ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

Р - 2756

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

А.Б. Говорков

ИНТЕРПРЕТАЦИЯ ПАРАПОЛЯ КАК ОБЫЧНОГО ПОЛЯ С ВНУТРЕННЕЙ СТЕПЕНЬЮ СВОБОДЫ

1966

Р - 2756

А.Б. Говорков

ИНТЕРПРЕТАЦИЯ ПАРАПОЛЯ КАК ОБЫЧНОГО ПОЛЯ С ВНУТРЕННЕЙ СТЕПЕНЬЮ СВОБОДЫ

1. Многие авторы отмечали неэквивалентность принципа неразличимости тождественных частиц в квантовой механике и "постулата симметризации" (существование лишь симметричных или антисимметричных волновых функций системы тождественных частиц) и обращали внимание на допустимость существования в рамках квантовой механики так называемых "промежуточных" статистик тождественных частиц, отвечающих многомерным неприводимым представлениям группы перестановок (см. замечание В. Паули на стр. 192 книги [1]; работы [2,3], в последней из них содержится подробная библиография предшествующих ей работ; наиболее подробное рассмотрение этого вопроса представлено в [4]). С другой стороны, CPT – инвариантность теории поля, означающая лишь слабую локальность [5], допускает, возможно, более широкий класс перестановочных соотношений, чем обычно используемые бозевский и фермиевский классы, предполагаемые в негативном доказательстве теоремы Людерса-Паули [6].

Вигнер [7/x] и Грин [8] показали, что выбор оператора энергии-импульса свободного поля в симметризованной "осцилляторной" форме:

$$P^{\alpha} = \frac{1}{2} \sum_{k} p_{k}^{\alpha} [a_{k}^{+}, a_{k}]_{\epsilon} \qquad (1)$$

влечет за собой определенные ограничения на перестановочные свойства операторов рождения и уничтожения a_k^+ и a_k, соответственно, в одночастичном состоянии K с 4-вектором энергии импульса p_k^{α}. Символ

$$\epsilon = \begin{cases} + \text{ для полей с целым спином,} \\ - \text{ для полей с полуцелым спином} \end{cases} \qquad (2)$$

указывает антикоммутатор или коммутатор соответственно. Действительно, оператор является генератором пространственных и временного сдвигов, поэтому должно выполняться также уравнение:

$$[P^{\alpha}, a_{l}^{+}]_{-} = p_{l}^{\alpha} a_{l}^{+} \; . \qquad (3)$$

---

x/ Вигнер формулировал вопрос в рамках квантовой механики осциллятора.

Теперь из (1) и (3), если воспользоваться также, следуя Бялиницкому-Бируле[9], инвариантностью относительно унитарных преобразований операторов a_k, можно однозначно прийти к так называемым паракоммутационным соотношениям Грина[x/]

$$[a_k,[a_l,a_m]_\epsilon]_- = 2\{a_k,a_l\}_{-\epsilon}a_m + 2\epsilon\{a_k,a_m\}_{-\epsilon}a_l\ , \tag{4}$$

где вместо любого оператора a можно подставлять оператор a^+, а символические фигурные скобки в правой части имеют значения коммутаторов или антикоммутаторов в обычном смысле:

$$\{a_k,a_l^+\}_{-\epsilon}=\delta_{kl}\ ;\ \{a_k,a_l\}_{-\epsilon}=\{a_k^+,a_l^+\}_{-\epsilon}=0\ . \tag{5}$$

Совокупность операторов, подчиняющихся гриновским соотношениям (4), будем называть алгеброй a Грина.

Все фоковские неприводимые представления алгебры a определяются следующей теоремой Гринберга и Мессиа[10]: если в гильбертовом пространстве представления алгебры a имеется единственное вакуумное состояние, такое, что

$$a_k\Phi_0=0 \quad \text{для всех } k\ , \tag{6}$$

то это состояние является также собственным вектором:

$$a_k a_l^+\Phi_0 = \nu\delta_{kl}\Phi_0 \quad \text{для всех } k \text{ и } l\ , \tag{7}$$

причем вследствие положительной определенности нормы векторов представления собственное число ν должно быть целым, большим нуля и определять максимально возможное количество парафермионов ($\epsilon = -$) в симметричном или парабозонов ($\epsilon = +$) в антисимметричном состоянии. Число ν называют в связи с этим рангом парастатистики. Пространство представления покрывается векторами $\mathcal{P}(a^+)\Phi_0$, где $\mathcal{P}$ – произвольный полином, и в нем определен оператор чисел заполнения:

$$N_k = 1/2\,[a_k^+,a_k]_\epsilon - \epsilon\nu/2\ ,\quad N_k\Phi_0=0\ . \tag{8}$$

Поскольку Φ_0 является циклическим вектором (при действии на него операторами алгебры a возникает плотный ряд векторов, по которому можно разложить любой вектор представления) и алгебра a содержит оператор проектирования на него:

$$\Lambda = \prod_k \frac{\sin\pi N_k}{\pi N_k}\ , \tag{9}$$

полученное представление является неприводимым согласно лемме Хаага-Шреера[11]. Наконец, условий (6) и (7) вполне достаточно, чтобы вычислить среднее по вакууму от любого полинома от операторов a и a^+. Но тем самым неприводимое представление, определяемое условиями (6) и (7), оказывается единственным с точностью до унитарного преобразования[12].

В простейших случаях перестановочные соотношения (4) вместе с условиями (7) при фиксированном ранге ν удается разрешить и записать в виде одних только перестановочных соотношений, автоматически учитывающих условия (7). Камефучи и Такахаши[13] показали, что условие $\nu=1$ приводит к обычным билинейным перестановочным соотношениям для полей Ферми-Дирака и Бозе-Эйнштейна. Условие $\nu=2$ приводит к простейшему нетривиальному обобщению обычных правил квантования, имеющему вид трилинейных соотношений:

$$a_k a_l a_m - \epsilon a_m a_l a_k = 2\{a_k,a_l\}_{-\epsilon}a_m + 2\{a_l,a_m\}_{-\epsilon}a_k\ , \tag{10}$$

открытых для случая парафермионов независимо от Грина Волковым[14].

Многие авторы отмечали изоморфизм алгебры a для парафермионов ($\epsilon = -$) с алгеброй Ли группы вращений[13-16,18]. Операторы

$$\begin{aligned} &I_{0,0} = -I_{0,0} = 0\ ,\\ &I_{2k,0} = -I_{0,2k} = 1/2\,(a_k+a_k^+)\ ,\\ &I_{2k-1,0} = -I_{0,2k-1} = i/2\,(a_k-a_k^+)\ ,\\ &I_{m,n} = -I_{n,m} = 1/i\,[I_{m,0},I_{n,0}]_-\ ,\quad m,n=1,2,\ldots 2k,2k+1,\ldots \end{aligned} \tag{11}$$

вследствие уравнений (4) при $\epsilon=-$ удовлетворяют перестановочным соотношениям:

$$[I_{\mu\nu},I_{\rho\sigma}]_- = i(\delta_{\mu\rho}I_{\nu\sigma}+\delta_{\nu\sigma}I_{\mu\rho}-\delta_{\nu\rho}I_{\mu\sigma}-\delta_{\mu\sigma}I_{\nu\rho})\ , \tag{12}$$

совпадающим с алгеброй Ли группы вращений в многомерном пространстве, размерность которого определяется числом собственных состояний поля в рассматриваемой ограниченной области пространства. В неограниченном объеме это число устремляется к бесконечному. Алгебра (12) имеет подалгебры, определяемые операторами, относящимися к одному и тому же состоянию k :

---

x/ Как будет следовать из дальнейшего, соотношение (4) только для операторов уничтожения (правая часть (4) равна нулю) вытекает из представления всех остальных соотношений (4) в однозначной форме анзатца Грина (см. ниже).

$$I_1^{(k)} = I_{2k,0}\ ;\ I_2^{(k)} = I_{2k-1,0}\ ;\ I_3^{(k)} = I_{2k,2k-1} = N_k - \nu/2\ . \qquad (13)$$

Алгебра (13) изоморфна алгебре Ли трехмерных вращений /15/. Условиям теоремы Гринберга–Месса соответствует требование ограниченности снизу спектра собственных значений операторов $I_3^{(k)}$ числом $-\nu/2$. Соседние собственные значения этого оператора отличаются на единицу, а общее их количество составляет $2j = \nu$. Значение $j = 1/2$ для всех K соответствует квантованию согласно обычным правилам для фермионов. Важно, что алгебра (12) является полупростой и поэтому ее приводимые представления вполне приводимы /17/, а пространство любого неприводимого представления может быть выделено из приводимого пространства кронеккеровского произведения спинорных представлений $\Delta_{1/2} \times \Delta_{1/2} \times \ldots \times \Delta_{1/2}$. Подробное разделение такого кронеккеровского произведения на неприводимые части в случае парафермионов второго ранга было произведено Черниковым /18/. При выделении неприводимого подпространства, соответствующего значениям $2j = \nu$ любой оператор (11), действующий в нем, будет представляться суммой операторов для каждого спинорного представления, входящего в исходное кронеккеровское произведение:

$$I_{2k,0} = \sum_{A=1}^{\nu} I^A_{2k,0} = 1/2 \sum_{A=1}^{\nu} (b_k^A + b_k^{A+})\ , \qquad (14)$$

$$I_{2k-1,0} = \sum_{A=1}^{\nu} I^A_{2k-1,0} = i/2 \sum_{A=1}^{\nu} (b_k^A - b_k^{A+})\ , \qquad (15)$$

$$I_{m,n} = \sum_{A=1}^{\nu} I^A_{m,n} = 1/i \sum_{A=1}^{\nu} [I^A_{m,0}, I^A_{n,0}] = 1/i \left[\sum_{A=1}^{\nu} I^A_{m,0}, \sum_{B=1}^{\nu} I^B_{n,0}\right]_- \qquad (16)$$

Но это означает, что в каждом неприводимом представлении алгебры a парафермионных соотношений (4) можно ввести суммы:

$$a_k = \sum_{A=1}^{\nu} b_k^A\ , \quad a_k^+ = \sum_{A=1}^{\nu} b_k^{A+}\ ; \qquad (17)$$

причем "компоненты" b_k^A и b_k^{A+} относятся к спинорному представлению и подчиняются при одинаковых значениях индексов A обычным перестановочным соотношениям ферми-поля. Из (16) следует, что различные "компоненты" должны удовлетворять коммутационным, а не антикоммутационным соотношениям. Таким образом, возникает алгебра b операторов, удовлетворяющих соотношениям:

$$[b_k^A, b_\ell^{A+}]_{-\epsilon} = \delta_{k\ell}\ ,\ [b_k^A, b_\ell^A]_{-\epsilon} = [b_k^{A+}, b_\ell^{A+}]_{-\epsilon} = 0\ , \qquad (18)$$

$$[b_k^A, b_\ell^B]_{+\epsilon} = [b_k^{A+}, b_\ell^B]_{+\epsilon} = [b_k^{A+}, b_\ell^{B+}]_{+\epsilon} = 0\ ,\ A \neq B\ ;\ (\epsilon = -). \qquad (19)$$

Решения (17) были обнаружены еще Грином /8/ и впоследствии получили наименование анзатца (Ansatz) Грина. Их связь с кронеккеровским произведением спинорных представлений подчеркивалась в работе /16/.

Для алгебры парабозонов ($\epsilon = +$) имеет место изоморфность с алгеброй Ли симплектической группы /13/. Для одного и того же состояния возникает подалгебра, изоморфная алгебра Ли трехмерной группы Лоренца /15/ (два "пространственных" и одно "временное" измерение). В этом случае условие ограниченности снизу спектра оператора, аналогичного третьему уравнению в (13) , приводит не к ограниченности, а наоборот, к неограниченности этого спектра сверху в соответствии с парабозестатистикой. Однако полупростота алгебры и в этом случае позволяет ввести конструкцию (17), если только при этом перестановочные соотношения для "компонент" изменить на противоположные ($\epsilon = +$).

Вторая часть теоремы Гринберга и Месса /10/ состоит в доказательстве того, что анзатцы Грина определяют все фоковские неприводимые представления паракоммутационных соотношений. Пространство $\mathcal{B}$ неприводимого представления алгебры b определяется требованием наличия в нем единственного вакуумного состояния:

$$b_k^A \Phi_0 = 0 \quad \text{для всех } K \text{ и } A \qquad (20)$$

и покрывается векторами $\mathcal{P}(b^+)\Phi_0$ где $\mathcal{P}$ –произвольный полином. Представление алгебры a в этом пространстве, определяемое анзатцем Грина, является, вообще говоря, приводимым (см. работу /18/). Но в $\mathcal{B}$ можно выделить подпространство $\mathcal{O}\!\mathcal{L}$ покрываемое векторами $\mathcal{P}(\sum_{A=1} b^{A+})\Phi_0$, где $\mathcal{P}$ – произвольный полином, а Φ_0 – единственное вакуумное состояние: $(\sum_{A=1} b^A)\Phi_0 = 0$, и такое представление согласно лемме Хаага–Шреера /11/ будет уже неприводимым относительно алгебры a. Поскольку анзатц Грина удовлетворяет условиям (6) и (7), найденное представление является единственным с точностью до унитарного преобразования x/. Таким образом, следуя теореме Гринберга–Месса /10/, параполе ранга ν всегда можно записать в виде анзатца Грина; вектора состояний при этом имеют форму $\mathcal{P}(\sum_{A=1}^{\nu} b^{A+})\Phi_0$ в

x/ Справедливо и обратное утверждение: если в $\mathcal{O}\!\mathcal{L}$ имеется единственное вакуумное состояние Φ_0 такое, что $(\sum_{A=1} b^A)\Phi_0 = 0$, оно удовлетворяет также условию (20) (см. /33/).

подпространстве $\mathcal{U}$ пространства $\mathcal{F}$, а все наблюдаемые операторы согласно (8) и (16) принимают вид:

$$\hat{O} = \sum_{k,l} O_{kl} \left(\sum_{A=1}^{p} b_k^{A+} b_k^{A} \right). \qquad (21)$$

2. Теперь следует обратиться к выяснению смысла параполя. Некоторые авторы [13,14] предполагали возможность установления связи между теорией параполя и "промежуточными" статистиками в квантовой механике тождественных частиц. Действительно, одному и тому же набору одночастичных состояний в теории параполя может соответствовать, вообще говоря, несколько различных векторов состояний системы. Например, в схеме паракватования второго ранга имеется два двухчастичных вектора, ортогональные друг другу:

$$a_k^+ a_l^+ \Phi_0, \quad a_l^+ a_k^+ \Phi_0. \qquad (22)$$

Такое вырождение можно было бы сопоставить многомерности соответствующих представлений группы перестановок в "промежуточных" статистиках [13]. В действительности, как показали Галиндо и Индурен [19], теорию параполя нельзя сопоставить какой-либо статистике тождественных частиц, поскольку вектора $\mathcal{P}(a^+)\Phi_0$ вообще говоря, не образуют представлений группы перестановок. Один пример, указанный этими авторами, очень ясно это иллюстрирует. Пусть имеется три парафермиона второго ранга, находящиеся в состояниях (k, l, m). Согласно соотношениям (10) имеется три линейно независимых вектора:

$$a_k^+ a_l^+ a_m^+ \Phi_0, \quad a_l^+ a_k^+ a_m^+ \Phi_0, \quad a_k^+ a_m^+ a_l^+ \Phi_0. \qquad (23)$$

При перестановках операторов a_k^+, a_l^+, a_m^+ эти три вектора образуют представление группы π_3 которое приводится к одномерному антисимметричному (одномерное симметричное представление в силу (10) автоматически исчезает) и двумерному смешанной симметрии неприводимым представлениям: [1 1 1] + [21]. Если положить два состояния одинаковыми: $k = m$, то антисимметричное представление автоматически исчезает, а из трех векторов (23) согласно (10) остается лишь один линейно независимый:

$$a_k^+ a_l^+ a_k^+ \Phi_0 = 0, \quad a_k^+ a_k^+ a_l^+ \Phi_0 = - a_l^+ a_k^+ a_k^+ \Phi_0. \qquad (24)$$

Но один вектор не может образовать базис двумерного смешанного представления [21]. Следовательно, часть этого представления в силу перестановочных соотношений (10) автоматически обращается в нуль, в то время как другая часть, вообще говоря ($k \neq l$), не обращается в нуль. Но для тождественных частиц это невозможно. На этом основании авторы работы [19] вообще отбрасывают возможность паракватования, как процедуры, несовместной с условием неразличимости тождественных частиц. С другой стороны, Гринберг и Мессиа [10], указывают на возможность отсутствия связи между параполем и теорией тождественных частиц, имеющей место в обычных схемах квантования Ферми-Дирака и Бозе-Эйнштейна полей. Однако допустима иная интерпретация параполя, согласно которой параполе соответствует обычному полю, но обладающему дополнительной скрытой внутренней степенью свободы, хотя ее наличие и не предполагается в исходных требованиях Грина при выводе парaперестановочных соотношений. Тогда параполю следует сопоставить квантовую механику тождественных частиц, обладающих дополнительной степенью свободы и удовлетворяющих обычным статистикам Ферми-Дирака или Бозе-Эйнштейна.

Действительно, параполе всегда может быть представлено анзатцем Грина. Далее, вследствие обязательной симметризованной формы всех операторов наблюдаемых величин в теории паракватования [20] выражения для них в терминах анзатцев Грина имеют "инвариантный" относительно внутренних индексов A вид (21). Однако в обычной теории с внутренней симметрией "кинематически" связанные компоненты подчиняются одинаковым перестановочным соотношениям, в то время как для "компонент" анзатца Грина соотношения (18) и (19) имеют различный характер. Но еще Клейном [21] было показано, что в случае отсутствия взаимодействия, включающего внутренние степени свободы поля, перестановочные соотношения между различными внутренними компонентами поля могут быть заменены на антиперестановочные соотношения без изменения результатов для матричных элементов операторов наблюдаемых величин (отметим неунитарный характер преобразования Клейна, поскольку оно изменяет перестановочные соотношения). В нашем случае это ясно следует из записи таких операторов в виде (21). Таким образом, теория свободного параполя, выраженного через анзатц Грина, с помощью всегда допустимого ввиду симметризованной формы операторов наблюдаемых величин (отсутствия членов взаимодействия" различных "компонент") преобразования Клейна действительно может быть приведена к эквивалентной форме теории обычного поля с внутренней симметрией. Теперь гамильтониан (1) имеет вид:

$$H = \sum_{k,A} p_k^0 \, b_k'^{A+} b_k'^{A}, \qquad (25)$$

и поскольку компоненты $b_k'^{A+}$, $b_k'^{A}$, полученные из b_k^{A+} и b_k^{A} преобразованием Клейна $\epsilon_{AB} \to -\epsilon_{AB}$, $\epsilon_{AA} \to +\epsilon_{AA}$, удовлетворяют перестановочным соотношениям одинакового характера: $\epsilon_{AB} = \epsilon_{AA}$.

оператор $T_\kappa^{AB} = b_\kappa'^{A+} b_\kappa'^{B}$ (26)

удовлетворяет алгебре Ли группы U_ν :

$$[T^{AB}_\kappa, T^{CD}_\kappa]_- = \delta_{BC} T^{AD}_\kappa - \delta_{AD} T^{CB}_\kappa . \qquad (27)$$

Но гамильтониан (25) определяется шпуром $Sp\, T_\kappa$, а следовательно, теория оказывается инвариантной относительно группы внутренних преобразований U_ν [22].

В теории параполя вырождение носит скрытый характер, поскольку любой оператор $b_\kappa'^{A}$ можно заменить после преобразования Клейна на анзатц Грина при соответствующей нормировке векторов состояний. Отметим, что нормировка одночастичного состояния $(1/\sqrt{\nu})\, a_\kappa^{+} \Phi_0$ согласно (7), уже указывает на скрытое вырождение этого состояния (см. в связи с этим замечание противоположного характера в работе [10]).

Аналогичное положение имеет место при переходе от свободных полей к взаимодействующим полям в представлении взаимодействия. Например, Мак Карти[23], Волков[24] и Аматуни[25] подробно изучали взаимодействие парафермионного поля $\psi(x)$ с "электромагнитным" (бозонным) полем $A_\mu(x)$:

$$H_{int} = -J_\mu A_\mu \; , \quad J_\mu = \tfrac{1}{2}\, ie\, [\bar\psi, \gamma_\mu \psi]_- . \qquad (28)$$

Если записать это взаимодействие в терминах анзатцев Грина, то его "внутренняя" структура проявится особенно четко[25]:

$$H_{int} = -ie \sum_{A=1}^{\nu} :\bar\psi^A \hat{A}\, \psi^A: \; . \qquad (29)$$

При вычислении матричных элементов S-матрицы, соответствующих различным процессам[25], очевидна возможность преобразования Клейна для различных компонент поля. Замена отдельных состояний по внутренней координате суммой всех таких состояний – анзатцем Грина – при соответствующей нормировке эквивалентна учету усреднения по начальным и суммирования по конечным состояниям в обычной теории. Так, для сечения "фоторождения" парафермионной пары во внешнем "электромагнитном" поле сечение оказывается в ν раз больше, нежели для обычной фермионной пары[25,26]. Но во столько же раз увеличивается обычное сечение при суммировании по конечным состояниям фермионной пары, если частицы обладают внутренней степенью свободы, имеющей ν состояний. В связи с этим примером следует заметить, что поиски парачастиц путем измерения сечения фоторождения пары обычным фотоном во внешнем

обычном электромагнитном поле означали бы в действительности поиски мультиплетов внутренних симметрий, одинаково взаимодействующих с электромагнитным полем. Статистика же частиц, входящих в такие мультиплеты, должна быть обычной. Постановка вопроса о статистике μ -мезона[10,13,25,26] носила именно такой характер, а измерение соответствующего сечения для μ -мезона[27] показало отсутствие у него вырождения по электромагнитному взаимодействию.

Предлагалось также[28] в связи с трудностями в объяснении симметрии состояния трех кварков, образующих барионный 56-плет в SU_6 -симметрии, применять к кваркам теорию парафермионного поля третьего ранга. Но это эквивалентно предположению о наличии у кварков, помимо заряда и гиперзаряда, еще дополнительной степени свободы и, очевидно, не устраняет исходных затруднений.

Таким образом, параполя, выраженные в терминах анзатцев Грина с помощью подходящего преобразования Клейна, возможность которого для взаимодействующих полей была показана Людерсом[29], Киношита[30] и Араки[31], всегда могут быть приведены в соответствие с обычными полями, обладающими, вообще говоря, внутренней симметрией. Иначе, исходное предположение Вигнера[7] и Грина[8] о симметризованной "осцилляторной" форме гамильтониана свободного поля приводит к ограничению возможных перестановочных соотношений классом обычных соотношений для фермионных или бозонных полей, подразумевая, однако, возможность наличия внутренней степени свободы. Заметим, что утверждение о возможности лишь статистик Ферми-Дирака и Бозе-Эйнштейна на основании более общих соображений, безотносительно к теории параполя, было высказано Борхерсом[32]. В заключение отметим, что CP-инвариантность теории обязательно требует симметризации гамильтониана, а выбор коммутатора ($\epsilon = -$) для него в случае полей с полуцелым спином и антикоммутатора ($\epsilon = +$) в случае полей с целым спином следует из теоремы Людерса-Паули[6] для отдельных компонент анзатца Грина параполя. Наконец, вопрос о связи теории параполей с обычными теориями в случае включения взаимодействия общего характера (в частности, взаимодействий, нарушающих внутреннюю симметрию) является открытым.

Автор выражает благодарность проф. А.М. Балдину, С.Б. Герасимову, Б.Б. Говоркову, И.Н. Михайлову и Н.А. Черникову за неоднократное обсуждение с ними изложенных здесь вопросов.

Литература

1. В. Паули. Общие принципы волновой механики. ОГИЗ, Гостехиздат, 1947.
2. G.Gintile. Nuovo Cim., 17, 493 (1940).
3. D.Ter Haar. Physica, 18, 199 (1952).
4. A.M.L.Messiah, O.W.Greenberg. Phys.Rev. 136B, 248 (1964).

5. См. статью Р. Йоста в сб. "Теоретическая физика 20-го века" (памяти В.Паули), ИЛ, Москва, 1962.

6. G.Luders, B.Zumino. Phys.Rev., 110, 1450 (1958); N.Burgoyne. Nuovo Cim., 8, 607 (1958).

7. E.P.Wigner. Phys.Rev., 77, 711 (1950).

8. H.S.Green. Phys.Rev., 90, 170 (1953)

9. J.Bialynicki-Birula. Nucl.Phys., 49, 605 (1963).

10. O.W.Greenberg, A.M.L.Messiah. Phys.Rev., 138B, 1155 (1965).

11. R.Haag, D.Schroer. J.Math.Phys., 3, 248 (1962).

12. A.S.Wightman. Phys.Rev., 101, 860 (1956).

13. S.Kamefuchi, Y.Takahashi. Nucl.Phys., 36, 177 (1962).

14. Д.В. Волков. ЖЭТФ, 36, 1560 (1959).

15. T.F.Jorden, N.Mukunda, S.V.Pepper. J.Math.Phys., 4, 1089 (1963).

16. C.Ryan, E.C.G.Sudarshan. Nucl.Phys., 47, 207 (1963).

17. G.Racah. Nuovo Cim. Suppl., 14, 67 (1959).

18. N.A.Chernikov. Acta Phys.Polonica, 21, 51 (1962).

19. A.Galindo, F.J.Indurain. Nuovo Cim., 30, 1040 (1963).

20. T.W.B.Kibble, J.C.Polkinghorne. Proc.Roy.Soc., A243, 252 (1957).

21. O.Klein. J.Phys.Radium, 9, 1 (1938).

22. G.A.Baker. Phys.Rev., 103, 1119 (1956).

23. J.C.McCarty. Proc.Camb.Phil.Soc., 51, 131 (1955).

24. Д.В. Волков. ЖЭТФ, 38, 518 (1960).

25. А.Ц. Аматуни. ЖЭТФ, 47, 925 (1964).

26. S.Kamefuchi, J.Strathdee. Nucl.Phys., 42, 166 (1963).

27. O.W.Alberigi-Quaranta et al. Phys.Rev.Lett., 9, 226 (1962).

28. O.W.Greenberg. Phys.Rev.Lett., 13, 598 (1964).

29. G.Luders. Zeit.Natur., 13a, 254 (1958).

30. T.Kinoshita. Phys.Rev., 110, 978 (1958).

31. H.Araki. J.Math. Phys., 2, 267 (1961).

32. H.J.Borchers. High energy physics and elementary particles (lectures presented at a seminar, Trieste, 3 May – 30 June 1965). Int. atom.energy agency, Vienna, 1965, p. 147.

33. H.Araki, O.W.Greenberg, J.S.Toll. Phys.Rev., 142, 1017 (1966).

Рукопись поступила в издательский отдел
20 мая 1966 г.