ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Лаборатория теоретической физики

В.З.Бланк, Д.В.Ширков

ОБРАТНЫЕ ДИСПЕРСИОННЫЕ СООТНОШЕНИЯ[x)]

ЖЭТФ, 1957, т 33, в 5, с 1250-1253.

Май 1957 г.

---

x) Статья направлена в ЖЭТФ

В работах /I,3/ в рамках квантовой теории поля были получены дисперсионные соотношения для рассеяния пионов и γ-квантов на нуклонах и для фоторождения пионов. Эти соотношения связывают действительную часть амплитуды процесса $D(E)$ с интегралом типа Коши от мнимой части амплитуды $A(E)$ и имеют вид

$$D(E)=\frac{1}{\pi}P\int_{-\infty}^{\infty}\frac{A(E')}{E'-E}dE' \qquad (I)$$

Область отрицательных энергий исключается отсюда путем учета свойств симметрии, а интеграл по ненаблюдаемой области положительных энергий для случая рассеяния вперед вычисляется в явном виде. Это связано с тем, что в ненаблюдаемой области функцию $A(E)$ удается представить в виде суммы δ - образных членов. Результат интегрирования выражается через константы связи соответствующих взаимодействий.

Дисперсионные соотношения для рассеяния пионов на нуклонах были подвергнуты экспериментальной проверке и показали удовлетворительное согласие теории с экспериментом в области реализуемых в настоящее время энергий /2/. Несомненный интерес будет представлять проверка дисперсионных соотношений при более высоких энергиях. Дело в том, что выведенные дисперсионные соотношения имеют место лишь в случае выполнения условия микроскопической причинности /3,5/ и должны быть определенным образом модифицированы при ее нарушении (3).

Однако, дисперсионные соотношения типа (I) могут оказаться неблагоприятными для этой цели. Такое положение будет иметь место, если в области больших энергий действительная часть амплитуды рассеяния будет (значительно) меньше мнимой, на что в настоящее время имеются некоторые указания [4]. В этом случае придется сравнивать знакопеременный интеграл от большой величины, стоящий в правой части (I), с малой величиной в левой части. Ясно при этом, что даже незначительные экспериментальные ошибки в определении A могут привести к большому суммарному эффекту. Это обстоятельство может затруднить экспериментальную проверку дисперсионных соотношений типа (I) в области высоких энергий и экспериментальное обнаружение элементарной длины.

В этом случае гораздо более удобными были бы "обратные дисперсионные соотношения" типа

$$A(E) = -\frac{1}{\pi} \mathcal{P}\int_{-\infty}^{\infty} \frac{D(E')}{E'-E}\, dE' \qquad (2)$$

не обладающие указанным недостатком. Однако, при рассмотрении подобных соотношений встает задача определения функции $D(E)$ в ненаблюдаемой области положительных энергий. Эта задача до сих пор не была решена, ввиду чего соотношения типа (2) не рассматривались.

Указанную трудность можно устранить следующим образом. Как показано [5] основное дисперсионное соотношение (I) имеет место также и для E, лежащих в ненаблюдаемой области. Поэтому входящую под интеграл в (2) функцию D в ненаблюдаемой области положительных энергий можно определить с помощью (I), что позволяет исключить из уравнения (2) ненаблюдаемые величины. Возникающий при такой подстановке двухкратный интеграл удается свести к однократному путем перемены порядка интегрирования.

Для рассеяния вперед пионов на нуклонах (в лабораторной системе координат) получаем этим способом для скалярных коэффициентов амплитуды рассеяния

$$f(E) = \delta_{\rho\rho'} f_1^1 + 2i\,(\vec{\sigma}[\vec{q}\times\vec{q}'])\,\delta_{\rho\rho'} f_2^1 + \frac{[\tau_{\rho'},\tau_\rho]}{2} f_2^1 + i\,(\vec{\sigma}[\vec{q}\times\vec{q}'])[\tau_{\rho'},\tau_\rho] f_2^2 \tag{3}$$

следующие обратные дисперсионные соотношения

$$A_i^i(E) = \frac{D_i^i(E) - D_i^i(\mu)}{\pi}\ln\frac{E+\mu}{E-\mu} - \frac{2E(E^2-\mu^2)}{\pi}\int_\mu^\infty \frac{dE'}{(E'^2-E^2)(E'^2-\mu^2)}\Big\{D_i^i(E') - D_i^i(\mu) + \frac{A_i^i(E')}{\pi}\ln\frac{E'+\mu}{E'-\mu}\Big\} - C_i\frac{f^2}{\pi}\,\frac{2E(E^2-\mu^2)}{E^2-(\mu^2/2M)^2}\cdot\frac{\ln\frac{1+\mu/2M}{1-\mu/2M}}{\mu^2-(\mu^2/2M)^2}$$

$$(i = 1, 2) \tag{4}$$

$$A_i^K(E) = \Big(D_i^K(E) - \frac{\mu}{E}D_i^K(\mu)\Big)\frac{1}{\pi}\ln\frac{E+\mu}{E-\mu} - \frac{2(E^2-\mu^2)}{\pi}\int_\mu^\infty \frac{dE'\,E'}{(E'^2-E^2)(E'^2-\mu^2)}\Big\{D_i^K(E') - \frac{\mu}{E'}D_i^K(\mu) +$$

$$+\frac{A_i^k(E')}{\pi E'}\ln\frac{E'+\mu}{E'-\mu}\Big\} - C_i\frac{f^2}{\pi}\frac{\mu^2}{M}\frac{E^2-\mu^2}{E^2-(\mu^2/2M)^2}\times \tag{5}$$

$$\times\frac{\ln\frac{1+\mu/2M}{1-\mu/2M}}{\mu^2-(\mu^2/2M)^2} \qquad (i\neq k;\ i,k=1,2)$$

Здесь $C_1=1$, $C_2=-\frac{1}{\mu^2}$.

(6)

Из (4) и (5) можно обычным путем получить наиболее интересные дисперсионные соотношения для рассеяния заряженных пионов на протонах

$$A_+(E)=-\frac{E^2-\mu^2}{\pi}\int_\mu^\infty\frac{dE'}{E'^2-\mu^2}\mathcal{P}\frac{1}{E'-E}\Big\{D_+(E')-D_+(\mu)+$$

$$+\frac{A_+(E')}{\pi}\ln\frac{E'+\mu}{E'-\mu}\Big\}+\frac{E^2-\mu^2}{\pi}\int_\mu^\infty\frac{dE'}{E'^2-\mu^2}\cdot\frac{1}{E'+E}\Big\{D_-(E')-D_-(\mu)+$$

$$+\frac{A_-(E')}{\pi}\ln\frac{E'+\mu}{E'-\mu}\Big\}+\frac{1}{\pi}\Big\{D_+(E)-\frac{E+\mu}{2E}D_+(\mu)-$$

$$-\frac{E-\mu}{2E}D_-(\mu)\Big\}\ln\frac{E+\mu}{E-\mu}+\frac{2f^2}{\pi}\frac{E^2-\mu^2}{E-\mu^2/2M}\cdot\frac{\ln\frac{1-\mu/2M}{1+\mu/2M}}{\mu^2-(\mu^2/2M)^2} \tag{7}$$

$$A_-(E)=-\frac{E^2-\mu^2}{\pi}\int_\mu^\infty\frac{dE'}{E'^2-\mu^2}\mathcal{P}\frac{1}{E'-E}\Big\{D_-(E')-D_-(\mu)+ \tag{8}$$

$$\frac{A_-(E')}{\pi}\ln\frac{E'+\mu}{E'-\mu}\Big\}+\frac{E^2-\mu^2}{\pi}\int_\mu^\infty\frac{dE'}{E'^2-\mu^2}\cdot\frac{1}{E'+E}\Big\{D_+(E')-$$

$$-D_+(\mu)+\frac{A_+(E')}{\pi}\ln\frac{E'+\mu}{E'-\mu}\Big\}+\frac{1}{\pi}\Big\{D_-(E)-\frac{E+\mu}{2E}D_-(\mu)-\frac{E'-\mu}{2E}\times$$

$$\times D_+(\mu)\Big\} \ln\frac{E+\mu}{E-\mu}+\frac{2f^2}{\pi}\cdot\frac{E^2-\mu^2}{E+\mu^2/2M}\cdot\frac{\ln\frac{1-\mu/2M}{1+\mu/2M}}{\mu^2-(\mu^2/2M)^2}.$$

В интегралы в правых частях полученных соотношений вошла "большая" функция A. Могло бы поэтому показаться, что задача получения соотношений, в которых под интегралами стоят лишь малые величины, выполнена не полностью. Однако, на самом деле, входящие под интегралы "большие" функции A множатся на малый логарифм, что сильно уменьшает их влияние. Так, предполагая, что полные сечения заряженных пионов на протонах при больших энергиях постоянны и примерно равны $3 \cdot 10^{-26}$ см^2, а функции D_+ и D_- при больших энергиях постоянны и примерно равны $0,3/\mu$ (что находится в соответствии с (4)) получаем, что вклад в интеграл от мнимой части примерно в пять раз меньше вклада от действительной части.

Авторы выражают благодарность Л.И.Лапидусу, который обратил их внимание на важность обратных дисперсионных соотношений, и Н.Н.Боголюбову за ряд ценных советов.

ЛИТЕРАТУРА

1. M. Gell-Mann, M. Goldberger, W.Thirring, Phys.Rev. 95, 1612 (1954), M. Goldberger, Phys.Rev., 97, 508; 99, 979 (1955); R. Karplus, M. Ruderman, Phys. Rev., 98, 771 (1955); M. Goldberger, H. Miyarawa, R. Oehme, Phys. Rev. 99, 986 (1955); E. Corinaldesi, Nuovo Cim. 4, 1384 (1956).

   А.А.Логунов, Б.М.Степанов, А.Н.Тавхелидзе, ДАН СССР. 112,45 (1957)

   А.А.Логунов, Б.М.Степанов, ДАН СССР, 110,368 (1956)

   Н.Н.Боголюбов, Д.В.Ширков, ДАН СССР, 113, № 3 (1957)

2. H. Anderson, W. Davidon, U. Kruse, Phys. Rev. 100, 339 (1955); Uri Haber-Shaim, Phys.Rev. 104, 1113 (1956); W. Davidon, M. Goldberger, Phys.Rev., 104, 1119 (1956);

   А.И.Мухин, Б.М.Понтекорво, ЖЭТФ, т.31 вып.4, стр.550 (1956).

3. R. Oehme, Phys.Rev. 100, 1503 (1955).

4. R. Steinheimer, Phys. Rev. 101, 384 (1956).

5. Н.Н.Боголюбов, доклад на Международном съезде физиков-теоретиков в Сиэттле (сентябрь 1956 г.) см. также

   Н.Н.Боголюбов, Д.В.Медведев, М.К.Поливанов "Вопросы теории дисперсионных соотношений" ГТИ (в печати) и

   Н.Н.Боголюбов, Д.В.Ширков "ВВедение в теорию квантованных полей" гл.9, ГТИ (в печати).