при измерении энергий и углов будет равна следующему:

$$\begin{aligned} \sum \Delta a_i &= \frac{3 - \cos^2 \theta + \frac{f'}{f} \omega}{1 + \frac{\omega}{m}(1 - \cos \theta)} \frac{\Delta \omega}{\omega} + \\ &+ \frac{\cos^2 \theta - 2 \cos \theta + 3 + \frac{f'}{f} \omega}{1 + \frac{\omega}{m}(1 - \cos \theta)} \frac{1 + \cos \theta}{\sin \theta} \Delta \theta \\ &+ o\left(\frac{1}{1 + \frac{\omega}{m}(1 - \cos \theta)}\right). \end{aligned} \quad /12/$$

Из этого выражения видно, что ошибки в двойном отношении, связанные с вычислением этих поправок, обусловлены, главным образом, выбором θ_1 и ω_2 . Увеличение θ_1 и ω_2 приводит к уменьшению $\Sigma \Delta A_i$, но одновременно уменьшается и H , так как при этом сближаются значения $\eta(\theta_1, \omega_1)$ и $\eta(\theta_1, \omega_2)$, $\eta(\theta_1, \omega_1)$ и $\eta(\theta_2, \omega_1)$.

Для углов θ_1 больших 20° и энергии ω_2 больше 200 Мэв

$$\eta \approx 2 a^2 m \omega (1 + \cos \theta)$$

и, следовательно,

$$H = 2 a^2 m (\omega_1 - \omega_2) (\cos \theta_1 - \cos \theta_2). \quad /13/$$

Из сопоставления соотношений /12/ и /13/ следует, что при некоторых значениях θ_1 и ω_2 должен быть оптимум, при котором ошибка, связанная с вычислением всех поправок, составляет минимальную долю от искомого эффекта. По одну сторону от этого оптимума ошибка уменьшается, но еще больше уменьшается H ; по другую сторону H возрастает, но ошибка /при постоянных значениях ошибок в определении углов и энергии/ возрастает скорее. Анализ этих соотношений показывает, что оптимальные значения лежат для энергии ω_2 в районе ~ 200 Мэв и для углов θ_1 в районе $\sim 50^\circ$. Угол θ_2 выбирается из конструктивных соображений около 150° . Для энергии ω_1 , как уже указывалось выше, выбрано $\omega_1 = 600$ Мэв. При этих значениях углов и энергий и точности их измерений $\frac{\Delta E}{E} = \pm 1\%$ и $\Delta \theta = 0,01$, суммарная ошибка при вычислении этих поправок в двойном отношении составляет меньше десятой доли процента.

$$\Sigma \Delta A_i \approx 7 \cdot 10^{-4}$$

§ 3. Сопутствующие мешающие эффекты

Выше речь шла о регистрации только Комpton-эффекта. В действительности же наряду с Комpton-эффектом в мишени могут идти и другие процессы, которые также могут регистрироваться аппаратурой и тем самым вносить нежелательные погрешности.

Нами были выполнены оценочные расчеты по ряду таких эффектов; некоторые из них приводятся ниже в порядке их значимости.

1. Рождение пар, в которых электроны имеют ту же энергию и направление вылета, что и комптоновские электроны, а позитроны вылетают в направлении одного из счетчиков γ - квантов. Как показывает расчет, вероятность этого процесса при том же

диапазоне углов равна по порядку величины вероятности комптоновского рассеяния. В принципе можно исключить этот процесс, заставив γ -счетчики отличать заряженные частицы от γ - квантов. Обычно для этого используется система, состоящая из двух люминесцентных счетчиков, разделенных фильтром, причем первый счетчик включен на антисовпадения со вторым. Однако в нашем случае этот метод не может быть использован, т.к. эффективность счетчиков всегда меньше единицы и, следовательно, часть заряженных частиц будет считаться аппаратурой как γ - кванты, что приводит к ошибкам, перекрывающим те точности, которые требуются при постановке этого эксперимента. Для борьбы с этим эффектом мишень может быть расположена в центре магнитного поля, напряженность и размеры которого выбираются так, чтобы все заряженные частицы с энергией, соответствующей разности между концом γ спектра ω_{max} и рабочим интервалом энергии ω не попадали в счетчики. Магнитное поле в 15000 эрстед, протяженностью 25 см сводит счет таких частиц практически к нулю.

Следующие по значимости эффекты являются уже более высоким приближением теории и вероятность таких процессов, примерно, на два порядка меньше.

2. Радиационное рождение пар, при котором, кроме двух заряженных частиц рождается γ - квант малой энергии.

3. Двойной Комpton-эффект.

Эти процессы могут быть достаточно точно рассчитаны и соответствующие величины вычтены из экспериментальных значений $n(\theta, \omega)$. Так как эти два процесса составляют лишь несколько процентов от искомого эффекта, требуемая точность расчета не очень велика.

Следующими по важности являются более сложные процессы, представляющие собой цепочку элементарных актов.

Главные из них следующие:

4. Рождается пара, электрон которой по-прежнему может быть зарегистрирован β - спектрометром, а электрон или позитрон, проходя толщину мишени, дают тормозной γ - квант.

5. Позитрон той же пары может аннигилировать и, наконец,

6. Комптоновский электрон, тормозясь в мишени, может также дать γ - квант.

Возникающие в этих трех процессах γ - лучи, попадая в счетчики γ - квантов, приводят к ложному Комpton-эффекту.

Следует отметить, что вероятность всех этих процессов линейно зависит от толщины мишени и при соответствующем выборе последней может быть сделана достаточно малой. Потерю в скорости счета из-за уменьшения толщины можно частично компенсировать увеличением интенсивности потока первичных γ - квантов. Кстати нужно сказать, что толщина мишени не может быть большой также из-за эффектов рассеяния в ней электронов и γ - квантов.

Дальнейшие приближения теории и более сложные процессы исключаются из рассмотрения, ввиду малой вероятности их регистрации.

Кроме указанных выше сопутствующих эффектов, дающих совпадения в регистрации двух частиц, рожденных от одного падающего первичного фотона могут регистрироваться также случайные ложные совпадения за счет различного фонового облучения обоих счетчиков. Тщательной экранировкой в принципе можно существенно уменьшить фон от рассеянного γ - излучения, всегда присутствующего вблизи работающего ускорителя, но нельзя избежать фона самой мишени. Исходя из этого, рассмотрим более подробно только фоновую загрузку счетчиков от мишени. Из мишени в β спектрометр могут попасть электроны лишь определенной энергии, близкой к максимальной энергии γ - спектра. Такие электроны могут образоваться лишь в результате двух процессов: комптоновского рассеяния и рождения пар. Сечение комптоновского рассеяния, сопровождающегося вылетом электрона с энергией, близкой к максимальной энергии γ - квантов, получается путем интегрирования дифференциального сечения по всем углам рассеяния, кроме малых, при которых электрону передается энергия, недостаточная для регистрации его β - спектрографом. Эта величина, примерно, на порядок меньше сечения рождения пар с энергией электронов порядка 600 Мэв /без учета экранирования/ и поэтому фоновая загрузка счетчика β - спектрометра определяется, главным образом, последним процессом. В то же время загрузка γ - счетчиков, вызванная другим первичным γ - квантом, складывается из следующих факторов:

1. Рассеянных γ - квантов, имевших до рассеяния любые энергии от 0 до ω_{\max} .
2. Заряженных частиц, компонент пар и мезонов.
3. γ - квантов распада π^0 -мезонов.
4. Продуктов других сложных процессов.

Как показывают расчеты все это приводит к большим загрузкам γ - счетчиков, в результате чего процент регистрации ложных совпадений также получается довольно большим.

Заряженные частицы малых энергий, как уже указывалось, могут быть отфильтрованы магнитным полем, а вероятность вылета заряженных частиц большой энергии под углом 50° /а тем более 150° / к первоначальному направлению крайне мала.

Заряженные π^\pm мезоны распределены более изотропно. Однако поток их, как показывает оценка, невелик и процент ложных совпадений, создаваемых ими, не превышает допустимого уровня.

Заметный вклад дают γ - кванты от распада π^0 -мезонов, но их энергия намного превышает энергию рассеянных квантов и поэтому они легко поддаются селекции по энергии. Вероятность более сложных процессов составляет столь малую долю от выхода перечисленных выше, что их можно не принимать во внимание.

Наиболее сильную загрузку создадут рассеянные γ - кванты /первый процесс/, так как с уменьшением энергии растет не только сечение рассеяния, но и количество падающих γ - квантов, имеющих эту энергию в спектре тормозного излучения ускорителя.

Если обозначить через σ_1 и σ_2 сечения соответствующих мешающих процессов, то загрузки β и γ счетчиков могут быть записаны соответственно в виде:

$$n_1 = \sigma_1 N_{ат.} \xi \cdot \mathcal{X} \cdot f(\omega) dE$$

$$n_2 = Z \cdot N_{ат.} \xi \cdot \mathcal{X} \cdot d\Omega \int_0^{\omega_{max}} \sigma_2 f(\omega) d\omega,$$

и, следовательно, отношение числа ложных n_l и истинных n_u совпадений будет

$$\frac{n_l}{n_u} = \frac{2 \sigma_1 \mathcal{X} \cdot N_{ат.} \cdot dE \int_0^{\omega_{max}} \sigma_2 f(\omega) d\omega \cdot \tau}{\frac{Z^2}{2} \frac{1}{\omega} (1 - \cos \theta) d\omega}, \quad /14/$$

где τ - разрешающее время схем совпадения. Поскольку вблизи конца γ спектра $dE \approx d\omega$ это отношение не зависит от выбираемых энергетического и углового диапазонов, а также от эффективностей γ и β счетчиков. Сечения σ_1 и σ_2 не могут быть измерены или вычислены с высокой точностью и поэтому необходимо дальнейшее видоизменение условий опыта с тем, чтобы счет таких ложных совпадений был доведен или до величины, меньшей 0,1% от истинных, или хотя бы до такого уровня, при котором достаточно грубый расчет этого эффекта давал бы нужную точность. Простое уменьшение $N_{ат.}$ \mathcal{X} или интенсивности потока γ - лучей влечет за собою пропорциональное увеличение времени эксперимента, которое не должно выходить из рамок разумного /скажем, 0,5 ÷ 1 год/.

Следует заметить, что в /14/ входит мгновенное значение спектральной плотности $f(\omega)$, а на время эксперимента влияет среднее значение этой величины. Это обстоятельство дает возможность понизить число ложных совпадений путем предельного увеличения длительности импульса γ - лучей в каждом цикле ускорения /растяжка/ при неизменной величине средней скорости счета.

Далее, поскольку для счета эффекта используется лишь верхняя часть спектра, а ложные совпадения обусловлены, главным образом, его начальным участком, появляется другая возможность уменьшения ложных срабатываний схемы путем помещения между

ускорителем и мишенью специального фильтра.

Такой фильтр из вещества с малым Z /например, из лития/, выполненный в виде вытянутого в направлении потока первичных γ -квантов длинного цилиндра, по-разному меняет характер спектра в различных его участках, почти полностью очищая поток от γ -лучей малых энергий и в то же время лишь незначительно уменьшая интенсивность γ -лучей вблизи верхней границы спектра.

Помимо этого, нами были также подробно рассмотрены и другие методы борьбы с ложными эффектами /введение третьего счетчика для позитронов, включенного на анти-совпадения, который должен резко уменьшить число срабатываний β счетчика; возможность определять в рабочих условиях величину τ с последующим вычитанием из $n(\theta, \omega)$ числа ложных подсчетов и др./.

Детальный анализ показывает, что ни одно из этих мероприятий само по себе не является достаточным для полного подавления рассматриваемых ложных эффектов и что приходится комбинировать их между собой, используя при этом каждое из них в той или иной степени. При этих условиях можно получить уже целый ряд различных вариантов снижения уровня помех ниже 0,1%, не выходя из рамок экспериментальных возможностей как самого ускорителя /интенсивность, растяжка и др./, так и всего эксперимента в целом /время эксперимента, величина τ и пр./.

З а к л ю ч е н и е

В настоящее время еще не закончены полностью очень трудоемкие расчеты радиационного рождения пар, двойного Комpton-эффекта и ряд других вопросов. Но уже полученные предварительные данные говорят о возможности обеспечения опыта необходимой точностью также и с точки зрения теоретического обсчета различных эффектов.

Анализ всей совокупности условий показывает, что разумно достижимая средне-квадратичная точность эксперимента, получаемая путем суммирования ряда статистически независимых ошибок может быть в пределе доведена до 0,2%, что соответствует возможности выявления элементарной длины $\sim 3 \cdot 10^{-14}$ см. Таким образом, Комpton-эффект с полным основанием может быть поставлен в один ряд с другими методами /например, с методом встречных электронных пучков /8/, пользуясь которыми можно будет экспериментально подойти к границе применимости квантовой электродинамики.

В заключение авторы считают своим долгом выразить благодарность М.А.Маркову за обсуждение ряда вопросов, связанных с этой темой и за постоянный интерес к возможности осуществления эксперимента.

