ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Лаборатория ядерных проблем

Р-278

С.Б. Нурушев, Ю.П. Кумекин, К.С. Мариш, Г.Д. Столетов

МЕТОД ПОЛУЧЕНИЯ ПРОДОЛЬНО-ПОЛЯРИЗОВАННОГО ПУЧКА ПРОТОНОВ

Дубна, 1959 год

Р-278

С.Б. Нурушев, Ю.П. Кумекин, К.С. Мариш, Г.Д. Столетов

МЕТОД ПОЛУЧЕНИЯ ПРОДОЛЬНО-ПОЛЯРИЗОВАННОГО ПУЧКА ПРОТОНОВ

А н н о т а ц и я

Рассматривается возможность получения продольно-поляризованного пучка протонов на синхроциклотроне Лаборатории ядерных проблем.

В в е д е н и е

При проведении полного набора опытов в нуклон-нуклонных соударениях возникает необходимость в использовании продольно-поляризованного пучка нуклонов. Примененный в работе[1] способ получения такого пучка трудно реализовать в нашей лаборатории из-за необходимости использовать сильное горизонтальное магнитное поле. В настоящей работе обсуждается практически более выгодный способ получения пучка продольно-поляризованных протонов.

Если произвести первое рассеяние не в горизонтальной, как это было сделано в работе[1], а в вертикальной плоскости, то вектор поляризации рассеянных протонов, который всегда направлен перпендикулярно плоскости рассения, будет расположен в горизонтальной плоскости. Следовательно, спины протонов такого пучка будут прецессировать под воздействием обычного вертикально-направленного магнитного поля. Причем, если пучок отклоняется на угол φ, то угол прецессии χ будет равен $\chi = \frac{\mu_p - 1}{\sqrt{1-\beta^2}}\varphi$, где μ_p - магнитный момент протона в ядерных магнетонах, β - скорость частицы в единицах скорости света С.

Для осуществления рассеяния протонов в вертикальной плоскости необходимо использовать два магнита M_1 и M_2, которые служат для увода и обратного возвращения к горизонтальной плоскости пучка неполяризованных протонов /см.рис.4/. В месте пересечения пучком горизонтальной плоскости располагается рассеиватель P. Поляризованные протоны, испущенные под углом θ, отклоняются магнитом M_3 на требуемый угол φ. Причем выгодно выбрать его таким, чтобы угол прецессии спина был равен 90°.

Угол подъема поляризованного пучка ψ выбирается, в основном, исходя из удобства расположения магнита M_2 и рассеивателя P, а также из угла рассеяния θ.

Обычно в качестве рассеивателя p используется углерод. Тогда угол θ, соответствующий максимуму поляризации, составляет при энергии 660 Мэв $6 \div 7^{\circ}$. Если теперь задаться расстоянием $\ell_1 = 200$ см и $\ell_2 = 540$ см, то угол $\psi \simeq 3^{\circ}$. Для подъема пучка на такой угол необходимо магнитное поле с $H\ell = 2{,}3.10^{5}$ эрст.см. Как показывают проведенные ниже расчеты, такое поле можно создать с помощью двух асимметрично расположенных относительно оси пучка брусков, используя поле отклоняющих насадок. Далее приводится расчет магнитных полей от брусков различной конфигурации в предположении, что их длина является бесконечной.

2. Расчет магнитных полей брусков различной конфигурации

а/ Общие формулы.

В работе[2] приведен подробный расчет поля бруска прямоугольного сечения при предположении, что имеется полное насыщение бруска. При таком предположении магнитный потенциал в точке $\vec{R}$ диполя M, расположено в точке $\vec{R}'$ определяется выражением

$$\Phi(\vec{R},\vec{R}') = \vec{M}\,grad\,\frac{1}{|\vec{R}-\vec{R}'|}. \qquad /1/$$

Магнитный потенциал от всего объема бруска определяется тогда интегралом:

$$\Phi(\vec{R}) = \int M\,grad\,\frac{1}{|\vec{R}-\vec{R}'|}\,dV' \qquad /2/$$

Как известно, магнитное поле вычисляется тогда из соотношения

$$\vec{H}(\vec{R}) = -grad\,\Phi(R) \qquad /3/$$

Пусть внешнее поле направлено по оси Z. Тогда

$$\Phi(\vec{R}) = \int M_z \left(grad\,\frac{1}{|\vec{R}-\vec{R}'|}\right)_z dV'$$

Так как по условию насыщения $M = M_z$ является постоянной, то,использую теорему Остроградского-Гаусса, находим

$$\Phi(\vec{R}) = \int \frac{\vec{M}\,\vec{n}}{|\vec{R}-\vec{R}'|}\,dS' \qquad /4/$$

где S' поверхность бруска, $\vec{n}$ - внешняя нормаль поверхности S'.

Соответственно, поля H_z и H_y определяются формулами

$$H_z = -\frac{\partial\Phi}{\partial z} = \int \frac{\vec{M}\cdot\vec{n}\,(z-z')}{|\vec{R}-\vec{R}'|^3}\,dS' \qquad /5/$$

$$H_y = -\frac{\partial\Phi}{\partial y} = \int \frac{\vec{M}\cdot\vec{n}\,(y-y')}{|\vec{R}-\vec{R}'|^3}\,dS' \qquad /6/$$

б/ Поле бруска прямоугольного сечения.

Поле бруска прямоугольного сечения было подробно вычислено в работе[2/]

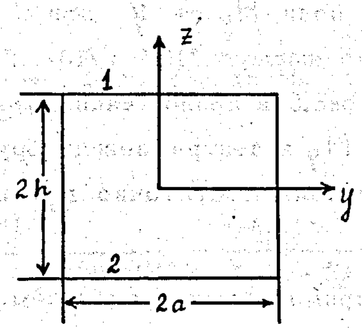

Рис. 1.

Если воспользоваться обозначениями, приведенными на рис.1, а также формулой

$$\lim_{\ell \to \infty} \mathcal{J} = \lim_{\ell \to \infty} \int_{-\ell}^{\ell} \frac{dx'}{[(x-x')^2 + \mathcal{R}^2]^{3/2}} = \frac{2}{\mathcal{R}^2} \qquad /7/$$

то получим для поверхности 1

$$H_z^{(1)} = -2M\left(\mathrm{arctg}\,\frac{y-a}{z-h} - \mathrm{arctg}\,\frac{y+a}{z-h}\right) \qquad /8/$$

$$H_y^{(1)} = -M\ln\left[\frac{(y-a)^2 + (z-h)^2}{(y+a)^2 + (z-h)^2}\right] \qquad /9/$$

для поверхности 2

$$H_z^{(2)} = 2M\left(\mathrm{arctg}\,\frac{y-a}{z+h} - \mathrm{arctg}\,\frac{y+a}{z+h}\right) \qquad /10/$$

$$H_y^{(2)} = M\ln\left[\frac{(y-a)^2 + (z+h)^2}{(y+a)^2 + (z+h)^2}\right] \qquad /11/$$

Объединяя формулы /8/ и / 10/, а также /9/ и /11/ попарно, можно получить поле от всего бруска

$$H_z(y,z) = 2M\left(\mathrm{arctg}\,\frac{y-a}{z+h} - \mathrm{arctg}\,\frac{y+a}{z+h} - \mathrm{arctg}\,\frac{y-a}{z-h} + \mathrm{arctg}\,\frac{y+a}{z-h}\right) \qquad /12/$$

$$H_y(y,z) = M\ln\left\{\frac{[(y-a)^2 + (z+h)^2][(y+a)^2 + (z-h)^2]}{[(y+a)^2 + (z+h)^2][(y-a)^2 + (z-h)^2]}\right\} \qquad /13/$$

Эти формулы совпадают с полученными в работе[2/].

Были рассчитаны зависимости поля H_y от y при z = 3,5см, а также H_y от z для y = 3,5 см, исходя из формул /12/ и /13/. Причем $a = h =$ 2см. Полученные графики приведены на рис.5 в приложении. Как видно из этих графиков, горизонтальная составляющая поля H_y в центре между брусками достигает величины $\sim$ 4000 эрстед. Такой величины поля достаточно для подъема пучка на $\psi \sim 3^{\circ}$.

в/ Поле бруска с усеченным прямоугольным сечением.

Вычислим поле бруска, сечение которого показано на рис.2.

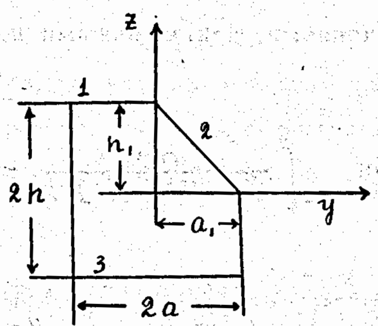

Рис. 2.

Поле от поверхностей 1 и 3 было вычислено ранее. Ограничимся поэтому вычислением поля от поверхности 2.

$$H_z^{(2)} = \int_0^{a_1} \frac{2Ma_1}{\sqrt{a_1^2+h_1^2}} \frac{(z-z')}{(y-y')^2+(z-z')^2} dy' \cdot \frac{\sqrt{a_1^2+h_1^2}}{a_1}$$

Учитывая уравнение линии 2, $z' = h_1 - \frac{h_1}{a_1} y'$, получим,

$$\frac{2Ma_1}{\sqrt{a_1^2+h_1^2}} \int_0^{a_1} \frac{(z-h_1+\frac{h_1}{a_1}y')dy' \cdot \frac{\sqrt{a_1^2+h_1^2}}{a_1}}{(y-y')^2+(z-h_1+\frac{h_1}{a_1}y')^2} =$$

$$\frac{\sqrt{a_1^2+h_1^2}\cdot 2Ma_1}{a_1\sqrt{a_1^2+h_1^2}} \left[(z-h_1)\int_0^{a_1} \frac{dy'}{(y-y')^2+(z-h_1+\frac{h_1}{a_1}y')^2} + \frac{h_1}{a_1}\int_0^{a_1} \frac{y'dy'}{(y-y')^2+(z-h_1+\frac{h_1}{a_1}y')^2}\right]$$

Интеграл

$$\int_0^{a_1}\frac{y'dy'}{(y-y')^2+(z-h_1+\frac{h_1}{a_1}y')^2}=\frac{a_1^2}{2(a_1^2+h_1^2)}\ln\frac{(y-a_1)^2+z^2}{y^2+(z-h_1)^2}-$$

$$-\frac{a_1^2\left[\frac{h_1}{a_1}(z-h_1)-y\right]}{a_1^2+h_1^2}\int_0^{a_1}\frac{dy'}{(y-y')^2+(z-h_1+\frac{h_1}{a_1}y')^2}$$

Отсюда

$$H_z^{(2)}=\frac{\sqrt{a_1^2+h_1^2}\,2Ma_1}{a_1\sqrt{a_1^2+h_1^2}}\left\{\left[(z-h_1)-\frac{a_1h_1\left(\frac{h_1}{a_1}z-\frac{h_1^2}{a_1}-y\right)}{a_1^2+h_1^2}\right]L+\right.$$

$$\left.\frac{a_1h_1}{\sqrt{a_1^2+h_1^2}}\ln\frac{(y-a_1)^2+z^2}{y^2+(z-h_1)^2}\right\}$$

где

$$L=\int_0^{a_1}\frac{dy'}{(y-y')^2+(z-h_1+\frac{h_1}{a_1}y')^2}=\frac{1}{z-h_1+\frac{h_1}{a_1}y}\left(\operatorname{arctg}\frac{\frac{h_1}{a_1}z-y+a_1}{z+\frac{h_1}{a_1}y-h_1}-\right.$$

$$\left.-\operatorname{arctg}\frac{\frac{h_1}{a_1}z-y-\frac{h_1^2}{a_1}}{z-h_1+\frac{h_1}{a_1}y}\right.$$

Окончательно для поля $H_z^{(2)}$ получаем формулу

$$H_z^{(2)}=\frac{2Ma_1^2\sqrt{a_1^2+h_1^2}}{(a_1^2+h_1^2)^{3/2}\,a_1}\left\{a_1\left(\operatorname{arctg}\frac{\frac{h_1}{a_1}z-y+a_1}{z+\frac{h_1}{a_1}y-h_1}-\operatorname{arctg}\frac{\frac{h_1}{a_1}z-y-\frac{h_1}{a_1}}{z-h_1+\frac{h_1}{a_1}y}\right)+\right. \qquad /14/$$

$$\left.+\frac{h_1}{2}\ln\frac{(y-a_1)^2+z^2}{y^2+(z-h_1)^2}\right\}$$

Для упрощения задачи рассмотрим случай $a_1=h_1=h=a$, тогда, объединяя формулы /12/ и /14/, получим

$$H_z=M\left\{2\left(\operatorname{arctg}\frac{y-a}{z+h}-\operatorname{arctg}\frac{y+a}{z+h}-\operatorname{arctg}\frac{y}{z-h}+\operatorname{arctg}\frac{y+a}{z-h}\right)+\right. \qquad /15/$$

$$\left.+\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}\left[\operatorname{arctg}\frac{z-y+a}{z+y+a}-\operatorname{arctg}\frac{z-y-a}{z+y+a}+\frac{1}{2}\ln\frac{(y-a)^2+z^2}{y^2+(z-a)^2}\right]\right\}$$

Аналогичным путем вычисляется поле $H_y^{(2)}$

$$H_y^{(2)} = \frac{2Ma_1\sqrt{a_1^2+h_1^2}}{a_1\sqrt{a_1^2+h_1^2}}\int_0^{a_1}\frac{(y-y')\,dy'}{(y-y')^2+(z-z')^2} = \frac{2Ma_1\sqrt{a_1^2+h_1^2}}{\sqrt{a_1^2+h_1^2}\,a_1}\left(y\int_0^{a_1}\frac{dy'}{(y-y')^2+(z-z')^2} - \right.$$

$$\left. -\int_0^{a_1}\frac{y'\,dy'}{(y-y')^2+(z-z')^2}\right) = \frac{2Ma_1\sqrt{a_1^2+h_1^2}}{\sqrt{a_1^2+h_1^2}\,a_1}\left\{\left[y+\frac{a_1h_1(z-h_1)-a^2y}{a_1^2+h_1^2}\right]\int_0^{a_1}\frac{dy'}{(y-y')^2+(z-z')^2} - \right. \qquad /16/$$

$$\left. - \frac{a_1^2}{2(a_1^2+h_1^2)}\ln\frac{(y-a_1)^2+z^2}{y^2+(z-h_1)^2}\right\} =$$

$$= \frac{2Ma_1^2\sqrt{a_1^2+h_1^2}}{(a_1^2+h_1^2)^{3/2}a_1}\left\{h_1\left(\operatorname{arctg}\frac{\frac{h_1}{a_1}z-y+a_1}{z+\frac{h_1}{a_1}y-h_1} - \operatorname{arctg}\frac{\frac{h_1}{a_1}z-y-\frac{h_1}{a_1}}{z-h_1+\frac{h_1}{a_1}y}\right) - \right.$$

$$\left. - \frac{a_1}{2}\ln\left[\frac{(y-a_1)^2+z^2}{y^2+(z-h_1)^2}\right]\right\}$$

Предполагая $a_1 = h_1 = h = a$ и объединяя формулы /13/ и /16/ получим

$$H_y = M\left\{\ln\frac{[(y-a)^2+(z-a)^2][(y+a)^2+(z-a)^2]}{[(y+a)^2+(z+a)^2][y^2+(z-a)^2]} + \right. \qquad /17/$$

$$\left. + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}\left[\operatorname{arctg}\frac{z-y+a}{z+y-a} - \operatorname{arctg}\frac{z-y-a}{z+y-a} - \frac{1}{2}\ln\frac{(y-a)^2+z^2}{y^2+(z-a)^2}\right]\right\}$$

Распределение полей H_z и H_y между двумя брусками с усеченными прямоугольными сечениями при $a = h = 2\,см$ показаны на рис.6. В центре между брусками поле несколько понизилось, а также уменьшились градиенты $\frac{\partial H_z}{\partial y}$ и $\frac{\partial H_y}{\partial z}$.

г/ Поле бруска с прямоугольным, закругленным при одном угле сечением.

Вычислим поле бруска, сечение которого показано на рис.3.

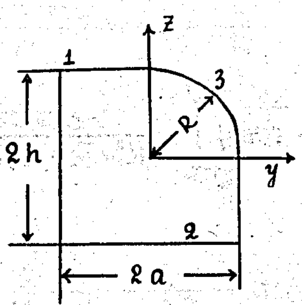

Рис. 3.

Поскольку от плоскостей 1 и 2 вклад в поле был вычислен ранее, рассмотрим лишь поверхность 3.

$$H_z^{(3)}=MR'\int_0^{\varphi_0} d\varphi' \sin\varphi'(z-z')\int_{-\ell}^{\ell}\frac{dx'}{[(x-x')^2+(y-y')^2+(z-z')^2]^{3/2}}$$

при $\ell \longrightarrow \infty$

$$H_z^{(3)}=2MR'\int_0^{\varphi_0}\frac{d\varphi' \sin\varphi'(z-z')}{[(y-y')^2+(z-z')^2]}$$

Вводя полярные координаты $z=R\sin\varphi$, $y=R\cos\varphi$, $z'=R'\sin\varphi'$, $y'=R'\cos\varphi'$ преобразуем

$$H_z^{(3)}=2MR'\left\{\int_0^{\varphi_0}\frac{d\varphi' \sin\varphi'(R\sin\varphi-R'\sin\varphi')}{R^2+R'^2-2RR'\cos(\varphi-\varphi')}\right\}=$$

$$=2MR'(R\sin\varphi\, J_1-R'J_2)$$

где

$$J_1=\int_0^{\varphi_0}\frac{d\varphi' \sin\varphi'}{R^2+R'^2-2RR'\cos(\varphi-\varphi')}$$

$$J_2=\int_0^{\varphi_0}\frac{d\varphi' \sin^2\varphi'}{R^2+R'^2-2RR'\cos(\varphi-\varphi')}$$

Заменой переменных $\varphi-\varphi'=\mu$, получим

$$J_1=\sin\varphi\int\limits_{\varphi-\varphi_0}^{\varphi}\frac{d\mu\cos\mu}{R^2+R'^2-2RR'\cos\mu}-\cos\varphi\int\limits_{\varphi-\varphi_0}^{\varphi}\frac{d\mu\sin\mu}{R^2+R'^2-2RR'\cos\mu}$$

$$J_2=\sin^2\varphi\int\limits_{\varphi-\varphi_0}^{\varphi}\frac{\cos^2\mu\,d\mu}{R^2+R'^2-2RR'\cos\mu}-\sin 2\varphi\int\limits_{\varphi-\varphi_0}^{\varphi}\frac{\cos\mu\sin\mu\,d\mu}{R^2+R'^2-2RR'\cos\mu}$$

Все эти интегралы являются табличными или сводятся к ним. После интегрирования и группировки членов получим

$$H_z^{(2)}=\frac{M}{R^2}\Big\{(R^2-R'^2\cos 2\varphi)\Big[\operatorname{arctg}\frac{R+R'}{R-R'}\operatorname{tg}\frac{\varphi_0}{2}-\operatorname{arctg}\frac{R+R'}{R-R}\operatorname{tg}\frac{\varphi-\varphi_0}{2}\Big]-$$
$$-(R^2+R'^2\cos 2\varphi)\frac{\pi}{4}-R'(\cos\varphi-\sin\varphi)+\frac{R'^2}{2}\ln\frac{R^2+R'^2-2RR'\cos\varphi}{R^2+R'^2-2RR'\sin\varphi}\Big\}, \qquad /18/$$

где

$$\cos\varphi=\frac{y}{R},\quad \sin\varphi=\frac{z}{R}$$

Аналогичные выкладки приводят к выражению для .

$$H_y^{(2)}=\frac{M}{R^2}\Big\{R'^2\sin 2\varphi\Big[\operatorname{arctg}\frac{R+R'}{R-R'}\operatorname{tg}\frac{\varphi_0}{2}-\operatorname{arctg}\frac{R+R'}{R-R'}\operatorname{tg}\frac{\varphi-\varphi_0}{2}\Big]+$$
$$+\frac{R'}{2}\sin 2\varphi\cdot\varphi_0+R[\cos\varphi+\cos(\varphi+\varphi_0)- \qquad /19/$$
$$-\frac{R^2-R'^2\cos 2\varphi}{2R'}\ln\frac{R^2+R'^2-2RR'\cos\varphi}{R^2+R'^2-2RR'\cos(\varphi+\varphi_0)}\Big\}$$

Поле от всей фигуры определяется формулой:

для H_z

$$H_z=\mathcal{M}\Big\{2\Big(\operatorname{arctg}\frac{y-a}{z+a}+\operatorname{arctg}\frac{y+a}{z-a}-\operatorname{arctg}\frac{y}{z-a}-\operatorname{arctg}\frac{y+a}{z+a}\Big)+ \qquad /20/$$

$$+\frac{1}{R^2}\left(R^2-R'^2\frac{y^2-z^2}{R^2}\right)\left(\operatorname{arctg}\frac{R+R'}{R-R'}\cdot\frac{z}{y+R}-\operatorname{arctg}\frac{R+R'}{R-R'}\cdot\frac{z-y-R}{z+y+R}\right)-$$

$$-\frac{R^2+R'^2(y^2-z^2)}{R^2}\,\frac{\pi}{4}+\frac{R'^2yz}{R^4}\ln\frac{R^2+R'^2-2R'y}{R^2+R'^2-2R'z}-\frac{R'(y-z)}{R^2}\Bigg\}$$

для H_y

$$H_y=\mu\left\{\frac{2R'yz}{R^2}\left(\operatorname{arctg}\frac{R+R'}{R-R'}\cdot\frac{z}{y+R}-\operatorname{arctg}\frac{R+R'}{R-R'}\cdot\frac{z-y-R}{z+y+R}+\frac{\pi}{4}\right)+\right. \qquad /21/$$

$$+\frac{R'(z+y)}{R^2}-\frac{y^2(R^2-R'^2)+z^2(R^2+R'^2)}{2R^4}\ln\frac{R^2+R'^2-2R'y}{R^2+R'^2-2R'z}-$$

$$\left.-\ln\frac{[(y+a)^2+(z+a)^2][y^2+(z-a)^2]}{[(y-a)^2+(z+a)^2][(y+a)^2+(z-a)^2]}\right\}$$

Распределения полей H_z и H_y, вычисленные по формулам /20/ и /21/, показаны на рис. 7 в приложении.

Заключение

Если абсолютная величина поля достаточна для подъема пучка на необходимый угол, более выгодным является использование бруска с усеченным сечением, поскольку в этом случае, во-первых, слабо меняется в центральной области поле H_y, и во-вторых, пучок не будет сильно деформирован из-за малой величины градиентов.

Экспериментально определялся подъем пучка с помощью двух брусков квадратного сечения размерами 4x4 см и длиной 60 см. Зазор между насадками составлял 11 см, как и в случае работы на прямом протонном пучке. Угол подъема пучка при этих условиях оказался равным $\approx$ 2,5°, причем пучок шел в напрвлении основного коллиматора.

В заключение авторы благодарят за обсуждение вопросов и ценные замечания Данилова В.И., Кропина А.А., Савченко О.В., Сороко Л.М.

Литература

1. J.Simmons. Phys. Rev. 104, 416 (1956)
2. Данилов В.И. Отчет Лаборатории ядерных проблем Объединенного института ядерных исследований.

Работа поступила в издательский отдел 30 декабря 1958 г.

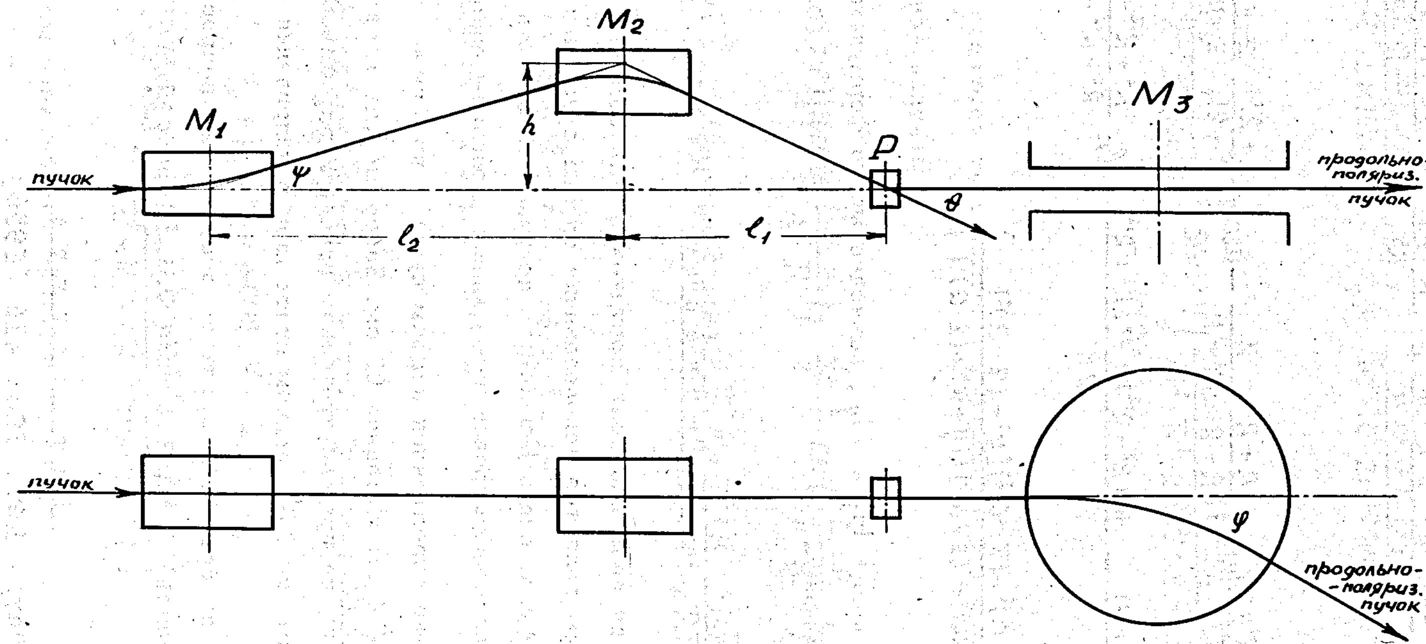

Рис. 4. Схема получения продольно-поляризованного пучка.

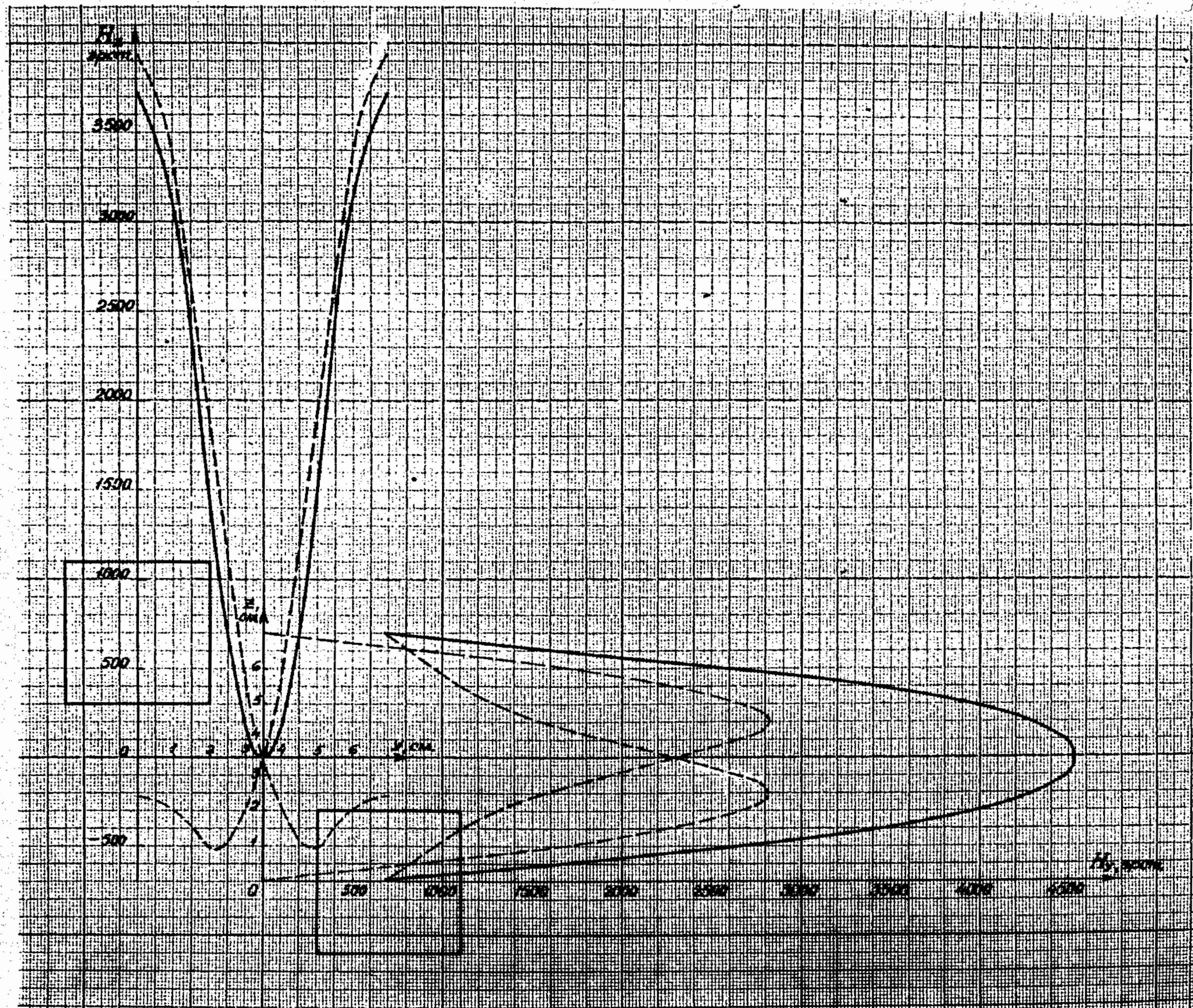

Рис. 5. Распределение полей H_z и H_y от двух брусков квадратного сечения.

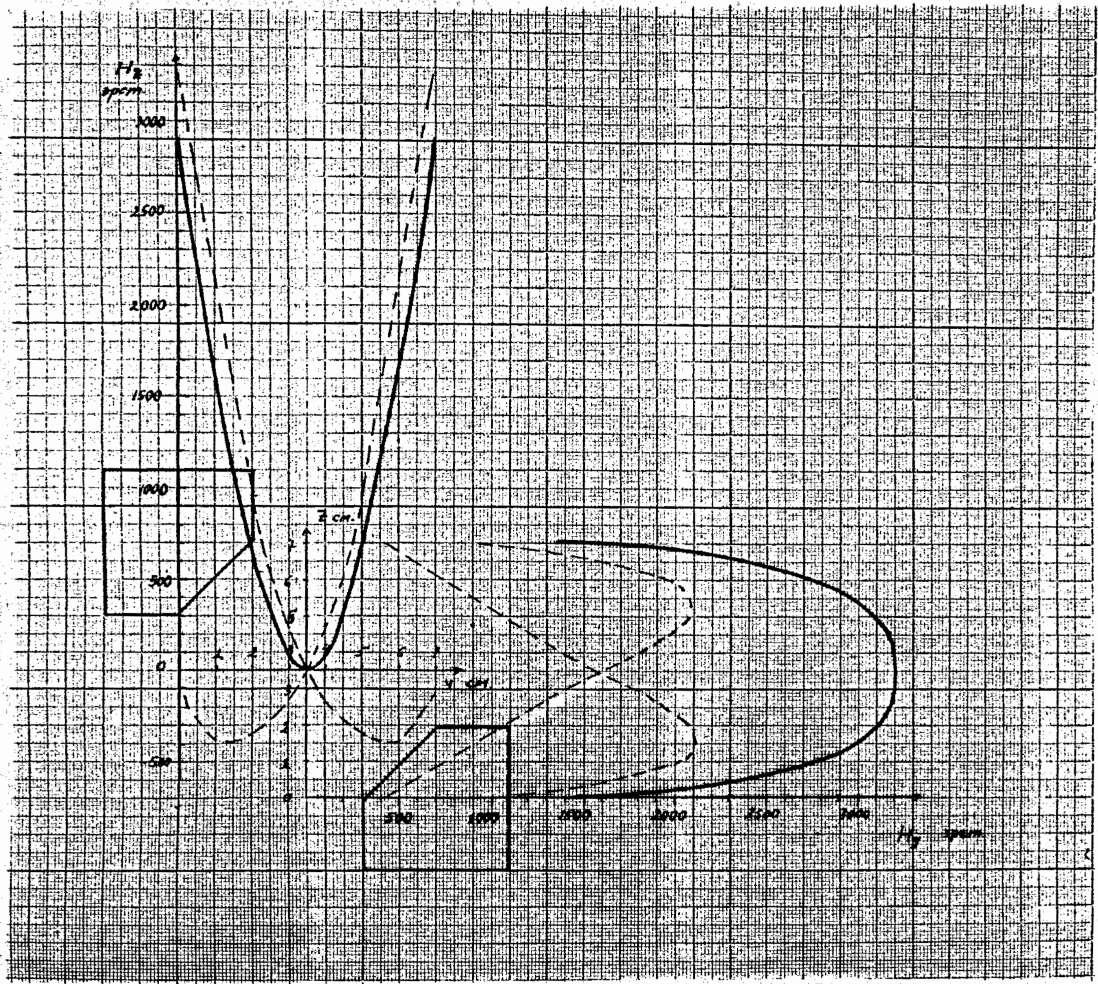

Рис. 6. Распределение полей H_z и H_y от двух брусков квадратного сечения с усеченным углом.

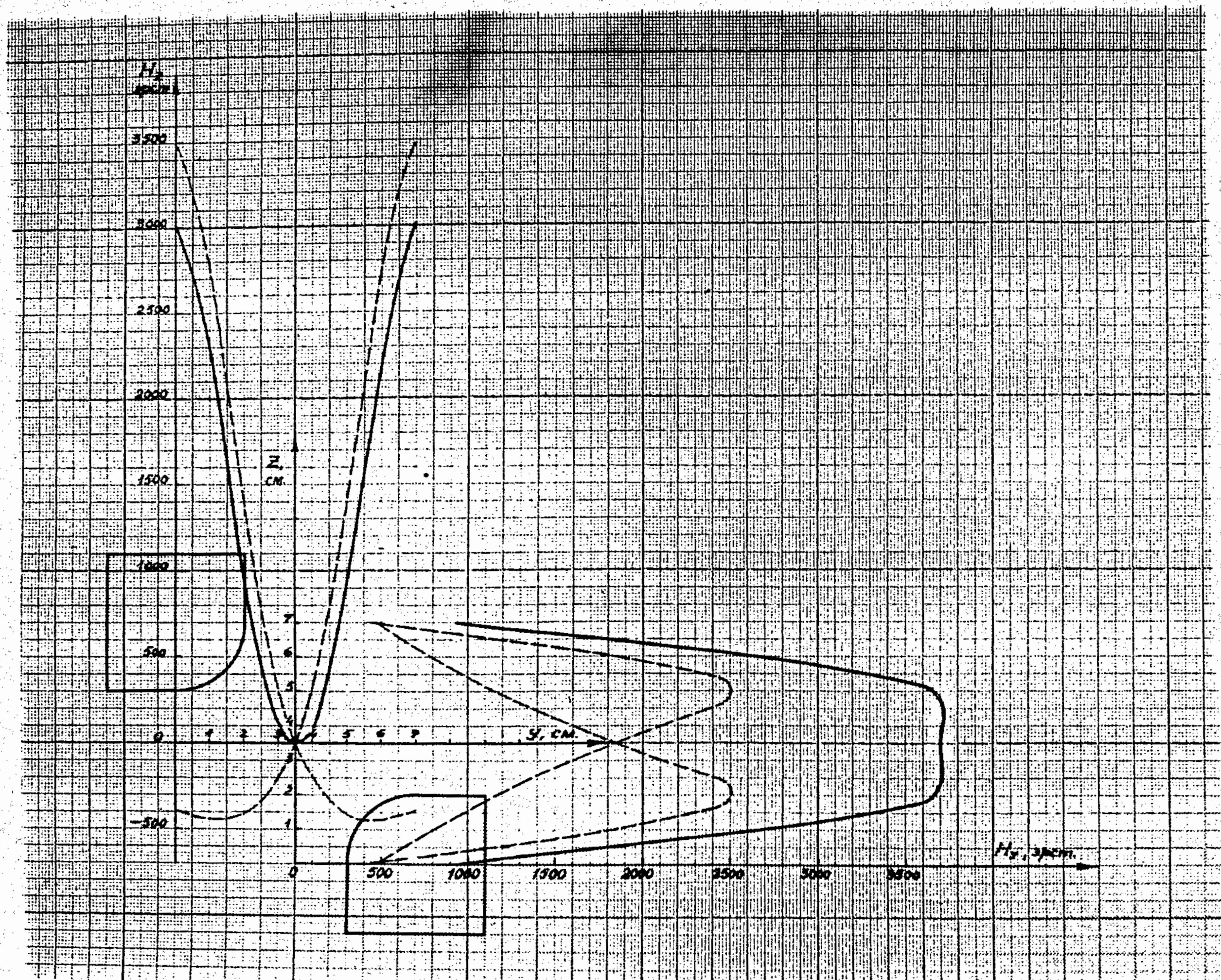

Рис. 7. Распределение полей H_z и H_y от двух брусков квадратного сечения с закруглённым углом.