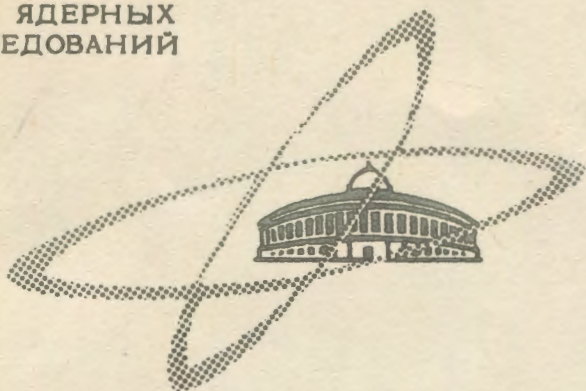


К-172

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

P - 2682



Б.Н. Калинкин, Я. Грабовский, Ф.А. Гареев

ОБ УРОВНЯХ СРЕДНЕГО ПОЛЯ ЯДЕР

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

1966

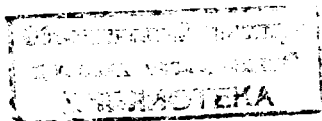
P-2882

У204/2 нр-

Б.Н. Калинин, Я. Грабовский, Ф.А. Гареев

ОБ УРОВНЯХ СРЕДНЕГО ПОЛЯ ЯДЕР

Направлено в "Acta Physica Polonica"



При изучении структуры ядра в современной теории используются методы, развитые при решении проблемы многих тел. При этом в качестве исходного базиса используются одночастичные энергии и волновые функции. Точность описания свойств ядер зависит, в частности, и от того, насколько удовлетворительно выбран этот базис.

Долгое время в качестве среднего поля, определяющего одночастичные уровни, использовался осцилляторный потенциал. Ему соответствуют волновые функции, весьма удобные для приложений.

Однако такой потенциал нельзя считать удовлетворительным - осцилляторные волновые функции обладают искаженной асимптотикой и неправильным поведением в области резкого перепада плотности ядерного вещества. Согласно предложенной недавно теории конечных ферми-систем^{/1/}, свойства ядра существенным образом зависят от поведения волновых функций на границе ядра и от характера изменения амплитуды рассеяния квазичастиц в этой же области.

Имеется и другая причина считать осцилляторный потенциал грубым приближением. В настоящее время хорошо известно^{/2/}, что очень важный тип прямых ядерных реакций обусловлен взаимодействием вблизи границы и на периферии ядра, т.е. именно там, где функции осцилляторного потенциала нельзя считать хорошими.

Несомненно, что наиболее реалистичным является потенциал Саксона-Вуда. Однако расчеты одночастичных энергий и волновых функций с таким потенциалом удается провести лишь численно. Основной недостаток заключается в том, что волновые функции получаются в виде громоздких таблиц, пользование которыми в многочисленных приложениях весьма неудобно.

Здесь мы рассмотрим возможность получения приближенных волновых функций для потенциала Саксона-Вуда в аналитическом виде. Для этой цели удобно использовать квазиклассический метод расчета связанных состояний, предложенный Миллером и Гудом^{/3/} и примененный ими к одномерной потенциальной яме. В качестве нулевого приближения в указанном методе используются волновые функции гармонического осциллятора. Уровни энергии определяются из квазиклассического условия:

$$\int_{x_1}^{x_2} p(\xi) d\xi = (n + \frac{1}{2})\pi, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (1)$$

Волновые функции имеют вид:

$$\Psi_n = N_n(S')^{-\frac{1}{2}} \cdot \exp(-S^2/2) \cdot H_n(S), \quad (2)$$

где N_n - нормировочный множитель, а корректирующая функция S удовлетворяет уравнению

$$\int_{-\sqrt{E}}^S (E - \sigma^2)^{\frac{1}{2}} d\sigma = \int_{x_1}^x p(\xi) d\xi. \quad (3)$$

Отличительной чертой метода является непрерывность волновых функций в точках поворота. Это обусловлено выбором корректирующей функции $S(x)$ таким образом, чтобы она обращалась в нуль одновременно с функцией $p(\xi)$ (детали метода см. в ^{13/}).

В применении к трехмерной задаче потенциал взаимодействия должен быть заменен по обычному способу эффективным потенциалом, в который включены центробежные силы. Кроме того, необходимо произвести переход $\ell(\ell + 1) \rightarrow (\ell + \frac{1}{2})^2$.

§ 1. Уровни энергии сферических ядер

Для определенности рассмотрим нейтронные одночастичные уровни ядер ${}_{40}\text{Zr}^{91}$ и ${}_{60}\text{Nd}^{148}$. В качестве ядерного потенциала нами был выбран потенциал Сахсона-Вуда:

$$V_N(r) = V_0 \cdot \left\{ 1 + \exp\left(\frac{r - R_0}{\eta}\right) \right\}^{-1}, \quad (4)$$

а спин-орбитальное взаимодействие было принято в виде:

$$V_{s.o.}(r) = \kappa \cdot (\vec{\sigma} \vec{\ell}) \cdot \frac{1}{r} \frac{d}{dr} V_N(r). \quad (5)$$

Для выяснения точности квазиклассического приближения были проведены расчеты по формуле (1) и путем численного решения уравнения Шредингера по методу Рунге-Кутты при одних и тех же значениях параметров ядерного взаимодействия:

$$\begin{aligned} {}_{40}\text{Zr}^{91} : \quad R_0 = r_0 A^{1/3} ; \quad r_0 = 1,27 \cdot f ; \quad \eta = 0,65 \cdot f ; \quad V_0 = -50,86 ; \quad \kappa = 0,28 f^2, \\ {}_{60}\text{Nd}^{148} : \quad R_0 = r_0 A^{1/3} ; \quad r_0 = 1,27 \cdot f ; \quad \eta = 0,65 \cdot f ; \quad V_0 = -48,8 ; \quad \kappa = 0,28 \cdot f^2. \end{aligned}$$

Сравнение квантового и квазиклассического решения было проведено для уровней, волновые функции которых соответствуют разным значениям углового момента и имеют различное число узлов (до двух узлов). Расчеты показывают, что квазиклассические значения энергий уровней располагаются в той же последовательности, что и квантовые величины. Однако все они несколько сдвинуты вверх по отношению к квантовым значениям. Причиной этого малого энергетического сдвига является наличие в эффективном потенциале члена $\frac{1}{4} \frac{\hbar^2}{2Mr^2}$, возникшего в результате перехода $\ell(\ell+1) \rightarrow (\ell + \frac{1}{2})^2$. Компенсировать этот эффект можно, вводя малую добавку к потенциалу ΔV_0 . Производя такую "перенормировку" потенциала V_0 , нетрудно получить весьма хорошее соответствие между квантовой и квазиклассической схемами уровней.

На рис. 1,2 воспроизведены квантовые (сплошные линии) и квазиклассические (пунктир) уровни ядер ${}_{40}\text{Zr}^{91}$ и ${}_{60}\text{Nd}^{148}$ (в обоих случаях $\Delta V_0 = -1,0$ Мэв). Расхождение между обеими системами уровней мало и в худшем случае не превышает $\approx 0,1$ Мэв. Если учесть точность определения одночастичных уровней для фиксированного потенциала, то станет очевидным, что такое согласие является очень хорошим.

Вычисление протонных уровней, в принципе, может быть проведено таким же образом, с той только разницей, что в эффективный потенциал необходимо добавить член, описывающий кулоновское взаимодействие:

$$V_0(r) = \frac{(z-1)e^2}{r} \cdot \begin{cases} \frac{3}{2} \cdot \frac{r}{R_0} - \frac{1}{2} \left(\frac{r}{R_0}\right)^3; & r \leq R_0 \\ 1 & r \geq R_0 \end{cases}$$

На рис. 3 даны протонные уровни ядра ${}_{88}\text{Bi}^{209}$, полученные при значениях параметров:

$$r_0 = 1,27 \cdot f; \quad \eta = 0,67 \cdot f; \quad V_0 = -58; \quad \kappa = 0,35 f^2.$$

Сплошные линии соответствуют численному решению уравнения Шредингера^{/4/}.

На рис. 4 представлены полные системы уровней (за исключением самого нижнего $1s$ -состояния) ядер Zr^{91} и Nd^{148} , полученные по данному методу. Как видно из рисунка, ядерные оболочки проявляются весьма четко.

Интересно рассмотреть также поведение уровней при изменении среднего радиуса R_0 ядерного потенциала, т.е. при изменении A . Расчет был произведен для верхних уровней ядер, соседних с Zr^{91} и Nd^{148} , так как для них имеются соответствующие результаты, полученные по квантово-механической теории^{/5/}. Зависимость положения одночастичных нейтронных уровней от R_0 представлена на рис. 5. Результаты находятся в отличном согласии с полученными в работе^{/5/} данными.

Таким образом, хорошее соответствие между обоими вариантами теории имеет систематический характер.

§ 2. Волновые функции

Поскольку общий вид волновой функции одночастичного состояния известен (см.(2)), то для ее детального определения необходимо знать лишь корректирующую функцию $S(r)$. Она определяется уравнением (3). Разумеется, решить это уравнение можно только численно. Результаты такого решения представлены на рис. 6, где в качестве примера приведена функция $S(r)$ для состояния $2f_{7/2}$ (Nd^{143}). В точке $r = a$ $S(a) = 0$. В окрестности этой точки $S(r)$ — практически линейная функция. Она слабо отклоняется от прямой в области $r_1 \leq r \leq r_2$, где r_1 и r_2 — точки поворота. Таким образом, внутри этой области волновая функция должна неплохо описываться осцилляторной волновой функцией. При $r < r_1$ и при $r > r_2$ функция $S(r)$ нелинейна. Это является прямым следствием отличия эффективного потенциала в этих областях от осцилляторного. При $r > r_2$ $S(r)$ зависит от r слабее, чем это имеет место в линейной функции (пунктир). Наоборот, при $r < r_1$ $|S(r)|$ растет с уменьшением r быстрее. Такое поведение $S(r)$ легко понять, если учесть, что при $r > r_2$ эффективный потенциал существенно меньше осцилляторного, а при $r < r_1$ — значительно превышает его. Подстановка численного решения для $S(r)$ в (2) приводит к волновой функции, практически совпадающей (с точностью 1-2%) с волновой функцией, полученной путем численного решения уравнения Шредингера, во всей области значений r , где она заметно отличается от нуля. Таким образом, квазиклассическая волновая функция исключительно точно передает поведение квантовой.

Однако можно продвинуться еще дальше, если учесть, что корректирующая функция $S(r)$ имеет монотонный характер. Можно попытаться аппроксимировать $S(r)$ какой-либо простой аналитической функцией. Таковой является, например, логарифмическая $S(r) = b \cdot \ln \frac{r}{a}$, где $r = a$ — точка, в которой $S = 0$.

Еще лучшей аппроксимации можно добиться, если использовать различные значения параметра "b" для $r \geq a$ и для $r < a$:

$$S(r) = \begin{cases} b_1 \cdot \ln(r/a); & r \leq a \\ b \cdot \ln(r/a); & r \geq a \end{cases} \quad (6)$$

На рис. 6 результат такой аппроксимации представлен пунктирной кривой. Мы видим, что аппроксимирующая кривая очень близка к численной кривой $S(r)$ в области, где волновая функция имеет заметную величину. Наблюдается отклонение при очень больших и при малых значениях r . При этих значениях аппроксимирующая волновая

функция будет стремиться к нулю быстрее численной. Однако практически во всех приложениях эти области не играют существенной роли.

Учитывая тот факт, что $S(r)$ практически линейна в области, где волновая функция принимает наибольшие значения, можно упростить вид аппроксимирующей волновой функции, полагая множитель $(dS/dr)^{-1/2}$ в формуле (2) равным постоянной. Из рис. 8 следует, что:

$$(dS/dr)^{-1/2} = (a/c)^{1/2} = d \quad (7)$$

Таким образом, радиальную часть волновой функции можно представить в виде:

$$\Psi_n(r) \cdot r = \chi_n(r) = N_n \cdot d \cdot H_n(S) \cdot \exp(-S^2/2), \quad (8)$$

где функция $S(r)$ определена соотношениями (6).

Итак, для получения волновой функции необходимо знать параметры a , b , b_1 . Параметр a определяется из условия $S(a) = 0$. Что же касается параметров b и b_1 , то наилучшая аппроксимация функции $S(r)$ получается, если вычислять их значения из требования, чтобы функция (6) совпадала с численной в некоторых точках $r_1 + \Delta_1$ и $r_2 + \Delta_2$ (величина констант Δ_1 и Δ_2 устанавливается практически и не изменяется для всех уровней). На рис. 7, 8, 9 даны волновые функции одночастичных состояний (ядро Nd^{143}) $1h_{9/2}$, $2f_{7/2}$, $3p_{3/2}$, имеющие различное число узлов и вычисленные разными способами. Пунктирные кривые получены с помощью квазиклассического метода ($\Delta_1 = 0.7 \cdot f$; $\Delta_2 = 3.4f$), а сплошные представляют результат численного решения уравнения Шредингера.

Мы видим, что приближенные функции находятся в неплохом соответствии с численными.

Для сравнения на тех же рисунках даны волновые функции (кривые с индексом "0"), полученные в предположении, что эффективный потенциал при $r \geq r_2$ растет как осцилляторный. На периферии ядра реалистические и "осцилляторные" волновые функции сильно отличаются друг от друга.

Вычислим норму волновых функций. По определению имеем:

$$\begin{aligned} 1 &= N_n^2 \cdot \int_0^\infty \Psi_n^2(r) r^2 dr = N_n^2 \int_0^\infty \chi_n^2(r) dr = \\ &= N_n^2 \left[\int_0^a \chi_n^2(r) dr + \int_a^\infty \chi_n^2(r) dr \right] = \\ &= N_n^2 d^2 a \left[\frac{1}{b_1} \int_0^\infty H_n^2(S) \exp(-S^2 - S/b_1) dS + \right. \end{aligned} \quad (9)$$

$$+ \frac{1}{b} \int_0^{\infty} H_n^2(s) \cdot \exp(-s^2 + s/b) ds] . \quad (8)$$

Интегралы в (8) вычисляются по формуле /8/:

$$\int_0^{\infty} S^{\nu-1} \exp[-\beta S^2 - \gamma S] ds = (2\beta)^{-\frac{\nu}{2}} \cdot \Gamma(\frac{\nu}{2}) \cdot \exp(\frac{\gamma^2}{8\beta}) \cdot D_{-\nu}(\frac{\gamma}{\sqrt{2\beta}}), \quad (10)$$

где $D_p(x)$ - функция параболического цилиндра. Используя явный вид полиномов Эрмита $H_n(S)$ и формулу (10), для нормы N_n нетрудно получить:

$$N_0^{-2} = \frac{a^2}{\sqrt{2}c} \left[\frac{1}{b_1} \exp(\frac{1}{8b_1^2}) \cdot D_{-1}(\frac{1}{b_1\sqrt{2}}) + \frac{1}{b} \exp(\frac{1}{8b^2}) D_{-1}(-\frac{1}{b\sqrt{2}}) \right], \quad (11)$$

$$N_1^{-2} = \frac{4a^2}{\sqrt{2}c} \left[\frac{1}{b_1} \exp(\frac{1}{8b_1^2}) \cdot D_{-3}(\frac{1}{b_1\sqrt{2}}) + \frac{1}{b} \exp(\frac{1}{8b^2}) \cdot D_{-3}(-\frac{1}{b\sqrt{2}}) \right], \quad (12)$$

$$N_2^{-2} = \frac{4a^2}{\sqrt{2}c} \left\{ \frac{1}{b} [D_{-1}(\frac{1}{b_1\sqrt{2}}) - 2D_{-3}(\frac{1}{b_1\sqrt{2}}) + 24 \cdot D_{-5}(\frac{1}{b_1\sqrt{2}})] \exp(\frac{1}{8b_1^2}) + \right. \\ \left. \frac{1}{b} [D_{-1}(-\frac{1}{b\sqrt{2}}) - 2D_{-3}(-\frac{1}{b\sqrt{2}}) + 24 \cdot D_{-5}(-\frac{1}{b\sqrt{2}})] \exp(\frac{1}{8b^2}) \right\} . \quad (13)$$

Соотношения (11), (12) и (13) можно упростить. Прежде всего, поскольку $b = b_1 - 2 - \delta$, то $\exp(\frac{1}{8b^2}) = 1$. По этой же причине величины $1/b\sqrt{2}$ и $1/b_1\sqrt{2}$ существенно меньше единицы. Используя определение:

$$D_{-1}(z) = \exp(z^2/4) \cdot \sqrt{\pi}/2 [1 - \Phi(z/\sqrt{2})], \quad (14)$$

$$D_{-2}(z) = \exp(z^2/4) \sqrt{\pi}/2 \{ [1 - \Phi(z/\sqrt{2})] z - \sqrt{\frac{2}{\pi}} \exp(-\frac{z^2}{2}) \}, \quad (15)$$

рекуррентное соотношение

$$D_{p+1}(z) - z \cdot D_p(z) + p \cdot D_{p-1}(z) = 0 \quad (16)$$

и малость параметра $\varepsilon/\sqrt{2}$, для нормы функции получим приближенные (с точностью до $\approx 3\%$) выражения:

$$N_0^{-2} = \frac{\pi^{\frac{1}{2}} a^2}{2c} \left[\frac{1}{b} + \frac{1}{b_1} + \frac{1}{\pi^{\frac{1}{2}}} \left(\frac{1}{b^2} - \frac{1}{b_1^2} \right) \right], \quad (11a)$$

$$N_1^{-2} = \frac{\pi^{\frac{1}{2}} a^2}{c} \left[\frac{1}{b} + \frac{1}{b_1} - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{b^2} + \frac{1}{b_1^2} \right) \right], \quad (12a)$$

$$N_2^{-2} = \frac{2a^2}{c} \left[2\pi^{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{b} + \frac{1}{b_1} \right) + \frac{1}{b_1^2} - \frac{1}{b^2} - \pi^{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{b_1^3} + \frac{1}{b^3} \right) \right]. \quad (13a)$$

§ 3. Радиационные интегралы

В радиальный интеграл I_2 перекрытия двух состояний входят две функции, зависящие от различных $S : S(r)$ и $S'(r)$. Для того, чтобы вычислить такой интеграл, необходимо перейти к одной функции S , т.е. выразить S' через S . Так как $|a - a'| \ll 1$, то одна из функций (S или S') может быть удовлетворительно описана в этой узкой зоне аппроксимацией $S = b \ln(r/a)$ (или $S = b' \ln(r/a')$) при $r \leq a$ (a'). Отсюда

$$S' = \frac{b'}{b} S + b' \cdot \ln \left(\frac{a}{a'} \right). \quad (17)$$

Тогда

$$I_2 = N_{n_1} N_{n_2} \int_0^{\infty} \chi_{n_1}(r) \chi_{n_2}(r) dr = N_{n_1} N_{n_2} \left[\int_0^a \chi_{n_1}(r) \chi_{n_2}(r) dr + \int_a^{\infty} \chi_{n_1}(r) \chi_{n_2}(r) dr \right]. \quad (18)$$

Рассмотрим простейший случай $n_1 = n_2 = 0$ (состояния без узлов). Используя формулы (10) и (17), имеем

$$I_2 = N_0 N_0' d_1 d_2 a \left\{ \frac{\exp(-\Delta_1)}{b_1 \sqrt{2\beta_1}} \cdot D_{-1} \left(\frac{\gamma_1}{\sqrt{2\beta_1}} \right) + \frac{\exp(-\Delta)}{b \sqrt{2\beta}} \cdot D_{-1} \left(-\frac{\gamma}{\sqrt{2\beta}} \right) \right\}; \quad (19)$$

где

$$\Delta_1 = \frac{(b_1')^2}{2} \ln^2 \frac{a}{a'} ; \quad \Delta = \frac{(b')^2}{2} \ln^2 \frac{a}{a'} .$$

$$\beta_1 = \kappa \left[1 + \left(\frac{b_1'}{b_1} \right)^2 \right] , \quad \beta = \kappa \left[1 + \left(\frac{b'}{b} \right)^2 \right] , \quad (20)$$

$$\gamma_1 = \frac{1}{b_1} - \frac{(b_1')^2}{b_1} \ln \frac{a}{a'} , \quad \gamma = \frac{1}{b} - \frac{(b')^2}{b} \ln \frac{a}{a'} .$$

Поступая аналогично, нетрудно получить аналитическое выражение и для радиальной части одночастичного радиационного матричного элемента:

$$\langle f | r^\ell | i \rangle = a^\ell I_2 . \quad (21)$$

В выражении (21) определение параметров γ_1 и γ следует изменить:

$$\begin{aligned} \gamma_1 &= \frac{1 + \ell}{b_1} - \frac{(b_1')^2}{b_1} \ln \frac{a}{a'} , \\ \gamma &= \frac{1 + \ell}{b} - \frac{(b')^2}{b} \ln \frac{a}{a'} . \end{aligned} \quad (22)$$

В случае $n_1 \neq 0$ и $n_2 \neq 0$ обобщение формул для I_2 и $\langle f | r^\ell | i \rangle$ очевидны.

Интересно сравнить значения радиационных интегралов, вычисленных в "осциляторном" приближении и в реалистическом. Например, для $\ell = 2$ и $i \rightarrow 2f_{7/2}$, $f \rightarrow 3p_{3/2}$ (Nd^{143}) имеем:

$$\left| \frac{\langle f | r^2 | i \rangle}{\langle f | r^2 | i \rangle_{\text{осп.}}} \right|^2 \approx 2,6 .$$

Таким образом, учет правильного поведения волновых функций на периферии ядра может оказаться весьма важным.

§ 4. Интеграл перекрытия четырех состояний

При учете парного взаимодействия частиц в приближении δ -сил возникают интегралы перекрытия четырех состояний. Рассмотрим радиальную часть интеграла перекрытия I_4 , для простоты полагая, что состояния не имеют узлов. Используя изложенный выше метод, имеем:

$$\begin{aligned}
I_4 &= N_0 N_0' N_0'' N_0''' \cdot \int_0^{\infty} \chi \chi' \chi'' \chi''' \frac{dr}{r^2} = \\
&= a N_0 N_0' N_0'' N_0''' \left(\prod_{i=1}^4 d_i \right) \left\{ \frac{1}{b_1} \int_{-\infty}^0 \exp[-\frac{1}{2}(S^2 + S'^2 + S''^2 + S'''^2) - \frac{S}{b_1}] ds + \right. \\
&\quad \left. + \frac{1}{b} \int_0^{\infty} \exp[-\frac{1}{2}(S^2 + S'^2 + S''^2 + S'''^2) - \frac{S}{b}] ds \right\}, \quad (23)
\end{aligned}$$

причем в первом интеграле $S' = \frac{b_1'}{b_1} S + b_1' \ln \frac{a}{a'}$ и т.д., а во втором $S' = \frac{b'}{b} S + b' \ln \frac{a}{a'}$ и т.д. Проведя простые преобразования подынтегральных выражений и вычислив интегралы по формуле (10), получим:

$$\begin{aligned}
I_4 &= a N_0 N_0' N_0'' N_0''' \cdot \left(\prod_{i=1}^4 d_i \right) \left\{ \frac{\lambda_1}{b_1 (2\beta_1)^{\frac{1}{2}}} \exp\left(\frac{\gamma_1^2}{8\beta_1}\right) \cdot D_{-1}\left(-\frac{\gamma_1}{\sqrt{2\beta_1}}\right) + \right. \\
&\quad \left. + \frac{\lambda}{b (2\beta)^{\frac{1}{2}}} \exp\left(\frac{\gamma^2}{8\beta}\right) \cdot D_{-1}\left(\frac{\gamma}{\sqrt{2\beta}}\right) \right\}, \quad (24)
\end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}
\lambda_1 &= \exp\left[-\frac{1}{2}\left(b_1'^2 \ln^2 \frac{a}{a'} + b_1''^2 \ln^2 \frac{a}{a''} + b_1'''^2 \ln^2 \frac{a}{a'''}\right)\right], \\
\lambda &= \exp\left[-\frac{1}{2}\left(b'^2 \ln^2 \frac{a}{a'} + b''^2 \ln^2 \frac{a}{a''} + b'''^2 \ln^2 \frac{a}{a'''}\right)\right], \\
\beta_1 &= \frac{1}{2} \left[1 + \left(\frac{b_1'}{b_1}\right)^2 + \left(\frac{b_1''}{b_1}\right)^2 + \left(\frac{b_1'''}{b_1}\right)^2 \right], \\
\beta &= \frac{1}{2} \left[1 + \left(\frac{b'}{b}\right)^2 + \left(\frac{b''}{b}\right)^2 + \left(\frac{b'''}{b}\right)^2 \right], \\
\gamma_1 &= \frac{1}{b_1} \left(b_1'^2 \ln \frac{a}{a'} + b_1''^2 \ln \frac{a}{a''} + b_1'''^2 \ln \frac{a}{a'''} + 1 \right), \\
\gamma &= \frac{1}{b} \left(b'^2 \ln \frac{a}{a'} + b''^2 \ln \frac{a}{a''} + b'''^2 \ln \frac{a}{a'''} + 1 \right). \quad (25)
\end{aligned}$$

Аналогичным образом можно вычислить и ряд других характеристик. Функции параболического цилиндра $D_p(z)$, входящие в полученные формулы, табулированы. Их значения приведены в таблице. Следует заметить, что, как правило, $D_{-p}(-z) \gg D_{-p}(z)$ при $|z| \gg 1$. Этим обстоятельством можно воспользоваться для упрощения окончательного вида формул.

Л и т е р а т у р а

1. А.Б. Мигдал. Теория конечных ферми-систем и свойства ядер, изд-во "Наука", 1965.
2. N.Austern. Selected Topics in Nuclear Theory, International Atomic Energy Agency, Vienna, 1963.
3. S.C.Miller, R.H.Good. Phys.Rev., **21**, 174 (1953).
4. J.Blomquist, S.Wahlborn. Arkiv for Fysik, **16**, N.46, 545 (1960).
5. П.Э. Немировский. Современные модели атомного ядра, "Атомиздат", 1960.
6. И.С. Градштейн, И.М. Рыжик. Таблицы интегралов, Москва, 1962.

Рукопись поступила в издательский отдел
6 апреля 1966 г.

Таблица функций $D_p(z)$

z	D_{-4}	D_{-3}	D_{-2}	D_{-1}	D_0	D_1
-2	6,6587	13,6853	17,0147	15,9049	12,2061	8,0634
-1,9	6,0032	11,8117	14,2228	12,9450	9,7046	6,2767
-1,8	5,4322	10,2228	11,9167	10,5576	7,7301	4,8944
-1,7	4,9325	8,8708	10,0064	8,6272	6,1682	3,8226
-1,6	4,4933	7,7165	8,4198	7,0628	4,9301	2,9902
-1,5	4,1054	6,7278	7,0986	5,7919	3,9466	2,3424
-1,4	3,7612	5,8783	5,9954	4,7573	3,1639	1,8373
-1,3	3,4543	5,1460	5,0721	3,9132	2,5398	1,4430
-1,2	3,1794	4,5129	4,2975	3,2233	2,0414	1,1346
-1,1	2,9319	3,9640	3,6462	2,6583	1,6426	0,8930
-1	27079	3,4867	3,0973	2,1947	1,3230	0,7035
-0,9	2,5043	3,0706	2,6339	1,8137	1,0666	0,5547
-0,8	2,3184	2,7068	2,2419	1,5001	0,8605	0,4377
-0,7	2,1477	2,3881	1,9097	1,2416	0,6947	0,3456
-0,6	1,9905	2,1082	1,6277	1,0283	0,5612	0,2729
-0,5	1,8450	1,8619	1,3879	0,8519	0,4535	0,2157
-0,4	1,7099	1,6447	1,1839	0,7061	0,3666	0,1705
-0,3	1,5841	1,4529	1,0100	0,5853	0,2964	0,1348
-0,2	1,4666	1,2834	0,8616	0,4852	0,2397	0,1066
-0,1	1,3565	1,1332	0,7349	0,4022	0,1938	0,0843
0	1,2533	1,0000	0,6266	0,3353	0,1566	0,0666
0,1	1,1564	0,8819	0,5341	0,2762	0,1266	0,0527
0,2	1,0652	0,7770	0,4549	0,2287	0,1023	0,0416
0,3	0,9795	0,6839	0,3872	0,1892	0,0826	0,0329
0,4	0,8989	0,6012	0,3292	0,1565	0,0666	0,0259
0,5	0,8232	0,5278	0,2797	0,1293	0,0538	0,0205
0,6	0,7522	0,4626	0,2373	0,1067	0,0433	0,0161
0,7	0,6855	0,4048	0,2011	0,0880	0,0349	0,0127
0,8	0,6232	0,3536	0,1701	0,0725	0,0280	0,0100
0,9	0,5649	0,3082	0,1437	0,0596	0,0225	0,0079
1	0,5106	0,2682	0,1212	0,0489	0,0180	0,0062

${}_{40}^{91}\text{Zr}$

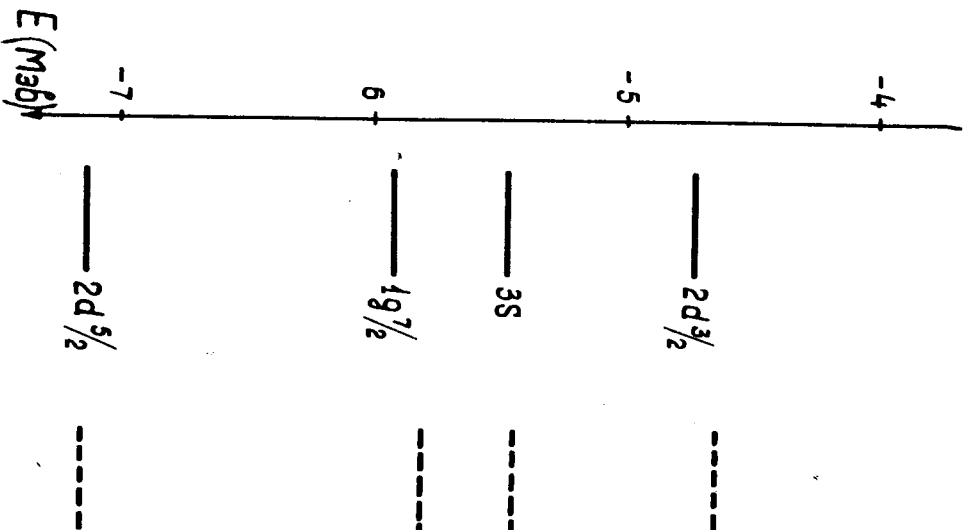


Рис. 1. Верхние нейтронные одночастичные уровни ядра Zr^{91} .

${}^{143}_{83}\text{Nd}$

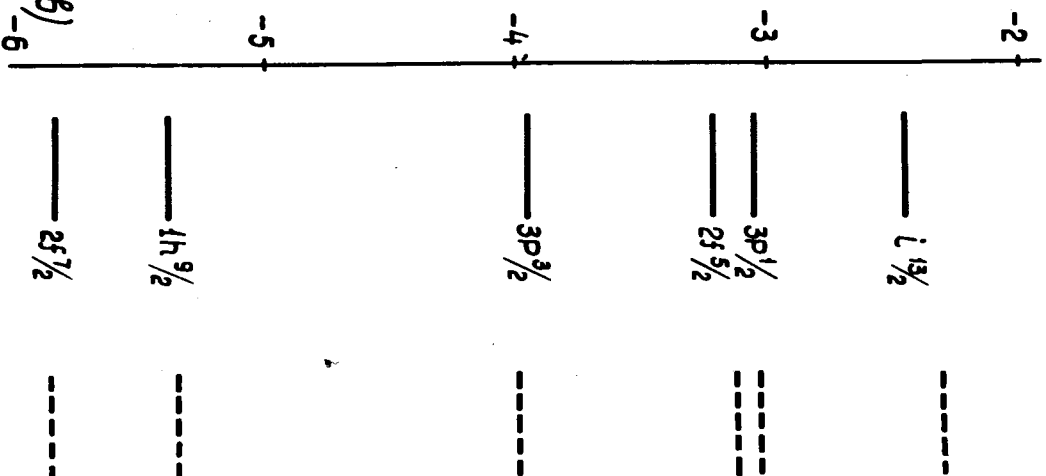


Рис. 12. Верхние нейтронные одночастичные уровни ядра ${}^{143}_{83}\text{Nd}$.

83Bi^{209}_{126}

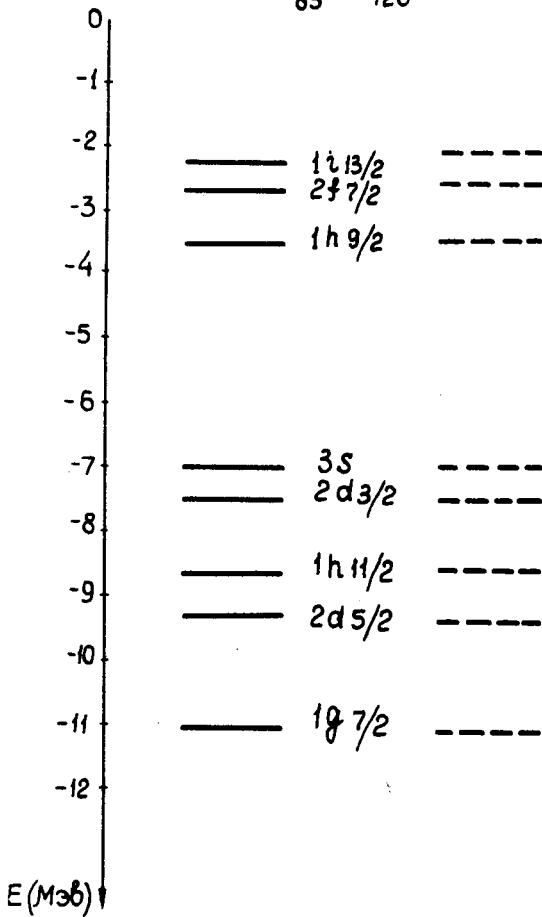


Рис. 3. Верхние протонные одночастичные уровни ядра Bi^{209} .

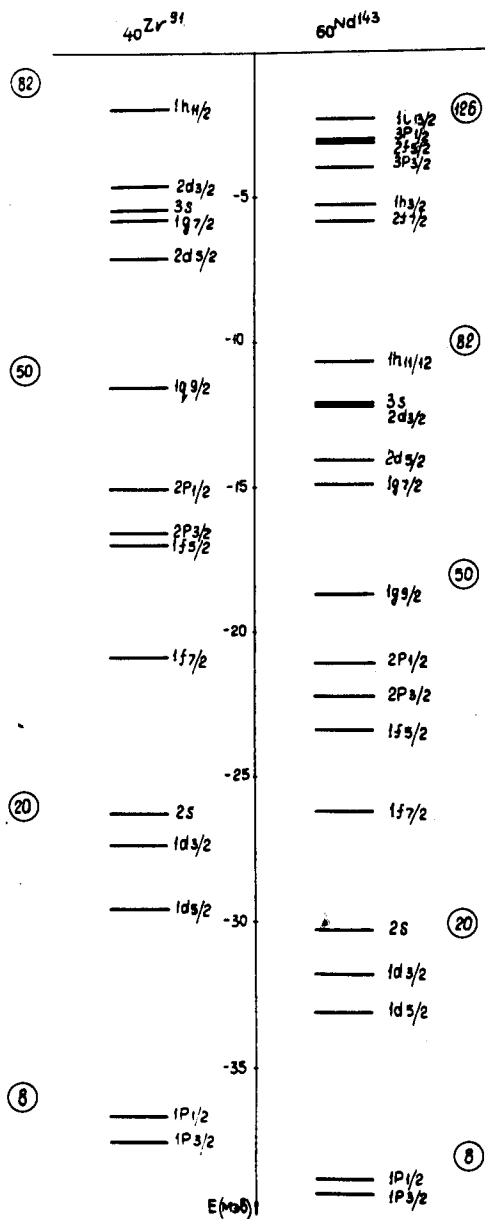


Рис. 4. Системы нейтронных одночастичных уровней ядер Zr^{91} и Nd^{143} .

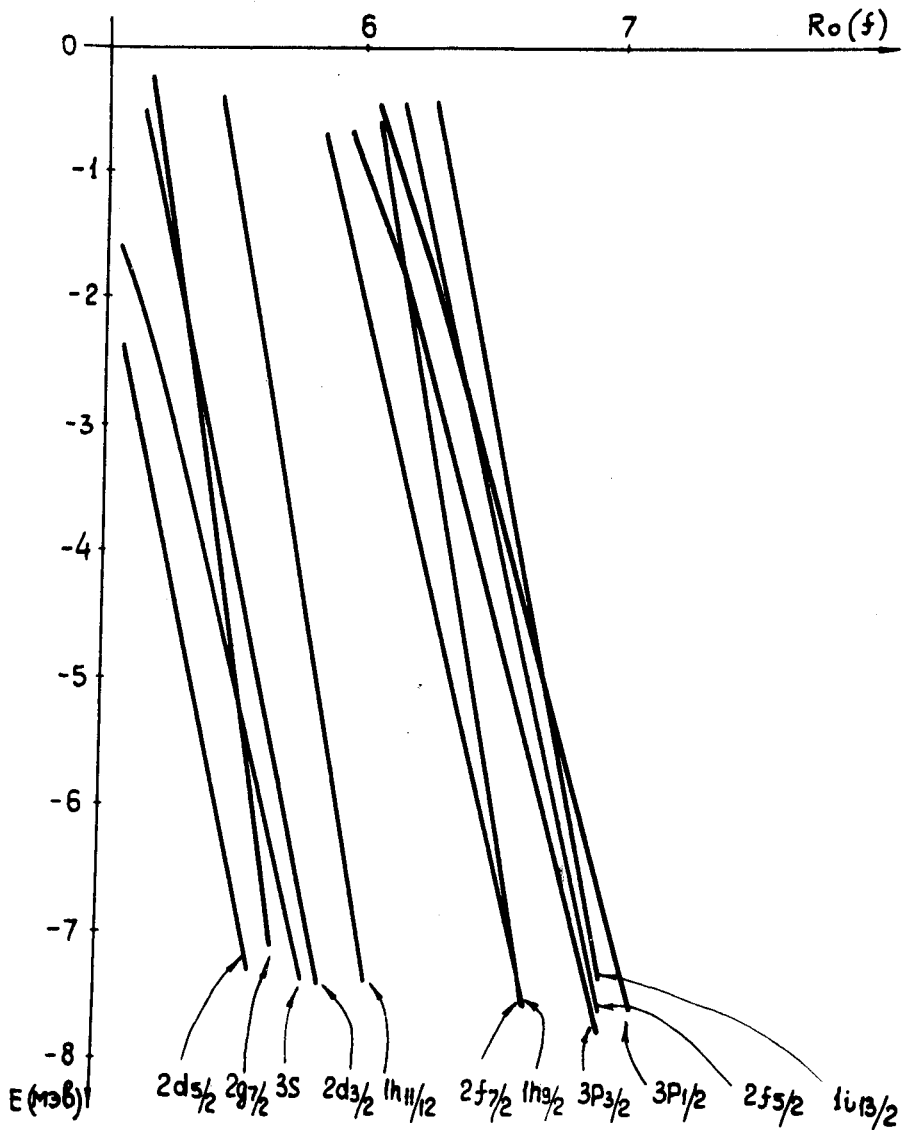


Рис. 6. Зависимость энергий одночастичных нейтронных уровней от R_0 .

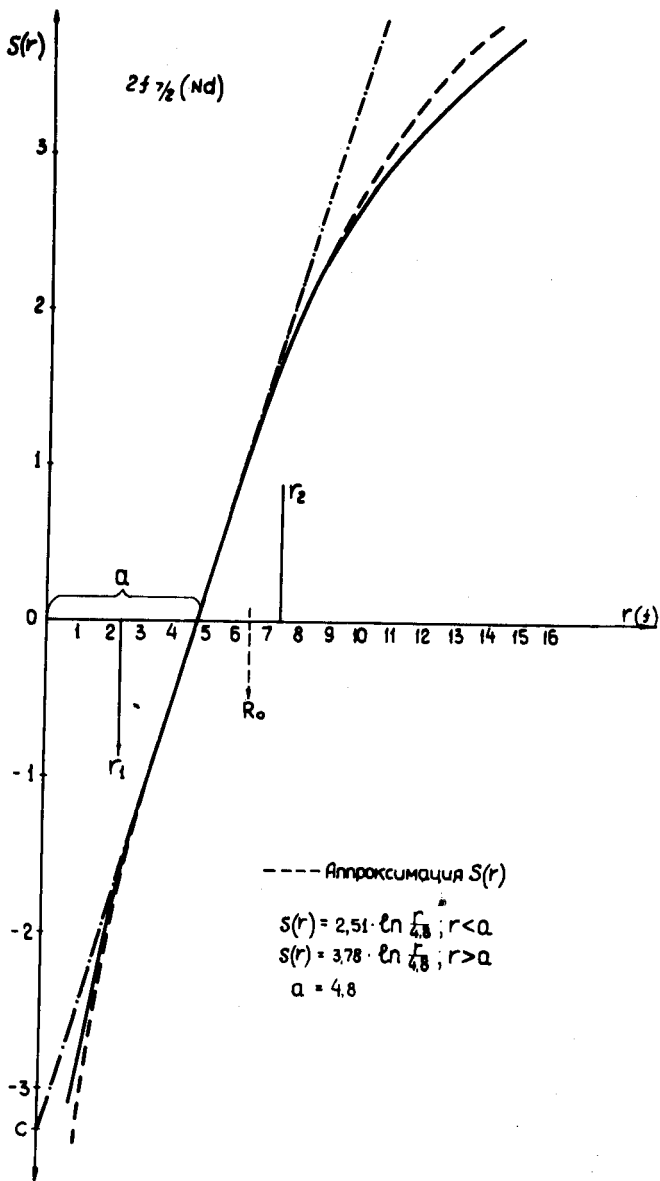


Рис. 6. Корректирующая функция $S(r)$ для состояния $2f \frac{7}{2} (Nd^{148})$.

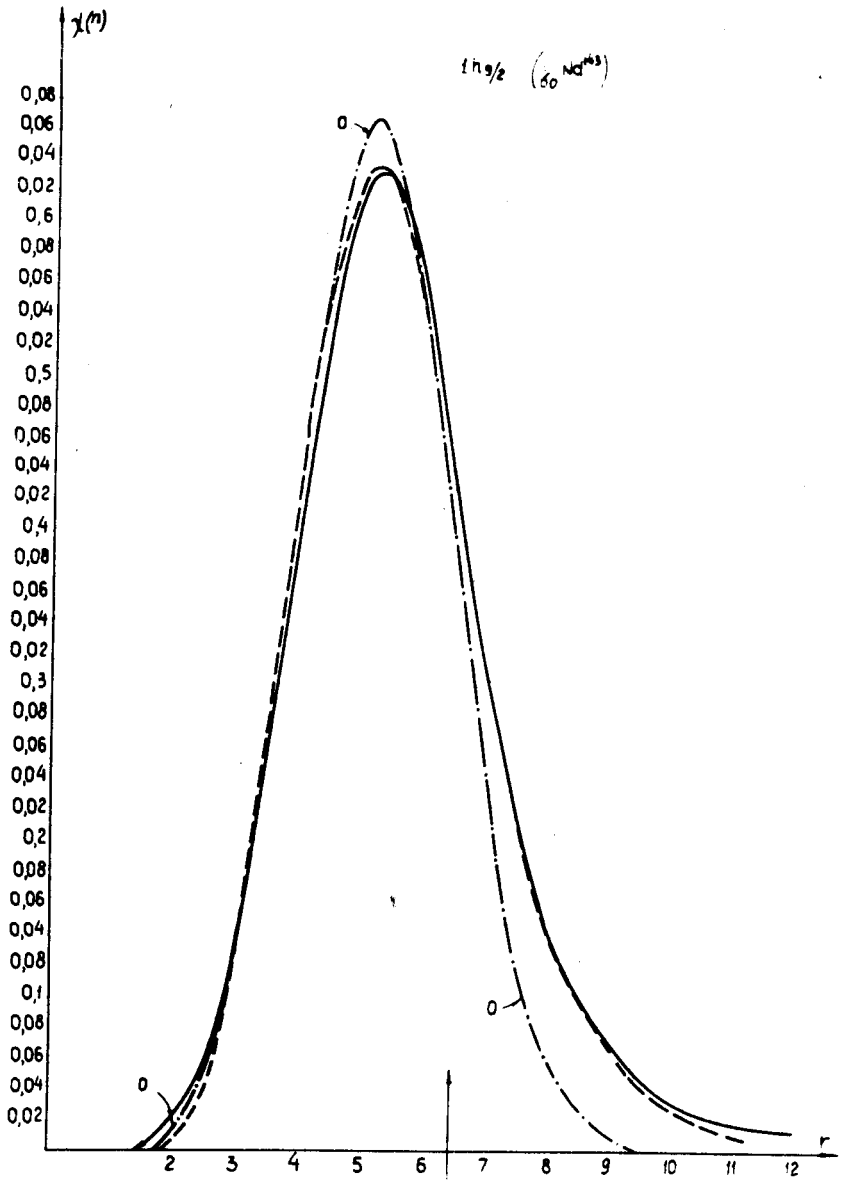


Рис. 7. Радиальная одночастичная волновая функция состояния $1h_{9/2} (Nd^{148})$.

$2f_{5/2} ({}^{60}\text{Nd}^{145})$

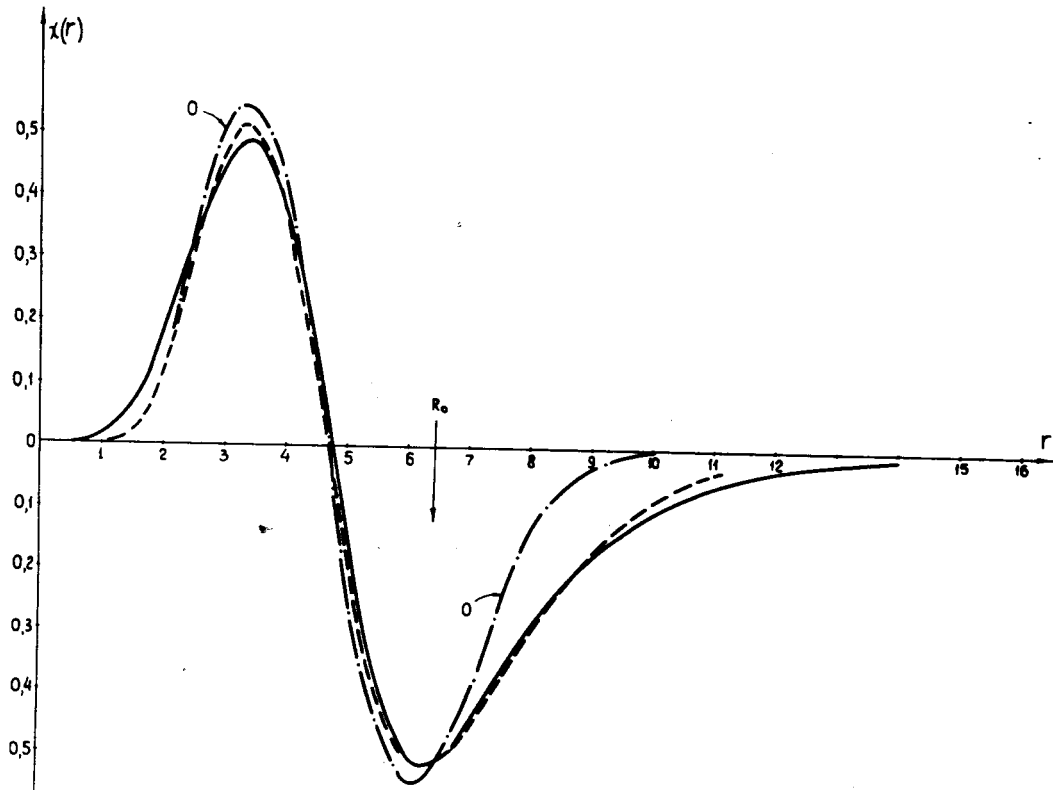


Рис. 8. Радиальная одночастичная волновая функция состояния $2f_{5/2}$ (Nd^{145}).

$3P_{3/2}(60Nd^{143})$

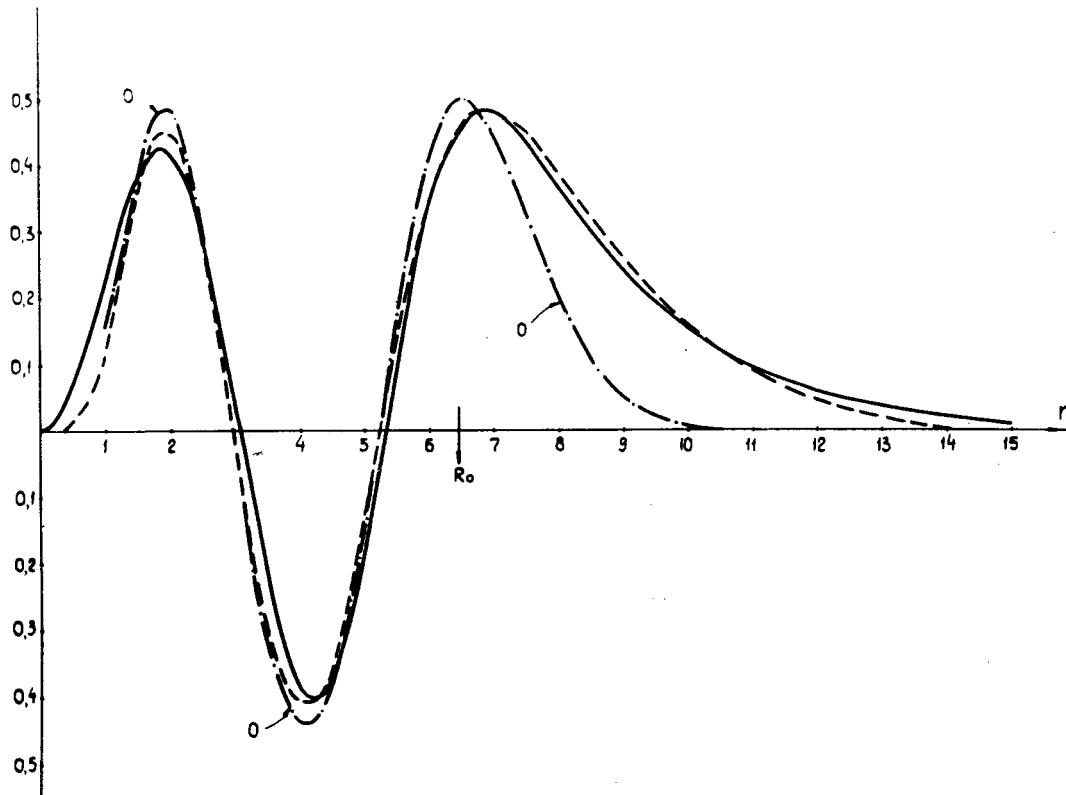


Рис. 9. Радиальная одночастичная волновая функция состояния $3P_{3/2}(Nd^{148})$.