ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ
Лаборатория теоретической физики

Р-275

Ф. Кашлун

# ОБ АСИМПТОТИЧЕСКОМ УСЛОВИИ И УСЛОВИИ ПРИЧИННОСТИ В КВАНТОВОЙ ТЕОРИИ ПОЛЯ

Nuovo Cim., 1959, v 12, n 6, p 541-552.

Дубна, 1959 год

Ф. Кашлун

# ОБ АСИМПТОТИЧЕСКОМ УСЛОВИИ И УСЛОВИИ ПРИЧИННОСТИ В КВАНТОВОЙ ТЕОРИИ ПОЛЯ

Показано, что математический метод Лемана, Зиманцика и Циммермана неизбежно приводит к причинной теории поля, в которой коммутаторы операторов поля обращаются в нуль для пространственно-подобных интервалов.

Для того, чтобы изучить этот факт с более общей точки зрения, мы широко использовали вариационные производные $S$ - матрицы по операторам свободного поля, как это проделали Боголюбов и др.[/2/] Более детально исследуется метод, в котором Леман, Зиманцик и Циммерман определяют и применяют ассимтотическое условие. В заключение мы сделали некоторые утверждения о концепции причинности в квантовой теории поля. Показано, что для общего подхода в квантовой теории поля, например, в теории дисперсионных соотношений, необходимо использование условия причинности только в форме Боголюбова и др.[/2/] / а не условие в форме коммутатора/.

## 1. Введение

Леман, Зиманцик и Циммерман[1/] недавно исследовали концепцию причинной $S$ - матрицы, используя запаздывающие многократные коммутаторы операторов поля.

В своем исследовании они вывели следующее коммутационное соотношение для оператора поля $\Phi(x)$ реального скалярного бозевского поля с оператором уничтожения $a_{in}(\vec{q})$ соответствующего входящего поля[x/]

$$[a_{in}(\vec{q}), \Phi(x)] = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int dy \frac{e^{iqy}}{\sqrt{2q^0}} (\Box_y - m^2) \bar{R}(x,y), \qquad /1/$$

где $\bar{R}(x,y)$ является запаздывающим коммутатором

$$\bar{R}(x,y) = -i\,\theta(x-y)[\Phi(x), \Phi(y)]. \qquad /2/$$

/Они в действительности получили выражения для обобщенных произведений $n$ операторов поля, однако для наших целей достаточны /1/, /2//. В процессе вывода этих выражений они предположили, что $\Phi(x)$ также может быть оператором непричинного поля, который необязательно удовлетворяет условию причинности в форме коммутатора

$$[\Phi(x), \Phi(y)] = 0 \qquad x \sim y \qquad /3/$$

где $x \sim y$ означает, что $x - y$ является пространственно-подобным. Однако, легко показать, что оператор $\Phi(x)$ в /1/, /2/ должен быть обязательно причинным оператором, который удовлетворяет /3/. Для того, чтобы разбор этого факта носил более

[x/] Мы употребляем несколько иную систему обозначений, чем в [1/].

общий и по возможности завершенный характер, мы в разделе 2/ выводим несколько коммутационных соотношений $S$ - матрицы с операторами свободного в терминах вариационных производных $S$ -матрицы по этим операторам, как было предложено Боголюбовым и сотрудниками[2/]. Однако мы точно различаем входящее и выходящее поля.

В разделе 3/ мы показываем, что применение асимптотического условия, как это сделано Леманом, Зиманциком и Циммерманом, непосредственно приводит к причинной теории поля. Это обстоятельство детально исследовано, и привело нас к заключению, что ни их определение, ни их применение асимптотического условия не являются достаточно определенными. Например, функция $\theta(x-y)$ в /2/, /1/ является совершенно произвольной: она должна лишь удовлетворять условию $\theta(x-y) = 1$ $y^0 = -\infty$ и $\theta(x-y) = 0$, если $y^0 = +\infty$ с исчезающими производными на этих пределах.

В разделе 4/ мы делаем некоторые общие утверждения о концепции причинности в квантовой теории поля. Исследования показывают, что для общего подхода в квантовой теории поля, например, в теории дисперсионных соотношений, необходимо использование условия причинности только в форме, предложенной Боголюбовым и др.[/2/] /а не в форме коммутатора/.

## 2. $S$ -матрица и условие причинности

Мы принимаем следующую структуру $S$ -матрицы[2/]

$$S = \sum_{n=0}^{\infty} \int dx_1 \dots dx_n f_n(x_1, \dots, x_n) : \Phi_{in}(x_1) \dots \Phi_{in}(x_n). \qquad /4/$$

где $\Phi_{in}(x)$ описывает падающие частицы

$$(\Box - m^2)\Phi_{in}(x) = 0 \qquad [\Phi_{in}(x), \Phi_{in}(y)] = i\Delta(x-y). \qquad /5/$$

Запишем

$$\left.\begin{array}{c} \Phi_{in}(x) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int \frac{d\vec{q}}{\sqrt{2q^0}} \left\{ e^{iqx} a_{in}(\vec{q}) + e^{-iqx} a^*_{in}(\vec{q}) \right\} \\ q^0 = +\sqrt{m^2 + \vec{q}^{\,2}} \end{array}\right\} \qquad /6/$$

где

$$[a_{in}(\vec{q}), a^*_{in}(\vec{q}\,')] = \delta(\vec{q}\,' - \vec{q}) \qquad [a_{in}(\vec{q}), a_{in}(\vec{q}\,')] = 0 \qquad /7/$$

Затем из того, что мы предположили в /4/, /6/ и /7/ немедленно следует:

$$[a_{in}(\vec{q}),S]=\frac{1}{(2\pi)^{3/2}}\int dx\frac{e^{iqx}}{\sqrt{2q^0}}\frac{\delta S}{\delta\Phi_{in}(x)}\ ,\ [S,a^*_{in}(\vec{q})]=\frac{1}{(2\pi)^{3/2}}\int dx\frac{e^{-iqx}}{\sqrt{2q^0}}\frac{\delta S}{\delta\Phi_{in}(x)} \qquad /8/$$

Конечно, мы предполагаем:

$$SS^+=S^+S=1 \qquad /9/$$

Далее мы вводим оператор поля $\Phi_{out}(x)$, который описывает уходящие частицы следующим образом:

$$\Phi_{out}(x)=S^+\Phi_{in}(x)S \qquad /10/$$

Вследствие /9/, можно написать /4/ в той же форме и для выходящих полей[x/].

$$S=\sum_{n=0}^{\infty}\int dx_1\ldots dx_n f_n(x_1,\ldots,x_n):\Phi_{out}(x_1)\ldots\Phi_{out}(x_n): \qquad /11/$$

Отношения /5/ - /8/ пригодны также и для выходящих полей без всяких изменений /нужно только заменить индекс входа на индекс выхода/.

По методу Боголюбова и сотрудников мы определяем оператор тока путем:

$$j(x)=iS^+\frac{\delta S}{\delta\Phi_{in}(x)}=i\frac{\delta S}{\delta\Phi_{out}(x)}S^+ \quad \text{xx/}\ \ \text{xxx/} \qquad /12/$$

Вследствие /10/, два выражения справа действительно определяют тот же самый $j(x)$, в то время, как для $S$ матрицы мы имеем /4/ и /9/.

$$j^+(x)=-i\frac{\delta S^+}{\delta\Phi_{in}(x)}S=-iS\frac{\delta S^+}{\delta\Phi_{out}(x)}=j(x) \qquad /13/$$

---

x/ Следует отметить, что элементы $S$ в отношении к состояниям с конечным количеством частиц представлены конечными суммами, так что не возникает никакой проблемы сходимости.

xx/ Строго говоря, Боголюбов и сотрудники использовали только второе выражение для выходящего поля.

xxx/ Другое определение для оператора тока должно быть $j'(x)=i\frac{\delta S}{\delta\Phi_{in}(x)}S^+$ однако вследствие $[\delta S/\delta\Phi_{in}(x)]S^+=S[\delta S/\delta\Phi_{out}(x)]S^+S^+$ этого определение, кажется, не таким уж полезным /сравним также /21/, где не появляется такое выражение/.

Тогда мы получаем:

$$\frac{\delta j(x)}{\delta \Phi_{in}(y)} = i S^{+} \frac{\delta^2 S}{\delta \Phi_{in}(y) \delta \Phi_{in}(x)} + i j(y) j(x) \qquad /14/$$

$$\frac{\delta j(x)}{\delta \Phi_{out}(y)} = i \frac{\delta^2 S}{\delta \Phi_{out}(y) \delta \Phi_{out}(x)} S^{+} + i j(x) j(y) \qquad /14'/$$

Вследствие равенства

$$\frac{\delta^2 S}{\delta \Phi_{\substack{in\\out}}(y) \delta \Phi_{\substack{in\\out}}(x)} = \frac{\delta^2 S}{\delta \Phi_{\substack{in\\out}}(x) \delta \Phi_{\substack{in\\out}}(y)} \qquad /15/$$

получаем

$$\frac{\delta j(x)}{\delta \Phi_{\substack{in\\out}}(y)} - \frac{\delta j(y)}{\delta \Phi_{\substack{in\\out}}(x)} = \mp i [j(x), j(y)] \qquad /16/$$

По методу Боголюбова и соавторов мы определяем причинную $S$ -матрицу следующим образом:

$$\frac{\delta j(x)}{\delta \Phi_{in}(y)} = 0 \qquad y \gtrsim x \qquad /17/$$

$$\frac{\delta j(x)}{\delta \Phi_{out}(y)} = 0 \qquad y \lesssim x \qquad /17'/$$

где $y \gtrsim x$ / $y \lesssim$ / означает, что $y$ позже /раньше/ , чем $x$ , или $x-y$, является пространственно-подобным вектором.

Из /16/ условие причинности тогда следует в обычной форме коммутатора

$$[j(x), j(y)] = 0 \qquad x \sim y \qquad /18/$$

а также представление

$$\frac{\delta j(x)}{\delta \Phi_{\substack{in\\out}}(y)} = i \left\{ \begin{matrix} -\theta(x-y) \\ \theta(y-x) \end{matrix} \right\} [j(x), j(y)] \qquad /19/$$

Заметим, что невозможно из /18/ вывести условие /17/, /17'/ или представление /19/ /сравни /14/ и /16/; из /16/, например, следует только:

$$\frac{\delta j(x)}{\delta \Phi_{\substack{in\\out}}(y)} = \frac{\delta j(y)}{\delta \Phi_{\substack{in\\out}}(x)} \qquad x \sim y$$

смотри также разбор в разделе 4//. С другой стороны, представление /19/ непосредственно приводит к условию причинности в форме /17/, /17[1]/, так как оно следует из /19/

$$\frac{\delta j(x)}{\delta \Phi_{\substack{in\\out}}(y)} = 0 \qquad \text{если} \quad y \gtrless x \qquad /20/$$

а также по причине ковариантности, которая справедлива и для $x \sim y$. Последнее утверждение, а также условие причинности в форме коммутатора /18/ непосредственно вытекают из /19/ /без использования каких-либо других отношений/. Итак, мы приходим к выводу: <u>представление /19/ определяет уже причинную теорию поля.</u>

Кончая этот раздел, мы выводим соотношение, необходимое для последующего. Из /10/, /9/, /6/ и /8/ следует:

$$\begin{aligned}\Phi_{out}(x) &= S^{+}\Phi_{in}(x)S = \Phi_{in}(x) + S^{+}[\Phi_{in}(x), S] = \\ &= \Phi_{in}(x) + [\Phi_{out}(x), S]S^{+} = \Phi_{in}(x) + \int \Delta(x-y)j(y)dy\end{aligned} \qquad /21/$$

где $j(x)$ определен /обоими выражениями/ /12/ и $\Delta(x-y)$ как обычно. /21/ может быть использовано для обоснования определения /12/ для оператора тока.

## 3. $S$ - матрица и асимптотическое условие

Леман, Зиманцик и Циммерман идут дальше и вводят оператор поля $\Phi(x)$ посредством

$$\Phi(x) = \Phi_{\substack{in\\out}}(x) - \int \Delta_{\substack{ret\\adv}}(x-y)j(y)dy \qquad /22/$$

$$(\Box - m^2)\Phi(x) = j(x) \qquad /22^1/$$

который "интерполируется" между прошлым и будущим, т.е. между $\Phi_{in}(x)$ и $\Phi_{out}(x)$, для которого у нас есть связь /10/ и /21/. Они далее предположили асимптотическое условие x/

$$\lim_{t \to \mp\infty} a(\vec{q},t) = a_{\substack{in \\ out}}(\vec{q}) \qquad /23/$$

где

$$\left. \begin{aligned} a(\vec{q},t) &= \frac{-1}{(2\pi)^{3/2}} i \int d\vec{x}\, \Phi(x) \frac{\overleftrightarrow{\partial}}{\partial x^0} \frac{e^{iqx}}{\sqrt{2q^0}} = \\ &= \frac{-1}{(2\pi)^{3/2}} i \int d\vec{x} \left\{ \Phi(x) \frac{\partial}{\partial x^0} \frac{e^{iqx}}{\sqrt{2q^0}} - \frac{\partial}{\partial x^0} \Phi(x) \frac{e^{iqx}}{\sqrt{2q^0}} \right\} \end{aligned} \right\} \qquad /24/$$

$$\Phi(x) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int \frac{d\vec{q}}{\sqrt{2q^0}} \left\{ e^{iqx} a^*(\vec{q},t) + e^{-iqx} a(\vec{q},t) \right\}; \; q^0 = +\sqrt{m^2 + \vec{q}^{\,2}} \qquad /25/$$

Используя условие /23/ в связи с /24/, /25/, они вычисляют коммутатор

$$[a_{in}(\vec{q}), \Phi(x)] \qquad /26/$$

в форме /1/, /2/ согласно нижеследующему

$$[a_{in}(\vec{q}), \Phi(x)] = \lim_{y^0 \to -\infty} [a(\vec{q}, y^0), \Phi(x)] = \lim_{y^0 \to -\infty} \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} i \int d\vec{y}\, [\Phi(x), \Phi(y)] \frac{\overleftrightarrow{\partial}}{\partial y^0} \frac{e^{iqy}}{\sqrt{2q^0}} =$$

$$= \lim_{y^0 \to -\infty} \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int d\vec{y}\, i\, \theta(x-y) [\Phi(x), \Phi(y)] \frac{\overleftrightarrow{\partial}}{\partial y^0} \frac{e^{iqy}}{\sqrt{2q^0}} = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int dy \frac{\partial}{\partial y^0} \Big\{ -i\theta(x-y) [\Phi(x), \Phi(y)] \times \qquad /27/$$

$$\times \frac{\overleftrightarrow{\partial}}{\partial y^0} \frac{e^{iqy}}{\sqrt{2q^0}} \Big\} = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int dy \frac{e^{iqy}}{\sqrt{2q^0}} (\Box_y - m^2) \bar{R}(x,y)$$

где $\bar{R}(x,y)$ определено /2/.

Применяя $(\Box_x - m^2)$ к /27/ и используя /22[1]/, получаем

$$[a_{in}(\vec{q}), j(x)] = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int dy \frac{e^{iqy}}{\sqrt{2q^0}} (\Box_x - m^2)(\Box_y - m^2) \bar{R}(x,y) \qquad /28/$$

---

x/ В более строгом математическом рассмотрении они используют дискретную ортонормированную систему $\{f_\alpha(x)\}$ вместо $\{1/(2\pi)^{3/2} e^{-iqx}/\sqrt{2q^0}\}$, которая действительно необходима в последнем этапе /27/, где сделана интеграция по частям. Соотношение /23/ также определено в такой форме, что операторы остаются в матричном элементе. Однако для наших целей достаточно вышеприведенного распадения. Заметим, что существует различие в знаке в 1/ между /18/ и применением асимптотического условия на стр.328.

Заметим, что коммутационное соотношение /28/ определено не единственным образом: если мы непосредственно заменим $\Phi(x)$ на $j(x)$ в /27/, то вместо /28/ получим:

$$[a_{in}(\vec{q}), j(x)] = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int dy \frac{e^{iqy}}{\sqrt{2q^0}} (\Box_x - m^2)(\Box_y - m^2) \bar{R}(x,y) \qquad /29/$$

т.е., оператор $(\Box_x - m^2)$ стоит теперь вправо от $\theta(x-y)$. Однако имеется

$$(\Box_x - m^2)\{\theta(x-y)[\Phi(x),\Phi(y)]\} - \theta(x-y)(\Box_x - m^2)[\Phi(x),\Phi(y)] = \\ = P\left(\frac{\partial}{\partial x^0}\right)\delta(x^0 - y^0) \qquad /30/$$

где $P\left(\frac{\partial}{\partial x^0}\right)$ является полиномом /первого порядка/ по $\frac{\partial}{\partial x^0}$ с коэффициентами, зависящими от $\vec{x}, \vec{y}$ и $x^0$. С другой стороны, $\theta(x-y)$ определено только для $x^0 \gtrless y^0$, но не для $x^0 = y^0$, так что /30/ не содержит более никакой неопределенности теории x/ xx/.

Подобным образом мы устанавливаем, что /28/ или /29/ является эквивалентным

$$[a_{in}(\vec{q}), j(x)] = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int dy \frac{e^{iqy}}{\sqrt{2q^0}} \{-i\theta(x-y)[j(x), j(y)]\} \qquad /31/$$

Теперь ясен следующий шаг: из раздела 2/ нам известно, что коммутатор /31/ может быть также написан в форме

$$[a_{in}(\vec{q}), j(x)] = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int dy \frac{e^{iqy}}{\sqrt{2q^0}} \frac{\delta j(x)}{\delta \Phi_{in}(y)} \qquad /32/$$

Итак, мы приходим к результату

$$\frac{\delta j(x)}{\delta \Phi_{in}(y)} = -i\,\theta(x-y)[j(x), j(y)] \qquad /33/$$

и из замечаний, сделанных после /20/, мы заключаем, что применение асимтотического условия /23/ непосредственно приводит к причинной теории.

---

x/ Сравни то же положение в определении $T$-произведения в 2/ в сноске 1 на стр.185 в немецком переводе.

xx/ Производная /27/ определено таким же неполным образом, так как $\overleftarrow{\partial}/\partial y^0$ может действовать на $\theta(x-y)$ или эта возможность исключается. Мы принимаем первую возможность.

Теперь мы имеем следующую ситуацию: в /22/ был сконструирован оператор поля $\Phi(x)$, где $j(x)$ может быть предположен причинным или непричинным оператором /в последнем случае мы предполагаем, что $\Phi(x)$ является непричинным оператором/. Однако, из применения асимптотического условия /23/ в связи с /24/, /25/, получается, что оператор $\Phi(x)$ в любом случае должен быть причинным. Итак, мы должны заключить, что ни определение асимптотического условия, ни его применение или даже взятые вместе, не являются достаточно определенными.

В последнем случае дело действительно обстоит так: если мы заменим /25/ на /24/, то получим

$$a(\vec{q},t) = a(\vec{q},t) + \frac{i}{2q^0}\frac{\partial}{\partial t} a(\vec{q},t) \qquad /34/$$

если определим $\frac{\partial}{\partial x^0}\Phi(x)$ таким образом, чтобы мы могли дифференцировать $a(\vec{q},t)$ /или $a^*(\vec{q},t)$ соответственно/ также и по времени, т.е. чтобы мы имели дифференцирование по полной временной зависимости $\Phi(x)$. Если мы определяем $\frac{\partial}{\partial x^0}\Phi(x)$ таким образом, что подразумевается только дифференцирование по временной зависимости в экспоненте $e^{\mp iqx}$ x/, то в этом случае член $\frac{i}{2q^0}\frac{\partial}{\partial t} a(\vec{q},t)$ не позволяется в /34/ / что нам требовалось/. Итак мы видим: временное дифференцирование в /24/, а соответственно и асимптотическое условие /23/, так как мы предполагаем /24/, определены недостаточно.

В явном применении асимптотического условия в /27/ мы действительно принимали, что подразумевается дифференцирование по полной временной зависимости в $\Phi(x)$. Однако, тогда получается противоречие в /34/.

Даже более важным кажется следующий факт: функция $\theta(x-y)$ введенная в /27/ является совершенно произвольной; она должна только удовлетворять условию $\theta(x-y)=1$ если $y^0=-\infty$ и $\theta(x-y)=0$ если $y^0=+\infty$ и если мы примем, что $\frac{\vec{\partial}}{\partial y^0}$ действует также на $\theta(x-y)$, то временная производная $\theta(x-y)$ должна на этих пределах соответственно обратиться внуль /см.также приложение/. Это выражает тот факт, что она может быть представлена функцией в фиксированной точке как интеграл по определенному интервалу, однако выражение под интегралом определяется не единственным образом.

Итак, мы делаем заключение: ни определение, ни применение асимптотического условия не является достаточно определенными в подходе Лемана, Зиманцика и Циммермана.

---

x/ Строго говоря нам требовалось использовать волновые пакеты $\{f_\alpha(x)\}$ /сравни сноску x/ на стр.8 /, однако это не меняет положение, т.к. /34/ может быть получено в непрерывной форме из случая с волновыми пакетами.

## 4. Концепция причинности

Мы обобщаем выше проведенное рассмотрение и утверждаем: теория поля, в которую такие выражения, как $T$ - произведения

$$T(x,y)=Tj(x)j(y) \qquad /35/$$

или $R$ - произведение

$$R(x,y)=-i\,\theta(x-y)[j(x),j(y)] \qquad /2'/$$

входят в качестве скалярных величин /а $S$ -матрица или, строго говоря, матрица $T$ выражена ими как их фурье-образ/, должна быть причинной теорией поля. Доказательство этого утверждения не представляет сложности /в принципе это ни в коем случае не является новым/: $T$ - произведение нескольких скалярных операторов может быть скалярным, т.е. инвариантным выражением, только и если только эти операторы коммутируют в пространственно-подобных областях, так как временной порядок имеет ковариантный смысл только во временно-подобных областях.

$R$ - произведение /2'/ также может быть скалярным только и если только операторы $j(x), j(y)$ коммутируют в пространственноподобных областях, так как оно обращается в нуль для $x<y$ и по причине ковариантности оно должно обращаться в нуль также и во всей пространственно-подобной области.

С другой стороны, если мы напишем /сравни /14/ и /16//

$$-S^{+}\frac{\delta^2 S}{\delta\Phi_{in}(x)\,\delta\Phi_{in}(y)}=j(y)j(x)+i\frac{\delta j(x)}{\delta\Phi_{in}(y)}= \qquad /36/$$

$$=Tj(x)j(y)+i\,\Theta(x-y)\frac{\delta j(y)}{\delta\Phi_{in}(x)}+i\,\Theta(y-x)\frac{\delta j(x)}{\delta\Phi_{in}(y)}$$

то мы не можем заключить, что $Tj(x)j(y)$ должно быть скалярным / т.е. $j(x)$ должен быть причинным оператором/, так как только целое выражение в правой стороне /36/ должно быть скалярным. В этом формализме не встречается никаких противоречий. Если мы требуем причинность в форме /17/, последние два члена в /36/ обращаются в нуль и $Tj(x)j(y)$ также является скалярным. Однако, если мы примем причинность только в форме коммутатора /18/, мы можем заключить только, что

$$i\,\Theta(x-y)\frac{\delta j(y)}{\delta\Phi_{in}(x)}+i\,\Theta(y-x)\frac{\delta j(x)}{\delta\Phi_{in}(y)} \qquad /37/$$

является скаляром, но который является неопределенным. Мы не можем заключить, что /37/ должно идентичным образом обращаться в нуль /для других выражений, для которых следует, что /37/ обращается в нуль будет вытекать условие причинности в форме /17//. Итак, мы еще раз приходим к выводу: условие причинности в форме коммутатора /18/ недостаточно для определения /36/ в качестве $T$ -произведения /то же положение, что и для выражения /19//, которое необходимо, например, в теории дисперсионных соотношений.

Пойдем, однако, дальше. Существенное физическое различие между условием причинности /17/, /17$^1$/ и /18/ заключается в том, что первое определяет время, а также дает условие причинности для временно-подобных областей. Условие причинности в форме коммутатора /18/ ничего не говорит о причинности для временно-подобных интервалов и поэтому кажется неполным. Таким образом возникает вопрос: каким образом становится возможным, что это условие может быть достаточным для определения теории поля в качестве причинной теории, в которой используются только $S$ -матрица и операторы поля и ничего более. Конечно, Леман, Зиманцик и Циммерман используют волновое уравнение /22$^1$/, не только в качестве определения для $\Phi(x)$ в соответствии с /22/, и представляется очень неправдоподобным, что асимптотическое условие может заменить условие причинности во временно-подобных областях. В разделе 3/ было показано, что их подход ведет в самом деле к совершенно произвольным результатам. С другой стороны, выше было показано, что условие причинности /17/, /17'/, использованное Боголюбовым и сотрудниками, является математически достаточным выражением для причинности в том смысле, что такое условие непосредственно приводит к упомянутому во времени описанию в временно-подобных, которое, конечно, не имеет смысл в пространственно-подобных областях: если мы определяем причинность только для пространственно-подобных областей, то время, как отличимая величина, не появляется /условие коммутатора /18//. Если мы прибавим к релятивистской теории условие причинности, то необходимо различать время, однако это не нарушает требования ковариантности /это было бы лишь в том случае, если нам требуется определенное упорядочение по времени в пространственно-подобных областях[x/]. В теории дисперсионных соотношений нам в действительности требуется эта форма причинности.

Также может быть важным следующее положение /о котором уже упоминалось в сноске 8$^{3}$/: условие причинности /17/, /17'/ имеет такую форму, что она также определяет причинность в нерелятивистской теории /где условие коммутатора /18/ теряет

---

[x/] Говоря еще более строго: причинность не отличает временное направление, а только предписывает определенный порядок времени. Использование входящих и выходящих полей является полностью эквивалентным.

свой смысл/. Нам нужно просто заменить $y \gtrsim x$ на $y > x$ в /17/ или $y \lesssim x$ на $y < x$ в /17'/ соответственно. Тогда мезонная теория с обрезанием, которая, например, рассматривает нуклоны нерелятивистски, необходимо является причинной теорией /гамильтониан имеет временную независимость/. Конечно, такая теория не является локальной. В дальнейшем нет необходимости применять метод вторичного квантования для определения оператора тока с полевой точки зрения: достаточно обычного рассмотрения волновых функций Шредингера /$j(x)$ достаточно определен посредством /12//. Особенно это законно для статической модели Чу, которую нам нужно определить как причинную но нелокальную теорию[x/] /с нашей точки зрения, представляют интерес замечания после формулы /61/ в [4/]/.

Мне хотелось бы поблагодарить Б.В. Медведева за прочитание рукописи и ценную дискуссию.

## Приложение

Можно проверить метод Лемана, Зиманцика и Циммермана в случае, когда дано не посредством /24/, а посредством обычного сокращения: $a(\vec{q},t)$

$$a(\vec{q},t) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int d\vec{x}\, \Phi(x) \sqrt{2q^0}\, e^{iqx} \qquad /A1/$$

и где требуется асимптотическое условие как в /23/

$$\lim_{t \to \mp\infty} a(\vec{q},t) = a_{\substack{in \\ out}}(\vec{q}) \qquad /A2/$$

Тогда вместо /27/ мы пишем:

$$[a_{in}(\vec{q}), \Phi(x)] = \lim_{y^0 \to -\infty} [a(\vec{q}, y^0), \Phi(x)] = \lim_{y^0 \to -\infty} \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int d\vec{y}\, [\Phi(y), \Phi(x)] \sqrt{2q^0}\, e^{iqy} =$$

$$= \lim_{y^0 \to -\infty} \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int d\vec{y}\, \Theta(x-y) [\Phi(y), \Phi(x)] \sqrt{2q^0}\, e^{iqy} =$$

$$= \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int dy \frac{\partial}{\partial y^0} \left\{ \Theta(x-y) [\Phi(x), \Phi(y)] \sqrt{2q^0}\, e^{iqy} \right\} \qquad /A.3/$$

---

x/ Релятивистская теория форм-фактора является, конечно, непричинной и нелокальной, однако для нерелятивистской теории это определение не должно быть тем же самым.

Вследствие ковариантности $\sqrt{2q^0}\,[a_{in}(\vec{q}),\Phi(x)]$ должно быть скалярным/ мы затем можем заключить, что $\Phi(x)$ должно быть причинным оператором. Однако, заметим, что введение функции $\theta(x-y)$ не достаточно определено: единственным требованием является то, что функция $\theta(x-y)$, ведения в /А.3/ должна удовлетворять:

$$\lim_{y^0\to\mp\infty} \theta(x-y)=\begin{cases}1\\0\end{cases} \qquad /A.4/$$

что содержит большую неопределенность /конечно, мы принимаем, что /А.4/ не влияет на граничное значение его сомножителя в /А.3//. Несмотря на это, может случиться и так, что формула /А.3/ полезна в том подходе в квантовой теории поля, в котором избегают явно использовать вариационное произведение.

## Литература


1. H. Lehmann, K. Symanzik, W. Zimmermann: Nuovo Cimento 6, 319 '1957.
2. Н.Н.Боголюбов, Б.В.Медведев, М.К.Поливанов. Проблемы теории дисперсионных соотношений /Гостехиздат, Москва. 1958/ сокращенный перевод на немецкий в: Fortschr. d. Phys. 6, 169 /1958/.
3. F. Kaschluhn; Zs.f. Naturforsch. 13a, 183 (1958).
4. G.F. Chew, F.E. Low: Phys. Rev. 101, 1570, (1956).


Работа поступила в издательский отдел 30 декабря 1958г.