

В-40 Г. В.

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ  
Лаборатория теоретической физики

P-276

Г. Вжеционко

УЛЬТРАФИОЛЕТОВАЯ АСИМПТОТИКА  
В ТЕОРИИ СРЕДНЕ-СИЛЬНЫХ  
ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ

*ЖЭТФ, 1959, т 37, в 1, с 98-104.*

P-276

Г. Вжеционко<sup>x/</sup>

УЛЬТРАФИОЛЕТОВАЯ АСИМПТОТИКА  
В ТЕОРИИ СРЕДНЕ-СИЛЬНЫХ  
ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ<sup>xx/</sup>

Объединенный институт  
ядерных исследований  
БИБЛИОТЕКА

x/ Институт ядерных исследований Польской Академии наук

xx/ Этот препринт представляет собой расширенный вариант статьи,  
направленной в ЖЭТФ.

## 1. Введение

В работах [1, 2] изучалось асимптотическое поведение функции Грина и ~~вариан-~~ <sup>вершинных</sup> частей в квантовой электродинамике и мезонной теории путем суммирования определенного класса диаграмм, которые считались преобладающими над остальными. Суммирование было выполнено путем решения системы интегральных уравнений Дайсона, для бозонных и фермионных функций Грина, дополненных уравнением для вершинной части. При этом выбиралось такое уравнение для вершины, которое вместе с точными уравнениями Дайсона для функции Грина, учитывает лишь диаграммы имеющие степень логарифма, равную степени квадрата константы взаимодействия. Вместо того, чтобы решать довольно громоздкие уравнения Дайсона, гораздо проще использовать факт существования группы конечной мультипликативной перенормировки. В работах [3, 4] проводилось исследование асимптотического поведения функции Грина и вершинных частей как в электродинамике, так и в мезонной теории путем улучшения формул теории возмущений, методом ренормализационной группы. Все же эти методы используют, в каком-то смысле, факт малости константы взаимодействия. Дело в том что уравнения Ли, группы ренормализации, решаются легко, если "инвариантные заряды" малы. В этом случае мы можем учесть только самые низкие степени их в уравнениях Ли. Однако, когда  $\rho^2/m^2$  возрастает, инвариантные заряды тоже растут и становятся порядка единицы, так что формулы, представляющие инвариантные заряды, перестают быть верными при слишком больших значениях величин  $\rho^2/m^2$ . В случае электродинамики мы имеем большой интервал импульсов, в котором "инвариантный заряд" остается мал, в этом случае суммирование главных диаграмм имеет смысл. В мезонной теории, где  $g\pi^2/4\mu \sim 15$  такого интервала импульсов нет. Поэтому такое рассмотрение проблемы в случае мезонной теории имеет лишь методический интерес.

Как известно, есть довольно сильные указания на то, что константы взаимодействия  $K$  -мезонов с барионами значительно меньше константы связи  $\pi$  -мезонов с нуклонами [8, 9].

$$\frac{g_K^2}{4\mu} \sim 1 \ll \frac{g_\pi^2}{4\mu} \sim 15$$

Может оказаться, что исследование асимптотического поведения функции Грина и вершинных частей в случае взаимодействия  $K$  -мезонов с барионами, /это принято называть теорией среднесильных взаимодействий/, имеет какой-то физический смысл, по крайней мере, гораздо больший, чем в случае мезонной теории. Существует ли разумный физический интервал импульсов, в котором "инвариантные заряды" малы?

В работе подробно рассмотрен этот вопрос. При этом принимаются во внимание константы взаимодействия  $K$  - мезонов со всеми барионами. Проблема ультрафиолетовой асимптотики изучается во всех возможных вариантах относительной четности барионов. Показано, что асимптотическое поведение теории существенно зависит от выбора варианта относительной четности барионов.

### 11. Ренормализационная группа в теории среднесильных взаимодействий

Мы будем предполагать зарядовую независимость взаимодействия  $K$  - мезонов с барионами. Полагаем, что пары протон, нейтрон;  $\Xi^0, \Xi^-; K^+, K^0$ , составляют дублеты в изотопическом пространстве - изоспиноры, частица  $\Lambda^0$  - изоскаляр, частицы  $\Sigma^-, \Sigma^0, \Sigma^+$  составляют изовектор  $\vec{\Sigma}$ . Тогда самый общий лагранжиан взаимодействия имеет вид

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & q_1 \bar{N}_1 \Gamma_1^0 \Lambda K + q_2 \bar{N}_1 \Gamma_2^0 \vec{\tau} \vec{\Sigma} K + \\ & + q_3 \bar{N}_2 \Gamma_3^0 \Lambda \bar{K} + q_4 \bar{N}_2 \Gamma_4^0 \vec{\tau} \vec{\Sigma} \bar{K} + h.c + h(\bar{K}K)(\bar{K}K). \end{aligned} \quad /1/$$

где

$$N_1 = \begin{pmatrix} p \\ n \end{pmatrix}; \quad N_2 = \begin{pmatrix} \Xi^0 \\ \Xi^- \end{pmatrix}; \quad K = \begin{pmatrix} K^+ \\ K^0 \end{pmatrix}$$

$$\Gamma_i^0 = 1, \gamma_5; \quad i = 1 \dots 4 \quad (\gamma_5^+ = -\gamma_5^-)$$

Выбор 1, или  $\gamma_5$  зависит от относительной четности барионов. Мы можем добавить к лагранжиану /1/ член

$$h' (\bar{K} \vec{\tau} K)(\bar{K} \vec{\tau} K). \quad /2/$$

его можно свести к последнему члену в /1/ /см. [16] /.

Чтобы найти вид ренормализационной группы, мы должны исследовать произвол в определении  $S$  - матрицы с лагранжианом /1/. Этот произвол, как известно, сводится к добавлению к лагранжиану системы взаимодействующих полей определенных конечных контрчленов [4]. Ради краткости не будем выписывать этих контрчленов, а сразу скажем, что добавление их к лагранжиану сводится к следующей перенормировке точных функций Грина и вершинных частей.

$$\begin{aligned} G_{N_1} &\longrightarrow Z_{N_1} G_{N_1} & q_1^2 &\longrightarrow Z_1^2 Z_{N_1}^{-1} Z_\Lambda^{-1} Z_K^{-1} q_1^2 \\ G_{N_2} &\longrightarrow Z_{N_2} G_{N_2} & q_2^2 &\longrightarrow Z_2^2 Z_{N_1}^{-1} Z_\Sigma^{-1} Z_K^{-1} q_2^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 G_\Lambda &\longrightarrow Z_\Lambda G_\Lambda & q_3^2 &\longrightarrow Z_3^2 Z_{N_2}^{-1} Z_\Lambda^{-1} Z_K^{-1} q_3^2 \\
 G_\Sigma &\longrightarrow Z_\Sigma G_\Sigma & q_4^2 &\longrightarrow Z_4^2 Z_{N_2}^{-1} Z_\Sigma^{-1} Z_K^{-1} q_4^2 \\
 D_K &\longrightarrow Z_K D_K & h &\longrightarrow Z_\square Z_K^{-2} h \\
 \Gamma_i &\longrightarrow Z_i^{-1} \Gamma_i ; i=1\dots 4 \\
 \square &\longrightarrow Z_\square^{-1} \square
 \end{aligned}
 \tag{3/}$$

Формулы /3/ определяют ренормализационную группу в рассматриваемой теории. Мы выписали только группу мультипликативной перенормировки, так как только она нам понадобится.

Фермионные функции Грина запишем в виде:

$$G_{N_1} = \frac{S_{N_1} \hat{P} + S'_{N_2} m_{N_1}}{p^2 - m_{N_1}^2} \tag{4a/}$$

и соответственно все другие фермионные функции записываем в таком же виде. Функцию Грина  $K$ -мезонов и вершинные части записываем в виде

$$D_K = \frac{S_K}{p^2 - m_K^2} \tag{4b/}$$

$$\Gamma_i = \Gamma_i^0 G_i ; i=1\dots 4$$

где  $S_{N_1}$ ,  $S_{N_2}$ ,  $S_\Lambda$ ,  $S_\Sigma$ ,  $S_K$ ,  $G_i$ ,  $\square$  - скалярные функции, зависящие от квадратов четырехмерных импульсов, а точнее, от инвариантов, построенных из четырехмерных импульсов.

Из /3/ и /4/ мы легко находим систему инвариантных зарядов

$$\begin{aligned}
 \sigma_1 &= S_{N_1} S_\Lambda S_K G_1^2 q_1^2 = q_1^2 \Phi_1 \\
 \sigma_2 &= S_{N_1} S_\Sigma S_K G_2^2 q_2^2 = q_2^2 \Phi_2 \\
 \sigma_3 &= S_{N_2} S_\Lambda S_K G_3^2 q_3^2 = q_3^2 \Phi_3 \\
 \sigma_4 &= S_{N_2} S_\Sigma S_K G_4^2 q_4^2 = q_4^2 \Phi_4 \\
 \gamma &= S_K^2 \square h = h\psi
 \end{aligned}
 \tag{5/}$$

Действуя обычным образом, находим уравнения Ли группы /3/. Они имеют вид



$$\frac{\partial}{\partial x} \sigma_s = \frac{1}{x} \sigma_s \Psi_s \left( \frac{y_i}{x}; \sigma_1 \dots \sigma_4, \rho \right)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \rho = \frac{1}{x} \rho \cdot F \left( \frac{y_i}{x}; \sigma_1 \dots \sigma_4, \rho \right).$$

$$\Psi_s(x, q_1^2 \dots q_4^2, h) = \frac{\partial}{\partial \xi} \Phi_s(\xi, x, q_1^2 \dots q_4^2, h) \Big|_{\xi=1} \quad /6/$$

$$F(x, q_1^2 \dots q_4^2, h) = \frac{\partial}{\partial \xi} \Psi(\xi, x, q_1^2 \dots q_4^2, h) \Big|_{\xi=1}.$$

$$s=1 \dots 4.$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \lg S(x, y_i, q_1^2 \dots q_4^2, h) = \frac{1}{x} \left[ \frac{\partial}{\partial \xi} S(\xi, \frac{y_i}{x}, \sigma_1 \dots \sigma_4, \rho) \right]_{\xi=1}$$

$$x = \frac{\rho^2}{\lambda^2}; \quad y_i = \frac{m_i^2}{\lambda^2}$$

$\lambda$  - импульс нормировки,  $m_i$  - массы барионов и  $K$  - мезонов,  $S$  - обозначает функции  $S_{N_2}, \dots, G_i, \square$ .

$$G_i = G_i(\rho^2, q^2, (\rho-q)^2); \quad i=1 \dots 4 \quad /6a/$$

$$\square = \square(\rho'^2, q'^2, \rho^2, q^2, (\rho'-q)^2, (\rho+q)^2).$$

Вид функции  $\Psi_s$  и  $F$  определяется из теории возмущений. Учитывая члены наимизшего порядка, получаем

$$\frac{\partial}{\partial x} \sigma_s = \frac{1}{x} \sigma_s \sum_{k=1}^4 \alpha_s^k \left( \frac{y_i}{x} \right) \sigma_k + \frac{\xi}{x} \alpha_s^0 \left( \frac{y_i}{x} \right) [\sigma_1 \sigma_2 \sigma_3 \sigma_4]^{1/2} + \alpha_1 \left( \frac{y_i}{x} \right) \rho^2 \sigma_s$$

$$s=1 \dots 4.$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \rho = \frac{1}{x} F_0 \left( \frac{y_i}{x} \right) [\sigma_1^2 + 3\sigma_1 \sigma_2 + 9\sigma_2^2 + \sigma_1 \sigma_3 + 3\varepsilon [\sigma_1 \sigma_2 \sigma_3 \sigma_4]^{1/2} + \quad /7/$$

$$+ 9\sigma_2 \sigma_4 + \sigma_3^2 + 3\sigma_3 \sigma_4 + 9\sigma_4^2] +$$

$$+ \frac{1}{x} F_1 \left( \frac{y_i}{x} \right) [\sigma_1 + 3\sigma_2 + \sigma_3 + 3\sigma_4] \rho + \frac{1}{x} F_2 \left( \frac{y_i}{x} \right) \rho^2$$

Так как нас интересует ультрафиолетовая асимптотика, мы не будем выписывать явного вида функций  $\chi_s^k \left( \frac{y_i}{x} \right)$ ,  $\chi_s^0 \left( \frac{y_i}{x} \right)$ ,  $\chi_1$ ,  $F_0$ ,  $F_1$ ,  $F_2 \left( \frac{y_i}{x} \right)$  а приведем лишь значения их в нуле, когда  $x \gg y_i$ . В этом случае они обращаются в постоянные, значения которых приведены в приложении к работе. Параметр  $\varepsilon$  принимает значения  $\pm 1$ , при этом выбор знака + или - зависит от того, какой вариант относительной четности барионов принят. Обозначим через  $I_{AB}$  четность бариона  $A$  относительно  $B$ . Тогда

$$\varepsilon = +1 \text{ если } I_{\Lambda N_1} = I_{\Sigma N_1} = I_{\Lambda N_2} = I_{\Sigma N_2} = \pm 1. \quad /8a/$$

$$\text{или } I_{\Lambda N_1} = I_{\Sigma N_1} = -I_{\Lambda N_2} = -I_{\Sigma N_2} = \pm 1.$$

$$\text{или } -I_{\Lambda N_1} = I_{\Sigma N_1} = -I_{\Lambda N_2} = I_{\Sigma N_2} = \pm 1.$$

/8в/

$$\varepsilon = -1 \text{ если } -I_{\Lambda N_1} = I_{\Sigma N_1} = I_{\Lambda N_2} = -I_{\Sigma N_2} = \pm 1.$$

Найти точное решение системы /7/, даже в случае ультрафиолетовой асимптотики - довольно сложная задача. В дальнейшем мы получим решение в частном случае. Допустим, что в лагранжиане /1/  $q_1 = q_3$ ;  $q_2 = q_4$ . Таким лагранжианом пользовался Полкинхорн [6]. Тогда пренебрегая разностью масс между барионом, что допустимо при исследовании ультрафиолетовой асимптотики, получаем

$$\sigma_1 = \sigma_3; \quad \sigma_2 = \sigma_4 \quad /9/$$

и система /7/ сводится к системе трех уравнений:

$$\frac{\partial}{\partial x} \sigma_i = \frac{\sigma_i}{x} \sum_{k=1}^2 \beta^k \left( \frac{y_e}{x}, \varepsilon \right) \sigma_k + \chi_1 \left( \frac{y_e}{x} \right) \sigma_i \rho^2; \quad i = 1, 2$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \rho = \frac{3}{x} F_0 \left( \frac{y_e}{x} \right) [\sigma_1^2 + \sigma_1 \sigma_2 (2 + \varepsilon) + 9 \sigma_2^2] +$$

$$+ \frac{2}{x} F_1 \left( \frac{y_e}{x} \right) [\sigma_1 + 3 \sigma_2] \rho + \frac{1}{x} F_2 \left( \frac{y_e}{x} \right) \rho^2$$

$e = 1, 2$

/10/

$$y_1 = \frac{m_k^2}{\lambda^2}; \quad y_2 = \frac{m_N^2}{\lambda^2}$$

$m_K$  - масса  $K$  - мезона;  $m_N$  - массы барионов, равные массе нуклона.

111. Исследование ультрафиолетовой асимптотики

Решим систему уравнений /10/ в случае  $x \gg ye$  /или  $p^2 \gg m_K^2, m_N^2$  /. Вид уравнений /10/, в случае ультрафиолетовой асимптотики, приведён в приложении. Нас интересует картина интегральных кривых в пространстве  $(\sigma_1, \sigma_2, \varrho)$  /. Предварительно рассмотрим интегральные кривые в плоскости  $(\sigma_1, \sigma_2)$  /. Полагая  $\varrho = 0$ , мы пренебрегаем контактным взаимодействием  $K$  - мезонов.

В плоскости  $(\sigma_1, \sigma_2)$  мы имеем систему уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_1}{dx} &= \beta_1^1 \sigma_1^2 + \beta_1^2(\varepsilon) \sigma_1 \sigma_2 \\ \frac{d\sigma_2}{dx} &= \beta_2^1(\varepsilon) \sigma_1 \sigma_2 + \beta_2^2 \sigma_2^2 \end{aligned} ; \quad x = \lg \frac{p^2}{\lambda^2} \quad /11/$$

Вид матрицы, составленной из коэффициентов  $\beta_K^i$ , приведён в приложении. Рассмотрим случаи  $\varepsilon = 1$  и  $\varepsilon = -1$ .

А/  $\varepsilon = -1$ . Деля уравнения /11/, получаем

$$\frac{d\sigma_1}{d\sigma_2} = \frac{5\sigma_1^2 + 27\sigma_1 \sigma_2}{9\sigma_1 \sigma_2 + 7\sigma_2^2} \quad /12/$$

Решение уравнения /12/ имеет вид

$$\begin{aligned} \left[ \frac{\sigma_1}{\sigma_2} \right]^{7/20} \left[ \left| 5 - \frac{\sigma_1}{\sigma_2} \right| \right]^{-13/5} &= C \sigma_2 \\ C &= \frac{1}{q_2^2} \left[ \frac{q_1^2}{q_2^2} \right]^{7/20} \left[ \left| 5 - \frac{q_1^2}{q_2^2} \right| \right]^{-13/5} \end{aligned} \quad /13/$$

Интегральные кривые /13/, представленные на рис.1, имеют вид

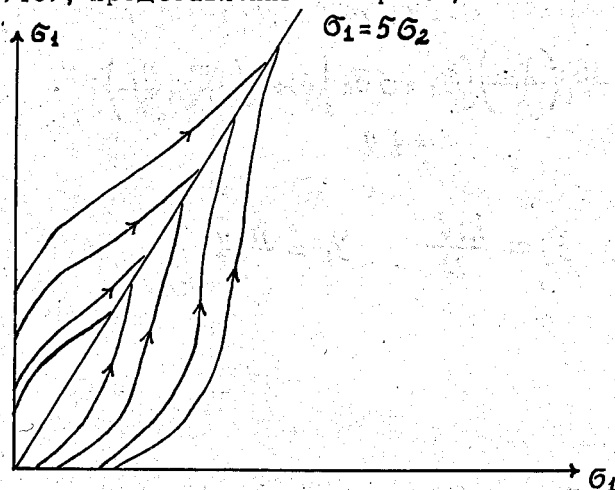


Рис. 1



В этом случае частное решение уравнения /12/, которое является устойчивым, соответствует прямой:

$$\sigma_1 = 5\sigma_2 \quad /14/$$

Поэтому достаточно найти решение для прямой /14/. Подставляя /14/ в /12/, находим

$$\sigma_1 = 5\sigma_2 ; \quad \sigma_2 = q_2^2 \left[ 1 - \frac{13}{8\pi^2} q_2^2 x \right]^{-1} \quad /15/$$

С помощью /15/, легко находим вид скалярных функций, определяющих функции Грина и вершинные части /4а/ и /4б/

$$S_i = \left[ 1 - \frac{13}{8\pi^2} q_2^2 x \right]^{-\frac{\alpha_i}{13}} \quad /16/$$

Константы  $\alpha_i$  приведены в таблице 1.

Таблица 1

$S_i$	$\alpha_i$
$S_{N1}$	2
$S_{N2}$	2
$S_{\Delta}$	5
$S_{\Sigma}$	1
$S_K$	18
$g_1 = g_3$	-5
$g_2 = g_4$	-3

При этом

$$\begin{aligned} S_{N1} &= S'_{N1} \\ S_{N2} &= S'_{N2} \\ S_{\Delta} &= S'_{\Delta} \\ S_{\Sigma} &= S'_{\Sigma} \end{aligned} \quad /17/$$

В/  $\varepsilon = 1$ . Деля уравнения /11/, получаем

$$\frac{d\sigma_1}{d\sigma_2} = \frac{5\sigma_1^2 + 3\sigma_1\sigma_2}{\sigma_1\sigma_2 + 7\sigma_2^2} \quad /18/$$

Решая /18/, получаем семейство интегральных кривых

$$\left[ \frac{\sigma_1}{\sigma_2} \right]^{-\frac{1}{4}} \left[ \left| \frac{\sigma_1}{\sigma_2} - 1 \right| \right]^2 = C \sigma_2; \quad C = \frac{1}{q_2^2} \left[ \frac{q_1^2}{q_2^2} \right]^{\frac{3}{4}} \left[ \left| \frac{q_1^2}{q_2^2} - 1 \right| \right]^2 \quad /19/$$

Эти кривые изображены на рис.2.

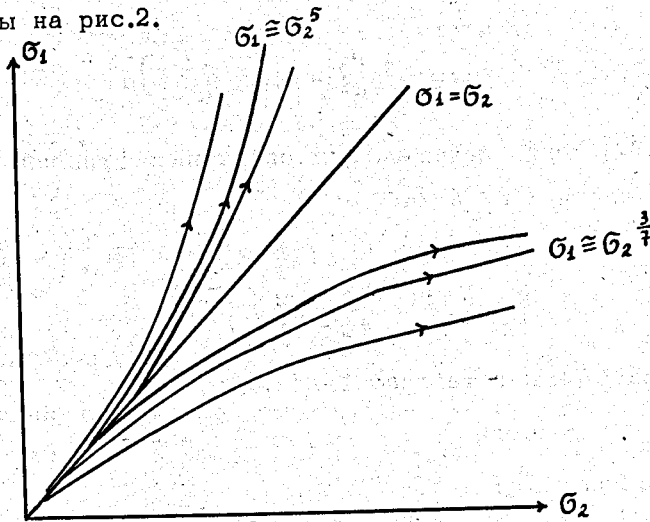


Рис. 2.

В этом случае частное решение

$$\sigma_1 = \sigma_2. \quad /20/$$

не является устойчивым.

Интегральные кривые уходят либо на асимптотику  $\sigma_1 = \sigma_2^5$ , либо на  $\sigma_1 = \sigma_2^{3/7}$ . Поэтому решим систему уравнений /11/. (с  $\varepsilon = +1$ ), именно для этих асимптотик. Такое решение является точным, только для больших  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$ . В результате получим следующие решения:

а/ асимптотика  $\sigma_1 = \sigma_2^5$

$$\sigma_1 = q_1^2 \left[ 1 - \frac{5}{32\pi^2} q_1^2 x \right]^{-1} \quad /21/$$

$$\sigma_2 = q_2^2 \left[ 1 - \frac{5}{32\pi^2} q_1^2 x \right]^{-\frac{1}{5}}$$

б/ асимптотика  $\sigma_1 = \sigma_2^{3/7}$

$$\sigma_1 = q_1^2 \left[ 1 - \frac{7}{32\pi^2} q_2^2 x \right]^{-3/7}$$

$$\sigma_2 = q_2^2 \left[ 1 - \frac{7}{32\pi^2} q_2^2 x \right]^{-1} \quad /22/$$

С помощью /21/ и /22/ находим вид скалярных функций, определяющих функции Грина и вершинные части

a/ 
$$S_i = \left[1 - \frac{5}{32\pi^2} q_2^2 x\right]^{-\alpha_i} \exp\left\{-\beta_i \frac{q_2^2}{q_1^2} \left[1 - \frac{5}{32\pi^2} q_1^2 x\right]^{4/5}\right\} \quad /23/$$

числа  $\alpha_i$  и  $\beta_i$  приведены в таблице 11.

Таблица 11

$S_i$	$\alpha_i$	$\beta_i$
$S_{N_1}$	1/5	3/4
$S_{N_2}$	1/5	3/4
$S_{\Delta}$	4/5	0
$S_{\Sigma}$	0	1
$S_{\kappa}$	8/5	6
$G_1 = G_3$	-4/5	-3
$G_2 = G_4$	-4/5	-3

b/ 
$$S_i = \left[1 - \frac{7}{32\pi^2} q_2^2 x\right]^{-\alpha'_i} \exp\left\{-\beta'_i \frac{q_2^2}{q_1^2} \left[1 - \frac{7}{32\pi^2} q_2^2 x\right]^{4/7}\right\} \quad /24/$$

числа  $\alpha'_i$  и  $\beta'_i$  приведены в таблице 111.

Таблица 111

$S_i$	$\alpha'_i$	$\beta'_i$
$S_{N_1}$	3/7	1/4
$S_{N_2}$	3/7	1/4
$S_{\Delta}$	0	1
$S_{\Sigma}$	4/7	0
$S_{\kappa}$	24/7	2
$G_1 = G_3$	-12/7	-1
$G_2 = G_4$	-12/7	-1

Заметим, что вершинные части зависят от трех аргументов, и мы будем иметь разные ультрафиолетовые асимптотики [7].

$$G_i = G_i(\rho^2, q^2, k^2); \rho + q + k = 0.$$

Например

$$G_i^{(1)}(\rho^2) = G_i(m^2, m^2, \rho^2)$$

$$G_i^{(2)}(\rho^2) = G_i(\rho^2, \rho^2, m^2); \rho^2 \gg m^2 \quad /25/$$

$$G_i^{(3)}(\rho^2) = G_i(\rho^2, \rho^2, \rho^2)$$

Однако, легко видеть, что здесь, также как и в мезонной теории все три асимптотики совпадают. Поэтому нам безразлично, какую из асимптотик рассматривать.

Рассмотрим общий случай, когда  $\rho, \sigma_1, \sigma_2 \neq 0$  и  $\sigma_1, \sigma_2 \geq 0$ . Исследуем как будет двигаться заданная точка  $\rho, \sigma_1, \sigma_2$ , когда  $x$  стремится к  $\infty$ . Для этого нужно знать вид интегральных кривых в трехмерном пространстве  $(\rho, \sigma_1, \sigma_2)$ . Проведем качественное рассмотрение. Деля третье уравнение /D3/ на первое и второе, получаем

$$\frac{d\rho}{d\sigma_1} = \frac{3F_0[\sigma_1^2 + \sigma_1\sigma_2(2+\varepsilon) + 9\sigma_2^2] + 2F_1[\sigma_1 + 3\sigma_2]\rho + F_2\rho^2}{\beta_1^2\sigma_1^2 + \beta_1^2(\varepsilon)\sigma_1\sigma_2 + \alpha_1\sigma_1\rho^2} \quad /26/$$

$$\frac{d\rho}{d\sigma_2} = \frac{3F_0[\sigma_1^2 + \sigma_1\sigma_2(2+\varepsilon) + 9\sigma_2^2] + 2F_1[\sigma_1 + 3\sigma_2]\rho + F_2\rho^2}{\beta_2^2(\varepsilon)\sigma_1\sigma_2 + \beta_2^2\sigma_2^2 + \alpha_2\sigma_2\rho^2}$$

Все численные коэффициенты здесь положительные, за исключением  $F_2 < 0$ . Знаки производных  $\frac{d\rho}{d\sigma_1}$ ,  $\frac{d\rho}{d\sigma_2}$  определяются общим числителем правой стороны уравнений /26/. Этот числитель мы запишем в виде

$$a(\rho - \rho_1)(\rho - \rho_2) \quad /27/$$

$\rho_1, \rho_2$  - корни уравнения, полученного при равенстве нулю числителя. Явный вид  $\rho_1$  и  $\rho_2$  через  $\sigma_1, \sigma_2$  и  $\varepsilon$  приведен в приложении. Видно, что  $a < 0$ ;  $\rho_1 \geq 0$ ;  $\rho_2 \leq 0$ . Трехмерное пространство точек  $(\rho, \sigma_1, \sigma_2)$  распадается на три области, разграниченные поверхностями.

$$\rho = \rho_1(\sigma_1, \sigma_2, \varepsilon); \quad \rho = \rho_2(\sigma_1, \sigma_2, \varepsilon).$$

- I  $\rho \geq \rho_1$
- II  $\rho_2 \leq \rho \leq \rho_1$
- III  $\rho \leq \rho_2$

В областях I и III /28/ производные отрицательны  $(\frac{d\varphi}{d\sigma_1}, \frac{d\varphi}{d\sigma_2} < 0)$ , в области II /28/ положительны. На поверхностях /28/ производные обращаются в нули. Мы можем проследить поведение интегральных кривых, двигаясь по направлению оси  $\varphi$  из  $+\infty$  в  $-\infty$ . В области I интегральные кривые приходят из  $+\infty$ , на поверхности  $\varphi = \varphi_1$  имеют минимумы, пересекая эту поверхность, попадают в II /28/. Как ведут себя интегральные кривые в области II? Часть интегральных кривых из области III, пересекая поверхность  $\varphi = \varphi_2$ , попадает в область II. Они имеют минимумы на этой поверхности. Остальные кривые в области III /28/ уходят в  $-\infty$ . Чтобы найти асимптотический вид интегральных кривых, тех, которые приходят из  $+\infty$ , и тех, которые уходят в  $-\infty$ , мы должны решить систему уравнений /D 3/ в случае, когда  $|\varphi| \gg \sigma_1, \sigma_2$ . Это решение имеет вид

$$\varphi = \frac{h}{1 - h F_2 x}$$

/29/

$$\sigma_1 = \sigma_2 = q_1^2 \exp\left[\frac{x_1}{F_2} (\varphi - h)\right] = q_1^2 \exp\left[h^2 x_1 x \frac{1}{1 - F_2 h x}\right]$$

Как мы видим, эти интегральные кривые лежат в плоскости, проходящей через начало координат и составляющей с плоскостями  $(\sigma_1, \varphi)$  или  $(\sigma_2, \varphi)$  угол, равный  $45^\circ$ .

Рассмотрим теперь поведение интегральных кривых вблизи начала координат  $(\sigma_1 = \sigma_2 = \varphi = 0)$ . Считая  $\sigma_1, \sigma_2, \varphi$  одного порядка малости, в /28/ можем пренебречь членами  $\sigma_1 \varphi^2, \sigma_2 \varphi^2$ . Будем искать решение системы уравнений /28/ в виде семейства прямых, проходящих через начало координат

$$\sigma_1 = \lambda_1 \varphi$$

$$\sigma_2 = \lambda_2 \varphi$$

/30/

Решение в виде /30/ приведено в приложении. Для отношения  $\lambda_1/\lambda_2 = \lambda$  мы имеем три значения /D 5/. Рассмотрим сначала случаи  $\lambda = 0$  и  $\lambda = \infty$ .

1. В случае  $\lambda = \infty$ , решения уравнений /D 3/ представляют картину интегральных кривых в плоскости  $(\sigma_1, \varphi)$ ,  $\sigma_2 = 0$ . Мы получаем в этом случае систему уравнений.

$$\frac{d\sigma_1}{dx} = \beta_1^4 \sigma_1^2$$

/31/

$$\frac{d\rho}{dx} = 3F_0 \sigma_1^2 + 2F_1 \sigma_1 \rho + F_2 \rho^2$$

Эти уравнения были решены в работе [5], где рассматривалась ультрафиолетовая асимптотика в мезонной теории. Деля уравнения /31/ получаем уравнение, определяющее зависимость  $\rho = \rho(\sigma_1)$ . Будем искать решение этого уравнения в виде

$$\sigma_1 = K_1 \rho. \quad /32/$$

Для  $K_1$  получаем два решения /D6/. Качественно получается картина такая же, как в работе [5]. Интегральные кривые, на плоскости  $(\rho, \sigma_1)$ , имеют вид, представленный на рис.3.

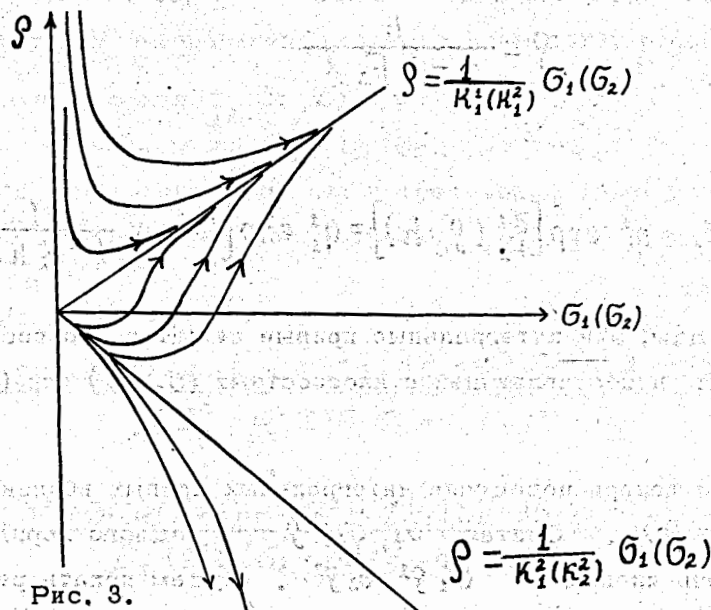


Рис. 3.

Рассмотренное решение соответствует случаю, когда в лагранжиане /1/ мы пренебрегаем взаимодействием с  $\Sigma$  - частицами.

2. В случае  $\lambda = 0$  мы получаем картину интегральных кривых в плоскости  $(\sigma_2, \rho)$ ;  $\sigma_1 = 0$ . Интегральные кривые имеют прежний вид, представленный на рис.3, где следует заменить  $\sigma_1 \rightarrow \sigma_2$ , а корни (D6) - на /D7/. Этот случай соответствует пренебрежению в /1/ взаимодействием с  $\Lambda$  частицами.

3. Рассмотрим решение с  $0 < \lambda < \infty$ . Подставляя /30/ и /26/, находим два решения в виде прямых.



$$I \quad \sigma_1 = \lambda(\varepsilon) \lambda_2^1(\varepsilon) \rho$$

$$\sigma_2 = \lambda_2^1(\varepsilon) \rho$$

$$II \quad \sigma_1 = \lambda(\varepsilon) \lambda_2^2(\varepsilon) \rho$$

$$\sigma_2 = \lambda_2^2(\varepsilon) \rho$$

/33/

при этом  $\lambda_2^1(\varepsilon) > 0$ ,  $\lambda_2^2(\varepsilon) < 0$  /см. приложение/. Исследуем поведение интегральных кривых в плоскости, в которой лежат прямые 1 и 11 /33/. Получается картина такая же, как в плоскостях  $(\sigma_1, \rho)$  или  $(\sigma_2, \rho)$ . /см. рис.3/. Интегральные кривые, лежащие в плоскостях, определенных прямыми 1, 11 /33/ вблизи начала координат являются решением уравнений /26/. Это значит, что точки, лежащие на этих плоскостях, могут двигаться лишь вдоль кривых, лежащих в этих плоскостях. Будут ли эти плоскости устойчивыми? Оказывается, что точки, сдвинутые из плоскостей  $(\sigma_1, \rho)$  или  $(\sigma_2, \rho)$  могут двигаться вдоль кривых, удаляясь от этих плоскостей. Плоскости  $(\sigma_1, \rho)$  и  $(\sigma_2, \rho)$  не являются устойчивыми. Что касается устойчивости плоскости определенной прямыми /33/, то следует рассмотреть отдельно два случая

$\varepsilon = 1$ ;  $\varepsilon = -1$ . Для исследования устойчивости этой плоскости используем следующий факт: уравнения /26/ имеют общий числитель. Считая  $\sigma_1, \sigma_2, \rho$  одного порядка малости, пренебрежем членами,  $\sigma_1 \rho^2$  и  $\sigma_2 \rho^2$ . Тогда  $\frac{d\sigma_1}{d\sigma_2}$  не зависит от  $\rho$

$$\frac{d\sigma_1}{d\sigma_2} = \frac{\beta_1^1 \sigma_1^2 + \beta_1^2(\varepsilon) \sigma_1 \sigma_2}{\beta_2^1(\varepsilon) \sigma_1 \sigma_2 + \beta_2^2 \sigma_2^2}$$

/34/

Интегральные кривые уравнения /34/ определяют точки пересечения интегральных кривых системы /26/ с плоскостью  $\rho = const$  и имеют вид, представленный на рис. 1 или 2.

A/  $\varepsilon = -1$ . Точки пересечения интегральных кривых системы /26/ с плоскостью  $\rho = const$  лежат на кривых представленных рис.1. Частное решение  $\sigma_1 = \lambda(-1)\sigma_2 = 5\sigma_2$  является здесь устойчивым. Отсюда следует, что плоскость, определенная прямыми /33/ с  $\varepsilon = -1$  является устойчивой. Это значит, что все интегральные кривые вблизи начала координат стремятся к этой плоскости. Тогда решение

$$\sigma_1 = \lambda(-1) \lambda_2^1(-1) \rho$$

$$\sigma_2 = \lambda_2^1(-1) \rho$$

/35/

является устойчивым. Поэтому достаточно решить уравнения /D3/ с  $\varepsilon = -1$  для случая прямой /35/. Подставляя туда /35/ находим зависимость  $\sigma_1, \sigma_2$  и  $\rho$  от  $X$  по формулам /15/ и /35/. После этого находим асимптотическое поведение функции Грина и вершинных частей. Она определяется формулами /16/, к которым следует добавить формулу для вершины

$$\square = \left[ 1 - \frac{13}{8\sqrt{2}} q_2^2 X \right]^{\alpha_0} \quad /36/$$

Заметим, что в отличие от вершины  $\Gamma_i$ ,  $\alpha_0$  зависит от типа ультрафиолетовой асимптотики.

В/  $\varepsilon = +1$ . Интегральные кривые системы /26/ пересекают плоскость  $\rho = const$  в точках, которые образуют кривые, представленные на рис.2. Частное решение  $\sigma_1 = \lambda(+1)\sigma_2 = \sigma_2$  не является устойчивым. Отсюда мы заключаем, что плоскость определенная прямыми /33/ с  $\varepsilon = +1$ , не является устойчивой в окрестности начала координат. Поэтому решение уравнений /26/ в виде прямых /30/ не представляет никакого практического значения. Однако, точки пересечения интегральных кривых с плоскостью  $\rho = const$  садятся на кривые, которые асимптотически ведут себя, либо как  $\sigma_1 = \sigma_2^5$ , если  $\sigma_1 \gg \sigma_2$ , либо  $\sigma_1 = \sigma_2^{3/7}$ , если  $\sigma_1 \ll \sigma_2$ . В связи с этим мы должны найти, решения уравнений /26/ в случае а)  $|\rho| \sim \sigma_1 \gg \sigma_2$  б)  $|\rho| \sim \sigma_2 \gg \sigma_1$

а/ В случае  $|\rho| \sim \sigma_1 \gg \sigma_2$ , решение уравнений /26/ дается формулой

$$\left[ \frac{\rho}{\sigma_1} - a_1 \right]^{\frac{f}{\alpha_2}} \left[ \frac{\rho}{\sigma_1} - a_2 \right]^{-\frac{f}{\alpha_2}} = C \sigma_1$$

$$\sigma_1 = \sigma_2^5; \rho > 0 \quad /37/$$

б/ В случае  $|\rho| \sim \sigma_2 \gg \sigma_1$ , получаем решение

$$\left[ \frac{\rho}{\sigma_2} - a'_1 \right]^{\frac{f'}{\alpha'_2}} \left[ \frac{\rho}{\sigma_2} - a'_2 \right]^{-\frac{f'}{\alpha'_2}} = C' \sigma_2$$

$$\sigma_1 = \sigma_2^{3/7}; \rho > 0 \quad /38/$$

/смотри приложение/.

#### 1У. В ы в о д ы

Мы изучили, как движется заданная точка  $\sigma_1, \sigma_2, \rho$ , если  $X$  стремится к  $\infty$ . Получается следующая картина.

А/ Случай  $\varepsilon = -1$ . Существует поверхность  $\rho = \psi(\sigma_1, \sigma_2, -1)$ , которая обладает свойствами; в этой поверхности лежат прямые /D6/ с  $K_1^2 < 0$ ; /D7/ с  $K_2^2 < 0$  и /33/ 11 с  $\varepsilon = -1$ ; эта поверхность расположена ниже поверхности

$$\rho = \rho_2(\sigma_1, \sigma_2, -1) \quad /см.приложение /D4/$$

$$\Psi(\sigma_1, \sigma_2; -1) \leq \rho_2(\sigma_1, \sigma_2; -1). \quad /39/$$

Поверхность  $\rho = \Psi$  разграничивает пространство точек  $(\sigma_1, \sigma_2, \rho)$  на две области

$$I. \rho \geq \Psi(\sigma_1, \sigma_2; -1) \quad /40/$$

$$II. \rho \leq \Psi(\sigma_1, \sigma_2; -1).$$

Каждая точка из области I /40/ при устремлении  $X$  к  $\infty$  попадает на прямую /35/. Каждая точка из области II /40/ при устремлении  $X$  к  $\infty$ , двигается вдоль кривых, асимптотический вид которых дается формулой /29/ с

$$\rho < 0.$$

В/ Случай  $\varepsilon = +1$ . Существует поверхность  $\rho = \Psi(\sigma_1, \sigma_2, +1)$  в которой лежат прямые /D в/ с  $K_1^2 < 0$ ; (D7) с  $K_2^2 < 0$  и /33/ II с  $\varepsilon = +1$ . Эта поверхность расположена ниже поверхности

$$\Psi(\sigma_1, \sigma_2, +1) \leq \rho_2(\sigma_1, \sigma_2, +1) \quad /41/$$

Мы имеем три области

$$I. \rho \geq \Psi(\sigma_1, \sigma_2; +1); \sigma_1 \geq \sigma_2 \geq 0$$

$$II. \rho \geq \Psi(\sigma_1, \sigma_2; +1); 0 \leq \sigma_1 \leq \sigma_2 \quad /42/$$

$$III. \rho \leq \Psi(\sigma_1, \sigma_2; +1); \sigma_1, \sigma_2 > 0$$

Точки из области I /42/ при устремлении  $X$  к  $\infty$  попадают на кривые /37/. Точки из области II /42/ при устремлении  $X$  к  $\infty$  попадают на кривые /38/.

Точки из области III /42/, попадают на кривые /29/ с  $\rho < 0$ .

Чтобы найти точный вид поверхностей  $\Psi$ , нужно решить уравнения /26/ в общем виде. Интегральные кривые не являются замкнутыми. Это значит, что осуществляется выход за пределы слабой связи. Маловероятна возможность существования областей пространства  $(\sigma_1, \sigma_2, \rho)$ , где интегральные кривые были бы замкнутыми. Если это возможно, то в этих областях не осуществляется выход за пределы слабой связи.

Подчеркнем то обстоятельство, что ультрафиолетовая асимптотика теории средне-сильных взаимодействий зависит от выбора варианта относительной четности барионов. Существуют варианты относительной четности, в которых нет устойчивого решения в виде прямой в трехмерном пространстве  $(\sigma_1, \sigma_2, \rho)$  /см. /8//.

Поэтому в этих вариантах функции Грина и вершины ведут себя совершенно по другому закону, чем тот, который имеется в мезонной теории или в электродинамике.

Наконец, мы должны остановиться на вопросе, имеют ли реальный физический смысл полученные в работе формулы. Мы должны знать, чему равны константы взаимодействия  $K$ -мезонов с барионами, хотя бы по порядку величины. В последнее время были проведены оценки этих констант. Из опытов по фоторождению  $K$ -мезонов на нуклонах вблизи порога [8] следует, что  $\frac{q_{\Delta K}^2}{4\pi} < \frac{q_{\Sigma K}^2}{4\pi}$ . При этом теоретическая оценка отношения полных сечений фоторождения  $K$ -мезонов и  $\pi$ -мезонов согласуется с экспериментом, если  $q_{\Delta K}^2 / q_{\Sigma K}^2 \sim 1/15$ . Конечно точность такой оценки невелика. В работе [9] авторы, оценивая величину константы взаимодействия  $K$ -мезонов с  $\Delta$  и  $\Sigma$  частицами с помощью дисперсионных соотношений получили результаты

$$4/7 \approx \frac{1}{10} \left( \frac{q_{\Delta K}^2}{4\pi} \right) + \frac{1}{8} \left( \frac{q_{\Sigma K}^2}{4\pi} \right) \quad /43/$$

для псевдоскалярных  $K$ -мезонов

$$17/7 \approx \frac{3}{2} \left( \frac{q_{\Delta K}^2}{4\pi} \right) + 2 \left( \frac{q_{\Sigma K}^2}{4\pi} \right) \quad /44/$$

для скалярных  $K$ -мезонов.

Если предположить ориентировочно  $q_{\Delta K} = q_{\Sigma K}$ , тогда получается  $\frac{q_{\Delta K}^2}{4\pi} \approx 2,6$  в случае /43/;  $\frac{q_{\Delta K}^2}{4\pi} \approx 0,7$  в случае /44/. Предположение что,  $\frac{q_{\Delta K}^2}{4\pi} \sim 1$ , по-видимому, соответствует истине.

Теперь, хотя бы ориентировочно, оценим величину импульсов, выше которых наши результаты заведомо не верны. Функции, определяющие инвариантные заряды, имеют полюса, которые, грубо говоря, определяют эти импульсы. Рассмотрим формулу /15/. Здесь  $q_1^2 = 5 q_2^2$ . Полюс находим из уравнения

$$1 = \frac{13}{10\pi} \left( \frac{q_1^2}{4\pi} \right) \lg \frac{p^2}{m_N^2} \approx \frac{13}{10\pi} \lg \frac{E^2}{m_N^2} \approx \frac{1}{2} \lg \frac{E^2}{m_N^2} \quad /45/$$

отсюда  $E \sim 2,7 m_N \sim 2,5 \text{ Bev}$

Рассмотрим формулу /21/. Полюс находим из уравнения.

$$1 = \frac{5}{8\pi} \left( \frac{q_1^2}{4\pi} \right) \lg \frac{E^2}{m_N^2} \quad /46/$$

Отсюда  $E \sim 9 m_N \sim 9 \text{ Bev}$ .

Предельные импульсы слишком малы, поэтому нет такого интервала импульсов, где инвариантные заряды  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$  малы. ( $\sigma_1, \sigma_2 \ll 1$ ), если  $\frac{q_K^2}{4\pi} \sim 1$ .

Автор выражает глубокую благодарность О.В.Ширкову за многочисленные замечания и постоянный интерес к работе.

Приложение

1. Уравнения Ли в случае ультрафиолетовой асимптотики имеют вид

$$\frac{d\sigma_i}{dx} = \sigma_i \sum_{s=1}^4 \chi_i^s(0) \sigma_s + \varepsilon \chi_i^0(0) [\sigma_1 \sigma_2 \sigma_3 \sigma_4]^{1/2} + \chi_i(0) \sigma_i \vartheta^2 \quad i=1...4$$

$$\frac{d\vartheta}{dx} = F_0(0) [\sigma_1^2 + 3\sigma_1 \sigma_2 + 9\sigma_2^2 + \sigma_1 \sigma_3 + 3\varepsilon [\sigma_1 \sigma_2 \sigma_3 \sigma_4]^{1/2} +$$

$$+ 9\sigma_2 \sigma_4 + \sigma_3^2 + 3\sigma_3 \sigma_4 + 9\sigma_4^2] +$$

$$+ F_1(0) [\sigma_1 + 3\sigma_2 + \sigma_3 + 3\sigma_4] \vartheta + F_2 \vartheta^2$$

$$x = \lambda \frac{\rho^2}{\lambda^2}$$

$\lambda$  - импульсы нормировки.

Коэффициенты  $\chi_i^s(0)$  записываем в виде матрицы  $A$

$$\hat{A} = (\chi_i^s) = \frac{1}{32\pi^2} \begin{vmatrix} 3; & 3; & 2; & 12 \\ 1; & 5; & 4; & 2 \\ 2; & 12; & 3; & 3 \\ 4; & 2; & 1; & 5 \end{vmatrix}$$

$$\chi_1^0 = \chi_3^0 = -\frac{3}{8\pi^2}; \quad \chi_2^0 = \chi_4^0 = -\frac{1}{8\pi^2}$$

$$F_0 = \frac{1}{4\pi^2}; \quad F_1 = \frac{1}{8\pi^2}; \quad F_2 = -\frac{3}{8\pi^2}; \quad \chi_1 > 0.$$

В варианте Полкинхорна получаем систему

$$\frac{d\sigma_i}{dx} = \sigma_i \sum_{k=1}^2 \beta_i^k(\varepsilon) \sigma_k + \chi_i \sigma_i \vartheta^2; \quad i=1,2$$

$$\frac{d\vartheta}{dx} = 3F_0 [\sigma_1^2 + \sigma_1 \sigma_2 (2+\varepsilon) + 9\sigma_2^2] + 2F_1 [\sigma_1 + 3\sigma_2] \vartheta + F_2 \vartheta^2$$

$$\hat{\beta} = (\beta_i^k(\varepsilon)) = \frac{1}{32\pi^2} \begin{vmatrix} 5 & ; & 3+12(1-\varepsilon) \\ 1+4(1-\varepsilon); & & 7 \end{vmatrix}$$

2. Качественное рассмотрение системы уравнений /26/. Рассмотрим уравнение

$$a \rho^2 + b \rho + c = 0$$

где

$$a = F_2 ; \quad b = 2 F_1 [\sigma_1 + 3 \sigma_2]$$

$$c(\varepsilon) = 3 F_0 [\sigma_1^2 + \sigma_1 \sigma_2 (2 + \varepsilon) + 9 \sigma_2^2].$$

Корни уравнения имеют вид

$$\rho_1(\sigma_1, \sigma_2, \varepsilon) = -\frac{b}{2a} + \left[ \frac{b^2}{4a^2} - \frac{c(\varepsilon)}{a} \right]^{1/2}$$

/D4/

$$\rho_2(\sigma_1, \sigma_2, \varepsilon) = -\frac{b}{2a} - \left[ \frac{b^2}{4a^2} - \frac{c(\varepsilon)}{a} \right]^{1/2}$$

3. Решение системы /26/ в окрестности начала координат ищем в виде семейства прямых /30/.

Для отношения  $\lambda = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$  получаем три значения

a)  $\lambda = +\infty$

b)  $\lambda = 0$

/D5/

c)  $\lambda = \frac{\beta_2^2 - \beta_1^2(\varepsilon)}{\beta_1^2 - \beta_2^2(\varepsilon)}$

В случае а/ решение имеет вид

$$\sigma_1 = K_1^{1,2} \rho ; \quad \sigma_2 = 0$$

$$K_1^{1,2} = -\frac{2F_1 - \beta_1^2}{6F_0} \pm \left[ \frac{(2F_1 - \beta_1^2)^2}{(6F_0)^2} - \frac{F_2}{3F_0} \right]^{1/2}$$

/D6/

В случае в/ решение имеет вид

$$\sigma_2 = K_2^{1,2} \rho ; \quad \sigma_1 = 0$$

$$K_2^{1,2} = -\frac{6F_1 - \beta_2^2}{54F_0} \pm \left[ \frac{(6F_1 - \beta_2^2)^2}{(54F_0)^2} - \frac{F_1}{27F_0} \right]^{1/2}$$

/D7/

В случае с/ решение имеет вид

$$\sigma_1 = \lambda(\varepsilon) \lambda_2^{1,2}(\varepsilon) \rho$$

$$\sigma_2 = \lambda_2^{1,2}(\varepsilon) \rho$$

/D8/



$$\lambda_2^{1/2} (+1) = - \frac{[4F_1 - \frac{1}{8\pi^2}]}{3 \cdot F_0 \cdot 13} \pm \left[ \frac{(4F_1 - \frac{1}{8\pi^2})^2}{(3F_0 \cdot 13)^2} - \frac{F_2}{3F_0 \cdot 13} \right]^{1/2}$$

$$\lambda_2^{1/2} (-1) = - \frac{[8F_1 - \frac{13}{16\pi^2}]}{3 \cdot F_0 \cdot 39} \pm \left[ \frac{(8F_1 - \frac{13}{16\pi^2})^2}{(3 \cdot F_0 \cdot 39)^2} - \frac{F_2}{3 \cdot F_0 \cdot 39} \right]^{1/2}$$

4. Асимптотическое решение системы / D 3/ с  $\varepsilon = +1$

а)  $|\beta| \sim \sigma_1 \gg \sigma_2$ . В этом случае система / D 3/ имеет вид

$$\frac{d\sigma_1}{dx} = \beta_1^4 \sigma_1^2; \quad \frac{d\sigma_2}{dx} = \beta_2^4 (+1) \sigma_1 \sigma_2 \quad / D 9 /$$

$$\frac{d\beta}{dx} = 3F_0 \sigma_1^2 + 2F_1 \sigma_1 \beta + F_2 \beta^2$$

Деля третье уравнение на первое, получаем уравнение, которое решается разделением переменных. Решение имеет вид

$$\left[ \frac{\beta}{\sigma_1} - a_1 \right]^{\frac{A}{\alpha_2}} \left[ \frac{\beta}{\sigma_1} - a_2 \right]^{-\frac{A}{\alpha_2}} = c \sigma_1; \quad \beta > 0$$

$$\sigma_1 = \sigma_2^5 = q_1^2 \left[ 1 - \frac{5}{32\pi^2} q_1^2 x \right]^{-1}$$

$$c = \frac{1}{q_1^2} \left[ \frac{h}{q_1^2} - a_2 \right]^{\frac{A}{\alpha_2}} \left[ \frac{h}{q_1^2} - a_1 \right]^{-\frac{A}{\alpha_2}}$$

$$a_{1,2} = - \frac{\alpha_1}{2\alpha_2} \pm \left[ \left( \frac{\alpha_1}{2\alpha_2} \right)^2 - \frac{\alpha_0}{\alpha_2} \right]^{1/2}; \quad A = \left[ \frac{\alpha_1^2}{\alpha_2^2} - 4 \frac{\alpha_0}{\alpha_2} \right]^{1/2}$$

$$\alpha_0 = \frac{3F_0}{\beta_1^4}; \quad \alpha_1 = \frac{2F_1}{\beta_1^4} - 1; \quad \alpha_2 = \frac{F_2}{\beta_1^4} \quad / D 10 /$$

б)  $|\beta| \sim \sigma_2 \gg \sigma_1$  В этом случае получаем следующее решение

$$\sigma_1 = \sigma_2^{3/2}; \quad \sigma_2 = q_2^2 \left[ 1 - \frac{7}{32\pi^2} q_2^2 x \right]^{-1}$$

$$\left[ \frac{\beta}{\sigma_2} - a'_1 \right]^{\frac{A'}{\alpha'_1}} \left[ \frac{\beta}{\sigma_2} - a'_2 \right]^{-\frac{A'}{\alpha'_2}} = c' \sigma_2 \quad / D 11 /$$

$$c' = \frac{1}{q_2^2} \left[ \frac{h}{q_2^2} - a'_1 \right]^{\frac{A'}{\alpha'_1}} \left[ \frac{h}{q_2^2} - a'_2 \right]^{-\frac{A'}{\alpha'_2}}$$

$a'_{1,2}$  и  $A'$  имеют такую же структуру как  $a_{1,2}$  и  $A$  не следует заменять

$$d_0 \rightarrow d'_0 = \frac{27F_0}{\beta_2^2}; \quad d_1 \rightarrow d'_1 = \frac{6F_1}{\beta_2^2} - 1; \quad d_2 \rightarrow d'_2 = \frac{F_2}{\beta_2^2}$$

Л и т е р а т у р а

1. Ландау Л.Д., Абрикосов А.А., Халатников И.М., ДАН СССР, 95 /3/ 497, 95/4/ 773, 95/6/1177, 96 /2/ 262. Ландау Л.Д. в сборнике **Niels Bohr and the development of Physics, London, 1955** /Имеется перевод - Нильс Бор и развитие физики И.П. Москва /1958//.
2. Абрикосов А.А., Галанин А.Д., Халатников И.М., ДАН СССР, 97 /5/ 793.
3. Боголюбов Н.Н., Ширков Д.В., *Nuovo Cim.*, 3, 845 (1956)
4. Боголюбов Н.Н., Ширков Д.В. Введение в теорию квантованных полей, Гл. У111, Гостехиздат, 1957.
5. Гинзбург И.Ф., ДАН СССР, 110, 535
6. Polkinghorne I.C., *Nuovo Cim.* 4, 864, VI.
7. Гинзбург И.Ф., Ширков Д.В. Доклады Высшей школы, сер. ф-м, n.(2) 1958; *Nuovo Cim.* 8, 773 (1958).
8. Marray Gell-Mann, *Phys.Rev.* 106, 1296 (1957).
9. P.T. Mattews and A. Salam, *Phys.Rev.* 110, 569 (1958).