

5
Д-83

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Лаборатория ядерных проблем

P-273

А.Ф. Дунайцев, Ю.Д. Прокошкин

РЕАКЦИЯ $p + p \rightarrow p + p + \pi^0$

В ОБЛАСТИ ЭНЕРГИЙ

ОТ ПОРОГА ДО 665 МЭВ

ЖЭТФ, 1959, т. 36, в. 6, с. 1656-1671.

Дубна, 1959 год.

P-273

А.Ф. Дунайцев, Ю.Д. Прокошкин

РЕАКЦИЯ $p+p \rightarrow p+p+\pi^0$
В ОБЛАСТИ ЭНЕРГИЙ
ОТ ПОРОГА ДО 865 МЭВ^{x/}

Объединенный институт
ядерных исследований
БИБЛИОТЕКА

^{x/} Результаты настоящей работы были доложены на 1У сессии Ученого Совета Объединенного института ядерных исследований в мае 1958 г.

Исследованы угловые распределения π^0 -мезонов, образующихся в соударениях протонов при энергиях 400-665 Мэв. Распределения оказались близкими к изотропному в согласии с феноменологической резонансной теорией С.Мандельштама. Полные сечения измерены в области энергий 313-665 Мэв. При энергиях, превышающих 400 Мэв, основной вклад в сечение реакции дают резонансные переходы. При меньших энергиях протонов существенную роль играет нерезонансный S_5 -переход, вклад которого в полное сечение равен $0,032 \eta_m^2 10^{-27} \text{ см}^2$. Сопоставление измеренных величин сечений образования нейтральных и заряженных π -мезонов с сечениями, вычисленными по резонансной теории, позволяет сделать вывод о преимущественной роли разлета с полным угловым моментом $J = 2$.

1. Введение

Реакция образования нейтральных π^0 -мезонов в соударениях протонов



занимает особое место среди реакций типа "нуклон+нуклон $\rightarrow \pi$ -мезон". Ее отличительной чертой является быстрый рост сечения с энергией и сравнительно малая величина сечения вблизи порога, что является следствием запрета перехода с конечным состоянием S для нуклонов и p для π -мезона относительно центра масс, играющего основную роль в других реакциях мезообразования / S_p -переход в классификации Розенфельда ^{/1/}/. Первые исследования этой реакции ^{/2-8/} показали, что в области энергий 340 ÷ 480 Мэв сечение ее $\sigma_{pp}^{\pi^0}$ растет, как η_m^2 , где η_m - максимальный импульс π^0 -мезона в системе центра масс /с.ц.м./, измеренный в единицах массы мезона $m_\pi c$, в то время, как для сечений других реакций характерны зависимости от η_m в степени, не выше четвертой. Феноменологический анализ этих данных ^{/1,9/} показал, что вблизи порога реакция /1/ осуществляется в основном за счет P_p -перехода. В более поздних работах ^{/10,6,11/} было обнаружено, что сечение $\sigma_{pp}^{\pi^0}$ продолжает быстро расти и при энергиях 450 ÷ 660 Мэв: $\sigma_{pp}^{\pi^0} \sim \eta_m^{4,5}$ по данным Сороко ^{/6/}, и $\sigma_{pp}^{\pi^0} \sim \eta_m^{5,5}$ согласно ^{/11/}. Сравнение данных ^{/7,8,11/} показало, что в области меньших энергий сечение изменяется, как η_m^6 , а не как η_m^2 , из чего был сделан вывод ^{/11/} о существенной роли S_5 -перехода при малых энергиях. Дальнейшие измерения сечения реакции /1/ при малых энергиях ^{/12/} подтвердили этот вывод.

Полученные в работе /11/ экспериментальные данные были проанализированы Мандельштамом в рамках феноменологической резонансной теории /13/. В отличие от старой феноменологической теории /1,9/, Мандельштам учитывает резонансное взаимодействие π -мезона с нуклоном в конечном состоянии реакции. В его теории предполагается, что в широкой области энергий, где существенно резонансное взаимодействие мезона с нуклоном, матричные элементы переходов постоянны с точностью до множителей, учитывающих взаимодействие мезона с нуклоном и нуклона с нуклоном в конечном состоянии. В теории учитывается интерференция нуклонных состояний и "смещенные" переходы /7/. S - разлет системы, когда один из нуклонов находится в S - состоянии относительно подсистемы мезон-нуклон, для которой принимается одно возможное состояние ${}^2P_{3/2}$, описывается при этом одним параметром, P - разлет - пятью параметрами. Теория оказалась нечувствительной к относительному изменению величин параметров P - разлета, что позволило приравнять часть из них друг к другу и сократить таким образом число определяемых из опыта параметров P - разлета с пяти до двух. Все три параметра, описывающие S - и P -разлет, определяются из экспериментальных данных о реакциях образования заряженных π -мезонов в p - p - соударениях. Полные сечения реакции /1/ вычислены в теории Мандельштама без введения каких-либо дополнительных свободных параметров, благодаря чему сравнение экспериментальных данных об энергетической зависимости этого сечения с теоретической кривой является хорошей проверкой резонансной теории. Соответствующее сравнение с данными работы /11/, проведенное Мандельштамом, показало согласие экспериментальных и теоретических результатов.

Угловое распределение π^0 -мезонов в реакции /1/, вычисленное на основе резонансной теории, близко к изотропному при всех энергиях протонов. Эксперименты, выполненные различными методами в области около 600 Мэв /11, 14, 16/, действительно указывают на изотропию углового распределения π^0 -мезонов. Однако при более низких энергиях /450 - 550 Мэв/ измеренные угловые распределения обнаруживали тенденцию к увеличению анизотропии /11/. В области еще более низких энергий угловое распределение было проанализировано Мойером и Сквайром /17/ при определенных предположениях о характере спектра π^0 -мезонов, основанных на старой феноменологической теории /1,9/. В рамках этих предположений ими был сделан вывод о существенно анизотропном характере углового распределения π^0 -мезонов при энергии 330 Мэв.

Целью настоящей работы являлось исследование реакции /1/ в широком интервале энергий. Использование при этом одной и той же методики позволяло надеяться на возможность получения достаточно точных сведений об изменении характеристик реакции с энергией. Основное внимание было обращено на мало изученную характеристику реакции - угловое распределение π^0 -мезонов. При проведении подобных исследований необходимо учитывать характерную для них трудность, которая связана с

тем, что π^0 -мезоны движутся со скоростью, существенно отличающейся от скорости света. Это приводит к тому, что угловое распределение γ -квантов, образующихся при распаде π^0 -мезонов, в меньшей мере анизотропно, чем распределение π^0 -мезонов^{/18/}. С уменьшением скорости π^0 -мезонов анизотропия углового распределения γ -квантов быстро исчезает. Сказанное выше иллюстрируется рис.1. Здесь рассмотрен случай, когда π^0 -мезоны распределены в с.ц.м. пропорционально $1/3 + v_{\pi^0} \cos^2 \vartheta$. При этом угловое распределение γ -квантов имеет вид $1/3 + v_{\gamma} \cos^2 \vartheta$. На рис.1 приведена величина dv_{π^0}/dv_{γ} , т.е. погрешность измерения v_{π^0} , при различных

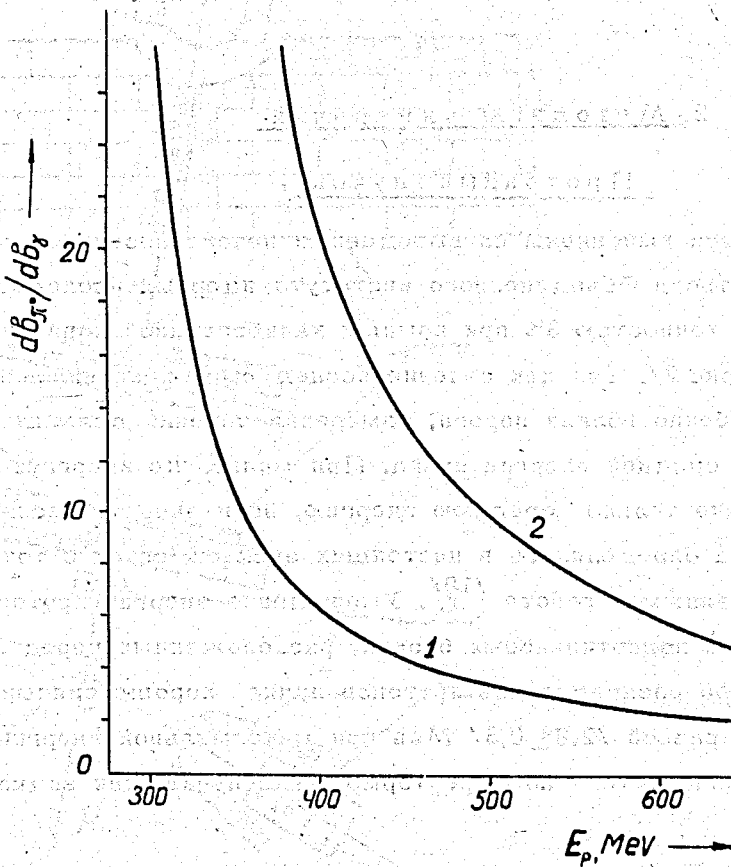


Рис.1. Зависимость относительной погрешности dv_{π^0}/dv_{γ} от энергии протонов.

1 - вычислено для случая $v_{\pi^0} \approx 0$; 2 - $v_{\pi^0} = 1$.

энергиях E_p протонов, образующих π^0 -мезоны. Видно, что при уменьшении E_p эта погрешность быстро растет, и соответственно, возрастает точность, с которой необходимо измерять угловое распределение γ -квантов, чтобы можно было восстановить угловое распределение π^0 -мезонов. Следует также учитывать, что при уменьшении энергии протонов наряду с возрастанием требований к точности измерений происходит и чрезвычайно быстрое уменьшение выхода γ -квантов от изучаемой реакции. Это еще больше усложняет исследование угловых распределений π^0 -мезонов. В настоящей работе мы ограничились измерением угловых распределений γ -квантов в интервале 400-665 Мэв, где указанные выше трудности были еще не очень велики и используемая аппаратура позволяла достаточно точно определить угловое распределение π^0 -мезонов.

2. Методика измерений

Протонный пучок

Эксперименты были выполнены на выведенном неполяризованном протонном пучке шестиметрового фазотрона Объединенного института ядерных исследований. Поток протонов измерялся с точностью 3% при помощи калиброванной ионизационной камеры, наполненной гелием /рис.2/. Так как сечение исследуемой реакции сильно зависит от энергии протонов, особенно вблизи порога, измерения сечения должны сопровождаться точным определением средней энергии пучка. При малых же энергиях протонов необходимо точно измерять не только среднюю энергию, но и энергетический спектр пучка. Средняя энергия пучка определялась в настоящих экспериментах с точностью около 1 Мэв методом, описанным в работе /19/. Уменьшение энергии протонов достигалось путем торможения их в полиэтиленовых блоках, расположенных перед защитной стеной /рис.2/. Энергетическое распределение протонов пучка хорошо описывается кривой Гаусса с дисперсией, равной $2,8 \pm 0,3$ Мэв при максимальной энергии протонов. Дисперсия несколько увеличивается по мере торможения пучка, как видно на рис.3.

Регистрирующая аппаратура

Сведения об угловом распределении π^0 -мезонов и о величине полного сечения были получены путем регистрации γ -квантов от распада π^0 -мезонов, образующихся в мишени при прохождении через нее пучка протонов. Для регистрации γ -квантов использовался телескоп из счетчиков, схематически представленный на рис.4. Образованные в мишени γ -кванты коллимировались при помощи свинцовой диафрагмы и попадали на свинцовый конвертор телескопа, где они генерировали электронно-позитронные пары. Пары регистрировались включенными на совпадение сцинтилляционным счетчиком

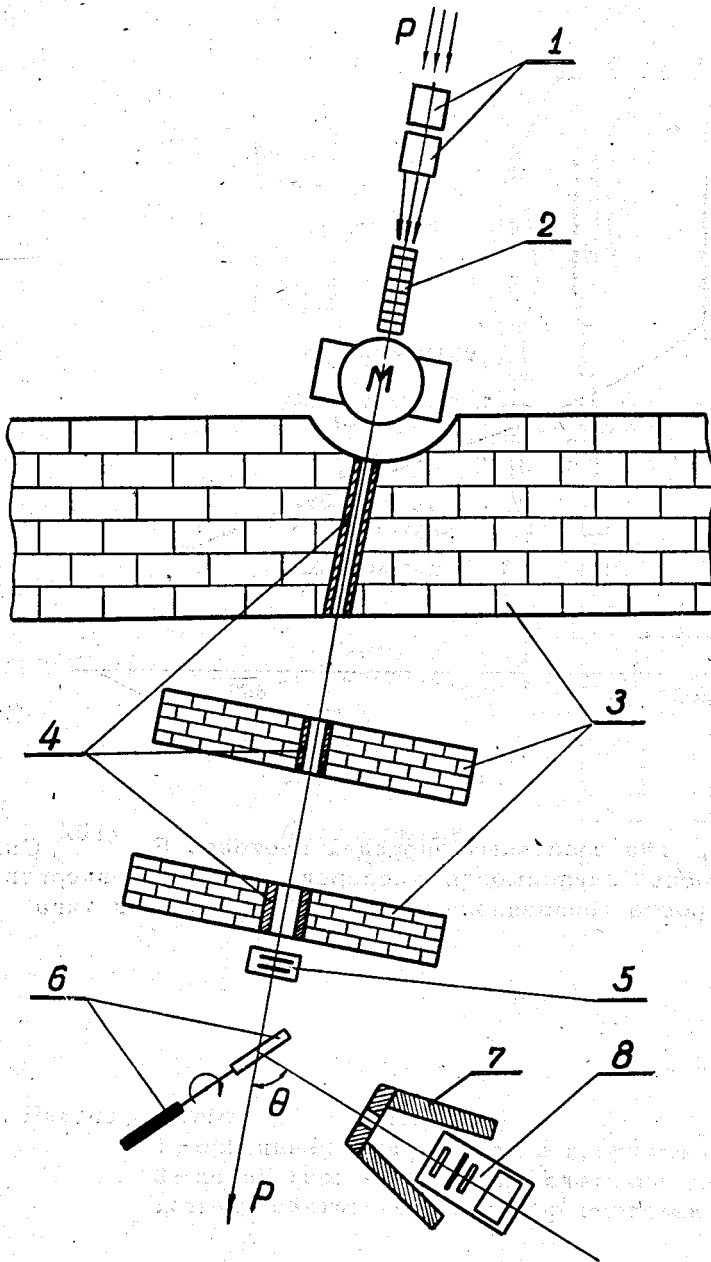


Рис.2. Расположение аппаратуры /масштаб произвольный/. 1 - фокусирующие магнитные линзы; 2 - полиэтиленовый поглотитель; 3 - защитные стены; 4 - стальные коллиматоры; 5 - ионизационная камера; 6 - мишени; 7 - часть свинцовой защиты γ -телескопа; 8 - γ -телескоп. М - отклоняющий магнит. Р - протонный пучок.

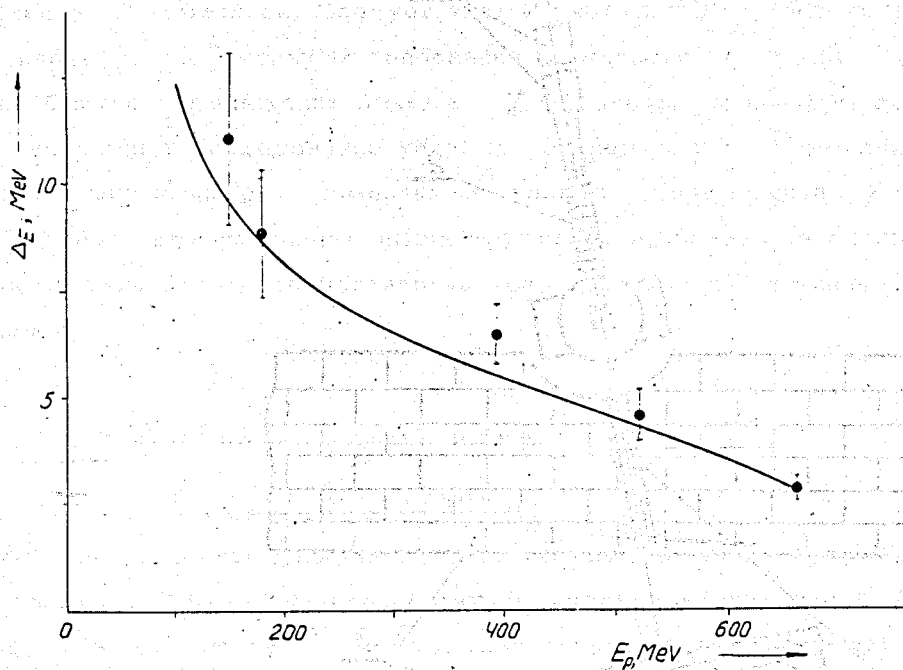


Рис.3. Дисперсия пучка ΔE при различных энергиях протонов E_p /19/. Сплошная кривая—теоретическая зависимость дисперсии от E_p энергии вычисленная с учетом роста ионизационных потерь и дисперсии типа "страглинг".

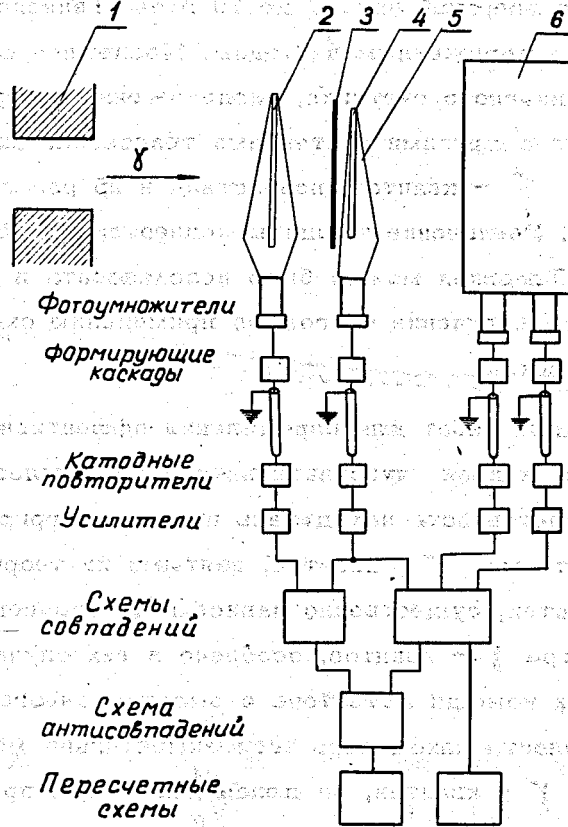


Рис. 4. Схема γ - телескопа.

- 1 - свинцовая диафрагма; 2 - кристалл счетчика антисовпадений;
- 3 - конвертор; 4 - кристалл счетчика совпадений; 5 - фольга - отражатель света; 6 - радиатор счетчика излучения Черенкова.

и счетчиком излучения Черенкова. Благодаря малой толщине конвертора /0,5-2 мм/ и сцинтилляторов /3 мм/, "широкой геометрии" телескопа и отсутствию поглотителей между счетчиками γ -телескоп имел низкий энергетический порог и мог эффективно регистрировать γ -кванты с энергией вплоть до 10 Мэв. Телескоп был нечувствителен как к нейтронам, так и к заряженным частицам. Последнее достигалось благодаря использованию сцинтилляционного счетчика, расположенного перед конвертором и включенного на-антисовпадение с другими счетчиками телескопа. Скорость счета телескопа, помещенного в пучок γ -квантов, возрастала в 25 раз при введении в него конвертора толщиной 2 мм. Увеличение толщины конвертора до 5 мм позволяло улучшить это отношение до 40. Телескоп можно было использовать в условиях сравнительно большого фона постороннего излучения благодаря применению схем совпадений с разрешающим временем 10^{-8} сек.

В большинстве предыдущих работ для определения эффективности γ -телескопа измерялась или вычислялась кривая чувствительности γ -телескопа к γ -квантам различной энергии, и эффективность находилась путем интегрирования этой кривой по энергии совместно со спектрами γ -квантов, взятыми из теории. Поэтому результаты, полученные в этих работах, существенно зависели от справедливости теоретических предположений о спектре γ -квантов, особенно в тех случаях ^{/6,17/}, когда измерения были выполнены при помощи детектора с высоким энергетическим порогом. В настоящей работе эффективность находилась экспериментально методом ^{/11/}, который позволяет определить выход γ -квантов, не делая каких-либо предположений об их энергетическом спектре. Зависимость эффективности телескопа W от угла θ /см. рис.2/, измеренная при энергиях 665 и 485 Мэв, приведена на рис.5. При других энергиях зависимость $W(\theta)$ имеет аналогичный характер. С уменьшением энергии протонов эффективность уменьшается, и одновременно несколько изменяется форма кривой $W(\theta)$, причиной чего является уменьшение энергии π^0 -мезонов и скорости с.ц.м. Измерения эффективности, выполненные при энергии 665 Мэв с полиэтиленовой и жидководородной мишенями, показали, что значения W для водорода и углерода совпадают. Этот результат является следствием того, что γ -телескоп имеет низкий энергетический порог. Несмотря на резкое различие спектров γ -квантов при $\theta = 0^\circ$ и $\theta = 180^\circ$ ^{/20/} /средние энергии спектров равны 190 и 75 Мэв/ эффективности $W /0^\circ/$ и $W /180^\circ/$ отличаются всего на 25%. Гораздо меньше различаются спектры, измеренные для углерода и водорода под одним углом ^{/16,20/}, благодаря чему и оказываются близкими соответствующие эффективности. С уменьшением энергии протонов различие эффективностей для водорода и углерода несколько увеличивается, однако в исследуемой области энергий это различие еще не сказывалось на результатах проведенных измерений, так как оно было значительно меньше, чем статическая точность измерения отношений выходов γ -квантов под разными углами.

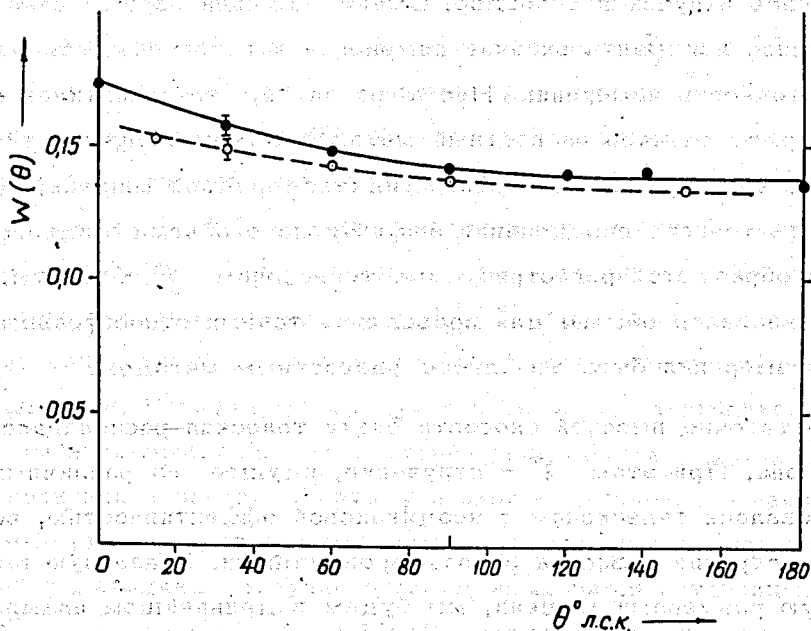


Рис.5. Эффективность γ - телескопа W .
● - измерено при $E=665$ Мэв, ○ - измерено при $E=485$ Мэв.

Последнее позволило при нахождении углового распределения γ - квантов от реакции /1/ в области малых энергий протонов использовать функции $W(\theta)$, измеренные для углерода.

Мишени. Контрольные эксперименты

В качестве мишени был использован жидкий водород, залитый в контейнер из пенополистирола. Мишень имела форму цилиндра диаметром 8 см, длиной 25 см и располагалась так, чтобы пучок, проходивший параллельно оси цилиндра, не облучал боковых стенок мишени /ширина пучка составляла 6 см/. Условия регистрации γ - квантов были наиболее благоприятными в интервале углов $45^\circ < \theta < 145^\circ$. В этом случае

свинцовая диафрагма, расположенная перед телескопом, препятствовала попаданию в телескоп γ - излучения, идущего из входного и выходного окон мишени, и телескоп регистрировал γ - излучение, идущее только из водорода. Удаление водорода из контейнера уменьшало скорость счета телескопа в 10 раз при энергии 660 Мэв.

Сечение реакции /1/ определялось также разностным методом путем облучения мишеней из полиэтилена и графита. Толщины этих мишеней составляли около 3 г/см² и выбирались так, чтобы сброс энергии пучка в мишенях был одинаков. Полиэтиленовая и графитовая мишени располагались под углом 45° к пучку протонов, как показано на рис.2, и вводились в пучок поочередно. Смена мишеней осуществлялась через 1-3 минуты, что позволило исключить влияние изменения чувствительности регистрирующей аппаратуры на точность измерений. Несмотря на то, что полиэтилен содержит всего 14% водорода, в ряде случаев разностный метод позволял получить значительно более высокую точность, чем при использовании жидководородной мишени. Причиной этого являлась трудность точного определения эффективного объема жидководородной мишени, в котором образуются регистрируемые телескопом γ - кванты. Поэтому жидкий водород использовался обычно для проведения точных относительных измерений, абсолютные же измерения были выполнены разностным методом.

Для получения достаточно высокой скорости счета телескоп располагался на малом расстоянии от мишени. При этом γ - излучение, идущее из различных участков мишени, регистрировалось телескопом с неодинаковой эффективностью, вследствие чего эффективность регистрации зависела от размеров мишени. Указанную выше эффективность, определяемую размерами мишени, мы будем в дальнейшем называть формфактором мишени. Графитовая мишень была изготовлена из легкого графита плотностью 0,9 г/см³, благодаря чему формфакторы полиэтиленовой и графитовой мишеней мало отличались. Максимальное различие формфакторов для использованных мишеней составляло 1,5% при $\theta = 90^\circ$; с уменьшением угла θ эта величина быстро уменьшалась. Поскольку отношения выходов γ - квантов из мишеней должны были быть измерены с точностью до 1%, вопросу определения формфакторов мишеней было уделено большое внимание. Формфакторы определялись экспериментально под разными углами θ с точностью, лучшей, чем 0,5%. Ряд контрольных экспериментов, выполненных с мишенями различной формы, показал хорошее согласие между измеренными и вычисленными формфакторами. Основной и наиболее трудоемкий контрольный эксперимент был проведен при энергии протонов 275 Мэв. Так как это значение энергии лежит ниже порога реакции образования Ji^0 - мезонов в p-p - соударениях, измеренное разностным методом отношение сечений для водорода и углерода должно быть равно нулю, если формфакторы найдены правильно. Эксперимент действительно дал величину, близкую к нулю:

$$\left(\sigma_{pp}^{\gamma} / \sigma_{pc}^{\gamma} \right)_{измер.} = - 0,001 \pm 0,006.$$

3. Результаты измерений

Угловые распределения γ - квантов.

В области больших энергий протонов исследования угловых распределений γ - квантов были выполнены как разностным методом, так и с использованием жидкого водорода. В первом случае измерения проводились в две стадии: было измерено угловое распределение γ - квантов, образованных в соударениях протонов с ядрами углерода $f_{pc}^{\gamma}(\vartheta)$, а затем для каждого угла наблюдения было найдено отношение дифференциальных сечений для водорода и углерода $\sigma'_{pp} = (d\sigma_{pp}^{\gamma}/d\Omega) / (d\sigma_{pc}^{\gamma}/d\Omega)$

Угловое распределение γ - квантов, образованных на углероде протонами с энергией $E = 665 \text{ Мэв}^{x/}$, представлено на рис. 6. Угловые распределения $f_{pc}^{\gamma}(\vartheta)$ при меньших энергиях, имеют аналогичный вид. Измерения величин относительных сечений σ'_{pp} были выполнены разностным методом при энергиях

$E = 665, 560$ и 485 Мэв для большого числа значений θ /см.таблицы 1, П. 111/. Столь подробное исследование функции $f_{pp}^{\gamma}(\vartheta)$ было предпринято для того, чтобы проверить, не сопутствуют ли используемому методу измерений заметные систематические погрешности. Распределение γ - квантов, образующихся в $p-p$ - соударениях, должно быть симметрично относительно угла $\vartheta = 90^{\circ}$ в с.ц.м. ввиду неразличимости сталкивающихся частиц. Поэтому всякое отступление в измеренном распределении от симметрии следует рассматривать как указание на наличие систематических погрешностей в методике. Полученное из данных рис.6 и таблицы 1 угловое распределение γ - квантов при $E = 665 \text{ Мэв}$ представлено на рис. 7. Оно описывается полиномом $f_{pp}^{\gamma}(\vartheta) \sim 1/3 + 1/0,07 \pm 0,02 / \cos^2 \vartheta$. Эта функция, найденная методом наименьших квадратов и соответствующим образом нормированная, изображена на рис.7. Полученное нами угловое распределение γ -квантов оказалось симметричным. Если аппроксимировать его полиномом, который наряду с нулевым и вторым членом содержит и асимметричный член, пропорциональный $\cos \vartheta$, то вклад последнего оказывается незначительным: $1/0,009 \pm 0,011 / \cos \vartheta$. Анализ измеренного при $E = 665 \text{ Мэв}$ распределения $f_{pp}^{\gamma}(\vartheta)$ показывает также, что вклад в него степеней косинуса, более высоких, чем вторая, несущественен: доля γ - квантов, распределенных $\sim \cos^4 \vartheta$, составляет всего $1/0,015 \pm 0,030\%$. Подобное должно иметь место и при меньших энергиях протонов, поскольку роль состояний с большими моментами падает по мере приближения к порогу реакции. Поэтому можно полагать, что в интервале энергий $E \lesssim 660 \text{ Мэв}$ угловое распределение γ -квантов от реакции /1/ имеет в с.ц.м. вид

$$f_{pp}^{\gamma}(\vartheta) \sim 1/3 + b_{\gamma} \cos^2 \vartheta$$

/ 2 /

^{x/} Здесь и ниже E означает эффективную энергию пучка, определенную с учетом сброса энергии в мишени и дисперсии пучка.

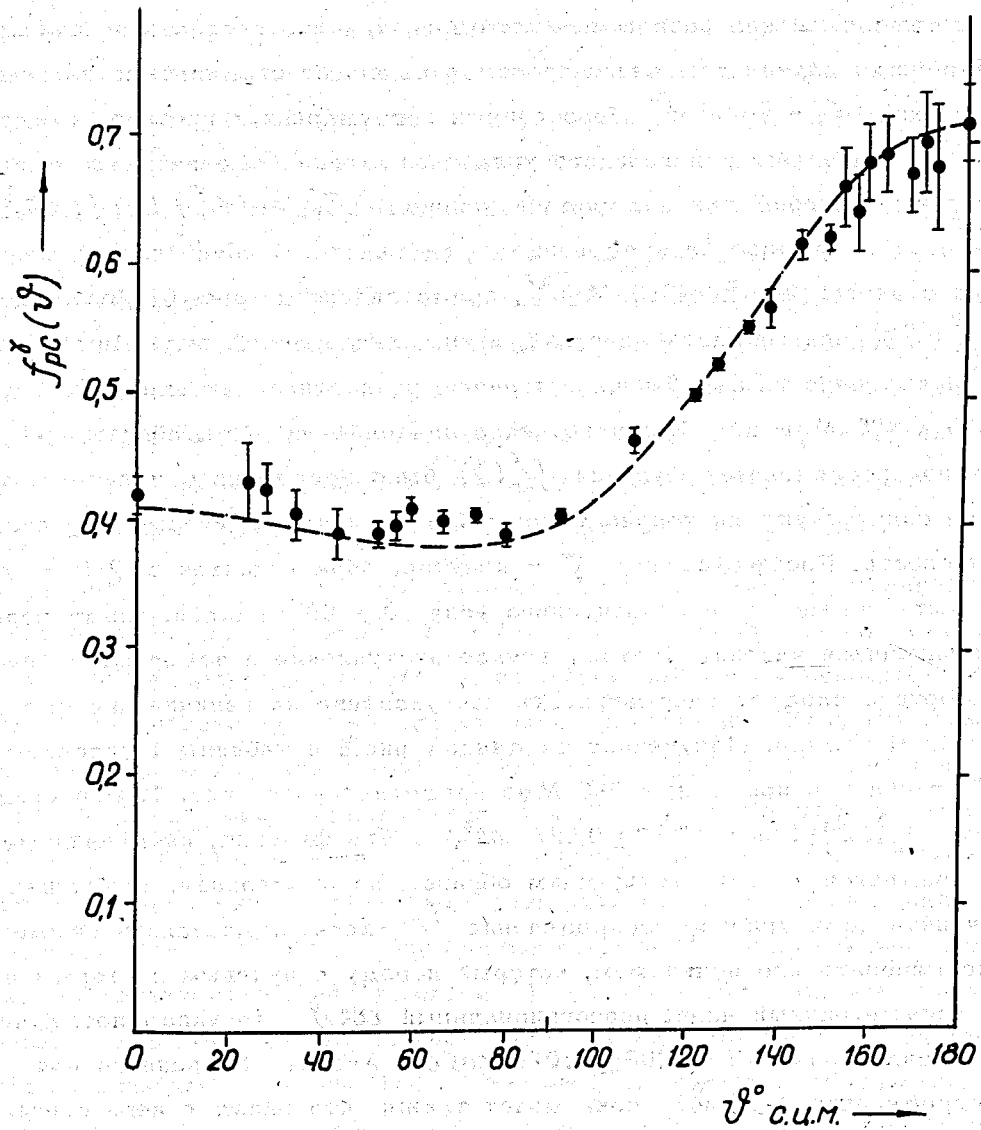


Рис. 6. Угловое распределение γ -квантов, образованных на углероде протонами с энергией 665 Мэв.
Кривая вычислена на основе оптической модели ядра /15/.

Таблица I. E = 665 МэВ

θ°	16	20	33	45	60	75	96	120	135	145	160
$\sigma_{pp}^{\prime}, \%$	14,7 \pm 0,8	15,4 \pm 0,8	14,9 \pm 0,5	14,5 \pm 0,8	12,7 \pm 0,6	11,6 \pm 0,8	10,8 \pm 0,5	9,9 \pm 0,4	9,2 \pm 0,8	9,4 \pm 1,2	10,0 \pm 1,2

Таблица II. E = 560 МэВ

θ°	16	34	60	90	130	150
$\sigma_{pp}^{\prime}, \%$	9,9 \pm 0,6	9,4 \pm 0,9	7,5 \pm 0,7	6,8 \pm 0,5	6,4 \pm 1,0	6,0 \pm 0,7

Таблица III. E = 485 МэВ

θ°	16	35	60	90	130	150
$\sigma_{pp}^{\prime}, \%$	5,1 \pm 1,0	5,3 \pm 0,5	5,6 \pm 0,8	4,4 \pm 0,7	4,0 \pm 0,7	4,5 \pm 0,9

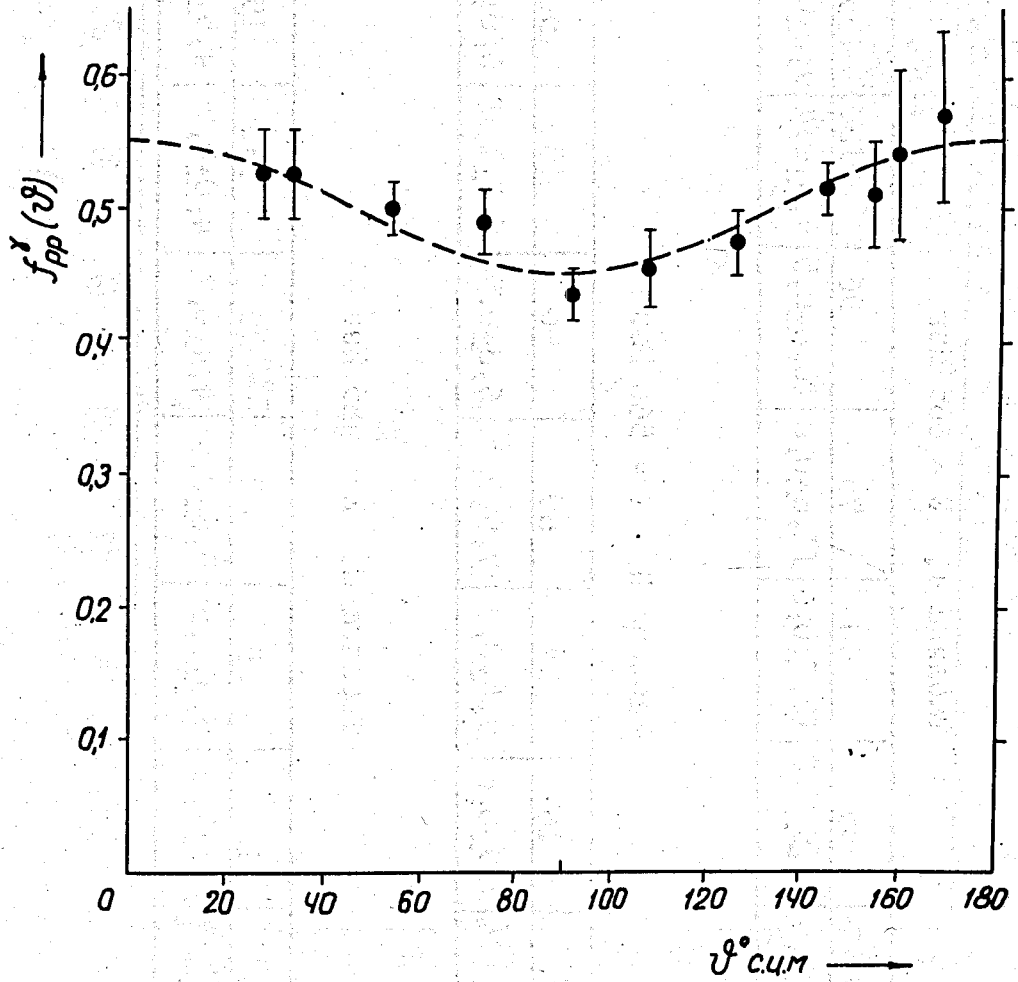


Рис. 7. Угловое распределение γ -квантов от реакции /1/ при $E=665$ Мэв. Кривая проведена методом наименьших квадратов /см.текст/.

Для определения величины ν_γ достаточно найти отношение выходов γ - квантов под двумя углами. Подобные измерения были выполнены при энергиях, меньших 660 Мэв, в основном с жидководородной мишенью, так как разностный метод обеспечивает высокую точность определения величины ν_γ лишь в области энергий $E \approx 600$ Мэв, как видно из рис.7 и 8.

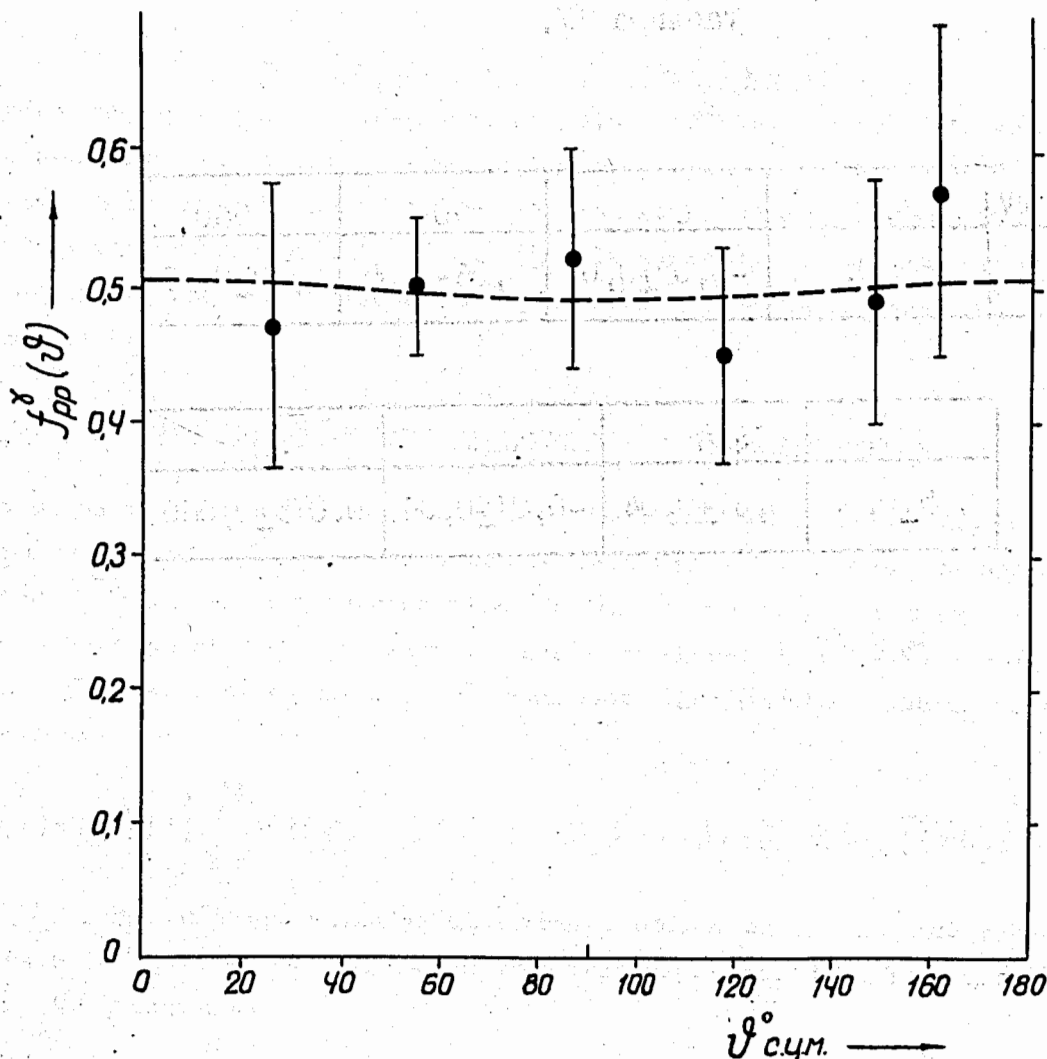


Рис. 8. Угловое распределение γ - квантов от реакции /1/ при $E=485$ Мэв. Кривая проведена методом наименьших квадратов и соответствует зависимости $f_{pp}^\gamma(\vartheta) \sim \frac{1}{3} + 0,02 \cos^2 \vartheta$.

Таблица IV.

E, MeV	665	630	590	560
$\delta\gamma$	$0,050 \pm 0,017$	$-0,02 \pm 0,04$	$0,06 \pm 0,05$	$0,02 \pm 0,03$

517	485	440	400
$0,05 \pm 0,06$	$0,01 \pm 0,04$	$-0,01 \pm 0,06$	$0,015 \pm 0,060$

Выходы γ - квантов измерялись под углами $\theta_1 = 55 - 60^\circ$ и $\theta_2 = 120 - 125^\circ$. Значения θ_1 и θ_2 немного изменялись с уменьшением E . Углы θ_1 и θ_2 были выбраны дополнительными для того, чтобы избежать трудности, связанной с определением эффективного объема жидководородной мишени. Выбор указанных углов обусловлен также и тем, что измерения под этими углами обеспечивают наибольшую точность определения ν_γ /при условии $\theta_1 + \theta_2 = 180^\circ$ /. Наконец, указанные значения θ_1 и θ_2 удобны тем, что в с.ц.м. им соответствуют углы $\lambda_1 = 90^\circ$ и $\lambda_2 = 145^\circ$, дифференциальные сечения для которых связаны с полным сечением простым соотношением:

$$\sigma^{\pi^0} = \pi \{ d\sigma^{\gamma}(\lambda_1) / d\Omega + d\sigma^{\gamma}(\lambda_2) / d\Omega \}, \quad /3/$$

справедливым при произвольных значениях ν_γ . При энергиях $E > 500$ Мэв измерения ν_γ были выполнены как с использованием жидководородной мишени, так и разностным методом. В последнем случае выходы γ - квантов измерялись под несколькими углами, в том числе и под углами θ_1 и θ_2 . Значения ν_γ , найденные разными методами, совпадают в пределах ошибок измерений. Полученные величины ν_γ представлены в таблице 1У.

Восстановление углового распределения π^0 -мезонов

Угловые распределения π^0 -мезонов могут быть восстановлены из измеренных угловых распределений γ -квантов. Покажем сначала, как решается эта задача в случае, если π^0 -мезоны многоэнергетичны. Пусть π^0 -мезоны имеют скорость β , и угловое распределение их описывается в с.ц.м. функцией $V(\cos \lambda, \varphi)$. Угловое распределение γ -квантов от распада π^0 -мезонов $F(\cos \lambda, \varphi)$ определяется интегральным соотношением:

$$F(\cos \lambda, \varphi) = (\xi^2 - 1) \int_{-1}^{+1} \int_0^{2\pi} V(\cos \lambda_0, \varphi_0) [\xi - \cos \lambda \cos \lambda_0 - \sin \lambda \sin \lambda_0 \cos(\varphi - \varphi_0)]^2 \cos \lambda_0 d\varphi_0, \quad /4/$$

Здесь $\xi = 1/\beta$. Ограничимся в дальнейшем весьма общим случаем, когда угловое распределение π^0 -мезонов не зависит от азимутального угла φ . Тогда, интегрируя /4/ по φ_0 , получаем

$$F(\cos \lambda) = \frac{1}{2} (\xi^2 - 1) \int_{-1}^{+1} V(\cos \lambda_0) G(\cos \lambda, \cos \lambda_0) d\cos \lambda_0. \quad /5/$$

Ядро уравнения /5/ симметрично: $G(\cos \lambda, \cos \lambda_0) = (\xi - \cos \lambda \cos \lambda_0) [(\cos \lambda + \cos \lambda_0)^2 - (\xi + 1)(2 \cos \lambda \cos \lambda_0 - \xi + 1)]^{-3/2}$. Формула /5/ позволяет восстановить угловое распределение π^0 -мезонов $V(\cos \lambda)$, если известно угловое распределение γ -квантов. Решение этой задачи может быть получено либо методом сведения уравнения /5/ к системе линейных уравнений, либо методом разложения по собственным функциям уравнения /5/. Собственными функциями этого уравнения являются полиномы Лежандра

Т а б л и ц а У.

E, Мев	665	630	590	560
δ_{π^0}	$0,10 \pm 0,03$	$-0,04 \pm 0,08$	$0,14 \pm 0,12$	$0,04 \pm 0,07$

517	485	440	400
$0,13 \pm 0,15$	$0,02 \pm 0,12$	$-0,03 \pm 0,16$	$0,07 \pm 0,25$

$P_n(\cos \vartheta)$, что следует из /4/, если воспользоваться "теоремой сложения" для полиномов Лежандра/. В последнем случае, представляя $F(\cos \vartheta)$ рядом $\sum_n a_n P_n(\cos \vartheta)$, находим:

$$V(\cos \vartheta) = \sum_n \frac{a_n}{\alpha_n(\xi)} P_n(\cos \vartheta). \quad /6/$$

Собственные значения $\alpha_n(\xi)$ легко можно получить, воспользовавшись формулой Неймана для полиномов Лежандра:

$$\alpha_n(\xi) = (\xi^2 - 1) Q'_n(\xi), \quad /7/$$

где $Q'_n(\xi)$ - производная от функции Лежандра второго рода:

$$Q'_n(\xi) = P_n(\xi) \operatorname{Arctg} (1/\xi) - \sum_{k=0}^{n-1} \frac{2n-4k-1}{(2k+1)(n-k)} P_{n-2k-1}(\xi)$$

Приведенные выше соотношения решают задачу о восстановлении углового распределения моноэнергетичных π^0 -мезонов. Задача эта усложняется, если π^0 -мезоны немонаэнергетичны. В самом общем случае, когда функция распределения π^0 -мезонов $U(\cos \vartheta, \xi)$ не может быть разделена по угловым и энергетическим переменным, для восстановления распределения $U(\cos \vartheta, \xi)$ необходимо исследовать как угловое, так и энергетическое распределение γ -квантов. В случае, когда угловые и энергетические переменные могут быть разделены, то-есть

$$U(\cos \vartheta, \xi) = V(\cos \vartheta) R(\xi), \quad /8/$$

функция $V(\cos \vartheta)$ может быть восстановлена, если найдены средние собственные значения $\bar{\alpha}_n$, полученные в результате усреднения функции /7/ по спектру $R(\xi)$. Для проведения такого усреднения в общем случае необходимо знать спектр $R(\xi)$.

Однако, если угловое распределение γ -квантов мало отличается от изотропного, то достаточно иметь лишь ориентировочные сведения о спектре, которые могут быть получены из кинематики реакции /1/. Последнее обстоятельство было использовано в настоящей работе, ибо, как видно из таблицы 1У, измеренные угловые распределения

γ -квантов близки к изотропному. При нахождении углового распределения π^0 -мезонов предполагалось, что функция распределения может быть представлена в форме /8/. Как следует из /2/ и /6/, угловое распределение π^0 -мезонов имеет вид:

$$f_{pp}^{\pi^0}(\vartheta) \sim 1/3 + v_{\pi^0} \cos^2 \vartheta. \quad /9/$$

Величины v_{π^0} при разных энергиях протонов приведены в таблице У.

Полные сечения реакции /1/

При энергии протонов $E = 660$ Мэв было измерено дифференциальное сечение образования γ -квантов на углероде под углом $\theta = 33^\circ$. Величина его

$$d\sigma_{p^0}^{\gamma}(33^{\circ}, 660 \text{ МэВ}) / d\Omega = / 7,6 \pm 0,4 / \cdot 10^{-27} \text{ см}^2 / \text{стерад}$$

хорошо согласуется с сечением, измеренным на внутреннем пучке ускорителя /11/. Интегрирование полученных угловых распределений γ - квантов, нормированных на указанное выше сечение, дает величину полного сечения реакции /1/:

$$\sigma_{pp}^{\pi^0} / 660 \text{ МэВ} / = / 3,22 \pm 0,17 / \cdot 10^{-27} \text{ см}^2.$$

Близкий к этому результат был получен в опытах, где использовалась жидководородная мишень: $/ 3,4 \pm 0,4 / \cdot 10^{-27} \text{ см}^2$.

Зависимость полного сечения реакции /1/ от энергии протонов была измерена нами в интервале 313-665 МэВ. Выходы γ - квантов измерялись под несколькими углами, в том числе под "изотропическими" углами /11, 18, 21/ /33° и 96° в л.с.к. при $E = 660 \text{ МэВ}$, а также под углами θ_1 и θ_2 , что позволило просто находить отношение полных сечений при разных энергиях протонов. При определении сечений разностным методом были использованы энергетические зависимости сечений для углерода, измеренные под "изотропическими" углами. Одна из них приведена на рис.9. Относительные сечения σ_{pp}' были определены разностным методом при энергиях $E \geq 400 \text{ МэВ}$ /см.таблицу У1/. В области меньших энергий измерения производились только с жидким водородом. Относительные сечения σ_{pp}' , полученные путем сравнения энергетических зависимостей сечений для водорода /жидководородная мишень/ и углерода, приведены также в таблице У1. Величины σ_{pp}' в этом случае нормировались при $E = 660 \text{ МэВ}$. Зависимость полного сечения реакции /1/ от энергии приведена в таблице УП. Значения полных сечений, приведенные в этой же таблице, получены путем нормирования энергетической зависимости сечения $\sigma_{pp}^{\pi^0}$ на величину сечения, измеренного при $E = 660 \text{ МэВ}$. При определении энергетической зависимости полного сечения использовались данные рис.9 и таблицы У1, а также аналогичные данные, полученные в результате измерений выходов γ - квантов под другими углами.

Как видно из таблицы У11, выход γ - квантов падает с уменьшением энергии протонов в исследованной области более, чем в 500 раз. Сечение реакции /1/, измеренное при энергии 313 МэВ, в 30 раз меньше, чем сечение образования заряженных π - мезонов при этой же энергии. Столь малая величина наблюдаемого эффекта делает необходимым тщательный учет всех посторонних источников γ - излучения, которые могли бы конкурировать с изучаемой реакцией. Влияние этих источников было проанализировано в работе /17/ и оказалось несущественным в исследуемой области. Наибольшую опасность в нашем случае представляло загрязнение протонного пучка нейтронами, выбитыми из полиэтиленового поглотителя, в котором происходило торможение пучка. Ряд контрольных экспериментов, в которых протонный пучок после тор-

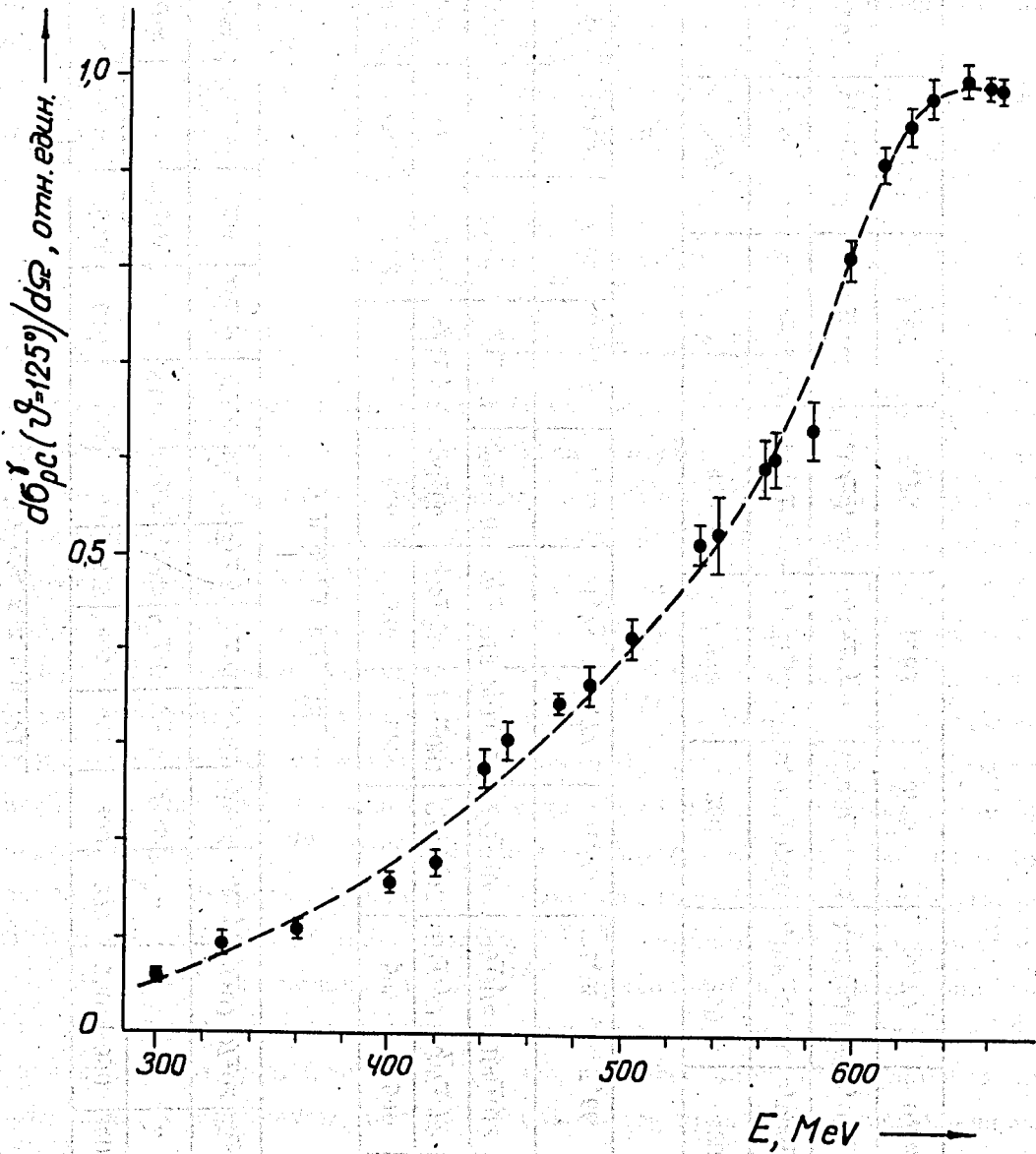


Рис. 9. Зависимость сечения образования γ - квантов на углероде от энергии протонов E .

Т а б л и ц а У I

E, MeV	660	645	630	610	590	560	517	485	445	400	377	360	350	340 ^{7/1}	328	313	295
$\beta_{II}^{\prime}, \%$ разн.метод.	108±06	-	93±06	-	91±04	68±05	55±05	44±07	29±05	13±04	-	-	-	-	-	-	-
$\beta_{pp}^{\prime}, \%$ жид.водор.	108±06	100±06	87±06	76±05	75±06	65±05	50±05	36±04	21±03	16±03	10±03	9±03	07±02	06±01	05±02	03±02	<0,3

Т а б л и ц а У II

E, MeV	665	660	652	645	638	630	622	610	597	590	560	531	507
$\beta_{pp}^{\prime}, \text{отн. ед.}$	101±001	1,00	093±003	091±002	090±003	085±002	81±003	070±002	061±003	057±002	0385±0013	026±001	022±001
$\beta_{pp}^{\prime}, 10^{-22} \text{ см}^2$	324±018	322±017	300±018	293±017	290±018	274±016	261±017	225±014	196±014	184±012	124±008	084±006	071±005
η_m	1,90	1,89	1,86	1,84	1,82	1,79	1,77	1,73	1,69	1,66	1,56	1,46	1,38

485	458	445	412	400	374	360	350	328	313	295
0,139±0,006	0,093±0,008	0,063±0,004	0,039±0,005	0,027±0,004	0,012±0,003	0,009±0,003	0,006±0,002	0,004±0,002	0,002±0,001	<0,001
0,45±0,03	0,30±0,03	0,20±0,02	0,12±0,02	0,09±0,02	0,04±0,01	0,030±0,008	0,018±0,006	0,014±0,006	0,006±0,004	<0,004
1,30	1,19	1,14	1,00	0,95	0,83	0,75	0,70	0,58	0,48	0,32

можения либо отклонялся при помощи магнита М /см.рис.2/, либо полностью тормозился в полиэтиленовом поглотителе, показал, что влияние примеси нейтронов несущественно. Оценка, проведенная на основании известного выхода нейтронов из внутренней мишени^{/22/}, также показывает, что вклад от примеси нейтронов мал и составляет не более 3% измеренного при $E = 313$ Мэв сечения. В исследованной области энергий измеренные выходы γ - квантов могут быть практически полностью отнесены к реакции /1/. При энергиях, более близких к порогу реакции, чем в нашем случае, становится существенным жесткое тормозное γ -излучение протонов, сечение для которого, согласно^{/23/}, имеет величину 10^{-30} см².

4. Обсуждение

Угловые распределения π^0 -мезонов.

Характерной особенностью полученных в настоящей работе угловых распределений π^0 -мезонов является их изотропия во всей исследованной области энергий протонов. Угловые распределения, найденные в работах^{/11,17/} более анизотропны при малых энергиях протонов, как видно на рис.10. На этом рисунке приведена энергетическая зависимость величины $\xi = 1/1 + \nu_{\pi^0}$, которая представляет собой долю π^0 - мезонов, распределенных изотропно в случае, если угловое распределение имеет вид /9/ и $\nu_{\pi^0} \geq 0$. Значение величины ξ при $E = 329$ Мэв определено при помощи детектора с высоким энергетическим порогом^{/17/} и поэтому существенно зависит от справедливости теоретических предположений, которые делаются относительно функции распределения π^0 -мезонов. Существующие же в настоящее время феноменологические теории^{/1, 9, 13/} значительно различаются в своих выводах о функции распределения π^0 -мезонов в реакции /1/. Экспериментально определенные величины ξ сравниваются на рис.10 с зависимостью $\xi(E)$, вычисленной Мандельштамом /частное сообщение^{x/} на основе теории^{/13/}. Кривая /1/ на этом рисунке вычислена с учетом только резонансных переходов. При больших энергиях величина ξ оказывается близкой к единице. Согласно^{/13/}, это является следствием преобладания Р -разлета над ξ -разлетом, который оказывается практически подавленным в результате интерференции. По мере приближения к порогу реакции анизотропия углового распределения π^0 -мезонов, образующихся в резонансных переходах, растет. Однако вклад от резонансных переходов в этой области энергий относительно мал. Преобладающим здесь является нерезонансный $\xi\xi$ - переход, для которого характерно изотропное угловое распределение π^0 -мезонов. Поэтому зависимость $\xi(E)$, вычисленная с учетом нерезонансного $\xi\xi$ -перехода, оказывается близкой к единице во всем исследованном интервале энергий, что находится в согласии с результатами настоящей работы.

^{x/} Мы пользуемся случаем поблагодарить С.Мандельштама, любезно приславшего

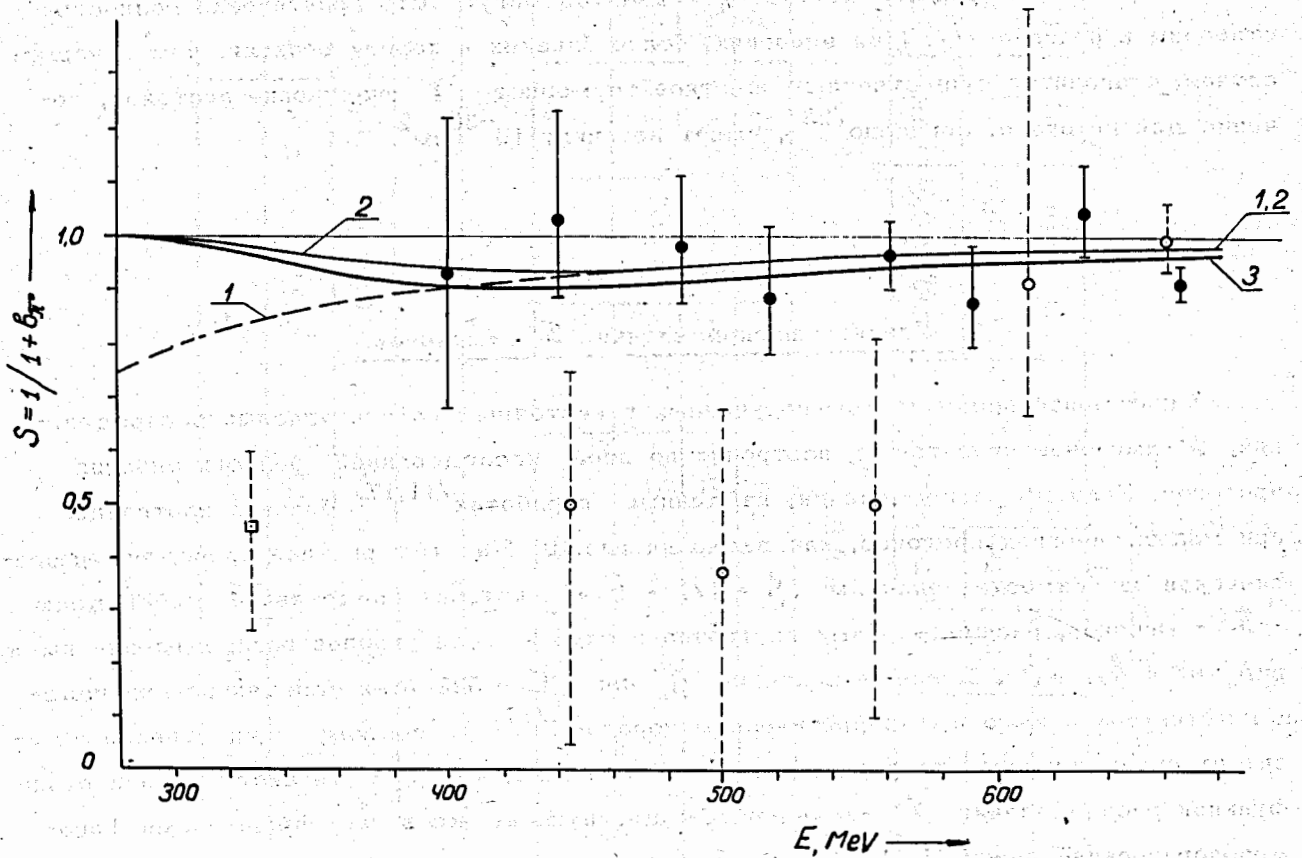


Рис. 10. Угловое распределение π^0 -мезонов в реакции /1/ /функция $\xi(E)$.
 β_{π^0} - коэффициент в распределении /9/ / см. текст. \bullet - результаты
 настоящей работы; \circ - данные /17/; \square - данные /17/.

Кривые вычислены: 1 - в предположении /10/ без учета нерезонанс-
 ного $\xi\xi$ - перехода; 2 - то же, что и 1, но с учетом $\xi\xi$ - перехода,
 вклад которого равен $0,032 \eta_m^2 10^{-27}$ см; 3 - в предположении -/11/
 с учетом $\xi\xi$ -перехода.

Значения S , приведенные на рис.10, были определены нами, исходя из экспериментальных данных о величинах σ_γ в предположении, что угловая и энергетическая части функции распределения π^0 -мезонов независимы /см.формулу /8//. Теория Мандельштама, однако, предсказывает, что анизотропия углового распределения π^0 -мезонов тем меньше, чем меньше их энергия, а вблизи нижней границы спектра коэффициент σ_{π^0} даже отрицателен /в отличие от /1,9//. Поэтому, если значения S вычислить по данным таблицы 1У на основе спектров, взятых из теории Мандельштама, то они располагаются немного ближе к единице, чем показано на рис.10.

Энергетическая зависимость сечения реакции /1/

Измеренные в настоящей работе полные сечения приведены на рис.11. Наряду с нашими результатами на рис.11 помещено также значение сечения, при определении которого использованы данные настоящей работы о величине сечения для углерода и данные Мазера и Мартинелли об относительном сечении σ_{pp}^1 /см.таблицу У1/, Полученное полное сечение σ_{pp}^1 /340 Мэв/ = $0,018 \pm 0,005 \cdot 10^{-27}$ см² почти вдвое превышает величину сечения /0,010 ± 0,003/ 10^{-27} см², ранее найденного из данных /7,8/ и обычно использовавшегося в предыдущих работах. Причиной этого различия является расхождение в величинах сечений для углерода, измеренных в настоящей работе: /3,0 ± 0,4/ 10^{-27} см² и в работе Крандэлла и Мойера /8/ /1,7 ± 0,4/ 10^{-27} см². Укажем, что сечение образования заряженных π -мезонов на углероде при этой энергии равно /24/ /7,5 ± 1,0/ 10^{-27} см², откуда следует, что $\sigma_{pc}^{\pi^0} = /3,7 \pm 0,5/ 10^{-27}$ см², если воспользоваться соотношением $\sigma_{pc}^{\pi^+} + \sigma_{pc}^{\pi^-} = 2 \sigma_{pc}^{\pi^0}$, которое вытекает из гипотезы зарядовой независимости ядерных сил и достаточно точно выполняется на опыте /25/.

Как видно из рис.11, измеренные нами сечения согласуются в пределах погрешностей опыта с величинами, найденными ранее /11/. Сечения, измеренные в Карнеги /12/, располагаются несколько ниже, чем полученные в настоящей работе, что может быть объяснено завышением величины эффективности γ -телескопа в работе /12/. Вычисленная в этой работе эффективность при больших энергиях γ -квантов превышает максимально возможное для нее значение, равное $1 - \exp(-\mu d)$. Здесь μ - коэффициент поглощения γ -квантов в веществе конвертора, d - толщина конвертора.

Полученные нами полные сечения сравниваются на рис.11 с теоретической резонансной кривой Мандельштама. Это сравнение показывает, что поведение сечения реакции в области энергий около 600 Мэв удается весьма точно описать в рамках теории, учитывающей только резонансные переходы. В области энергий ниже 500 Мэв начинает появляться заметное различие между измеренными сечениями и резонансной кривой, что объясняется /13/ возрастанием роли нерезонансного S_2 -перехода, существенного вблизи порога реакции. Соответствующий этому переходу вклад в полное

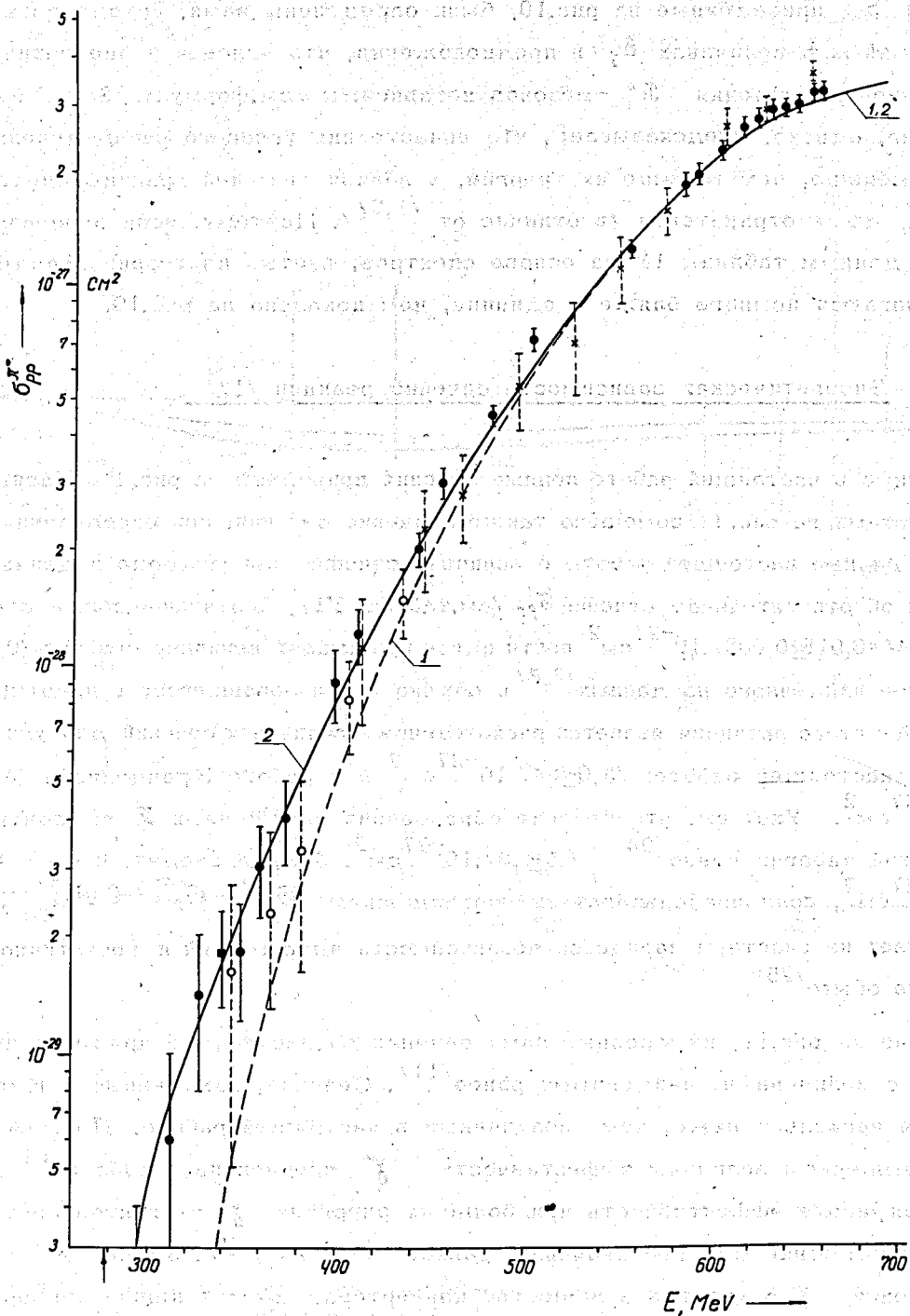


Рис. 11. Полные сечения реакции /1/.

\bullet - результаты в настоящей работе; \circ - по данным настоящей работы и /7/. $\bar{\Gamma}$ - по данным /11/, $\bar{\Phi}$ - /12/. Стрелкой указан порог реакции. 1-резонансная кривая, вычисленная в /13/; 2-кривая учитывающая нерезонансный $\xi\xi$ -переход, вклад которого в полное сечение равен $0.032 \eta^2 \cdot 10^{-27} \text{ cm}^2$.

сечение был нами найден путем сопоставления величин измеренных сечений с резонансной кривой и оказался равным

$$\sigma_{\zeta\zeta} = /0,032 \pm 0,007/ \eta_m^2 \cdot 10^{-27} \text{ см}^2.$$

Учитывая также вклад резонансных переходов ^{/13/}, сечение реакции /1/ вблизи порога при энергиях ниже 400 Мэв, можно представить в виде:

$$\sigma_{pp}^{\pi^0} = /0,032 \eta_m^2 + 0,040 \eta_m^6 + 0,047 \eta_m^8/ \cdot 10^{-27} \text{ см}^2$$

Здесь первый член обусловлен нерезонансным $\zeta\zeta$ -переходом, второй — "смещенными"

$\zeta\zeta$ -и ζd - переходами и последний Pp - переходом. $P\zeta$ -переход, для которого также характерна зависимость $\sim \eta_m^6$, в теории Мандельштама полагается несущественным.

В области энергий 450-600 Мэв сечение исследуемой реакции растет с постоянной скоростью, изменяясь, как $\eta_m^{5,7}$. В области еще больших энергий рост сечения замедляется в согласии с теорией Мандельштама /см.рис.12/.

Сопоставление сечений образования нейтральных и заряженных

π - мезонов в соударениях протонов

Воспользовавшись результатами настоящей работы и данными ^{/26/}, можно получить сведения о величине отношения $\pi^0/\pi^+ = \sigma_{pp}^{\pi^0} / \sigma_{pp, pn}^{\pi^+}$, где $\sigma_{pp, pn}^{\pi^+}$ — сечение реакции $p+p \rightarrow p+n+\pi^+$, в конечном состоянии которой нуклоны не связаны.

При энергии 660 Мэв это отношение равно:

$$\pi^0/\pi^+ = 0,294 \pm 0,015$$

Отношение π^0/π^+ было вычислено Пизли ^{/27/} для случая, когда все переходы осуществляются через резонансное состояние / $T=3/2$, $J=3/2$, и оказалось равным 1/5. Учет интерференции нуклонных состояний и различия масс π -мезонов ^{/13/} значительно изменил эту величину и приблизил ее к экспериментальным данным. Приведенные на рис.13 кривые были вычислены Мандельштамом /частное сообщение/ с учетом нерезонансного $\zeta\zeta$ -перехода. Нижняя кривая вычислена в предположении ^{/13/}, что три параметра, описывающие P - разлет в состояниях со значениями полного углового момента $J=2,1,0$ равны между собой:

$$|b_{2a}| = |b_{1a}| = |b_{0a}| = b_a, \quad /10/$$

где b_a - один из двух свободных параметров P -разлета в резонансной теории. Это предположение было введено в теорию несколько произвольным образом. Как указано в частном сообщении Мандельштама, более правильным является предположение

$$|b_{2a}|^2 = 2|b_{1a}|^2 = 2|b_{0a}|^2, \quad /11/$$

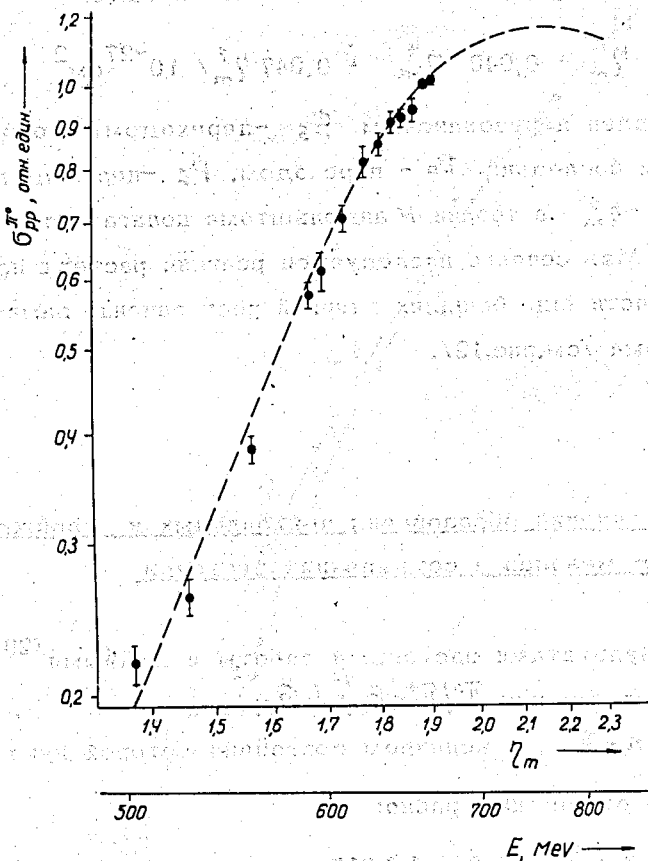


Рис. 12. Зависимость сечения реакции σ_{pp} от импульса η_m в районе максимума. Экспериментальные данные и теоретическая кривая, взятая из σ_{pp} , нормированы при $E = 660 \text{ Мэв}$. Указанные на этом рисунке ошибки, соответствующие погрешностям относительных измерений энергетической зависимости сечения и поэтому они меньше, чем ошибки на рис. 11, где приведены погрешности абсолютных измерений сечений.

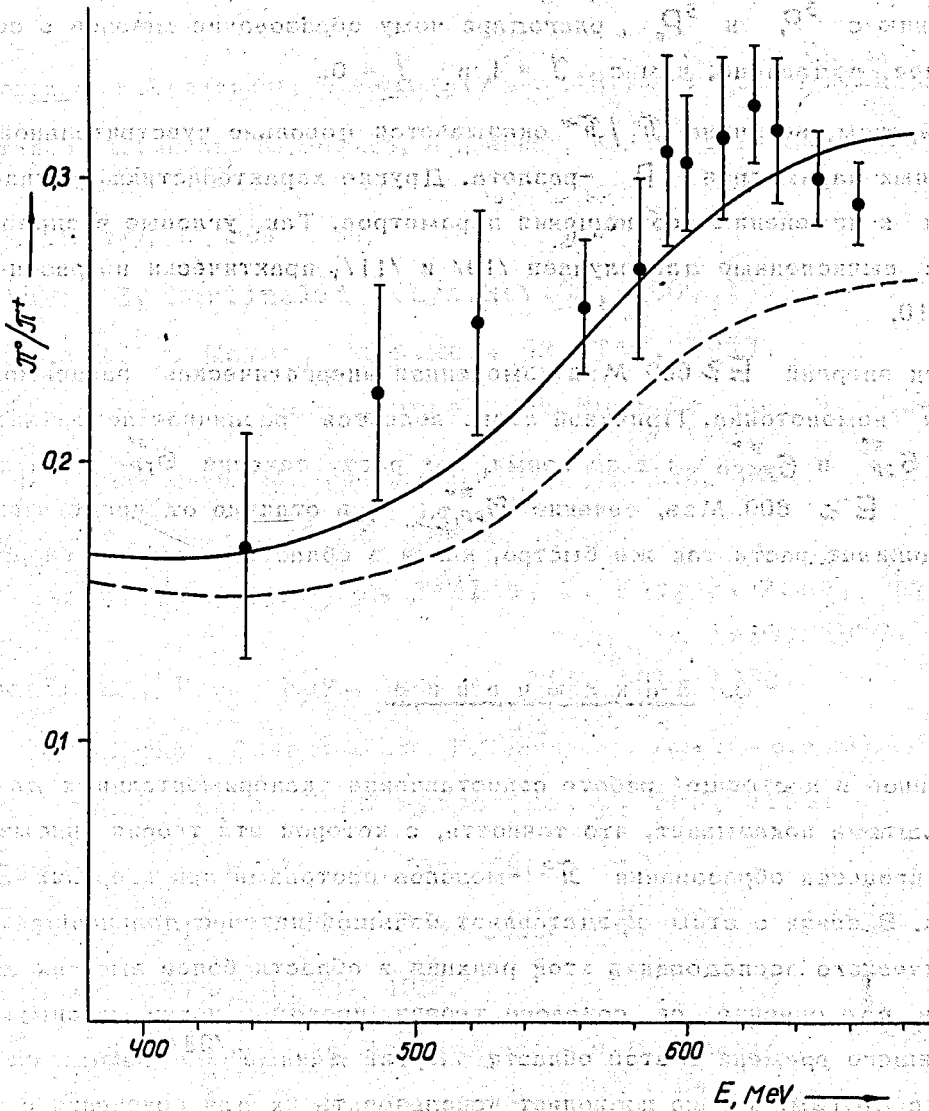


Рис. 13. Отношение сечений образования π^0 и π^+ - мезонов протонами при разных энергиях. Сплошная кривая вычислена в предположении равенства /10/, пунктирная кривая - /11/.

то есть образование π^0 -мезонов в состоянии с $J = 2$ вероятнее, чем с $J = 1$ и $J = 0$. В последнем случае наблюдается лучшее согласие вычисленного отношения π^0/π^+ с экспериментальными данными /см.рис.13/. Другим обстоятельством, свидетельствующим в пользу соотношения /11/, является, как указано в частном сообщении Г.Брауна, малая величина радиуса взаимодействия протонов в состоянии 3P_2 по сравнению с 3P_1 и 3P_0 , благодаря чему образование мезонов в состоянии с $J = 2$ менее подавлено, чем с $J = 1$ и $J = 0$.

Таким образом, величина π^0/π^+ оказывается довольно чувствительной к соотношению различных параметров P -разлета. Другие характеристики реакции /1/ менее чувствительны к изменению соотношения параметров. Так, угловые распределения π^0 -мезонов, вычисленные для случаев /10/ и /11/, практически не различаются, что видно из рис.10.

В области энергий $E \geq 600$ Мэв измеренная энергетическая зависимость отношения π^0/π^+ немонотонна. Причиной этого является различное поведение измеренных сечений $\sigma_{pp}^{\pi^0}$ и $\sigma_{pp,pn}^{\pi^+}$: в то время, как рост сечения $\sigma_{pp}^{\pi^0}$ замедляется при энергиях $E \geq 600$ Мэв, сечение $\sigma_{pp,pn}^{\pi^+}$, в отличие от предсказаний теории /13/, продолжает расти так же быстро, как и в области меньших энергий.

5. Заключение

Проведенное в настоящей работе сопоставление экспериментальных данных с теорией Мандельштама показывает, что точность, с которой эта теория описывает основные свойства процесса образования π^0 -мезонов протонами при энергиях $E < 700$ Мэв, весьма велика. В связи с этим представляет большой интерес дальнейшее продолжение систематического исследования этой реакции в области более высоких энергий 700-1000 Мэв, где сечение ее, согласно теории, проходит через максимум. Полученные до настоящего времени в этой области энергий данные /28/ находятся в противоречии друг с другом, что не позволяет использовать их для сравнения с теорией.

В заключение мы пользуемся случаем поблагодарить Л.И. Лapidуса, С.Мандельштама, Л.М.Сороко и А.А.Тяпкина за обсуждение результатов настоящей работы. Мы благодарны Е.Л.Григорьеву, М.М.Кулюкину, Н.А.Митину и О.В.Савченко за помощь при проведении измерений.

Л и т е р а т у р а

1. A. Rosenfeld, Phys.Rev. 96, 139, 1954.
2. R. Hales, R. Hilderbrand, N. Knable, B. Moyer, Phys.Rev. 85, 37, 1952.
3. J. Marshall, L. Marshall, V. Nedzel, S. Warshaw, Phys.Rev. 88, 632, 1952.
4. Б.Понтекорво, Г.Селиванов, В.Жуков. Отчет ИЯП АН СССР, 1952г., стр.81.
5. М.Козодаев, А.Тяпкин, Ю.Баяков, А.Марков, Ю.Прокошкин. Изв.АН СССР, сер. физ. 19, 589, 1955.
6. Л.Сороко. ЖЭТФ, 30, 206, 1956.
7. J. Mather, E. Martinelli, Phys.Rev. 92, 780, 1953.
8. W. Crandall, B. Moyer, Phys.Rev. 92, 749, 1953.
9. M. Gell-Mann, K. Watson, Annual Rev.Nucl.Science 4, 219, 1954.
10. А.Тяпкин, М.Козодаев, Ю.Прокошкин, ДАН, 100, 689, 1955.
11. Ю.Прокошкин, А.Тяпкин, ЖЭТФ, 32, 750, 1957.
12. R. Stallwood, R. Sutton, T. Fields, J. Fox, J. Kane, Phys.Rev. 101, 1716, 1958.
13. S. Mandelstam, Proc. Roy. Soc. A, 244, 491, 1958.
14. Б.Балашов, В.Жуков, Б.Понтекорво, Г.Селиванов. /см.15, стр.393/.
15. Yu. Prokoshkin, Proc. CERN Symposium, 2, 385, 1956.
16. Ю.Баяков, А.Тяпкин. ЖЭТФ, 32, 953, 1957.
17. B. Moyer, R. Squire, Phys.Rev. 107, 283, 1957.
18. Ю.Прокошкин. ЖЭТФ, 31, 732, 1956.
19. И.Василевский, Ю.Прокошкин. Атомная энергия /в печати/.
20. Ю.Баяков, М.Козодаев, А.Тяпкин. ЖЭТФ, 32, 667, 1957.
21. А.Тяпкин. ЖЭТФ, 30, 1150, 1956.
22. В.Джелепов, Б.Понтекорво. Атомная энергия 3, № 11, 413, 1957.
23. A. Ashkin, R. Marshak, Phys. Rev. 76, 58, 1949; R. Bjorklund, W. Crandall, B. Moyer, H. York, Phys. Rev. 77, 213, 1950.
24. C. Richman, H. Weissbluth, H. Wilcox, Phys.Rev. 85, 161, 1952; S. Passman, M. Block, W. Havens, Phys. Rev. 88, 1247, 1952; S. Leonard, Phys.Rev. 93, 1380, 1954; W. Dudziak, Phys.Rev. 95, 866, 1954.

25. А.Мешковский, Ю.Плигин, Я.Шаламов, В.Шебанов. ЖЭТФ, 32, 1328, 1957.
26. Б.Неганов, О.Савченко. ЖЭТФ, 32, 1265, 1956; В.Джелепов, В.Москалев, С.Медведь, ДАН, 104, 380, 1955. Доклад на конференции по физике частиц высоких энергий /Москва, 1956 г./; М.Мещеряков, Б.Неганов, ДАН, 100, 677, 1955; Т. Fields, J. Fox, J. Kane, R. Stallwood, R. Sutton, Phys. Rev. 109, 1713, 1958.
27. D. Peaslee, Phys. Rev. 95, 1580, 1954.
28. J. Huges, P. March, P. Muirhead, W. Lock, Proc. CERN Symposium, 2, 344, 1956. T. Morrison, E. Fowler, J. Garrison, Phys. Rev. 103, 1472, 1956.