

С 323.4

18/v

E-636

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

P - 2701 .



Л. Еяковски, В.В. Кухтин, Нгуен Ван Хьеу

ПРЕДСТАВЛЕНИЯ 189 И 405 ГРУППЫ $SU(6)$
И КЛАССИФИКАЦИЯ МЕЗОННЫХ
РЕЗОНАНСОВ $2^+, 1^+, 0^+$

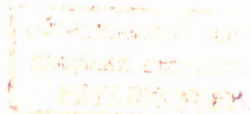
ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

1966

P - 2701

Л. Енковски, В.В. Кухтин, Нгуен Ван Хьеу

ПРЕДСТАВЛЕНИЯ 180 И 405 ГРУППЫ $SU(6)$
И КЛАССИФИКАЦИЯ МЕЗОННЫХ
РЕЗОНАНСОВ $2^+, 1^+, 0^+$



4197/49.

I. Введение

Известные барионы $I/2^+$, барионные резонансы $3/2^+$, псевдоскалярные и векторные мезоны хорошо классифицируются в рамках симметрии $SU(6)$, предложенной в работах Гурши и Радикати^{/1/} и Сакити^{/2/}. Применяя симметрию $SU(6)$ к изучению электромагнитных взаимодействий, Бег, Ли и Пайс^{/3/} показали, что если магнитный момент принадлежит присоединенному представлению 35 группы $SU(6)$, то отношение магнитных моментов протона и нейтрона равно $-3/2$, что хорошо согласуется с опытом.

В настоящей работе мы применяем симметрию $SU(6)$ к изучению классификации мезонных резонансов со спином и четностью 2^+ . Отметим прежде всего, что такие мезоны могут содержаться только в мультиплетных I89, 405, $280 + \overline{280}$ или высших мультиплетных группы $SU(6)$. Мы ограничимся изучением представлений I89 и 405. Как и $(280 + \overline{280})$ -плет, они содержат мезоны со спином 2, I, 0.

Возможность классификации мезонов 2^+ по I89-плету группы $SU(6)$ обсуждалась неоднократно в ряде работ^{/4-6/}. Однако в каждой из работ^{/4-6/} предполагалось, что для всех мультиплетов группы $SU(6)$ имеет место некоторая массовая формула типа формул, предложенных в^{/7,8/}. Если какие-нибудь из соотношений, полученных в^{/4-6/}, не будут подтверждаться опытом, то это может означать, что массовые формулы, примененные в^{/4-6/}, не правильны. При этом остается открытым вопрос о том, применима ли симметрия $SU(6)$ к классификации мезонов 2^+ , 1^+ , 0^+ . С другой стороны, поскольку различные массовые формулы для мультиплетов группы $SU(6)$, предложенные в разных работах, дают совсем разные соотношения между массами частиц, то при изучении классификации частиц по представлениям группы $SU(6)$ мы не будем пользоваться никакой массовой формулой для мультиплетов группы $SU(6)$. Наши основные предположения заключаются в следующем:

1. Мезоны 2^+ , 1^+ и 0^+ классифицируются по I89-плету или 405-плету группы $SU(6)$, причем физическими частицами являются состояния, принадлежащие мультиплету подгруппы $SU(4) \otimes SU(2)$, как и в случае 35-плета, а не состояния унитарных мультиплетов (представления подгруппы $SU(3) \otimes SU(2)$).

2. Между массами состояний в каждом унитарном мультиплете имеет место массовая формула Гелл-Манна-Окубо.

3. Между константами взаимодействия частиц в унитарных мультиплетных имеет место соотношение, вытекающее из унитарной симметрии $SU(3)$.

По поводу гипотезы 2) следует отметить, что для октета барионов, декуплета барионных резонансов и октета псевдоскалярных мезонов массовая формула Гелл-Манна-Окубо прекрасно согласуется с опытом, а для нонета векторных мезонов применение этой формулы с учетом $\omega \varphi$ - смешивания также дает соотношение, согласующееся с опытом, если в качестве угла смешивания взять значение, полученное в симметрии $SU(6) (\cos\theta = \sqrt{\frac{2}{3}})$. Исходя из формулы Гелл-Манна-Окубо для каждого унитарного мультиплетета и учитывая смешивание между различными унитарными мультиплететами с одинаковыми спинами, мы также можем получить соотношения между массами физических частиц.

Что касается предположения 3), то для известных резонансов оно приводит к соотношениям между вероятностями, согласующимся с опытом с точностью до $(10 \pm 20)\%$ (см., например, /9/, глава IV). Зная соотношения между константами взаимодействия в унитарных мультиплететах и коэффициенты смешивания, мы можем получить соотношения между константами взаимодействия физических частиц.

Очевидно, что для изучения физических следствий предложенных гипотез необходимо прежде всего найти коэффициенты смешиваний. Для этого мы должны изучить разложения 189-плета и 405-плета группы $SU(6)$ на неприводимые представления подгрупп $SU(3) \otimes SU(2)$ и $SU(4) \otimes SU(2)$.

2. Разложения на неприводимые представления подгрупп $SU(3) \otimes SU(2)$ и $SU(4) \otimes SU(2)$

Как известно, 189-плет и 405-плет группы $SU(6)$ содержат следующие унитарные мультиплететы - неприводимые представления подгруппы $SU(3)$:

$$189 = (1, 1) + (8, 1) + (27, 1) + (8, 3) + (8, 3) + (10, 3) + (\bar{10}, 3) + (1, 5) + (8, 5); \quad (1)$$

$$405 = (1, 1) + (8, 1) + (27, 1) + (8, 3) + (8, 3) + (10, 3) + (\bar{10}, 3) + (27, 3) + (1, 5) + (8, 5) + (27, 5). \quad (2)$$

В скобках в (1) и (2) первые цифры указывают размерности соответствующих унитарных мультиплететов, а вторые равны $(2j + 1)$, где j - спин частиц. Пусть S , O_{β}^{α} , $D_{\alpha\beta\gamma}$, $\bar{D}^{\alpha\beta\gamma}$ и $H_{ij}^{\{\alpha\beta\}\gamma\delta}$ - унитарные волновые функции унитарных синглета, октета, декуплета, сопряженного декуплета и 27-плета, соответственно. Поскольку в (1) и (2) по 2 октета с одним спином, обозначим их через O_{β}^{α} и O''^{α}_{β} . Состояния частиц со спином 1 будем характеризовать посредством спинора второго ранга

$$\varphi_{\beta}^{\alpha}, \quad \alpha, \beta = 1, 2$$

с нулевым шпуром $\varphi_{\alpha}^{\alpha} = 0$, а состояния частиц со спином 2 - посредством спинора четвертого ранга

$$\varphi_{\{cd\}}^{ab}, \quad a, b, c, d = 1, 2,$$

симметричного по каждой паре верхних и нижних индексов и имеющего нулевой шпур

$$\varphi_{\{cd\}}^{ab} = 0.$$

Можно показать, что спиноры

$$\Phi_{[cd]}^{[AB]} \text{ и } \Phi_{\{cb\}}^{\{A\beta\}}, \text{ где } A=(a, \alpha), \quad a=1, 2 \text{ и } \alpha=1, 2, 3$$

группы $SU(6)$, антисимметричные или симметричные по каждой паре индексов и имеющие нулевые шпуры

$$\Phi_{[cd]}^{[AB]} = \Phi_{\{cb\}}^{\{A\beta\}} = 0,$$

которые описывают 189-плет и 405-плет, разлагаются на волновые функции, описывающие неприводимые представления подгруппы $SU(3) \otimes SU(2)$, следующим образом /10/

$$\begin{aligned} \Phi_{[cd]}^{[AB]} = & \frac{1}{2} \varphi_{\{cd\}}^{ab} \varepsilon^{\alpha\beta\gamma} (O_{\mu}^{\nu} + \frac{1}{\sqrt{3}} S_{\mu}^{\nu} S) \varepsilon_{\nu\gamma\delta} + \\ & + \frac{i}{2} \varphi_{\{cd\}}^{ab} \varepsilon_{cd} \varepsilon^{\alpha\beta\gamma} D_{\mu\gamma\delta} + \frac{i}{2} \varphi_{\{cd\}}^{ab} \varepsilon^{ab} \varepsilon_{\gamma\delta\nu} \bar{D}^{\nu\alpha\beta} + \\ & + \frac{1}{4\sqrt{3}} [O_{\gamma}^{\alpha} \delta_{\delta}^{\beta} (\varphi_c^b \delta_d^{\alpha} - \varphi_d^{\alpha} \delta_c^b) - O_{\gamma}^{\beta} \delta_{\delta}^{\alpha} (\varphi_c^{\alpha} \delta_d^b - \varphi_d^b \delta_c^{\alpha}) - \\ & - O_{\delta}^{\alpha} \delta_{\gamma}^{\beta} (\varphi_d^b \delta_c^{\alpha} - \varphi_c^{\alpha} \delta_d^b) + O_{\delta}^{\beta} \delta_{\gamma}^{\alpha} (\varphi_d^{\alpha} \delta_c^b - \varphi_c^b \delta_d^{\alpha})] + \\ & + \frac{1}{4\sqrt{3}} [O_{\gamma}^{\alpha} \delta_{\delta}^{\beta} (\varphi_c^b \delta_d^{\alpha} + 2\varphi_d^b \delta_c^{\alpha}) - O_{\gamma}^{\beta} \delta_{\delta}^{\alpha} (\varphi_c^b \delta_d^{\alpha} + 2\varphi_d^{\alpha} \delta_c^b) - \\ & - O_{\delta}^{\alpha} \delta_{\gamma}^{\beta} (\varphi_d^{\alpha} \delta_c^b + 2\varphi_c^b \delta_d^{\alpha}) + O_{\delta}^{\beta} \delta_{\gamma}^{\alpha} (\varphi_d^b \delta_c^{\alpha} + 2\varphi_c^{\alpha} \delta_d^b)] + \\ & + \frac{1}{2} H_{\{\gamma\delta\}}^{\{\alpha\beta\}} (\delta_c^{\alpha} \delta_d^b - \delta_d^{\alpha} \delta_c^b) + \frac{1}{4\sqrt{30}} [O_{\gamma}^{\alpha} \delta_{\delta}^{\beta} (\delta_c^{\alpha} \delta_d^b + 4\delta_d^{\alpha} \delta_c^b) - \\ & - O_{\delta}^{\beta} \delta_{\gamma}^{\alpha} (\delta_c^b \delta_d^{\alpha} + 4\delta_d^b \delta_c^{\alpha}) - O_{\delta}^{\alpha} \delta_{\gamma}^{\beta} (\delta_d^{\alpha} \delta_c^b + 4\delta_c^{\alpha} \delta_d^b) + \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned}
& + O_8^p \delta_Y^\alpha (\delta_d^b \delta_c^a + 4 \delta_c^b \delta_d^a)] + \\
& + \frac{i}{12\sqrt{10}} \left[\delta_Y^\alpha \delta_8^p (\delta_c^a \delta_d^b - 5 \delta_d^a \delta_c^b) - \delta_8^p \delta_Y^\alpha (\delta_c^b \delta_d^a - \right. \\
& \left. - 5 \delta_d^b \delta_c^a) \right];
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\Phi_{\{CD\}}^{IAB\} &= H_{\{Y\delta\}}^{I\alpha\beta} \varphi_{\{cd\}}^{iab} + \frac{i}{2\sqrt{5}} (\delta_Y^\alpha O_8^p + \delta_Y^p O_8^\alpha + \delta_8^\alpha O_Y^p + \\
& + \delta_8^p O_Y^\alpha) \varphi_{\{cd\}}^{iab} + \frac{i}{2\sqrt{6}} (\delta_Y^\alpha \delta_8^p + \delta_8^\alpha \delta_Y^p) \varphi_{\{cd\}}^{iab} + \\
& + \frac{1}{2} \varepsilon^{\alpha\beta\gamma\delta} D_{\mu\nu} \delta \varepsilon^{ab} \varphi_{\{cd\}} + \frac{1}{2} \varepsilon_{\gamma\delta\nu} \bar{D}^{\alpha\beta} \varepsilon_{cd} \varphi^{iab} + \\
& + \frac{1}{4} H_{\{Y\delta\}}^{(ab)} (\varphi_c^a \delta_d^b + \varphi_d^a \delta_c^b + \varphi_c^b \delta_d^a + \varphi_d^b \delta_c^a) + \\
& + \frac{1}{4\sqrt{3}} [O_Y^\alpha \delta_8^p (\varphi_c^b \delta_d^a - \varphi_d^a \delta_c^b) + O_8^p \delta_Y^\alpha (\varphi_c^a \delta_d^b - \varphi_d^b \delta_c^a) + \\
& + O_8^\alpha \delta_Y^p (\varphi_d^b \delta_c^a - \varphi_c^a \delta_d^b) + O_8^p \delta_8^\alpha (\varphi_d^a \delta_c^b - \varphi_c^b \delta_d^a)] + \quad (4) \\
& + \frac{1}{4\sqrt{30}} [O_Y^\alpha \delta_8^p (\varphi_c^a \delta_d^b - 4\varphi_d^b \delta_c^a) + O_8^p \delta_Y^\alpha (\varphi_c^b \delta_d^a - 4\varphi_d^a \delta_c^b) + \\
& + O_8^\alpha \delta_Y^p (\varphi_d^a \delta_c^b - 4\varphi_c^b \delta_d^a) + O_8^p \delta_8^\alpha (\varphi_d^b \delta_c^a - 4\varphi_c^a \delta_d^b)] + \\
& + \frac{1}{2\sqrt{3}} H_{\{Y\delta\}}^{I\alpha\beta} (\delta_c^a \delta_d^b + \delta_d^a \delta_c^b) + \frac{i}{8\sqrt{15}} [7 (O_Y^\alpha \delta_8^p \delta_c^a \delta_d^b + O_8^p \delta_Y^\alpha \delta_c^b \delta_d^a + \\
& + O_Y^p \delta_8^\alpha \delta_c^b \delta_d^a + O_8^\alpha \delta_Y^p \delta_d^a \delta_c^b) - 8 (O_Y^\alpha \delta_8^p \delta_d^a \delta_c^b +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + 0 \gamma^f \delta_6^a \delta_2^b \delta_c^c + 0 \gamma^a \delta_6^f \delta_c^c \delta_2^b + 0 \gamma^f \delta_6^a \delta_c^c \delta_2^b] + \\
& + \frac{1}{12\sqrt{14}} [5 (\delta_7^f \delta_6^f \delta_c^c \delta_2^b + \delta_7^f \delta_6^a \delta_c^c \delta_2^b) - \\
& - 7 (\delta_7^a \delta_6^f \delta_c^c \delta_2^b + \delta_7^f \delta_6^a \delta_c^c \delta_2^b)].
\end{aligned}$$

С другой стороны, если рассмотреть разложение 189-плета и 405-плета группы $SU(6)$ на неприводимые представления подгруппы $SU(4) \otimes SU(2)$, то мы имеем:

$$189 = (1, 1) + (6, 1) + (\bar{6}, 1) + (15, 1) + (20, 1) + (4, 2) + (\bar{4}, 2) + (20, 2) + (\bar{20}, 2) + (15, 3); \quad (5)$$

$$\begin{aligned}
405 = & (1, 1) + (15, 1) + (8, 1) + (4, 2) + (\bar{4}, 2) + (36, 2) + (\bar{36}, 2) + (1, 3) + (10, 3) + (\bar{10}, 3) + \\
& + (15, 3) + (4, 4) + (\bar{4}, 4) + (1, 5).
\end{aligned} \quad (6)$$

В скобках первые и вторые цифры равны размерностям соответствующих неприводимых представлений групп $SU(4)$ и $SU(2)$, причем последняя является так называемой "спиновой группой странных кварков". Обозначим через A^i пару индексов (a, α) , а через A^j - пару (a, β) , где $a, \alpha = 1, 2$ соответственно спиновый и изоспиновый индексы. Тогда имеем:

$$\begin{aligned}
\Phi_{[c^i b^j]}^{[A^i B^j]} &= \Psi_{[c^i b^j]}^{[A^i B^j]} + \frac{1}{4} (\delta_{c^i}^{A^i} \Psi_{b^j}^{B^j} - \delta_{c^i}^{B^j} \Psi_{b^j}^{A^i} - \delta_{b^j}^{A^i} \Psi_{c^i}^{B^j} + \delta_{b^j}^{B^j} \Psi_{c^i}^{A^i}) + \\
& + \frac{1}{4\sqrt{15}} (\delta_{c^i}^{A^i} \delta_{b^j}^{B^j} - \delta_{c^i}^{B^j} \delta_{b^j}^{A^i}) C \\
\Phi_{[c^i b^j]}^{[A^i B^j]} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \Psi_{[c^i b^j]}^{A^i} \varphi^{B^j} + \frac{1}{4\sqrt{3}} (\delta_{c^i}^{A^i} \Psi_{b^j} \varphi^{B^j} - \delta_{b^j}^{A^i} \Psi_{c^i} \varphi^{B^j}) \\
\Phi_{[c^i b^j]}^{[A^i B^j]} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \varepsilon^{A^i B^j} \Psi_{[c^i b^j]} \\
\Phi_{[c^i b^j]}^{[A^i B^j]} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \Psi_{c^i}^{A^i} \varphi_{b^j}^{B^j} + \frac{1}{4} \delta_{b^j}^{B^j} \Psi_{c^i}^{A^i} - \frac{3}{8\sqrt{15}} \delta_{c^i}^{A^i} \delta_{b^j}^{B^j} C \\
\Phi_{[c^i b^j]}^{[A^i B^j]} &= -\frac{3}{4\sqrt{3}} \varepsilon_{c^i b^j} \Psi_{c^i}^{A^i} \varphi^{B^j} \\
\Phi_{[c^i b^j]}^{[A^i B^j]} &= \frac{3}{2\sqrt{15}} \varepsilon^{A^i B^j} \varepsilon_{c^i b^j} C;
\end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned}
\Phi_{\{c^i b^j\}}^{\{A^i B^j\}} &= \Psi_{\{c^i b^j\}}^{\{A^i B^j\}} + \frac{1}{4\sqrt{2}} (\delta_{c^i}^{A^i} \Psi_{b^j}^{B^j} + \delta_{c^i}^{B^j} \Psi_{b^j}^{A^i} + \delta_{b^j}^{A^i} \Psi_{c^i}^{B^j} + \delta_{b^j}^{B^j} \Psi_{c^i}^{A^i}) + \\
& + \frac{1}{4\sqrt{70}} (\delta_{c^i}^{A^i} \delta_{b^j}^{B^j} + \delta_{c^i}^{B^j} \delta_{b^j}^{A^i}) C \\
\Phi_{\{c^i b^j\}}^{\{A^i B^j\}} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \Psi_{\{c^i b^j\}}^{A^i} \varphi^{B^j} + \frac{1}{4\sqrt{10}} (\delta_{c^i}^{A^i} \Psi_{b^j} \varphi^{B^j} + \delta_{b^j}^{A^i} \Psi_{c^i} \varphi^{B^j}) \\
\Phi_{\{c^i b^j\}}^{\{A^i B^j\}} &= \Psi_{\{c^i b^j\}} \varphi^{\{A^i B^j\}}
\end{aligned} \quad (8)$$

$$\Phi_{\{c^i b^j\}}^{\{A^i B^j\}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Psi_{D^i} \varphi_{c^j}^{\{A^i B^j\}} + \frac{5}{4\sqrt{30}} (\delta_{c^i}^{A^i} \Psi_{D^j} \varphi^{B^j} + \delta_{c^j}^{B^j} \Psi_{D^i} \varphi^{A^i})$$

$$\Phi_{\{c^i b^j\}}^{\{A^i B^j\}} = \frac{1}{2} \Psi_{c^i}^A \varphi_{D^j}^{B^j} + \frac{1}{4\sqrt{2}} \delta_{c^i}^A \varphi_{D^j}^{B^j} + \frac{1}{4\sqrt{2}} \delta_{D^j}^{B^j} \Psi_{c^i}^A - \frac{5}{8} \sqrt{\frac{3}{70}} \delta_{c^i}^A \delta_{D^j}^{B^j} c$$

$$\Phi_{\{c^i b^j\}}^{\{A^i B^j\}} = \varphi_{\{c^i b^j\}}^{\{A^i B^j\}} + \frac{1}{4\sqrt{2}} (\delta_{c^i}^{A^i} \varphi_{D^j}^{B^j} + \delta_{c^j}^{B^j} \varphi_{D^i}^{A^i} + \delta_{D^i}^{A^i} \varphi_{c^j}^{B^j} + \delta_{D^j}^{B^j} \varphi_{c^i}^{A^i}) + \frac{5}{6} \sqrt{\frac{3}{70}} (\delta_{c^i}^{A^i} \delta_{D^j}^{B^j} + \delta_{c^j}^{B^j} \delta_{D^i}^{A^i}) c,$$

где $\Psi_{\{c^i b^j\}}^{\{A^i B^j\}}$, $\Psi_{\{c^i b^j\}}^A$, $\Psi_{\{c^i b^j\}}^{[A^i B^j]}$, $\Psi_{\{c^i b^j\}}^A$, $\Psi_{D^i}^{B^j}$, $\Psi_{\{c^i b^j\}}$, $\Psi_{\{c^i b^j\}}$, Ψ_{D^i} —

спиноры группы $SU(4)$, описывающие мультиплеты размерности 84, 36, 20, 20, 15, 10, 6 и 4, соответственно, а $\varphi_{\{c^i b^j\}}^{\{A^i B^j\}}$, $\varphi_{c^i}^{\{A^i B^j\}}$, $\varphi_{D^i}^{B^j}$, φ^{B^j} — спиноры спиновой группы странных кварков $SU(2)$, описывающие неприводимые представления размерности 5, 4, 3 и 2, соответственно.

3. Спиновые и изотопические мультиплеты в неприводимых представлениях подгруппы $SU(4) \otimes SU(2)$

Для изучения классификации частиц по рассматриваемым мультиплетам группы $SU(6)$ и подгруппы $SU(4) \otimes SU(2)$ необходимо знать, какие спиновые и изотопические мультиплеты содержатся в этих мультиплетах. Иначе говоря, необходимо изучить разложение записанных нами выше неприводимых представлений группы $SU(4) \otimes SU(2)$ на мультиплеты группы $SU(2)_I \otimes SU(2)_Y$, где $SU(2)_I$ — изотопическая группа, а $SU(2)_Y$ — спиновая группа. Для неприводимых представлений группы $SU(4) \otimes SU(2)$, содержащихся в 189-плете группы имеем следующие разложения

$$(20, 2) = (2, 1) + (4, 1) + (2, 3) + (2, 3) + (4, 3) + (2, 5)$$

$$(20, 1) = (1, 1) + (5, 1) + (3, 3) + (1, 5)$$

$$(15, 3) = (1, 1) + (3, 1) + (1, 3) + (3, 3) + (3, 3) + (1, 5) + (3, 5)$$

$$(15, 1) = (3, 1) + (1, 3) + (3, 3)$$

$$(4, 2) = (2, 1) + (2, 3)$$

$$(6, 1) = (3, 1) + (1, 3)$$

$$(1, 1) = (1, 1).$$

Аналогично для мультиплета 405.

$$(84, 1) = (1, 1) + (5, 1) + (3, 3) + (3, 3) + (5, 3) + (1, 5) + (3, 5) + (5, 5)$$

$$(15, 1) = (3, 1) + (1, 3) + (3, 3)$$

$$(36, 2) = (2, 1) + (4, 1) + (2, 3) + (2, 3) + (4, 3) + (4, 3) + (2, 5) + (4, 5)$$

$$(4,2) = (2,1) + (2,3)$$

$$(4,3) = (3,1) + (1,3) + (3,3) + (3,5)$$

$$(4,4) = (2,3) + (2,5)$$

$$(4,5) = (1,5)$$

$$(1,3) = (1,3).$$

В скобках в разложениях первая цифра обозначает размерность изотопических мультиплетов, вторая - размерность спиновых мультиплетов.

Волновые функции разложений имеют вид

$$\begin{aligned} (2,2): \Psi_{[c'b]}^{A'} \varphi_{b'}^{B''} = & \frac{1}{\sqrt{2}} \zeta_{\gamma\delta}^{\alpha 3} \chi^{\{ab\}} \varepsilon_{cd} + \frac{1}{2} \zeta_{\{\gamma\delta\}}^{\alpha 3} \varepsilon^{ab} \varepsilon_{cd} + \\ & + \frac{1}{\sqrt{2}} \varepsilon_{\gamma\delta} \zeta^{\alpha 3} \chi_{\{cd\}}^{\{ab\}} + \frac{1}{\sqrt{6}} (\zeta_{\delta}^{\alpha 3} \delta_{\gamma}^{\alpha} \delta_{\alpha}^{\beta} \chi_c^{\beta} - \zeta_{\gamma}^{\alpha 3} \delta_{\delta}^{\alpha} \delta_c^{\alpha} \delta_d^{\beta}) + \\ & + \frac{1}{2\sqrt{6}} [\zeta_{\delta}^{\alpha 3} \delta_{\delta}^{\alpha} (\delta_c^{\beta} \chi_d^{\alpha} + 2\delta_d^{\beta} \chi_c^{\alpha} - \delta_d^{\alpha} \chi_c^{\beta}) - \zeta_{\delta}^{\alpha 3} \delta_{\gamma}^{\alpha} (\delta_d^{\beta} \chi_c^{\alpha} + \\ & + 2\delta_c^{\beta} \chi_d^{\alpha} - \delta_c^{\alpha} \chi_d^{\beta})] + \frac{1}{2\sqrt{3}} (\zeta_{\delta}^{\alpha 3} \delta_{\delta}^{\alpha} \delta_d^{\beta} \delta_c^{\alpha} - \zeta_{\delta}^{\alpha 3} \delta_{\gamma}^{\alpha} \delta_c^{\beta} \delta_d^{\alpha}) \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} (2,1): \Psi_{[c'b]}^{[A'B']} = & \frac{1}{2} \zeta_{\gamma\delta}^{\{\alpha\beta\}} \varepsilon^{ab} \varepsilon_{cd} + \frac{1}{2} \varepsilon^{\alpha\beta} \varepsilon_{\gamma\delta} \chi_{\{cd\}}^{\{ab\}} + \\ & + \frac{1}{2\sqrt{2}} (\zeta_{\gamma}^{\alpha} \delta_{\delta}^{\beta} \chi_c^{\beta} \delta_d^{\alpha} - \zeta_{\gamma}^{\beta} \delta_{\delta}^{\alpha} \chi_c^{\alpha} \delta_d^{\beta} - \zeta_{\delta}^{\alpha} \delta_{\gamma}^{\beta} \chi_d^{\beta} \delta_c^{\alpha} + \zeta_{\delta}^{\beta} \delta_{\gamma}^{\alpha} \chi_d^{\alpha} \delta_c^{\beta}) + \\ & + \frac{1}{2\sqrt{6}} (\delta_{\gamma}^{\alpha} \delta_{\delta}^{\beta} \delta_d^{\alpha} \delta_c^{\beta} - \delta_{\gamma}^{\beta} \delta_{\delta}^{\alpha} \delta_d^{\beta} \delta_c^{\alpha}) \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} (15,3): \Psi_{c'b'}^{A'} \varphi_{b'}^{B''} = & \zeta_{\gamma\delta}^{\alpha 3} \chi_{\{cd\}}^{\{ab\}} + \frac{1}{\sqrt{2}} \delta_{\gamma\delta}^{\alpha 3} \chi_{\{cd\}}^{\{ab\}} + \frac{1}{\sqrt{2}} \zeta_{\gamma\delta}^{\alpha 3} \delta_c^{\alpha} \chi_d^{\beta} + \\ & + \frac{1}{2} \zeta_{\gamma\delta}^{\alpha 3} (\chi_c^{\beta} \delta_d^{\alpha} - \chi_d^{\alpha} \delta_c^{\beta}) + \frac{1}{2\sqrt{2}} \delta_{\gamma\delta}^{\alpha 3} (\chi_c^{\beta} \delta_d^{\alpha} - \chi_d^{\alpha} \delta_c^{\beta}) + \frac{1}{2\sqrt{3}} \zeta_{\gamma\delta}^{\alpha 3} (\delta_c^{\alpha} \delta_d^{\beta} - \\ & - 2\delta_d^{\alpha} \delta_c^{\beta}) + \frac{1}{2\sqrt{6}} \delta_{\gamma\delta}^{\alpha 3} (\delta_c^{\alpha} \delta_d^{\beta} - 2\delta_d^{\alpha} \delta_c^{\beta}) \end{aligned} \quad (11)$$

$$(15,1): \Psi_{b'}^{A'} = \zeta_{\delta}^{\alpha} \chi_d^{\alpha} + \frac{1}{\sqrt{2}} \delta_{\delta}^{\alpha} \chi_d^{\alpha} + \frac{1}{\sqrt{2}} \zeta_{\delta}^{\alpha} \delta_d^{\alpha} \quad (12)$$

$$(4,2): \Psi_{c'} \varphi_{b'}^{A''} = \zeta_{\gamma}^{\alpha 3} \chi_c^{\alpha} + \frac{1}{\sqrt{2}} \zeta_{\gamma}^{\alpha 3} \delta_c^{\alpha} \quad (13)$$

$$(6,1): \Psi^{[A'B']} = \frac{1}{\sqrt{2}} \varepsilon^{\alpha\beta} \zeta^{\{\alpha\beta\}} + \frac{1}{\sqrt{2}} \varepsilon^{\alpha\beta} \chi^{\{ab\}} \quad (14)$$

$$(4,1): \delta_{c'}^A = \delta_{\gamma}^{\alpha} \delta_c^{\alpha} ; \quad (15)$$

$$\begin{aligned} (8,1): \Psi_{\{c'b\}}^{\{A'B'\}} = & \zeta_{\{\gamma\delta\}}^{\{\alpha\beta\}} \chi_{\{cd\}}^{\{ab\}} + \frac{1}{4} \zeta_{\{\gamma\delta\}}^{\{\alpha\beta\}} (\delta_c^{\alpha} \chi_d^{\beta} + \delta_c^{\beta} \chi_d^{\alpha} + \\ & + \delta_d^{\alpha} \chi_c^{\beta} + \delta_d^{\beta} \chi_c^{\alpha}) + \frac{1}{2\sqrt{3}} \zeta_{\{\gamma\delta\}}^{\{\alpha\beta\}} (\delta_c^{\alpha} \delta_d^{\beta} + \delta_c^{\beta} \delta_d^{\alpha}) + \\ & + \frac{1}{4} \chi_{\{cd\}}^{\{ab\}} (\delta_{\gamma}^{\alpha} \zeta_{\delta}^{\beta} + \delta_{\delta}^{\alpha} \zeta_{\gamma}^{\beta} + \delta_{\gamma}^{\alpha} \zeta_{\delta}^{\beta} + \delta_{\delta}^{\alpha} \zeta_{\gamma}^{\beta}) + \frac{1}{2\sqrt{3}} \chi_{\{cd\}}^{\{ab\}} (\delta_{\gamma}^{\alpha} \delta_{\delta}^{\beta} + \\ & + \delta_{\delta}^{\alpha} \delta_{\gamma}^{\beta}) + \frac{1}{4\sqrt{2}} [\zeta_{\gamma}^{\alpha} \delta_{\delta}^{\beta} (\chi_c^{\beta} \delta_d^{\alpha} - \chi_d^{\alpha} \delta_c^{\beta}) + \zeta_{\delta}^{\beta} \delta_{\gamma}^{\alpha} (\chi_c^{\alpha} \delta_d^{\beta} - \chi_d^{\beta} \delta_c^{\alpha}) + \\ & + \zeta_{\delta}^{\alpha} \delta_{\gamma}^{\beta} (\chi_d^{\beta} \delta_c^{\alpha} - \chi_c^{\alpha} \delta_d^{\beta}) + \zeta_{\gamma}^{\beta} \delta_{\delta}^{\alpha} (\chi_d^{\alpha} \delta_c^{\beta} - \chi_c^{\beta} \delta_d^{\alpha}) + \\ & + \frac{1}{8\sqrt{3}} [\zeta_{\gamma}^{\alpha} \delta_{\delta}^{\beta} (\chi_c^{\alpha} \delta_d^{\beta} - 3\chi_d^{\beta} \delta_c^{\alpha}) + \zeta_{\delta}^{\beta} \delta_{\gamma}^{\alpha} (\chi_c^{\beta} \delta_d^{\alpha} - 3\chi_d^{\alpha} \delta_c^{\beta}) + \\ & + \zeta_{\delta}^{\alpha} \delta_{\gamma}^{\beta} (\chi_d^{\alpha} \delta_c^{\beta} - 3\chi_c^{\beta} \delta_d^{\alpha}) + \zeta_{\gamma}^{\beta} \delta_{\delta}^{\alpha} (\chi_d^{\beta} \delta_c^{\alpha} - 3\chi_c^{\alpha} \delta_d^{\beta})] + \\ & + \frac{1}{6\sqrt{10}} [\delta_{\gamma}^{\alpha} \delta_{\delta}^{\beta} (4\delta_c^{\alpha} \delta_d^{\beta} - 5\delta_d^{\alpha} \delta_c^{\beta}) + \delta_{\delta}^{\alpha} \delta_{\gamma}^{\beta} (4\delta_c^{\beta} \delta_d^{\alpha} - 5\delta_d^{\beta} \delta_c^{\alpha})] \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} (36,2): \Psi_{\{c'b\}}^{B'} \Psi^A = & \zeta_{\{\gamma\delta\}}^{3\beta} \chi_{\{cd\}}^{\{ab\}} + \\ & + \frac{1}{4} \zeta_{\{\gamma\delta\}}^{3\beta} (\delta_c^{\alpha} \chi_d^{\beta} + \delta_c^{\beta} \chi_d^{\alpha} + \delta_d^{\alpha} \chi_c^{\beta} + \delta_d^{\beta} \chi_c^{\alpha}) + \\ & + \frac{1}{2\sqrt{3}} \zeta_{\{\gamma\delta\}}^{3\beta} (\delta_c^{\alpha} \delta_d^{\beta} + \delta_c^{\beta} \delta_d^{\alpha}) + \frac{1}{2\sqrt{2}} \zeta_{\{\gamma\delta\}}^{3\beta} (\delta_c^{\alpha} \chi_d^{\beta} + \delta_c^{\beta} \chi_d^{\alpha} - \\ & - \delta_c^{\beta} \chi_d^{\alpha} - \delta_d^{\beta} \chi_c^{\alpha}) + \frac{1}{6} \chi_{\{cd\}}^{\{ab\}} (\delta_{\gamma}^{\beta} \zeta_{\delta}^{\gamma} + \delta_{\delta}^{\gamma} \zeta_{\gamma}^{\beta}) + \frac{1}{3\sqrt{10}} [\zeta_{\gamma}^{\beta} \delta_{\delta}^{\alpha} (5\delta_c^{\beta} \chi_d^{\alpha} - \\ & - 4\delta_d^{\beta} \chi_c^{\alpha}) + \zeta_{\delta}^{\alpha} \delta_{\gamma}^{\beta} (5\delta_d^{\beta} \chi_c^{\alpha} - 4\delta_c^{\beta} \chi_d^{\alpha})] + \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{6\sqrt{2}} \left[\zeta_{\gamma}^3 \delta_{\delta}^{\beta} (2\delta_{\epsilon}^{\alpha} \chi_d^{\beta} + \delta_d^{\alpha} \chi_{\epsilon}^{\beta} - \delta_{\epsilon}^{\beta} \chi_d^{\alpha}) + \zeta_{\delta}^3 \delta_{\gamma}^{\beta} (2\delta_d^{\alpha} \chi_{\epsilon}^{\beta} + \delta_{\epsilon}^{\alpha} \chi_d^{\beta} - \delta_d^{\beta} \chi_{\epsilon}^{\alpha}) \right] + \\
& + \frac{1}{6\sqrt{5}} \left[\delta_{\epsilon}^{\alpha} \delta_d^{\beta} (4\zeta_{\delta}^3 \delta_{\gamma}^{\beta} - 5\zeta_{\gamma}^3 \delta_{\delta}^{\beta}) + \right. \\
& \left. + \delta_d^{\alpha} \delta_{\epsilon}^{\beta} (4\zeta_{\gamma}^3 \delta_{\delta}^{\beta} - 5\zeta_{\delta}^3 \delta_{\gamma}^{\beta}) \right]
\end{aligned}$$

$$(4,2): \Psi_{\nu} \varphi^{B\nu} = \zeta_{\gamma}^3 \chi_d^{\beta} + \frac{1}{\sqrt{2}} \zeta_{\delta}^3 \delta_d^{\beta} \quad (18)$$

$$\begin{aligned}
(4,3): \Psi_{\{c^{\nu} \nu\}} \varphi^{\{A^{\nu} B^{\nu}\}} = & \zeta_{\gamma\delta}^{33} \chi_{\{cd\}}^{\{ab\}} + \frac{1}{4} \zeta_{\gamma\delta}^{33} (\delta_{\epsilon}^{\alpha} \chi_d^{\beta} + \delta_{\epsilon}^{\beta} \chi_d^{\alpha} + \delta_d^{\alpha} \chi_{\epsilon}^{\beta} + \\
& + \delta_d^{\beta} \chi_{\epsilon}^{\alpha}) + \frac{1}{2\sqrt{3}} \zeta_{\gamma\delta}^{33} (\delta_{\epsilon}^{\alpha} \delta_d^{\beta} + \delta_{\epsilon}^{\beta} \delta_d^{\alpha}) + \frac{1}{2} \zeta_{\gamma}^{33} \chi^{\{ab\}} \epsilon_{\gamma\delta} \epsilon_{cd} \quad (19)
\end{aligned}$$

$$(4,4): \Psi_{\nu} \varphi_{\{c^{\nu} \nu\}}^{\{A^{\nu} B^{\nu}\}} = \zeta_{\gamma\delta}^{33} \chi_{\{cd\}}^{\{ab\}} + \frac{1}{\sqrt{30}} [\delta_{\epsilon}^{\alpha} \chi_d^{\beta} + \delta_{\epsilon}^{\beta} \chi_d^{\alpha} - 3(\delta_d^{\alpha} \chi_{\epsilon}^{\beta} + \delta_d^{\beta} \chi_{\epsilon}^{\alpha})] \zeta_{\gamma\delta}^{33} \quad (20)$$

$$(4,5): \varphi_{\{c^{\nu} \nu\}}^{\{A^{\nu} B^{\nu}\}} = \chi_{\{cd\}}^{\{ab\}} \quad (21)$$

$$(1,3): \varphi_{\nu}^{B\nu} = \chi_{d3}^{\beta 3}, \quad (22)$$

где $\zeta_{\gamma\delta}^{\{\alpha\beta\}}$, ζ_{γ}^{α} и т.д. - спиноры группы $SU(2)_I$, описывающие мультиплеты размерности 5, 3 и т.д., а $\chi_{\{cd\}}^{\{ab\}}$, χ_{ϵ}^{α} и т.д. - спиноры группы $SU(2)_Y$. При определении вида разложений мы исходим из обычных требований симметрии, ортонормировки и равенства нулю шпура. Значение гиперзаряда определяется числом верхних и нижних индексов "3".

С помощью полученных разложений в следующем разделе будут получены параметры смешивания частиц из разных унитарных мультиплетов с одинаковыми спинами.

4. Параметры смешивания

Как было указано во введении, физически наблюдаемые частицы принадлежат не мультиплетам $SU(3) \otimes SU(2)$, а мультиплетам $SU(4) \otimes SU(2)$. Это приводит к

тому, что если данное неприводимое представление группы $SU(6)$ содержит различные мультиплеты с одним и тем же спином, то физические частицы, вообще говоря, являются определенными линейными суперпозициями состояний с одинаковыми квантовыми числами из различных унитарных мультиплетов. Для определения углов смешивания мы применим следующий метод. На основе разложений спиноров $\Phi_{[cD]}^{[AB]}$ и $\Phi_{(cD)}^{(AB)}$ группы $SU(6)$ на неприводимые представления группы $SU(4) \otimes SU(2)$ (см. формулы (7), (8)) и разложений последних на изотопические мультиплеты с определенными спинами (формулы (9) - (22)) можно найти проекционные операторы на каждое физическое состояние. Действуя этими проекционными операторами на выражения $\Phi_{[cD]}^{[AB]}$ и $\Phi_{(cD)}^{(AB)}$ через волновые функции унитарных мультиплетов (формулы (3), (4)), мы сразу получим конкретные линейные комбинации волновых функций состояний из унитарных мультиплетов, описывающие физические состояния.

Продемонстрируем это на примере изотопического мультиплета со спином I и с гиперзарядом 0, содержащегося в представлении (20, I) группы $SU(4) \otimes SU(2)$ и в I89-плете группы $SU(6)$. Волновую функцию этой частицы обозначим через T_i^j , где $i=1,2,3$ - индекс вектора в трехмерном пространстве, а $j=1,2,3$ - индекс изотопического вектора. Соответствующий проекционный оператор обозначим через $(\Pi_i^j)_{[A'B']}^{[c'b']}$. Он должен удовлетворять условию

$$(\Pi_i^j)_{[A'B']}^{[c'b']} \Phi_{[c'b']}^{[A'B']} = T_i^j. \quad (23)$$

С помощью формулы (10) можно показать, что ненулевая компонента $(\Pi_i^j)_{[A'B']}^{[c'b']}$ равна:

$$(\Pi_i^j)_{[A'B']}^{[c'b']} = \frac{1}{2\sqrt{2}} [(\tau_i)_\alpha^\beta \delta_\beta^\delta (\sigma_j)_\delta^\epsilon \delta_\alpha^\epsilon - (\tau_i)_\beta^\delta \delta_\alpha^\delta (\sigma_j)_\alpha^\epsilon \delta_\beta^\epsilon - (\tau_i)_\alpha^\delta \delta_\beta^\delta (\sigma_j)_\alpha^\epsilon \delta_\delta^\epsilon + (\tau_i)_\beta^\delta \delta_\alpha^\delta (\sigma_j)_\delta^\epsilon \delta_\alpha^\epsilon]. \quad (24)$$

Действуя теперь этим проекционным оператором на выражение (3) спинора $\Phi_{[cD]}^{[AB]}$, получим

$$T_i^j = (\Pi_i^j)_{[A'B']}^{[c'b']} \Phi_{[c'b']}^{[A'B']} = \left[\frac{2}{\sqrt{\epsilon}} (O)_\gamma^\alpha (\tau_i)_\alpha^\beta + \frac{1}{\sqrt{2}} \epsilon^{\alpha\beta\gamma} D_{\sigma\beta\alpha} (\tau_i)_\alpha^\beta - \frac{1}{\sqrt{2}} \epsilon_{\beta\gamma\sigma} \bar{D}^{\sigma\alpha\beta} (\tau_i)_\alpha^\beta \right] V_i, \quad (25)$$

где

$$V_i = \frac{1}{\sqrt{2}} S_\beta (\varphi \sigma_j)$$

пространственная волновая функция со спином I (нормированный трехмерный вектор). Обозначим через π , σ и $\bar{\sigma}$ нормированные волновые функции частиц в правой части (25). Тогда из этой формулы мы имеем

$$T_i^j = \frac{1}{\sqrt{6}} (2\pi + \sigma + \bar{\sigma}). \quad (26)$$

Последнее соотношение показывает, что рассмотренный изотопический триплет со спином I и гиперзарядом 0 является суперпозицией трех изотопических триплетов с такими же спинами и гиперзарядами, принадлежащих трем унитарным мультиплетам (8,3), (10,3) и $(\bar{10},3)$. Применяя этот метод, можно получить параметры смешивания для всех изотопических мультиплетов.

Введем следующие обозначения для состояний с определенным изотопическим спином и гиперзарядом в каждом унитарном мультиплете со спином J :

	$Y=0$ $I=0$	$Y=+1$ $I=1$	$Y=0$ $I=2$	$Y=+1$ $I=\frac{3}{2}$	$Y=+1$ $I=\frac{3}{2}$	$Y=-1$ $I=\frac{1}{2}$	$Y=-1$ $I=\frac{3}{2}$	$Y=+2$ $I=0$	$Y=+2$ $I=1$	$Y=-2$ $I=0$	$Y=-2$ $I=1$
$(1, 2J+1)$	$g(J)$										
$(8, 2J+1)$	$\eta(J)$	$\pi(J)$		$\kappa(J)$		$\bar{\kappa}(J)$					
$(10, 2J+1)$		$\sigma(J)$		$\delta(J)$	$\zeta(J)$					$\tau(J)$	
$(\bar{10}, 2J+1)$		$\bar{\sigma}(J)$		$\bar{\zeta}(J)$		$\bar{\delta}(J)$	$\bar{\epsilon}(J)$				
$(27, 2J+1)$	$a(J)$	$b(J)$	$c(J)$	$d(J)$	$e(J)$	$\bar{d}(J)$	$\bar{e}(J)$		$f(J)$		$\bar{f}(J)$

Для случая октетов 0^1 и 0^0 со спином I мы пользуемся обозначениями $\eta^1(J)$, $\pi^1(J)$... и $\eta^0(J)$, $\pi^0(J)$..., соответственно. Как уже отмечалось, многие из состояний не являются физическими. Физические состояния с изотопическим спином $I = 0, \frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, 2$ с гиперзарядом Y и спином J обозначим через $S(Y, J)$, $D(Y, J)$, $T(Y, J)$, $Q(Y, J)$, $F(Y, J)$, соответственно. Чтобы отличать различные изотопические мультиплеты с одинаковыми квантовыми числами мы пользуемся индексами 1, 2, 3 Например, в I89-плете содержатся три дублета с $Y = \pm 1$, $J=1$. Эти частицы обозначим через $D_1(\pm 1, 1)$, $D_2(\pm 1, 1)$ и $D_3(\pm 1, 1)$.

Имеют место следующие формулы смешивания

189-плет

$$\underline{\mathcal{J} = 2}$$

$$S_1(0, 2) = \frac{1}{\sqrt{3}} [\sqrt{2} g(2) + \eta(2)] \quad S_2(0, 2) = \frac{1}{\sqrt{3}} [-g(2) + \sqrt{2} \eta(2)] \quad (27)$$

$$D(+1, 2) = \kappa(2) \quad D(-1, 2) = \tilde{E}(2) \quad T(0, 2) = \pi(2) \quad (28)$$

$$\underline{\mathcal{J} = 1}$$

$$S_1(0, 1) = \eta'(1) \quad S_2(0, 1) = \eta''(1) \quad (29)$$

$$\begin{aligned} D_1(1, 1) &= \frac{1}{3} [-\tilde{\xi}(1) - 2\kappa'(1) + 2\kappa''(1)] \\ D_2(1, 1) &= \frac{1}{3} [2\tilde{\xi}(1) + \kappa'(1) + 2\kappa''(1)] \\ D_3(1, 1) &= \frac{1}{3} [-2\tilde{\xi}(1) + 2\kappa'(1) + \kappa''(1)] \end{aligned} \quad (30)$$

$$\begin{aligned} T_1(0, 1) &= \frac{1}{\sqrt{6}} [\sigma(1) + \bar{\sigma}(1) + 2\pi'(1)] & T_2(0, 1) &= \frac{1}{\sqrt{3}} [\sigma(1) + \bar{\sigma}(1) - \pi'(1)] \\ T_3(0, 1) &= \frac{1}{\sqrt{6}} [\sigma(1) - \bar{\sigma}(1) + 2\pi''(1)] & T_4(0, 1) &= \frac{1}{\sqrt{3}} [\sigma(1) - \bar{\sigma}(1) - \pi''(1)] \end{aligned} \quad (31)$$

$$Q(1, 1) = \delta(1) \quad Q(-1, 1) = \bar{\delta}(1) \quad (32)$$

$$S(-2, 1) = \tau(1) \quad S(2, 1) = \bar{\tau}(1) \quad (33)$$

$$\underline{j=0}$$

$$F(0,0) = e(0) \quad Q(+1,0) = e(0) \quad Q(-1,0) = \bar{e}(0) \quad (34)$$

$$T_1(0,0) = \frac{1}{\sqrt{5}} [\sqrt{2} \pi(0) - \sqrt{3} \delta(0)] \quad T_2(0,0) = \frac{1}{\sqrt{5}} [\sqrt{3} \pi(0) + \sqrt{2} \delta(0)] \quad (35)$$

$$D_1(1,0) = \frac{1}{\sqrt{5}} [K(0) + 2d(0)] \quad D_2(1,0) = \frac{1}{\sqrt{5}} [2K(0) - d(0)] \quad (36)$$

$$\begin{aligned} S_1(0,0) &= \frac{1}{\sqrt{60}} [3\sqrt{3} \alpha(0) + 2\sqrt{2} \eta(0) - 5g(0)] \\ S_2(0,0) &= \frac{1}{\sqrt{60}} [\sqrt{3} \alpha(0) + 4\sqrt{2} \eta(0) + 5g(0)] \\ S_3(0,0) &= \frac{1}{\sqrt{6}} [\sqrt{3} \alpha(0) - \sqrt{2} \eta(0) + g(0)] \end{aligned} \quad (37)$$

$$T(2,0) = \hat{f}(0) \quad T(-2,0) = \hat{f}(0) \quad (38)$$

Выпишем обратные соотношения, которые следует использовать при написании массовых соотношений

$$\underline{j=2}$$

$$g(2) = \frac{1}{\sqrt{3}} [-\sqrt{2} S_1(0,2) + S_2(0,2)] \quad \eta(2) = \frac{1}{\sqrt{3}} [S_1(0,2) + \sqrt{2} S_2(0,2)] \quad (27')$$

$$\underline{j=1}$$

$$\begin{aligned} K'(1) &= \frac{1}{3} [-2D_1(1,1) + D_2(1,1) + 2D_3(1,1)] \\ K''(1) &= \frac{1}{3} [2D_1(1,1) + 2D_2(1,1) + D_3(1,1)] \\ \tilde{\xi}(1) &= \frac{1}{3} [-D_1(1,1) + 2D_2(1,1) - 2D_3(1,1)] \end{aligned} \quad (30')$$

$$\begin{aligned}
 \pi'(1) &= \frac{1}{\sqrt{3}} [\sqrt{2} T_1(0,1) - T_2(0,1)] & \pi''(1) &= \frac{1}{\sqrt{3}} [\sqrt{2} T_3(0,1) - T_4(0,1)] \\
 \sigma(1) &= \frac{1}{\sqrt{6}} \{ T_1(0,1) + T_3(0,1) + \sqrt{2} [T_2(0,1) + T_4(0,1)] \} \\
 \bar{\sigma}(1) &= \frac{1}{\sqrt{6}} \{ T_1(0,1) - T_3(0,1) + \sqrt{2} [T_2(0,1) - T_4(0,1)] \}
 \end{aligned} \quad (31')$$

$$j = 0$$

$$\pi(0) = \frac{1}{\sqrt{3}} [\sqrt{2} T_1(0,0) + \sqrt{3} T_2(0,0)] \quad \ell(0) = \frac{1}{\sqrt{3}} [\sqrt{3} T_1(0,0) - \sqrt{2} T_2(0,0)] \quad (35')$$

$$\kappa(0) = \frac{1}{\sqrt{5}} [D_1(1,0) + 2D_2(1,0)] \quad d(0) = \frac{1}{\sqrt{5}} [2D_1(1,0) - D_2(1,0)] \quad (36')$$

$$\begin{aligned}
 q(0) &= \frac{1}{2\sqrt{3}} [\sqrt{5} S_1(0,0) - \sqrt{5} S_2(0,0) - \sqrt{2} S_3(0,0)] \\
 \eta(0) &= \frac{1}{\sqrt{15}} [\sqrt{2} S_1(0,0) + 2\sqrt{2} S_2(0,0) - \sqrt{5} S_3(0,0)] \\
 \alpha(0) &= \frac{1}{2\sqrt{5}} [3S_1(0,0) + S_2(0,0) + \sqrt{10} S_3(0,0)]
 \end{aligned} \quad (37')$$

405-плет

$$j = 2$$

$$T(2,2) = f(2) \quad T(-2,2) = \tilde{f}(2) \quad F(0,2) = c(2) \quad (39)$$

$$Q(1,2) = e(2) \quad Q(-1,2) = \bar{e}(2) \quad (40)$$

$$T_1(0,2) = \frac{1}{\sqrt{5}} [-\ell(2) + 2\pi(2)] \quad T_2(0,2) = \frac{1}{\sqrt{5}} [2\ell(2) + \pi(2)] \quad (41)$$

$$D_1(1,2) = \frac{1}{\sqrt{5}} [\sqrt{2} \kappa(2) + \sqrt{3} d(2)] \quad D_2(1,2) = \frac{1}{\sqrt{5}} [\sqrt{3} \kappa(2) - \sqrt{2} d(2)] \quad (42)$$

$$\begin{aligned}
S_1(0,2) &= \frac{1}{\sqrt{10}} [\sqrt{5} g(2) - 2\eta(2) + a(2)] \\
S_2(0,2) &= \frac{1}{\sqrt{15}} [\sqrt{5} g(2) + \eta(2) - 3a(2)] \\
S_3(0,2) &= \frac{1}{\sqrt{30}} [\sqrt{5} g(2) + 4\eta(2) + 3a(2)]
\end{aligned} \quad (43)$$

$$\underline{J = 1}$$

$$T(2,1) = \underline{f}(1) \quad T(-2,1) = \bar{f}(1) \quad F(0,1) = c(1) \quad (44)$$

$$S(-2,1) = \tau(1) \quad S(2,1) = \bar{\tau}(1) \quad (45)$$

$$S_1(0,1) = \frac{1}{\sqrt{5}} [\sqrt{3} \eta''(1) + \sqrt{2} a(1)] \quad S_2(0,1) = \frac{1}{\sqrt{5}} [\sqrt{2} \eta''(1) - \sqrt{3} a(1)] \quad S_3(0,1) = \eta'(1) \quad (46)$$

$$\begin{aligned}
D_1(1,1) &= \frac{1}{15} [2\sqrt{10} k'(1) - k''(1) - 2\sqrt{10} \zeta(1) + 12d(1)] & D_2(1,1) &= \frac{1}{3\sqrt{5}} [\sqrt{10} k'(1) + 4k''(1) - \sqrt{10} \zeta(1) - 3d(1)] \\
D_3(1,1) &= \frac{1}{5\sqrt{6}} [2\sqrt{10} k'(1) + 4k''(1) + 3\sqrt{10} \zeta(1) + 2d(1)] & D_4(1,1) &= \frac{1}{\sqrt{30}} [\sqrt{10} k'(1) - 4k''(1) - 2d(1)]
\end{aligned} \quad (47)$$

$$T_1(0,1) = \frac{1}{\sqrt{6}} [2\pi'(1) - \sigma(1) - \bar{\sigma}(1)]$$

$$T_2(0,1) = \frac{1}{3\sqrt{5}} [4\sqrt{2}\pi''(1) + \sqrt{5}\sigma(1) - \sqrt{5}\bar{\sigma}(1) + \sqrt{3}b(1)]$$

$$T_3(0,1) = \frac{1}{3\sqrt{5}} [-\pi''(1) + \sqrt{10}\sigma(1) - \sqrt{10}\bar{\sigma}(1) - 2\sqrt{6}b(1)] \quad (48)$$

$$T_4(0,1) = \frac{1}{\sqrt{30}} [-2\sqrt{2}\pi''(1) + \sqrt{5}\sigma(1) - \sqrt{5}\bar{\sigma}(1) + 2\sqrt{3}b(1)]$$

$$T_5(0,1) = \frac{1}{\sqrt{3}} [\pi'(1) + \sigma(1) + \bar{\sigma}(1)]$$

$$Q_1(1,1) = \delta(1) \quad Q_2(1,1) = e(1) \quad Q_1(-1,1) = \bar{\delta}(1) \quad Q_2(-1,1) = \bar{e}(1) \quad (49)$$

$$\underline{J = 0}$$

$$T(2,0) = \underline{f}(0) \quad T(-2,0) = \bar{f}(0) \quad F(0,0) = c(0) \quad (50)$$

$$Q(1,0) = e(0) \quad Q(-1,0) = \bar{e}(0) \quad (51)$$

$$\begin{aligned} S_1(0,0) &= \frac{1}{10} [\sqrt{35} g(0) - 8\eta(0) - \alpha(0)] \\ S_2(0,0) &= \frac{1}{2\sqrt{5}} [\sqrt{35} g(0) + 4\eta(0) + 3\alpha(0)] \\ S_3(0,0) &= \frac{1}{5\sqrt{3}} [-\sqrt{5}g(0) - \sqrt{7}\eta(0) + 3\sqrt{7}\alpha(0)] \end{aligned} \quad (52)$$

$$D_1(1,0) = \frac{1}{5} [2\sqrt{6} \kappa(0) + d(0)] \quad D_2(1,0) = \frac{1}{5} [-\kappa(0) + 2\sqrt{6} d(0)] \quad (53)$$

$$T_1(0,0) = \frac{1}{\sqrt{5}} [-2\pi(0) + \beta(0)] \quad T_2(0,0) = \frac{1}{\sqrt{5}} [\pi(0) + 2\beta(0)] \quad (54)$$

Наконец, обратные соотношения для 405-плета

$$\begin{aligned} & \underline{j=2} \\ \pi(2) &= \frac{1}{\sqrt{5}} [2T_1(0,2) - T_2(0,2)] \quad \beta(2) = \frac{1}{\sqrt{5}} [-T_1(0,2) + 2T_2(0,2)] \end{aligned} \quad (41')$$

$$\kappa(2) = \frac{1}{\sqrt{5}} [\sqrt{2} D_1(1,2) + \sqrt{3} D_2(1,2)] \quad d(2) = \frac{1}{\sqrt{5}} [\sqrt{2} D_1(1,2) + \sqrt{3} D_2(1,2)] \quad (42')$$

$$\begin{aligned} g(2) &= \frac{1}{\sqrt{6}} [\sqrt{3} S_1(0,2) + \sqrt{2} S_2(0,2) + S_3(0,2)] \\ \eta(2) &= \frac{1}{\sqrt{15}} [-\sqrt{6} S_1(0,2) + S_2(0,2) + 2\sqrt{2} S_3(0,2)] \\ \alpha(2) &= \frac{1}{\sqrt{10}} [S_1(0,2) - \sqrt{6} S_2(0,2) + \sqrt{3} S_3(0,2)] \end{aligned} \quad (43')$$

$$\underline{J = 1}$$

$$\eta'(1) = S_3(0, 1) \quad \eta''(1) = \frac{1}{\sqrt{5}} [\sqrt{3} S_1(0, 1) + \sqrt{2} S_2(0, 1)] \quad \alpha(1) = \frac{1}{\sqrt{5}} [\sqrt{2} S_1(0, 1) - \sqrt{3} S_2(0, 1)] \quad (46')$$

$$K'(1) = \frac{1}{15} [2\sqrt{10} D_1(1, 1) + 5\sqrt{2} D_2(1, 1) + 2\sqrt{5} D_3(1, 1) + 5\sqrt{3} D_4(1, 1)]$$

$$K''(1) = \frac{1}{15} [-D_1(1, 1) + 4\sqrt{5} D_2(1, 1) + 2\sqrt{6} D_3(1, 1) - 2\sqrt{30} D_4(1, 1)]$$

$$\tilde{\zeta}'(1) = \frac{1}{15} [2\sqrt{10} D_1(1, 1) + 5\sqrt{2} D_2(1, 1) - 3\sqrt{5} D_3(1, 1)] \quad (47')$$

$$\delta(1) = \frac{1}{5\sqrt{15}} [4\sqrt{5} D_1(1, 1) - 5\sqrt{3} D_2(1, 1) + \sqrt{10} D_3(1, 1) - 5\sqrt{2} D_4(1, 1)]$$

$$\pi'(1) = \frac{1}{\sqrt{3}} [\sqrt{2} T_1(0, 1) + T_5(0, 1)]$$

$$\pi''(1) = \frac{1}{3\sqrt{5}} [4\sqrt{2} T_2(0, 1) - T_3(0, 1) - 2\sqrt{3} T_4(0, 1)]$$

$$\sigma(1) = \frac{1}{6} [-\sqrt{6} T_1(0, 1) + 2T_2(0, 1) + 2\sqrt{2} T_3(0, 1) + \sqrt{6} T_4(0, 1) + 2\sqrt{3} T_5(0, 1)] \quad (48')$$

$$\tilde{\sigma}(1) = \frac{1}{6} [\sqrt{6} T_1(0, 1) + 2T_2(0, 1) + 2\sqrt{2} T_3(0, 1) + \sqrt{6} T_4(0, 1) - 2\sqrt{3} T_5(0, 1)]$$

$$\delta(1) = \frac{1}{\sqrt{15}} [T_2(0, 1) - 2\sqrt{2} T_3(0, 1) + \sqrt{6} T_4(0, 1)]$$

$$\underline{J = 0}$$

$$g'(0) = \frac{1}{6\sqrt{5}} [-3\sqrt{7} S_1(0, 0) - \sqrt{105} S_2(0, 0) + 2\sqrt{3} S_3(0, 0)]$$

$$\eta'(0) = \frac{1}{15} [-12 S_1(0, 0) + 2\sqrt{15} S_2(0, 0) - \sqrt{21} S_3(0, 0)] \quad (52')$$

$$\alpha(0) = \frac{1}{10} [S_1(0, 0) - \sqrt{15} S_2(0, 0) - 2\sqrt{21} S_3(0, 0)]$$

$$K(0) = \frac{1}{5} [2\sqrt{6} D_1(1, 0) - D_2(1, 0)] \quad \alpha(0) = \frac{1}{5} [D_1(1, 0) + 2\sqrt{6} D_2(1, 0)] \quad (53')$$

$$\pi(0) = \frac{1}{\sqrt{5}} [-2T_1(0, 0) + T_2(0, 0)] \quad \delta(0) = \frac{1}{\sqrt{5}} [T_1(0, 0) + 2T_2(0, 0)] \quad (54')$$

Пользуясь массовой формулой Гелл-Манн-Окубо для каждого унитарного мультиплетта и приведенными формулами смешивания, мы можем получить все массовые соотношения для физических частиц.

5. C - четность

Определим теперь C - четность некоторых унитарных и изотопических мультиплеттов, содержащих одновременно частицы и античастицы^{ж)}. Напомним, что если унитарные волновые функции частиц из октета и 27-плетта преобразуются согласно

$$C O_{\rho}^{\alpha} C^{-1} = \eta O_{\alpha}^{\rho}, \quad C H_{\left\{ \begin{smallmatrix} \alpha \beta \\ \gamma \delta \end{smallmatrix} \right\}} C^{-1} = \eta H_{\left\{ \begin{smallmatrix} \gamma \delta \\ \alpha \beta \end{smallmatrix} \right\}}, \quad (\eta = \pm 1), \quad (55)$$

то говорят, что эти мультиплеты имеют C - четность η . Для изотопических мультиплеттов мы имеем аналогичные определения. Понятие C - четности также можно ввести для мультиплеттов группы SU(6), содержащих одновременно частицы и античастицы, например, 35-плет, 189-плет, 405-плет и т.д.

Рассмотрим сначала 35-плет, описываемый спинором Φ_B^A группы SU(6) с нулевым шпуром. Этот мультиплет содержит октет со спином 0, октет и синглет со спином 1:

$$\Phi_B^A = \varphi_6^{\alpha} V_{\rho}^{\alpha} + \frac{1}{\sqrt{3}} \varphi_6^{\alpha} \delta_{\rho}^{\alpha} S + \frac{1}{\sqrt{2}} \delta_{\rho}^{\alpha} O_{\rho}^{\alpha}, \quad (56)$$

где V_{ρ}^{α} и S - унитарные волновые функции векторных мезонов, а O_{ρ}^{α} - унитарная волновая функция псевдоскалярных мезонов. Чтобы определить C - преобразование для мультиплеттов группы SU(6), следует отметить, что C - преобразование опускает верхние унитарные индексы и поднимает нижние, но не затрагивает спиновых индексов. С другой стороны, для спиноров группы SU(6) унитарные и спиновые индексы образуют единые двойные индексы, так что опускание (поднимание) унитарных индексов всегда влечет за собой опускание (поднимание) спиновых индексов. Например, C - преобразование связывает Φ_B^A и Φ_A^B . Так как спиновые индексы при этом преобразовании не затрагиваются, то в одном из спиноров Φ_B^A и Φ_A^B следует поднять и опустить соответствующие спиновые индексы. Это можно сделать при помощи антисимметричных спиноров второго ранга $\epsilon_{\alpha\beta}$ и $\epsilon^{\alpha\beta}$. Мы имеем таким образом:

$$C \Phi_B^A C^{-1} = \eta \epsilon_{\beta\beta'} \Phi_{(\alpha\alpha')}^{\beta\beta'} \epsilon^{\alpha\alpha'} \quad (57)$$

^{ж)} Некоторые общие аспекты C - четности рассматривались в работах^{/II-13/}.

Выберем ϵ_{ab} и ϵ^{ab} так, чтобы

$$\epsilon_{ab}\epsilon^{bc} = \delta_a^c.$$

Подставляя в (57) выражение Φ_B^A через волновые функции $SU(3) \otimes SU(2)$, получим

$$C V_\beta^\alpha C^{-1} = -\eta V_\alpha^\beta, \quad C S C^{-1} = -\eta S', \quad (58)$$

$$C O_\beta^\alpha C^{-1} = \eta O_\alpha^\beta. \quad (59)$$

Таким образом, C - четности векторных и псевдоскалярных мезонов в 35-плете имеют обратные знаки. В частности, если $\eta = 1$, то псевдоскалярные мезоны имеют C - четность $+1$, а векторные - C - четность -1 , что подтверждается экспериментом.

Рассмотрим теперь 189-плет и 405-плет группы $SU(6)$. По аналогии с (57) имеем

$$C \Phi_{[(c\gamma)(d\delta)]}^{[(a\alpha)(b\beta)]} C^{-1} = \eta \epsilon_{c\gamma} \epsilon_{d\delta} \Phi_{[(a'\alpha')(b'\beta)']}^{[(c'\gamma')(d'\delta)']} \epsilon^{a'\alpha'} \epsilon^{b'\beta'} \quad (60)$$

$$C \Phi_{[(c\gamma)(d\delta)]}^{(a\alpha)(b\beta)} C^{-1} = \eta \epsilon_{c\gamma} \epsilon_{d\delta} \Phi_{[(a'\alpha')(b'\beta)']}^{[(c'\gamma')(d'\delta)']} \epsilon^{a'\alpha'} \epsilon^{b'\beta'}. \quad (61)$$

Предположим для определенности, что $\eta = 1$. Подставляя в (60) выражение (3), получим C - четности всех унитарных мультиплетов, содержащихся в 189-плете группы $SU(6)$:

$$\text{Спин } 2: \quad C O_\beta^\alpha C^{-1} = O_\alpha^\beta, \quad C S C^{-1} = S;$$

$$\text{Спин } 1: \quad C V_\beta^\alpha C^{-1} = V_\alpha^\beta, \quad C O_\beta^\alpha C^{-1} = -O_\alpha^\beta;$$

$$C D_{\alpha\beta\gamma} C^{-1} = -\bar{D}^{\alpha\beta\gamma}; \quad (62)$$

$$\text{Спин } 0: \quad C H_{\beta\gamma\delta}^{\alpha\beta\gamma} C^{-1} = H_{\alpha\beta\gamma}^{\beta\gamma\delta}, \quad C O_\beta^\alpha C^{-1} = O_\alpha^\beta, \quad C S C^{-1} = S.$$

Аналогично, из (61) и (4) мы получим для 405-плета:

$$\text{Спин } 2: \quad C H_{\beta\gamma\delta}^{\alpha\beta\gamma} C^{-1} = H_{\alpha\beta\gamma}^{\beta\gamma\delta}, \quad C O_\beta^\alpha C^{-1} = O_\alpha^\beta, \quad C S C^{-1} = S.$$

$$\begin{aligned}
\text{Спин I: } & C N_{\{\gamma\delta\}}^{\{\alpha\beta\}} C^{-1} = -N_{\{\alpha\beta\}}^{\{\gamma\delta\}} & C O_{\rho}^{\alpha} C^{-1} = O_{\alpha}^{\rho} \\
& C O_{\rho}^{\alpha} C^{-1} = -O_{\alpha}^{\rho}; & (63) \\
\text{Спин 0: } & C N_{\{\gamma\delta\}}^{\{\alpha\beta\}} C^{-1} = N_{\{\alpha\beta\}}^{\{\gamma\delta\}} & C O_{\rho}^{\alpha} C^{-1} = O_{\alpha}^{\rho} & C S C^{-1} = S.
\end{aligned}$$

Отметим, что в обоих мультиплеттах $SU(6)$ два октета со спином I имеют разные C -четности.

C -четности физических изотопических мультиплетов, являющихся суперпозициями состояний из разных унитарных мультиплетов, можно определить двумя способами: либо пользоваться непосредственно соотношениями смешивания (27)–(54) и законами преобразования (62), (63) для унитарных мультиплетов, либо подставить в соотношения (60), (61) разложения спиноров $\Phi_{\{cd\}}^{\{AB\}}$ и $\bar{\Phi}_{\{cd\}}^{\{AB\}}$ по цепи $SU(6) \supset SU(4) \otimes SU(2) \supset SU(2) \otimes SU(2)$. В результате мы получим C -четности для изотопических мультиплетов из 189-плета, содержащие одновременно частицы и античастицы:

$$\begin{aligned}
C = +1: & S_1(0,2), S_2(0,2), T_1(0,1), T_2(0,1), T(0,2), S_1(0,1), T_1(0,0), \\
& T_2(0,0), S_1(0,0), S_2(0,0), S_3(0,0); \\
C = -1: & T_3(0,1), T_4(0,1), S_2(0,1).
\end{aligned}$$

Аналогично для 405-плета имеем:

$$\begin{aligned}
C = +1: & T_1(0,2), T_2(0,2), S_1(0,2), S_2'(0,2), S_3(0,2), S_3(0,1), T_1(0,1), \\
& T_5(0,1), S_1(0,0), S_2(0,0), S_3(0,0), T_1(0,0), T_2(0,0); \\
C = -1: & S_1(0,1), S_2(0,1), T_2(0,1), T_3(0,1), T_4(0,1).
\end{aligned}$$

6. Соотношения между константами распада

При классификации мезонов по рассмотренным мультиплетам 189 и 405 необходимо проверить, выполняются ли массовые соотношения.

Изучение соотношений между вероятностями распадов резонансов также может дать дополнительную информацию. Как известно^{/9/}, для унитарных мультиплетов, массы которых хорошо удовлетворяют массовой формуле Гелл-Манна-Окубо, предсказания унитарной симметрии относительно вероятностей распада согласуются с опытом с точностью до 10-20%.

Рассмотрим сначала распад мезонов 0^+ и 2^+ на два псевдоскалярных мезона. Преследуя цель идентификации известных мезонов 2^+ (см. подробно раздел 7) с частицами из рассматриваемых мультиплетов 189 или 405, мы предположим, что константа η в формулах (60) и (61) равна +1. Это приводит к тому, что унитарные мультиплеты со спином и четностью 0^+ и 2^+ имеют C - четность +1. Матричные элементы распадов этих мезонов на два псевдоскалярных мезона имеют следующую унитарную структуру:

$$\underline{0^+ \rightarrow 0^- + 0^-}$$

$$M(0 \rightarrow 8+8) = g_1 S(q) \bar{P}_\rho^\alpha(p_1) \bar{P}_\alpha^\rho(p_2) \quad (64)$$

$$M(8 \rightarrow 8+8) = g_2 T_\rho^\alpha(q) [\bar{P}_\alpha^\gamma(p_1) \bar{P}_\gamma^\rho(p_2) + \bar{P}_\gamma^\rho(p_1) \bar{P}_\alpha^\gamma(p_2)] \quad (65)$$

$$M(27 \rightarrow 8+8) = g_3 H_{\{\gamma\delta\}}^{\{\alpha\beta\}}(q) \bar{P}_\alpha^\delta(p_1) \bar{P}_\rho^\beta(p_2) \quad (66)$$

$$\underline{2^+ \rightarrow 0^- + 0^-}$$

$$M(0 \rightarrow 8+8) = g_4 S(q) \bar{P}_\rho^\alpha(p_1) \bar{P}_\alpha^\rho(p_2) \quad (67)$$

$$M(8 \rightarrow 8+8) = g_5 T_\rho^\alpha(q) [\bar{P}_\alpha^\delta(p_1) \bar{P}_\delta^\rho(p_2) + \bar{P}_\delta^\rho(p_1) \bar{P}_\alpha^\delta(p_2)] \quad (68)$$

$$M(27 \rightarrow 8+8) = g_6 H_{\{\gamma\delta\}}^{\{\alpha\beta\}}(q) \bar{P}_\alpha^\delta(p_1) \bar{P}_\rho^\beta(p_2) \quad (69)$$

Здесь $H_{\{\gamma\delta\}}^{\{\alpha\beta\}}(q)$, $T_\rho^\alpha(q)$ и $S(q)$ обозначают распадавшиеся 27-плет, октет и синглет, соответственно, с импульсами q , а $\bar{P}_\rho^\alpha(p_1)$ и $\bar{P}_\alpha^\rho(p_2)$ - октеты псевдоскалярных мезонов с импульсами p_1 и p_2 . Исходя из этих матричных элементов и используя формулы смешивания (27)-(36) и (39)-(54), мы можем получить выражения для констант конкретных наблюдаемых распадов через g_1 , g_2 , g_3 , и т.д. Результаты приведены в таблицах.

Таблица I^{x)}Мезоны 2^+ в представлении 189

Распад	Константа
$T^+(0,2) \rightarrow \kappa^+ \bar{K}^0$	g_5
$T^+(0,2) \rightarrow \pi^+ \eta$	$\frac{\sqrt{2}}{3} g_5$
$D^+(1,2) \rightarrow \kappa^0 \pi^+$	g_5
$D^+(1,2) \rightarrow \kappa^+ \eta$	$-\frac{1}{\sqrt{6}} g_5$
$S_1(0,2) \rightarrow \pi^+ \pi^-$	$\frac{2}{3} g_5 - \frac{1}{3} g_4$
$S_1(0,2) \rightarrow \kappa^+ \kappa^-$	$-\frac{1}{3} g_5 - \frac{1}{\sqrt{3}} g_4$
$S_1(0,2) \rightarrow \eta \eta$	$-\frac{2}{3} g_5 - \frac{1}{\sqrt{3}} g_4$
$S_2(0,2) \rightarrow \pi^+ \pi^-$	$\frac{\sqrt{2}}{3} g_5 + \frac{\sqrt{2}}{3} g_4$
$S_2(0,2) \rightarrow \kappa^+ \kappa^-$	$-\frac{1}{3\sqrt{2}} g_5 + \frac{\sqrt{2}}{3} g_4$
$S_2(0,2) \rightarrow \eta \eta$	$-\frac{\sqrt{2}}{3} g_5 + \frac{\sqrt{2}}{3} g_4$

Таблица II

Мезоны 0^+ в представлении 189

Распад	Константа
$S_1(0,0) \rightarrow \pi^+ \pi^-$	$\frac{1}{\sqrt{60}}(-5g_1 + 2g_2 + \frac{3}{2\sqrt{10}} g_3)$
$S_2(0,0) \rightarrow \pi^+ \pi^-$	$\frac{1}{\sqrt{60}}(5g_1 + 4g_2 + \frac{1}{2\sqrt{10}} g_3)$
$S_3(0,0) \rightarrow \pi^+ \pi^-$	$\frac{1}{\sqrt{6}}(g_1 - g_2 + \frac{1}{2\sqrt{10}} g_3)$
$D_1^+(1,0) \rightarrow \kappa^+ \pi^0$	$\frac{1}{\sqrt{5}}(\frac{1}{\sqrt{2}} g_2 + \frac{1}{\sqrt{5}} g_3)$
$D_2^+(1,0) \rightarrow \kappa^+ \pi^0$	$\frac{1}{\sqrt{5}}(\sqrt{2} g_2 - \frac{1}{2\sqrt{5}} g_3)$
$T_1^+(0,0) \rightarrow \pi^+ \eta$	$\frac{1}{\sqrt{5}}(\frac{2}{\sqrt{5}} g_2 - \frac{3}{\sqrt{10}} g_3)$
$T_2^+(0,0) \rightarrow \pi^+ \eta$	$\frac{1}{\sqrt{5}}(\sqrt{2} g_2 + \frac{3}{\sqrt{15}} g_3)$
$Q^{++}(1,0) \rightarrow \kappa^+ \pi^+$	$\frac{1}{\sqrt{2}} g_3$
$F^{++}(0,0) \rightarrow \pi^+ \pi^+$	g_3
$T^{++}(2,0) \rightarrow \kappa^+ \kappa^+$	g_3

Таблица III

Мезоны 2^+ в представлении 405

Распад	Константа
$S_1(0,2) \rightarrow \pi^+ \pi^-$	$\frac{1}{10}(\sqrt{5} g_4 - \sqrt{2} g_5 + \frac{1}{2\sqrt{30}} g_6)$
$S_2(0,2) \rightarrow \pi^+ \pi^-$	$\frac{1}{15}(\sqrt{5} g_4 + \frac{1}{\sqrt{2}} g_5 - \frac{3}{2\sqrt{30}} g_6)$
$S_3(0,2) \rightarrow \pi^+ \pi^-$	$\frac{1}{\sqrt{30}}(\sqrt{5} g_4 + 2\sqrt{2} g_5 + \frac{3}{2\sqrt{30}} g_6)$
$D_1^+(1,2) \rightarrow \kappa^+ \pi^0$	$\frac{1}{\sqrt{5}}(g_5 + \frac{1}{2\sqrt{5}} g_6)$
$D_2^+(1,2) \rightarrow \kappa^+ \pi^0$	$\frac{1}{\sqrt{5}}(\sqrt{\frac{3}{2}} g_5 - \frac{1}{\sqrt{30}} g_6)$
$T_1^+(0,2) \rightarrow \pi^+ \eta$	$\frac{1}{\sqrt{5}}(2\sqrt{\frac{2}{3}} g_5 - \frac{3}{\sqrt{30}} g_6)$
$T_2^+(0,2) \rightarrow \pi^+ \eta$	$\frac{1}{\sqrt{5}}(\sqrt{\frac{2}{3}} g_5 + \frac{6}{\sqrt{30}} g_6)$
$Q^{++}(1,2) \rightarrow \kappa^+ \pi^+$	$\frac{1}{\sqrt{2}} g_6$
$F^{++}(0,2) \rightarrow \pi^+ \pi^+$	g_6
$T^{++}(2,2) \rightarrow \kappa^+ \kappa^+$	g_6

Таблица IV

Мезоны 0^+ в представлении 405

Распад	Константа
$S_1(0,0) \rightarrow \pi^+ \pi^-$	$\frac{1}{10}(\sqrt{35} g_1 - \frac{8}{\sqrt{2}} g_2 - \frac{1}{2\sqrt{30}} g_3)$
$S_2(0,0) \rightarrow \pi^+ \pi^-$	$\frac{1}{2\sqrt{15}}(\sqrt{35} g_1 + 2\sqrt{2} g_2 + \frac{3}{2\sqrt{30}} g_3)$
$S_3(0,0) \rightarrow \pi^+ \pi^-$	$\frac{1}{5\sqrt{3}}(-\sqrt{5} g_1 - \sqrt{2} g_2 + \frac{3}{2\sqrt{30}} g_3)$
$D_1^+(1,0) \rightarrow \kappa^+ \pi^0$	$\frac{1}{5}(2\sqrt{3} g_2 + \frac{1}{2\sqrt{15}} g_3)$
$D_2^+(1,0) \rightarrow \kappa^+ \pi^0$	$\frac{1}{5}(-\frac{1}{\sqrt{2}} g_2 + \sqrt{\frac{2}{5}} g_3)$
$T_1^+(0,0) \rightarrow \pi^+ \eta$	$\frac{1}{\sqrt{15}}(-2\sqrt{2} g_2 + \frac{3}{\sqrt{10}} g_3)$
$T_2^+(0,0) \rightarrow \pi^+ \eta$	$\frac{1}{\sqrt{5}}(\frac{2}{\sqrt{3}} g_2 - \frac{3}{\sqrt{10}} g_3)$
$Q^{++}(1,0) \rightarrow \kappa^+ \pi^+$	$\frac{1}{\sqrt{2}} g_3$
$F^{++}(0,0) \rightarrow \pi^+ \pi^+$	g_3
$T^{++}(2,0) \rightarrow \kappa^+ \kappa^+$	g_3

*) Здесь и в дальнейшем в таблицы не включены константы распадов, связанных с приведенным посредством изотопической инвариантности.

Из данных выражений для констант распадов вытекают различные соотношения между константами. Учитывая кинематические факторы (фазовый объем) можно получить также соотношения между вероятностями распадов, если известны значения масс соответствующих частиц^{9/}. Ввиду отсутствия экспериментальных данных в настоящее время это возможно только для нонета 2^+ в I89-плете (подробно см.^{9/}, глава IV, а также следующий раздел данной работы).

Аналогично, для распадов мезонов 2^+ на октет псевдоскалярных мезонов и нонет векторных мезонов мы имеем матричные элементы

$$\begin{aligned} M(0 \rightarrow 8+8) &= 0 \\ M(8 \rightarrow 8+8) &= f T_{\rho}^{\alpha}(\varphi) [\bar{V}_{\alpha}^{\rho}(k_1) \bar{P}_{\gamma}^{\beta}(k_2) - \bar{V}_{\gamma}^{\beta}(k_1) \bar{P}_{\alpha}^{\rho}(k_2)] \\ M(27 \rightarrow 8+8) &= 0. \end{aligned} \quad (70)$$

Выражения констант конкретных распадов даны в таблицах У и УI.

Рассмотрим, наконец, радиационные распады мезонов 1^+ на псевдоскалярные мезоны. В зависимости от C -четности частиц мы имеем следующие матричные элементы

$$\begin{aligned} M(8^1 \rightarrow 8+8) &= h_1 (0_8^1 \bar{P}_1^{\rho} - 0_1^{\rho} \bar{P}_8^1) \\ M(8^0 \rightarrow 8+8) &= h_2 (0_8^0 \bar{P}_1^{\rho} + 0_1^{\rho} \bar{P}_8^0 - \frac{2}{3} 0_6^{\rho} \bar{P}_7^0) \\ M(10 \rightarrow 8+8) &= h_3 D_{1\alpha\rho} \bar{P}_{\gamma}^{\beta} \epsilon^{1\alpha\gamma} \\ M(\bar{10} \rightarrow 8+8) &= -h_3 \bar{D}^{1\alpha\rho} \bar{P}_{\rho}^{\gamma} \epsilon_{1\alpha\gamma} \\ M(27 \rightarrow 8+8) &= 0. \end{aligned} \quad (71)$$

Таблица У
Мезоны 2^+ в представлении I89

Распад	Константа
$T^+(0,2) \rightarrow \rho^+ \pi^0$	$\sqrt{2} f$
$T^+(0,2) \rightarrow \omega \pi^+$	0
$T^+(0,2) \rightarrow \rho^+ \eta$	0
$T^+(0,2) \rightarrow \varphi \pi^+$	0
$D^+(1,2) \rightarrow K^{*+} \pi^0$	$\frac{1}{\sqrt{2}} f$
$D^+(1,2) \rightarrow K^+ \omega$	$\frac{1}{\sqrt{2}} f$
$D^+(1,2) \rightarrow K^+ \rho^0$	$\frac{1}{\sqrt{2}} f$
$S_1(0,2) \rightarrow K^{*+} K^-$	f
$S_1(0,2) \rightarrow \rho^+ \pi^-$	0
$S_1(0,2) \rightarrow \omega \eta$	0
$S_2(0,2) \rightarrow K^{*+} K^-$	$-\frac{1}{\sqrt{2}} f$
$S_2(0,2) \rightarrow \rho^+ \pi^-$	0
$S_2(0,2) \rightarrow \omega \eta$	0

Таблица УІ

Мезоны 2^+ в представлении 405

Распад	Константа
$T_1^+(0,2) \rightarrow \rho^+ \pi^0$	$\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{5}} f$
$T_1^+(0,2) \rightarrow \omega \pi^+$	0
$T_1^+(0,2) \rightarrow \rho^+ \eta$	0
$T_1^+(0,2) \rightarrow \varphi \pi^+$	0
$T_2^+(0,2) \rightarrow \rho^+ \pi^0$	$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}} f$
$T_2^+(0,2) \rightarrow \omega \pi^+$	0
$T_2^+(0,2) \rightarrow \rho^+ \eta$	0
$T_2^+(0,2) \rightarrow \varphi \pi^+$	0
$D_1^+(1,2) \rightarrow K^+ \pi^0$	$\frac{1}{\sqrt{5}} f$
$D_1^+(1,2) \rightarrow K^+ \omega$	$\frac{1}{\sqrt{5}} f$
$D_1^+(1,2) \rightarrow K^+ \rho^0$	$\frac{1}{\sqrt{5}} f$
$D_2^+(1,2) \rightarrow K^+ \pi^0$	$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{10}} f$
$D_2^+(1,2) \rightarrow K^+ \omega$	$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{10}} f$
$D_2^+(1,2) \rightarrow K^+ \rho^0$	$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{10}} f$

Распад	Константа
$S_1(0,2) \rightarrow K^+ K^-$	$-\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}} f$
$S_1(0,2) \rightarrow \rho^+ \pi^-$	0
$S_1(0,2) \rightarrow \omega \eta$	0
$S_2(0,2) \rightarrow K^+ K^-$	$\frac{1}{\sqrt{10}} f$
$S_2(0,2) \rightarrow \rho^+ \pi^-$	0
$S_2(0,2) \rightarrow \omega \eta$	0
$S_3(0,2) \rightarrow K^+ K^-$	$\frac{2}{\sqrt{5}} f$
$S_3(0,2) \rightarrow \rho^+ \pi^-$	0
$S_3(0,2) \rightarrow \omega \eta$	0

Таблица УІІ

Мезоны 1^+ в представлении 189

Распад	Константа
$S_1(0,1) \rightarrow \eta \gamma$	0
$S_1(0,1) \rightarrow \pi^0 \gamma$	0
$S_2(0,1) \rightarrow \eta \gamma$	$-\frac{1}{3} h_2$
$S_2(0,1) \rightarrow \pi^0 \gamma$	$\frac{1}{\sqrt{3}} h_2$
$D_1^+(1,1) \rightarrow K^+ \gamma$	$\frac{1}{3}(-2h_1 + \frac{2}{3}h_2)$
$D_2^+(1,1) \rightarrow K^+ \gamma$	$\frac{1}{3}(h_1 + \frac{2}{3}h_2)$
$D_3^+(1,1) \rightarrow K^+ \gamma$	$\frac{1}{3}(h_1 + \frac{1}{3}h_2)$
$D_1^0(1,1) \rightarrow K^0 \gamma$	$\frac{1}{3}(-\frac{1}{\sqrt{3}}h_3 - \frac{4}{3}h_2)$
$D_2^0(1,1) \rightarrow K^0 \gamma$	$\frac{1}{3}(\frac{2}{\sqrt{3}}h_3 - \frac{4}{3}h_2)$
$D_3^0(1,1) \rightarrow K^0 \gamma$	$\frac{1}{3}(-\frac{2}{\sqrt{3}}h_3 - \frac{2}{3}h_2)$
$T_1^+(0,1) \rightarrow \pi^+ \gamma$	$\frac{1}{\sqrt{6}}(-\frac{1}{\sqrt{3}}h_3 - h_1)$
$T_2^+(0,1) \rightarrow \pi^+ \gamma$	$\frac{1}{\sqrt{3}}(-\frac{1}{\sqrt{3}}h_3 - h_1)$
$T_3^+(0,1) \rightarrow \pi^+ \gamma$	$\frac{1}{\sqrt{6}}(-\frac{1}{\sqrt{3}}h_3 + \frac{2}{3}h_2)$
$T_4^+(0,1) \rightarrow \pi^+ \gamma$	$\frac{1}{\sqrt{3}}(-\frac{1}{\sqrt{3}}h_3 - \frac{2}{3}h_2)$

Распад	Константа
$T_1^0(0,1) \rightarrow \pi^0 \gamma$	0
$T_2^0(0,1) \rightarrow \pi^0 \gamma$	0
$T_3^0(0,1) \rightarrow \pi^0 \gamma$	$\frac{1}{\sqrt{6}}(\frac{1}{\sqrt{3}}h_3 + \frac{2}{3}h_2)$
$T_4^0(0,1) \rightarrow \pi^0 \gamma$	$\frac{1}{\sqrt{3}}(\frac{1}{\sqrt{3}}h_3 - \frac{2}{3}h_2)$
$T_1^0(0,1) \rightarrow \eta \gamma$	0
$T_2^0(0,1) \rightarrow \eta \gamma$	0
$T_3^0(0,1) \rightarrow \eta \gamma$	$\frac{1}{\sqrt{6}}(-h_3 + \frac{2}{\sqrt{3}}h_2)$
$T_4^0(0,1) \rightarrow \eta \gamma$	$\frac{1}{\sqrt{3}}(-h_3 - \frac{2}{\sqrt{3}}h_2)$
$Q^+(1,1) \rightarrow K^+ \gamma$	$\frac{1}{\sqrt{3}} h_3$
$Q^0(1,1) \rightarrow K^0 \gamma$	$\frac{1}{\sqrt{3}} h_3$

Таблица VII
Мезоны I^+ в представлении 405

Распад	Константа
$S_1(0,1) \rightarrow \pi^0 \gamma$	$\frac{1}{\sqrt{5}} h_2$
$S_2(0,1) \rightarrow \pi^0 \gamma$	$\frac{2}{\sqrt{30}} h_2$
$S_3(0,1) \rightarrow \pi^0 \gamma$	0
$S_4(0,1) \rightarrow \eta \gamma$	$-\frac{1}{\sqrt{15}} h_2$
$S_2(0,1) \rightarrow \eta \gamma$	$\frac{2}{3\sqrt{10}} h_2$
$S_3(0,1) \rightarrow \eta \gamma$	0
$D_1^+(1,1) \rightarrow K^+ \gamma$	$\frac{1}{\sqrt{5}} (2\sqrt{10} h_1 - \frac{1}{3} h_2)$
$D_2^+(1,1) \rightarrow K^+ \gamma$	$\frac{1}{3\sqrt{5}} (\sqrt{10} h_1 + \frac{4}{3} h_2)$
$D_3^+(1,1) \rightarrow K^+ \gamma$	$\frac{1}{5\sqrt{6}} (2\sqrt{10} h_1 + \frac{4}{3} h_2)$
$D_4^+(1,1) \rightarrow K^+ \gamma$	$\frac{1}{\sqrt{50}} (\sqrt{10} h_1 - \frac{4}{3} h_2)$
$D_1^0(1,1) \rightarrow K^0 \gamma$	$\frac{1}{15} (\frac{2}{3} h_2 - \frac{2\sqrt{10}}{\sqrt{3}} h_3)$
$D_2^0(1,1) \rightarrow K^0 \gamma$	$\frac{1}{3\sqrt{5}} (-\frac{8}{3} h_2 - \sqrt{\frac{10}{3}} h_3)$
$D_3^0(1,1) \rightarrow K^0 \gamma$	$\frac{1}{5\sqrt{6}} (-\frac{8}{3} h_2 + \sqrt{30} h_3)$
$D_4^0(1,1) \rightarrow K^0 \gamma$	$\frac{8}{3\sqrt{30}} h_2$
$Q^+(1,1) \rightarrow K^+ \gamma$	$\frac{1}{\sqrt{3}} h_3$
$Q^0(1,1) \rightarrow K^+ \gamma$	$\frac{1}{\sqrt{3}} h_3$

Распад	Константа
$T_1^+(0,1) \rightarrow \pi^+ \gamma$	$\frac{1}{6} (2h_1 + \frac{1}{\sqrt{3}} h_3)$
$T_2^+(0,1) \rightarrow \pi^+ \gamma$	$\frac{4}{9} \sqrt{\frac{2}{5}} h_2 - \frac{1}{3\sqrt{3}} h_3$
$T_3^+(0,1) \rightarrow \pi^+ \gamma$	$\frac{1}{3\sqrt{5}} (-\frac{1}{3} h_2 - \sqrt{\frac{10}{3}} h_3)$
$T_4^+(0,1) \rightarrow \pi^+ \gamma$	$\frac{1}{\sqrt{30}} (-\frac{3\sqrt{2}}{3} h_2 - \sqrt{\frac{5}{2}} h_3)$
$T_5^+(0,1) \rightarrow \pi^+ \gamma$	$\frac{1}{\sqrt{3}} (h_1 - \frac{1}{\sqrt{3}} h_3)$
$T_1^0(0,1) \rightarrow \pi^0 \gamma$	0
$T_2^0(0,1) \rightarrow \pi^0 \gamma$	$\frac{1}{3\sqrt{5}} (\frac{4}{3}\sqrt{2} h_2 + \sqrt{\frac{5}{3}} h_3)$
$T_3^0(0,1) \rightarrow \pi^0 \gamma$	$\frac{1}{3\sqrt{5}} (-\frac{1}{3} h_2 + \sqrt{\frac{10}{3}} h_3)$
$T_4^0(0,1) \rightarrow \pi^0 \gamma$	$\frac{1}{\sqrt{30}} (-\frac{2\sqrt{2}}{3} h_2 + \sqrt{\frac{5}{3}} h_3)$
$T_5^0(0,1) \rightarrow \pi^0 \gamma$	0
$T_1^0(0,1) \rightarrow \eta \gamma$	0
$T_2^0(0,1) \rightarrow \eta \gamma$	$\frac{1}{3\sqrt{5}} (\frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{3}} h_2 - \sqrt{5} h_3)$
$T_3^0(0,1) \rightarrow \eta \gamma$	$\frac{1}{3\sqrt{5}} (-\frac{1}{\sqrt{3}} h_2 - \sqrt{10} h_3)$
$T_4^0(0,1) \rightarrow \eta \gamma$	$\frac{1}{\sqrt{50}} (-2\sqrt{\frac{2}{3}} h_2 - \sqrt{5} h_3)$
$T_5^0(0,1) \rightarrow \eta \gamma$	0

Выражения для констант приведены в таблицах УП и УШ. Отметим, что можно было бы получить также соотношения между константами распадов типа $1^+ \rightarrow 0^- + 1^-$. Однако, как это было показано в^{9/} (см. главу УI), в данном случае из соотношений между константами нельзя получить соотношения между вероятностями распада, так как вероятность каждого процесса сложным образом зависит от двух комплексных констант. Наоборот, в случае радиационных распадов $1^+ \rightarrow 0^- + \gamma$ вследствие калибровочной инвариантности вероятность каждого процесса зависит от одной константы, и из соотношений между константами вытекают соотношения между вероятностями.

7. Заключение и обсуждение

Используя имеющиеся в настоящее время данные по бозонным резонансам, рассмотрим возможность классификации этих резонансов по представлениям 189 и 405 группы $SU(6)$. Критерием справедливости идентификации при этом будет выполнение массовых соотношений, которые могут быть также использованы для предсказания масс еще необнаруженных частиц.

Из-за недостатка экспериментальных данных из массовых соотношений мы можем проверить только формулу^{14/}

$$4m_{D(1,2)}^2 = m_{S_1(0,2)}^2 + 2m_{S_2(0,2)}^2 + m_{T(0,2)}^2 \quad (72)$$

для нонета мезонов 2^+ в 189-плете. Массы известных мезонов 2^+ A_2 (1320), K^{**} (1400), f (1250) и f' (1255)^{15/} (или в наших обозначениях $T(0,2)$, $D(1,2)$, $S_1(0,2)$ и $S_2(0,2)$) удовлетворяют этой формуле в пределах экспериментальных ошибок (см. также^{15/}). Поскольку в работе^{16/} приведено несколько иное значение массы резонанса K^{**} (1430 Мэв), которое не согласуется с формулой (72), то желательно уточнение этой величины. В 405-плете кроме нонета имеется еще 27-плет со спином 2^+ , для заполнения которого имеющихся экспериментальных данных слишком мало. Если у обнаруженного недавно^{17/} резонанса M_2 (1280) в системе K^+K^+ спин и четность равны 2^+ , то его можно будет поместить только в представлении 405.

Рассмотрим изотопические мультиплеты со спином и четностью 1^+ , входящие в 189-плет и 405-плет, и возможность отождествления их с известными резонансами.

$D(+1,1)$: Имеются не вполне достоверные данные о существовании четырех резонансов с $I_2 = \frac{1}{2}$ и массами 1360 Мэв^{18/}, 1320 Мэв^{15/}, 1215 Мэв^{15/} и 1175 Мэв^{19/}. Если у этих частиц $I = \frac{1}{2}$ и $J = 1^+$, то три из них могут быть сопоставлены частицам $D(+1,1)$ в 189-плете или же все четыре - в 405-плете.

$Q(+1,1)$: Возможным кандидатом является резонанс в системе $K\pi\pi$ с массой 1270 Мэв^{15/}, если окажется, что спин и четность этого резонанса равны 1^+ . Возможно

также, что $Q_{(\pm 1, I)}$ можно отождествить с каким-либо из четырех резонансов, перечисленных в предыдущем абзаце, если этот резонанс имеет $I = 3/2$. Отметим, что в 405-плете содержатся два изоквартета $Q_{(\pm 1, I)}$ (в 189-плете - один).

$T(0, I)$: Достоверно установлено существование резонанса $B(1215) (C = -1)^{15/}$; имеются данные о резонансе $A_1(1072) (C = +1)^{15/}$, но некоторые авторы^{/20/} приводят соображения против существования этого резонанса. В данном случае нам недостает двух резонансов для 189-плета и трех - для 405-плета (если существование A_1 считается достоверным). Напомним, что изотриплеты имеют определенные C -четности, например, в 189-плете для $T_1(0, I)$ и $T_2(0, I)$ $C = +1$, а для $T_3(0, I)$ и $T_4(0, I)$ $C = -1$.

$S(0, I)$: Хорошо известны резонансы $D(1286) (C = +1)$ и $E(1420) (C = -1)$ с $I = 0$ и $J^P = I^+ / 15/$, помимо этого имеются экспериментальные данные о резонансе $H(975)^{21/}$, у которого предполагаются такие же квантовые числа I и J^P . Этим частицам можно сопоставить два изосинглета $S(0, I)$ (различающиеся C -четностью) в 189-плете или три изосинглета $S(0, I)$ (у двух $C = -1$, у одного $C = +1$) в 405-плете.

$F(0, I)$: В 405-плете содержится изоквинтет с нулевым гиперзарядом. Достоверных данных о существовании резонанса с квантовыми числами $J^P = I^+$, $I = 2$ нет, однако остается возможность отождествления его с одним из резонансов $X^-(962)^{22/}$, $R^-(1675)^{23/}$ или $3\pi(1000)^{18/}$, у которых предполагаются квантовые числа $I = 2$, $Y = 0$ и $J^P = I^+$.

$S_{(\pm 2, I)}$ и $T_{(\pm 2, I)}$: Изосинглет с $Y = 2$ содержится как в 405-плете, так и в 189-плете, изотриплет с $Y = 2$ - только в 405-плете. Экспериментальными данными по этим частицам мы еще не располагаем.

Что касается мезонов 0^+ , то здесь число частиц со спином и четностью 0^+ в 189-плете и 405-плете одинаково, но массовые формулы - разные. Приведем некоторые данные о возможных кандидатах в нашу схему.

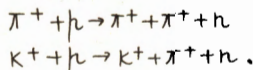
$S(0, 0)$: $\sigma(390)^{15/}$, $E^0(720)^{15/}$. Рассматриваемые нами представления группы $SU(6)$ содержат три частицы $S(0, 0)$, однако отождествить их с наблюдаемыми резонансами трудно, так как данные о двух мезонах σ и E^0 недостоверны.

$D(+1,0)$: Имеются экспериментальные данные всего лишь об одном резонансе $\chi(725)^{15/}$ с квантовыми числами $I = \frac{1}{2}$ и $J^P = 0^+$. Представления же 189 и 405 содержат по две частицы $D(+1,0)$.

$\Gamma(0,0)$: Пока известен лишь один изотриплет $\eta\pi(1040)$ с квантовыми числами $J^P = 0^+$ и $Y = 0$, в то время, как оба представления содержат по две частицы $\Gamma(0,0)$.

$\Gamma(2,0)$: Обнаруженный в $^{17/}$ резонанс $M_2(1055)$ с квантовыми числами $J^P = 0^+$, $I = 1$, $Y = 2$ может быть отождествлен с частицей $\Gamma(2,0)$. Как было сказано, наряду с резонансом $M_2(1055)$ существует также резонанс $M_1(1280)$ с $I = 1$, $Y = 2$. Если $M_2(1055)$ имеет $J^P = 0^+$, а $M_1(1280)$ — $J^P = 2^+$, то они могут принадлежать 405-плету. Если же оба эти резонанса имеют $J^P = 0^+$, то для классификации этих резонансов невозможно ограничиться одним представлением 405 или 189.

Итак, для классификации мезонов 0^+ пока имеется мало экспериментальных данных, особенно для резонансов с высшими квантовыми числами $I > 1$, $Y > 1$. Поэтому представляется необходимым дальнейший поиск резонансов 0^+ , в частности, в системе двух псевдоскалярных мезонов $\pi^+\pi^+$, K^+K^+ , которые могут быть обнаружены в реакциях



Заметим, что вопрос о классификации мезонов с помощью 405-плета группы рассматривался также Грановским^{24/}. Однако в его работе содержатся неправильные соотношения смешивания (автор, в частности, не учитывает смешивания нонета с 27-плетом мезонов 2^+), что исключает возможность успешного проведения классификации.

Обратим внимание на то, что прежде чем рассматривать классификацию мезонов 1^+ и 0^+ по представлениям 189 и 405 группы $SU(6)$, необходимо выделить те мезоны, которые образуют 35-плет с четностью $P = +$, содержащий октет 0^+ и нонет 1^+ . Если выберем в качестве мезонов 1^+ из нонета резонансы $B(1220)$ с $I = 1$, $Y = 0$, $K\pi\pi(1175)$ с $I = \frac{1}{2}$, $Y = \pm 1$, $E(1420)$ и $H(975)$ с $I = Y = 0$, то массовая формула вида (72) для этого нонета хорошо выполняется в пределах экспериментальных ошибок. Таким образом, весьма вероятно, что эти резонансы образуют 35-плет и не могут быть включены в схему классификации по 189- или 405-плетам.

В заключение авторы выражают глубокую благодарность Н.Н.Боголюбову за интерес к работе.

Литература:

1. F. Gürsey, and L.A. Radioati, Phys.Rev.Lett. 12, 173 (1964).
2. B. Sakita, Phys.Rev. 136, B1756 (1964).
3. M.A. Bég, B.W. Lee and A. Pais Phys.Rev.Letters 13, 514 (1964).
4. Дао Вонг Дык, Фам Куй Ть, Ядерная физика 2, 743 (1965).
5. D. Robaschik and A. Uhlmann, preprint JINR E-2557 (1966).
6. Chia-Hwa Chan and Nguyen-Huu Xuong, UC, 1965.
7. T.K. Kuo, T. Yao, Phys.Rev.Letters 12, 415 (1964).
8. M.A. Bég, V. Singh, Phys.Rev.Letters 12, 418 (1964).
9. Нгуен Ван Хью, препринт ОИЯИ, 2571 (1966).
10. Као Ти, Нгуен Ван Хью, Б. Срединава, препринт ОИЯИ, г. Дубна, P-2400 (1965).
11. A. Uhlmann, preprint JINR E-2545 (1965).
12. L.C. Biedenharn, Muys and H. Ruegg, CERN 65-3.
13. S. Okubo and N. Mukunda, UR- 875 - 95.
14. F. Gürsey, T.D. Lee and M. Naunberg, Phys.Rev. 135, B467 (1964).
15. Sulamith Goldhaber, UCRL-16295 (1965); G. Goldhaber, Proc. Coral Gables Conference, 1965, A.H. Rosenfeld et al. Rev.Mod.Phys. 27, 633 (1965).
16. L.M. Hardy et al. Phys.Rev.Letters 14, 401 (1965).
17. M. Ferro-Luzzi, Phys.Lett. 17, 155 (1965).
18. В.В. Владимирский, Ядерная физика 1, 380 (1965).
19. T.P. Wangler, Phys.Letters 9, 71 (1964).
20. A. Porino et al. Phys.Letters 19, 68 (1965); V. Barnes et al. Phys.Rev.Letters 16, 41 (1966).
21. Proc. Oxford Intern. Confer., 1965.
22. S.G. Wojcicki et al. Phys.Letters 2, 283 (1962).
23. J. Séguinot et al. Phys.Lett. 19, 712 (1965).
24. Я.И. Грановский, Письма ЖЭТФ, 2, 549 (1965).