

С 332.3

18/4

Б-974

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

Р - 2838



Я. Бэм, В.Г. Гришин

СЕЧЕНИЯ ОБРАЗОВАНИЯ
ЭЛЕКТРОН-ПОЗИТРОННЫХ ПАР
В ВОДОРОДЕ, УГЛЕРОДЕ, ФТОРЕ, ХЛОРЕ,
БРОМЕ И КСЕНОНЕ
 γ -КВАНТАМИ С $E_\gamma = 10-10000$ МЭВ

ЛАБОРАТОРИЯ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

1966

P - 2636

4202/1, нр.

Я. Бэм, В.Г. Гришин

СЕЧЕНИЯ ОБРАЗОВАНИЯ
ЭЛЕКТРОН-ПОЗИТРОННЫХ ПАР
В ВОДОРОДЕ, УГЛЕРОДЕ, ФТОРЕ, ХЛОРЕ,
БРОМЕ И КСЕНОНЕ
 γ -КВАНТАМИ С $E_\gamma = 10-10000$ МЭВ

БИБЛИОТЕКА

1. ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время пузырьковые камеры часто используются для регистрации γ -квантов. Обычно γ -кванты наблюдаются по (e^+e^-) -парам, которые они образуют в эффективном объеме камеры. В связи с этим необходимо знать полные и дифференциальные сечения образования пар в веществах, которые используются для наполнения камер, в широком интервале энергий γ -квантов. В литературе имеются данные об этих сечениях только для некоторых энергий γ -квантов и для отдельных атомов.

Кроме того, знание этих сечений имеет и самостоятельный интерес, так как в настоящее время имеются экспериментальные возможности сравнить данные теории электромагнитных взаимодействий с опытными данными. Особенно интересно провести такое сравнение для образования пар γ -квантами больших энергий.

В связи с этим были вычислены сечения образования пар в поле ядер и электронов для водорода, углерода, фтора, хлора, брома и ксенона, которые обычно входят в состав наполнителей пузырьковых камер. Расчеты были проведены на ЭВМ-20 по программам, написанным на языке АЛГОЛ-60.

II. ОБРАЗОВАНИЕ (e^+e^-) -ПАР В ПОЛЕ ЭКРАНИРОВАННОГО

ЯДРА

§ 1. Дифференциальные поперечные сечения

Дифференциальное сечение образования (e^+e^-) -пар в поле ядра в борновском приближении было впервые вычислено Бете и Гайтлером (БГ)^{/1/}. Для высокоэнергетичных γ -квантов ($k \gg mc^2$, где m - масса электрона и k - энергия γ -кванта) сечение оказалось симметричным относительно энергий электрона и позитрона. В реальных веществах атомные электроны экранируют поле ядра и сечение зависит от формфактора атома. В работе^{/1/} вычисление формфакторов атомов было проведено на основе статистической модели Томаса-Ферми (ТФ), при вычислении формфактора водорода Уиллер и Лэмб^{/2/} использовали точные волновые функции. Авторы работы^{/3/} нашли поправ-

ку к борновскому приближению, и она оказалась зависящей только от атомного номера ядра. Для свинца поправка занимает сечение БГ на 10%, что было подтверждено экспериментально^{/3/}.

Совсем недавно были вычислены^{/4/} радиационные поправки, которые в рамках +2% нарушают симметрию дифференциальных сечений БГ относительно энергий электрона и позитрона (рис. 1).

Если пренебречь вкладом от вакуумной поляризации, которая составляет 5% от радиационных поправок, то радиационные поправки не зависят от атомного номера и фактора атома. Точность вычисления радиационных поправок = 5%^{/4/}. Экспериментальное подтверждение нарушения симметрии дифференциальных сечений БГ отсутствует из-за малой точности экспериментов.

Сечения БГ применимы для $k \geq 15$ Мэв. При сверхвысоких энергиях ($k \geq 10^8$ Мэв) в конденсированных средах сечения БГ не применимы из-за многократного рассеяния^{/5/} и поляризации среды^{/6,7/}.

Дифференциальные поперечные сечения образования (e^+e^-)-пар в поле экранированного ядра определяются формулой^{/3,4,8/}

$$d\sigma(v, k) = \alpha r_0^2 Z^2 dv G(v, k) (1 + \delta(v)), \quad (1)$$

$$v = \frac{E_+}{k}.$$

Здесь α — постоянная тонкой структуры, r_0 — классический радиус электрона, Z — атомный номер ядра, $\delta(v)$ — радиационные поправки (рис. 1), и функции $G(v, k)$ заданы в зависимости от параметра экранирования

$$\gamma = \frac{100 mc^2}{kv(1-v)Z^{1/3}}. \quad (2)$$

1. Экранирование отсутствует ($\gamma \gg 1$):

$$G(v, k) = 4 \times \left[v^2 + (1-v)^2 + \frac{2}{3} v(1-v) \right] \times \\ \times \left[\ln \frac{2k}{mc^2} v(1-v) - \frac{1}{2} - f(Z) \right]. \quad (3)$$

2. Частичное экранирование:

а) $\gamma < 2$,

$$G(v, k) = [v^2 + (1-v)^2] \times \left[\phi_1(\gamma) - \frac{4}{3} \ln Z - 4f(Z) \right] + \\ + \frac{2}{3} v(1-v) \left[\phi_2(\gamma) - \frac{4}{3} \ln Z - 4f(Z) \right]; \quad (4)$$

б) $2 \leq \gamma < 15$,

$$G(v, k) = 4 \times \left[v^2 + (1-v)^2 + \frac{2}{3} v(1-v) \right] \times \\ \times \left[\ln \frac{2k}{mc^2} v(1-v) - \frac{1}{2} - c(\gamma) - f(Z) \right]. \quad (5)$$

3. Полное экранирование ($\gamma = 0$):

$$G(v, k) = 4 \times \left[[v^2 + (1-v)^2 + \frac{2}{3} v(1-v)] \times \right. \\ \left. \times \left[\ln 188 Z^{-1/3} - f(Z) \right] - \frac{1}{9} v(1-v) \right]. \quad (6)$$

Функции $\phi_1(\gamma)$, $\phi_2(\gamma)$ заданы графически в работе^{/2/}, $c(\gamma)$ табулирована, например, в работе^{/8/}, и $f(Z)$ является поправкой к борновскому приближению^{/3/}:

$$f(Z) = a^2 \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{1}{\nu(\nu^2 + a^2)}; \quad a = \alpha \times Z; \\ \Sigma = (1 + a^2)^{-1} + 0.20206 - 0.0369 a^2 + \\ + 0.0083 a^4 - 0.002 a^6.$$

Для малых Z можно полагать $f(Z) = 1,2021 a^2$. Значения $f(Z)$ для H, C, F, Cl, Br и Xe показаны в таблице 1.

Теоретические выражения для сечений получены в некоторых приближениях.

1. Точность вычисления поправки к борновскому приближению

В работе Бете и Максимова^{/8/} оценивается ошибка в определении $f(Z)$ большим из чисел mc^2/E_+ или mc^2/E_- , Морг и Олсен^{/4/} оценивают относительную ошибку уравнения (1) большим из чисел $(\alpha Z)^3 \frac{\ln k/mc^2}{k/mc^2}$ или 0,0005. ($(\alpha Z)^3 \frac{\ln k/mc^2}{k/mc^2}$ — ошибка в определении $f(Z)$ и 0,0005 — в определении радиационной поправки $\delta(v)$). Значения $(\alpha Z)^3 \frac{\ln k/mc^2}{k/mc^2}$ для H, C, F, Cl, Br и Xe при $k = 10$ Мэв и 1000 Мэв показаны в таблице 2.

2. Неточность сечений из-за определения факторов атомов на основе статистической модели ТФ

В модели ТФ все атомы имеют одинаковое распределение электронов, исключая различие в масштабе длины и в полном числе электронов. Для атомов с малым чис-

лом электронов такое приближение является грубым, и таким образом вычисленные формфакторы будут неточными. Более точным методом для вычисления формфакторов является метод самосогласованного поля, основы которого были даны Хартри, Фоком и Слетером (далее ХФС). Все численные расчеты по этому методу оказываются весьма громоздкими, особенно в случае многоэлектронных атомов. Формфакторы, вычисленные по методу ХФС, в настоящее время имеются только для некоторых атомов. В работе^{/10/} были вычислены полные сечения образования (e^+e^-) - пар для 12 атомов с формфакторами ХФС и ТФ. Сечения, полученные с этими формфакторами, отличаются особенно для атомов с малым Z (например, для Li при $k = 1000$ Мэв на 2,2%; для больших значений Z отличие меньше (около 1%)). Сравнение сечений для углерода приведено в таблице 3. Сечения для F, Cl, Br, Xe с формфакторами ХФС вычислены не были. Из данных, приведенных в работе^{/10/} для других атомов, можно заключить, что сечения с формфакторами ТФ при $k \approx 50$ Мэв будут занижены $\leq 1,0\%$ при $k = 100$ Мэв почти совпадать и для $k = 10^3 - 10^4$ Мэв завышены $\leq 1\%$ относительно сечений с формфакторами ХФС.

Можно предполагать, что относительная ошибка для дифференциального сечения приближенно имеет то же самое значение.

Таким образом, главным источником ошибок является использование формфакторов ТФ вместо формфакторов ХФС. Однако связанные с этим ошибки для C, F, Cl, Br и Xe не превышают 1%.

§ 2. Полные сечения

Полное сечение образования (e^+e^-) - пар в поле экранированного ядра можно записать в виде^{/4/}:

$$\sigma(k) = \alpha r_0^2 Z^2 \left\{ \int_0^{1-\sigma^2/k} G(v, k) dv \right\} (1 + \Delta^P), \quad (8)$$

где $G(v, k)$ определяется уравнениями (3)-(6) и Δ^P является радиационной поправкой. $\Delta^P = (0,83 \pm 0,05)\%$ для полного экранирования и $\Delta^P = 0,83 \frac{\ln 2k/mc^2 - 1,58}{\ln 2k/mc^2 - 2,08}$ при отсутствии экранирования (например, для $k = 15$ Мэв $\Delta^P = 1,12\%$). При отсутствии экранирования из уравнений (8) и (3) получаем^{/3/}:

$$\sigma(k) = \alpha r_0^2 Z^2 \frac{28}{9} \left[\ln 2k/mc^2 - \frac{109}{42} - f(Z) \right] \quad (9)$$

и для полного экранирования^{/3/} (с формфактором ТФ)

$$\sigma(k) = \alpha r_0^2 Z^2 \frac{28}{9} \left[\ln 183 Z^{-1/3} - \frac{1}{42} - f(Z) \right]. \quad (10)$$

Для частичного экранирования $\sigma(k)$ вычисляется численным интегрированием. Неточности теоретических сечений были обсуждены в § 1.

III. ОБРАЗОВАНИЕ (e^+e^-) - ПАР В ПОЛЕ ЭЛЕКТРОНОВ (ТРИПЛЕТЫ)

§ 1. Образование триплетов в поле свободного электрона

Сечения образования (e^+e^-) - пар в поле электронов в настоящее время вычислены только в некоторых приближениях из-за математических трудностей, связанных с большим количеством диаграмм, описывающих этот процесс (исключением является работа^{/11/}). Полное сечение образования триплетов, которое было вычислено Борселлио,^{/12/} дается соотношением:

$$\sigma_{\text{Бор}}(k) = \alpha r_0^2 \left\{ \frac{28}{9} \ln 2k/mc^2 - \frac{218}{27} - \frac{mc^2}{k} \left[\frac{4}{3} \left(\ln \frac{2k}{mc^2} \right)^3 - 3 \left(\ln \frac{2k}{mc^2} \right)^2 + 6,84 \ln \frac{2k}{mc^2} + 21,51 \right] \right\}. \quad (11)$$

Как показано в работе^{/13/}, Борселлио пренебрегал обменным эффектом между электронами в конечном состоянии (эффект дает отрицательный вклад в сечение) и взаимодействиям электрона, в поле которого образуется (e^+e^-) - пара, с первичным γ - квантом ($\gamma - e$ взаимодействие).

Вотруба^{/14/} вычислил дифференциальные сечения для различных энергий γ - квантов и полное сечение вблизи порога образования триплетов ($k_{\text{порог}} = 4 mc^2$), учитывая $\gamma - e$ взаимодействие и обменный эффект. При высоких энергиях γ - квантов ($k \gg mc^2$) полные сечения были вычислены в предположении $q \ll mc$ (q - переданный импульс электрону). В работе^{/13/} было проведено более точное численное вычисление сечения Вотрубы и получено:

$$\sigma(k) = \alpha r_0^2 \left\{ \frac{28}{9} \ln \frac{2k}{mc^2} - \frac{100}{9} \right\}. \quad (12)$$

Авторы работы^{/13/} также оценили вклад обменного эффекта и $\gamma - e$ - взаимодействия в полное сечение образования триплетов и пришли к выводу, что при энергиях

$k > 100$ Мэв сечения образования триплетов будут ближе к вычислениям Борселлио.

В работе Копылова и др.^{/11/} по методике случайных звезд было рассчитано без каких-либо пренебрежений (с учетом всех восьми диаграмм третьего порядка) сечение

лом электронов такое приближение является грубым, и таким образом вычисленные формфакторы будут неточными. Более точным методом для вычисления формфакторов является метод самосогласованного поля, основы которого были даны Хартри, Фоком и Слетером (далее ХФС). Все численные расчеты по этому методу оказываются весьма громоздкими, особенно в случае многоэлектронных атомов. Формфакторы, вычисленные по методу ХФС, в настоящее время имеются только для некоторых атомов. В работе^{/10/} были вычислены полные сечения образования (e^+e^-) - пар для 12 атомов с формфакторами ХФС и ТФ. Сечения, полученные с этими формфакторами, отличаются особенно для атомов с малым Z (например, для Li при $k = 1000$ Мэв на 2,2%; для больших значений Z отличие меньше (около 1%)). Сравнение сечений для углерода приведено в таблице 3. Сечения для F, Cl, Br, Xe с формфакторами ХФС вычислены не были. Из данных, приведенных в работе^{/10/} для других атомов, можно заключить, что сечения с формфакторами ТФ при $k = 50$ Мэв будут занижены $\leq 1,0\%$ при $k = 100$ Мэв почти совпадать и для $k = 10^3 - 10^4$ Мэв завышены $\leq 1\%$ относительно сечений с формфакторами ХФС.

Можно предполагать, что относительная ошибка для дифференциального сечения приближенно имеет то же самое значение.

Таким образом, главным источником ошибок является использование формфакторов ТФ вместо формфакторов ХФС. Однако связанные с этим ошибки для C, F, Cl, Br и Xe не превышают 1%.

§ 2. Полные сечения

Полное сечение образования (e^+e^-) - пар в поле экранированного ядра можно записать в виде^{/4/}:

$$\sigma(k) = \alpha r_0^2 Z^2 \int_0^{1-m_0^2/k} G(v, k) dv \{ (1 + \Delta^P) \}, \quad (8)$$

где $G(v, k)$ определяется уравнениями (3)-(6) и Δ^P является радиационной поправкой. $\Delta^P = (0,89 \pm 0,05)\%$ для полного экранирования и $\Delta^P = 0,89 \frac{\ln 2k/mc^2 - 1,58}{\ln 2k/mc^2 - 2,08}$ при отсутствии экранирования (например, для $k = 15$ Мэв $\Delta^P = 1,12\%$). При отсутствии экранирования из уравнений (8) и (3) получаем^{/3/}:

$$\sigma(k) = \alpha r_0^2 Z^2 \frac{28}{9} [\ln 2k/mc^2 - \frac{109}{42} - f(Z)] \quad (9)$$

и для полного экранирования^{/3/} (с формфактором ТФ)

$$\sigma(k) = \alpha r_0^2 Z^2 \frac{28}{9} [\ln 188 Z^{-1/3} - \frac{1}{42} - f(Z)]. \quad (10)$$

Для частичного экранирования $\sigma(k)$ вычисляется численным интегрированием.

Неточности теоретических сечений были обсуждены в § 1.

III. ОБРАЗОВАНИЕ (e^+e^-) - ПАР В ПОЛЕ ЭЛЕКТРОНОВ (ТРИПЛЕТЫ)

§ 1. Образование триплетов в поле свободного электрона

Сечения образования (e^+e^-) - пар в поле электронов в настоящее время вычислены только в некоторых приближениях из-за математических трудностей, связанных с большим количеством диаграмм, описывающих этот процесс (исключением является работа^{/11/}). Полное сечение образования триплетов, которое было вычислено Борселлино^{/12/}, дается соотношением:

$$\sigma_{\text{Бор}}(k) = \alpha r_0^2 \left\{ \frac{28}{9} \ln 2k/mc^2 - \frac{218}{27} - \frac{mc^2}{k} \left[\frac{4}{3} \left(\ln \frac{2k}{mc^2} \right)^3 - 3 \left(\ln \frac{2k}{mc^2} \right)^2 + 6,84 \ln \frac{2k}{mc^2} + 21,51 \right] \right\}. \quad (11)$$

Как показано в работе^{/13/}, Борселлино пренебрегал обменным эффектом между электронами в конечном состоянии (эффект дает отрицательный вклад в сечение) и взаимодействием электрона, в поле которого образуется (e^+e^-) - пара, с первичным γ - квантом ($\gamma - e$ взаимодействие).

Вотруба^{/14/} вычислил дифференциальные сечения для различных энергий γ - квантов и полное сечение вблизи порога образования триплетов ($k_{\text{порог}} = 4 mc^2$), учитывая $\gamma - e$ взаимодействие и обменный эффект. При высоких энергиях γ - квантов ($k \gg mc^2$) полные сечения были вычислены в предположении $q \ll mc$ (q - переданный импульс электрону). В работе^{/13/} было проведено более точное численное вычисление сечения Вотрубы и получено:

$$\sigma(k) = \alpha r_0^2 \left\{ \frac{28}{9} \ln \frac{2k}{mc^2} - \frac{100}{9} \right\}. \quad (12)$$

Авторы работы^{/13/} также оценили вклад обменного эффекта и $\gamma - e$ - взаимодействия в полное сечение образования триплетов и пришли к выводу, что при энергиях

$k > 100$ Мэв сечения образования триплетов будут ближе к вычислениям Борселлино.

В работе Копылова и др^{/11/} по методике случайных звезд было рассчитано без каких-либо пренебрежений (с учетом всех восьми диаграмм третьего порядка) сечение

процесса фоторождения (e^+e^-) - пар на свободном электроде для $k \leq 30$ Мэв с точностью 5-10%. Результаты этой работы показывают, что утверждение Джозефа и Перлиха^{/19/} о том, что формула Борселлино дает верхнюю границу сечения процесса $\gamma e^- \rightarrow e^- e^+ e^-$, неверно (см. рис. 2).

§ 2. Образование (e^+e^-) - пар в поле атомных электронов

В случае связанного электрона (e^+e^-) - пара образуется в кулоновском поле атома, и после взаимодействия атом находится в возбужденном или ионизированном состоянии. Сечение этого процесса в борновском приближении было вычислено Уиллером и Лэмбом^{/2/} и имеет вид

$$\sigma_{WL}(\nu, k) = \alpha r_0^2 Z \{ [\nu^2 + (1-\nu)^2] \times [\psi_1(\epsilon) - \frac{8}{3} \ln Z] + \frac{2}{3} \nu(1-\nu) \times [\psi_2(\epsilon) - \frac{8}{3} \ln Z] \}, \quad (13)$$

где функции $\psi_1(\epsilon)$ и $\psi_2(\epsilon)$ вычислены для водорода точно и для остальных атомов с факторами Т.Ф.; ϵ является параметром экранирования и равен

$$\epsilon = \frac{100 mc^2}{k\nu(1-\nu)Z^{2/3}}. \quad (14)$$

При отсутствии экранирования Уиллер и Лэмб предполагали, что распределение импульсов, переданных электрону, совпадает с распределением импульсов, переданных протону, и получали сечение, которое по структуре совпадает с уравнением (3):

$$\sigma_{WL}(\nu, k) = 4\alpha r_0^2 Z \left[\nu^2 + (1-\nu)^2 + \frac{2}{3} \nu(1-\nu) \right] \times \left[\ln \frac{2k}{mc^2} \nu(1-\nu) - \frac{1}{2} \right]. \quad (15)$$

Справедливость последнего предположения была доказана в работе^{/15/} для энергий $k \geq 140$ Мэв и экспериментально подтверждена в работах^{/17,20,21/}.

В работе^{/18/} было вычислено дифференциальное сечение образования пар в поле связанных электронов по методу Уиллера и Лэмба, но учитывалась разница между импульсом, переданным электрону, и импульсом, переданным целому атому, и не учитывались возбужденные состояния атома. Полные сечения из работ^{/2,18/} совпадают, вклад от возбужденных состояний атома в полное сечение несущественен.

Обычно при сравнении теоретических сечений образования триплетов на свободном электроде с экспериментальными вносится поправка, которая вычисляется следующим образом^{/17/}:

$$c_2 = Z \left(\sigma_{BH}^{no screen}(k)_{Z=1} - \sigma_{WL}^{screen}(k)_{Z=1} \right). \quad (16)$$

Здесь $\sigma_{BH}^{no screen}(k)_{Z=1}$ - полное сечение БГ образования пар на свободном протоне (8) и $\sigma_{WL}^{screen}(k)_{Z=1}$ - полное сечение Уиллера и Лэмба образования пар на связанном электроде. Экранирование является важным для малых переданных импульсов. Для больших переданных импульсов, когда существенно $\gamma - e^-$ взаимодействие и обменный эффект, электроны можно считать свободными.

Сравнение полных сечений для водорода, полученных из уравнений (11) и (12) с учетом поправки c_2 (уравнение (16)), с вычисленными нами сечениями по Уиллеру и Лэмбу (уравнение (13) и (15)) показано на рис. 2. Как видно из рисунка, для $k \leq 30$ Мэв точные сечения, полученные Копыловым^{/11/} и др., в пределах ошибок совпадают с рассчитанными по Уиллеру и Лэмбу.

IV. РЕЗУЛЬТАТЫ ВЫЧИСЛЕНИЙ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ И ПОЛНЫХ СЕЧЕНИЙ ОБРАЗОВАНИЯ (e^+e^-) - ПАР

Дифференциальные сечения образования (e^+e^-) - пар в поле экранированного ядра и дифференциальные сечения образования триплетов ((13) и (15)) были вычислены на ЭВМ-20 для водорода и углерода. Расчеты были проведены для 63 значений энергий фотонов в интервале 10-10000 Мэв. Было получено для каждой энергии γ -кванта 100 значений в зависимости от величины $\nu = \frac{E_{\pm}}{k}$. Графики сечений показаны на рис. 3, 4, 5 и 6. Значение функций $\Phi(\gamma)$, $c(\gamma)$ и $\psi(\epsilon)$ из уравнений (4), (5) и (13) были взяты из графиков, приведенных в работах^{/2,8/}. При вычислениях использовалась стандартная программа для интерполяции транслятора. Оказалось, что ошибка вычислений $\frac{\Delta\sigma}{\sigma} = 0,1\%$. Полные сечения образования (e^+e^-) - пар в поле ядра (табл.5) и полные сечения триплетов (табл. 6) были вычислены для водорода, углерода, фтора, хлора, брома и ксенона. Численное интегрирование уравнений (3), (4), (5), (13) и (15) было проведено по методу Симпсона для 63 значений энергий фотонов в интервале 10-10000 Мэв. Точность интегрирования составляет $\approx 0,1\%$. Так как $f(Z)$ зависит только от атомного номера ядра, то в уравнениях (3), (4) и (5) полагалось $f(Z) = 0$ и из полного сечения образования пар в поле экранированного ядра вычиталась поправка^{/3/}:

$$\Delta\sigma = \frac{28}{9} \alpha r_0^2 Z^2 f(Z). \quad (17)$$

Значения этой поправки для H, C, F, Cl, Br и Xe приведены в таблице 4.

В полученных сечениях не учитываются радиационные поправки (см. главу II). Полные сечения образования (e^+e^-)-пар на атоме являются суммой сечений образования (e^+e^-)-пар и триплетов:

$$\sigma_{\text{пол}} = \sigma_{\text{пары}} + \sigma_{\text{трипл.}} \quad (18)$$

Вклад от триплетов в полное сечение обычно учитывается следующим образом:

$$\sigma_{\text{пол}} = Z(Z + \xi) \times \left(\frac{\sigma_{\text{пары}}}{\alpha r_0^2 Z^2} \right), \quad (19)$$

$$\xi = \frac{Z \sigma_{\text{трипл.}}}{\sigma_{\text{пары}}}$$

Величина ξ слабо зависит от энергий фотонов и с увеличением энергий выходит на плато (см. рис. 7). Полное сечение образования пар в пропане (C_3H_8) в первом приближении равно

$$\sigma_{C_3H_8} = 3 \times \sigma^C + 8 \times \sigma^H \quad (20)$$

При образовании (e^+e^-)-пар на молекулах могут возникать интерференционные эффекты, связанные с тем обстоятельством, что область взаимодействия больше размеров молекулы. В работе^{18/} этот эффект был оценен для тормозного излучения для молекулы водорода и оказался равен $[\sigma(H_2) - 2\sigma(H)] / 2\sigma(H) = +2.7\%$. Для молекулы пропана (C_3H_8) таких расчетов не проведено. При регистрации γ -квантов в пузырьковых камерах полезно использовать коэффициент

$$\mu(k) = L_0 N / A \sigma_{\text{пол}}(k) \quad (21)$$

L_0 - радиационная длина, N - число Авогадро, A - молекулярный вес. Значение $\mu(k)$ для пропана показано на рис. 8. Радиационную длину в пропане мы полагаем $L_0 = 45,3 \text{ г/см}^{2/19}$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Были вычислены дифференциальные и полные сечения образования (e^+e^-)-пар в поле экранированного ядра водорода и углерода и полные сечения для фтора, хлора, брома и ксенона. Неточность вычисленных сечений не превышает 1%. Для более точных вычислений необходимо пользоваться факторами ХФС и учитывать радиационные поправки.

2. По теории Уиллера и Лэмба были получены дифференциальные сечения триплетов в водороде и углероде и полные сечения в водороде, углероде, фторе, хлоре, бrome и ксеноне. Неточность вычисленных сечений, связанная с отсутствием точных аналитических выражений для сечений процесса $\gamma e^- \rightarrow e^- e^- e^+$, не превышает 10% для $k < 100$ Мэв и меньше 1% для $k \geq 500$ Мэв. Поэтому представляет интерес измерить сечения образования триплетов в области энергий фотонов 10-100 Мэв на водороде, а также вычислить теоретические сечения этого процесса с учетом всех диаграмм с точностью = 1%.

3. Получены полные сечения образования (e^+e^-)-пар в пропане (C_3H_8). Неточность полученных сечений составляет $\leq 2\%$ для $k \leq 100$ Мэв и не превышает 1% для больших энергий. В дальнейшем имеет смысл учесть интерференционные явления в молекуле пропана, так как их вклад может быть сравним с ошибкой вычисленных сечений.

Нам приятно поблагодарить Г.И. Копылова, В.Л. Любошица, М.И. Подгоренского за полезные обсуждения, а также сотрудников ВЦ ОИЯИ за помощь в проведении расчетов на ЭВМ-20.

Л и т е р а т у р а

1. H.A. Bethe, W. Heitler, Proc. Roy. Soc. London, A, 146, 83 (1934).
2. J.A. Wheeler, W.E. Lamb, Phys. Rev., 55, 858 (1939); Phys. Rev., 101, 1836 (1956).
3. H. Davies, H.A. Bethe, L.C. Maximon, Phys. Rev., 93, 788 (1954).
4. Kjell Mork, Naakon Olsen, Phys. Rev., 140, 6B, B1661 (1965).
5. Л. Ландау, И. Померанчук, Докл. АН СССР, 92, 535, 735 (1953).
6. Н.Л. Тер-Микаелян, Докл. АН СССР, 94, 1033 (1954).
7. А.Б. Мигдал, ЖЭТФ, 32, 633 (1957).
8. B. Rossi, High-Energy Particles, New York, 1952, Chapter 2.
9. H.A. Bethe, L.C. Maximon, Phys. Rev., 93, 768 (1954).
10. A. Sprensen, Nuovo Cim, Vol. XXXVIII, No. 2, 745 (1965).
11. Г.И. Копылов, Л.А. Кулюкина, И.В. Полубариянов, ЖЭТФ, 46, № 5, 1718 (1964).
12. A. Borsellino, Nuovo Cim, 4, 112 (1947).
13. J. Joseph, F. Rohrlich, Rev. of Modern Phys., 30, 354 (1958).
14. V. Votruba, Phys. Rev., 73, 1468 (1948); Bull. Intern. Acad. Tchèque sci 49, 19 (1948).
15. K.S. Suh, H.A. Bethe, Phys. Rev., 115, 672 (1959).
16. Charles Kaufman, Phys. Rev., 135, N4A, 984 (1964).
17. D.C. Gates, R.W. Kenney, W.P. Swanson, Phys. Rev., 125, 1310 (1962).
18. D. Bernstein, W.K.H. Panofsky, Phys. Rev., 102, 522 (1956).

19. В.Г. Гришин, Э.П. Кистелев, Л.И. Лепилова, В.И. Мороз, Му Цзюнь. Препринт ОИЯИ, Р-2277, 1988.
20. E.L.Hart, G.Cocconi, V.T.Cocconi, J.M.Sellen, Phys. Rev., 115, 678 (1959).
21. E.Malamud, Phys.Rev., 115, 687 (1959).

Рукопись поступила в издательский отдел
21 марта 1988 г.

Таблица 1
Значения поправки $f(Z)$ к борновскому приближению
(урав. (7))

Атомы	H	C	F	Cl	Br	Xe
$f(Z)$	$6,40 \times 10^{-5}$	$2,30 \times 10^{-3}$	$5,17 \times 10^{-3}$	$1,83 \times 10^{-2}$	$7,43 \times 10^{-2}$	$1,65 \times 10^{-1}$

Таблица 2
Ошибка в вычислении $f(Z)$

Атомы	H	C	F	Cl	Br	Xe
$k = 10$ Мэв	1×10^{-3}	3×10^{-2}	6×10^{-2}	0,23	0,94	2,4
$k = 1000$ Мэв	2×10^{-5}	7×10^{-4}	2×10^{-3}	6×10^{-3}	2×10^{-2}	6×10^{-2}

Таблица 3
Разница сечений, вычисленных с формфакторами ТФ и ХФС в % для углерода^{/10/}

k (Мэв)	10	25,1	100	25,1	10^3	10^4
$\left[\frac{\sigma_{Т.Ф.} - \sigma_{Х.Ф.С.}}{\sigma_{Х.Ф.С.}} \right] \%$	-0,15	-0,39	0,009	0,13	0,44	0,78

Таблица 4

Атомы	H	C	F	Cl	Br	Xe
$\Delta\sigma$ (мб)	$1,15 \times 10^{-4}$	$1,49 \times 10^{-1}$	$7,55 \times 10^{-1}$	9,53	164	867

Таблица 5

Полные сечения образования (α^+e^-)-пар в поле экранированного ядра водорода, углерода, фтора, хлора, брома и ксенона

к (Мэв)	H мбн	C мбн	F мбн	Cl мбн	Br барн	Xe барн
1	2	3	4	5	6	7
10	2,126	76,16	170,2	597,6	2,389	5,177
20	3,277	116,2	259,6	912,3	3,697	8,250
30	3,975	139,7	311,8	1095	4,448	10,01
40	4,470	156,0	348,2	1220	4,976	11,22
50	4,857	168,5	375,6	1318	5,359	12,10
60	5,173	178,5	398,1	1393	5,659	12,78
70	5,439	186,9	416,2	1454	5,899	13,33
80	5,672	193,9	431,3	1505	6,099	13,78
90	5,878	199,8	444,3	1548	6,268	14,17
100	6,060	205,0	455,5	1586	6,414	14,50
125	6,428	215,5	478,1	1661	6,705	15,14
150	6,717	223,5	495,4	1718	6,922	15,62
175	6,950	230,0	509,3	1763	7,091	15,99
200	7,141	235,3	520,5	1799	7,226	16,30
225	7,302	239,8	529,9	1829	7,339	16,54
250	7,443	243,5	537,9	1855	7,433	16,75
275	7,565	246,8	544,7	1876	7,513	16,92
300	7,671	249,6	550,7	1895	7,583	17,07
325	7,766	252,1	555,9	1912	7,643	17,20
350	7,851	254,4	560,5	1927	7,696	17,32
375	7,927	256,3	564,7	1940	7,743	17,42
400	7,995	258,1	568,4	1951	7,785	17,51

1	2	3	4	5	6	7
425	8,057	259,8	571,8	1962	7,823	17,59
450	8,114	261,2	574,9	1972	7,858	17,66
475	8,167	262,6	577,7	1980	7,889	17,73
500	8,215	263,9	580,3	1988	7,917	17,79
550	8,300	266,1	584,8	2002	7,967	17,90
600	8,374	268,0	588,7	2014	8,010	17,99
650	8,439	269,6	592,1	2025	8,048	18,07
700	8,496	271,1	595,1	2034	8,080	18,14
750	8,547	272,4	597,8	2042	8,109	18,20
800	8,592	273,5	600,1	2049	8,135	18,25
850	8,633	274,6	602,2	2056	8,157	18,30
900	8,671	275,5	604,1	2062	8,178	18,35
950	8,705	276,4	605,9	2067	8,196	18,39
1000	8,736	277,1	607,5	2072	8,216	18,42
1200	8,838	279,8	612,8	2088	8,271	18,55
1400	8,915	281,7	616,7	2100	8,313	18,63
1600	8,978	283,2	619,7	2109	8,345	18,70
1800	9,027	284,3	622,1	2116	8,370	18,75
2000	9,067	285,3	624,1	2122	8,391	18,80
2200	9,100	286,1	625,7	2127	8,408	18,84
2400	9,129	286,8	627,1	2131	8,423	18,87
2600	9,154	287,4	628,3	2135	8,435	18,89
2800	9,175	287,9	629,4	2138	8,446	18,92
3000	9,194	288,4	630,3	2141	8,456	18,94
3200	9,211	288,8	631,1	2143	8,464	18,95
3400	9,226	289,2	631,8	2145	8,472	18,97
3600	9,239	289,5	632,5	2147	8,479	18,99

Таблица 6

Полные сечения образования триплетов на атомах водорода, углерода, фтора,
хлора, брома и ксенона

к (Мэв)	Н мбн	С мбн	Ф мбн	Cl мбн	Br мбн	Xe мбн
1	2	3	4	5	6	7
10	2,126	12,76	19,13	36,14	74,41	114,7
20	3,277	19,66	29,50	55,71	114,8	176,0
30	3,975	23,85	35,78	67,67	138,0	209,9
40	4,478	26,86	40,33	75,95	153,7	232,8
50	4,871	29,24	43,87	82,19	165,3	250,1
60	5,193	31,19	46,66	87,09	174,6	263,9
70	5,466	32,79	48,98	91,11	182,3	275,1
80	5,703	34,16	50,94	94,52	188,9	284,7
90	5,913	35,35	52,62	97,48	194,5	292,8
100	6,100	36,39	54,10	100,1	199,5	300,0
125	6,498	38,52	57,14	105,5	209,6	314,6
150	6,818	40,20	59,56	109,8	217,5	325,9
175	7,084	41,58	61,56	113,3	224,0	334,6
200	7,311	42,76	63,25	116,2	229,3	341,9
225	7,506	43,79	64,72	118,7	233,6	348,1
250	7,679	44,69	66,01	120,9	237,5	353,6
275	7,832	45,49	67,14	122,9	240,8	358,3
300	7,970	46,21	68,15	124,6	243,8	362,4
325	8,095	46,85	69,07	126,1	246,5	366,1
350	8,209	47,44	69,91	127,5	248,9	369,4
375	8,314	47,98	70,67	128,7	251,0	372,3
400	8,410	48,48	71,38	129,8	253,0	375,0
425	8,499	48,94	72,03	130,9	254,8	377,4
450	8,581	49,37	72,63	131,8	256,5	379,7

1	2	3	4	5	6	7
3800	9,251	289,8	633,1	2149	8,485	19,00
4000	9,263	290,0	633,6	2151	8,491	19,01
4500	9,286	290,6	634,8	2154	8,503	19,04
5000	9,306	291,1	635,7	2157	8,513	19,06
5500	9,322	291,5	636,5	2159	8,521	19,07
6000	9,336	291,8	637,2	2161	8,528	19,09
6500	9,348	292,1	637,8	2163	8,534	19,10
7000	9,358	292,3	638,3	2165	8,539	19,11
7500	9,367	292,6	638,7	2166	8,543	19,12
8000	9,375	292,7	639,1	2167	8,547	19,14
8500	9,383	292,9	639,4	2168	8,554	19,14
9000	9,389	293,1	639,7	2169	8,557	19,15
9500	9,395	293,2	640,0	2171	8,560	19,16
10000	9,400	293,3	640,2	2171	8,563	19,16

1	2	3	4	5	6	7
475	8,657	49,78	73,19	132,7	258,0	381,7
500	8,728	50,16	73,70	133,6	259,4	383,7
550	8,857	50,84	74,62	135,1	262,0	387,1
600	8,970	51,45	75,43	136,5	264,2	390,2
650	9,070	52,00	76,16	137,7	266,2	392,8
700	9,160	52,48	76,82	138,7	268,0	395,2
750	9,241	52,91	77,43	139,7	269,6	397,3
800	9,315	53,31	77,98	140,6	271,0	399,3
850	9,382	53,67	78,49	141,4	272,4	401,0
900	9,443	54,02	78,96	142,1	273,6	402,6
950	9,500	54,34	79,39	142,8	274,7	404,1
1000	9,552	54,63	79,79	143,4	275,7	405,5
1200	9,728	55,65	81,15	145,5	279,2	410,0
1400	9,863	56,45	82,21	147,2	281,8	413,5
1600	9,972	57,10	83,08	148,6	284,0	416,2
1800	10,06	57,64	83,82	149,7	285,7	418,4
2000	10,14	58,12	84,44	150,6	287,1	420,3
2200	10,20	58,52	84,96	151,4	288,3	421,8
2400	10,25	58,87	85,42	152,1	289,4	423,2
2600	10,30	59,18	85,83	152,7	290,3	424,3
2800	10,34	59,46	86,19	153,2	291,1	425,4
3000	10,38	59,70	86,51	153,7	291,8	426,3
3200	10,41	59,93	86,80	154,1	292,5	427,1
3400	10,44	60,13	87,07	154,5	293,1	427,8
3600	10,46	60,32	87,31	154,8	293,6	428,5
3800	10,49	60,49	87,53	155,2	294,1	429,0
4000	10,51	60,65	87,73	155,5	294,5	429,6
4500	10,56	60,99	88,17	156,1	295,4	430,8
5000	10,59	61,28	88,53	156,6	296,2	431,7

1	2	3	4	5	6	7
5500	10,63	61,53	88,85	157,1	296,8	432,5
6000	10,66	61,74	89,12	157,4	297,4	433,2
6500	10,68	61,93	89,35	157,8	297,9	433,8
7000	10,70	62,09	89,56	158,1	298,3	434,3
7500	10,72	62,24	89,74	158,3	298,7	434,8
8000	10,74	62,37	89,91	158,6	299,0	435,2
8500	10,75	62,48	90,05	158,5	299,3	435,6
9000	10,77	62,59	90,19	158,9	299,6	435,9
9500	10,78	62,69	90,31	159,1	299,8	436,2
10000	10,79	62,78	90,42	159,3	300,0	436,5

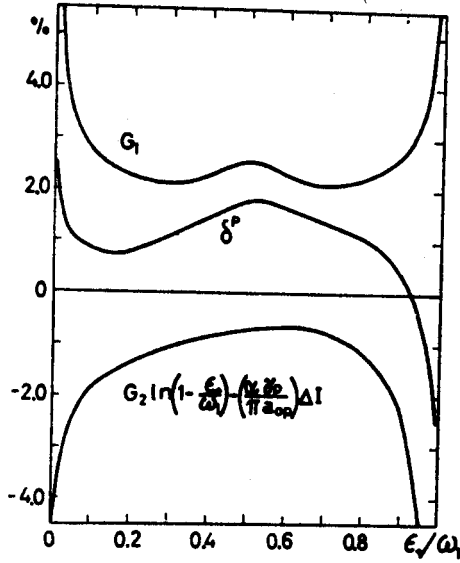


Рис. 1. Полные радиационные поправки к сечению образования (e^+e^-) -пар в поле ядра ($\delta^p(E_+/\omega)$). Вклад виртуальных фотонов - G_1 , вклад реальных фотонов - G_2 . По оси ординат отложены значения $\delta^p = \frac{\sigma_p}{\sigma_{BH}} \%$, где σ_p - сечение радиационных процессов; $v = E_+/\omega$.

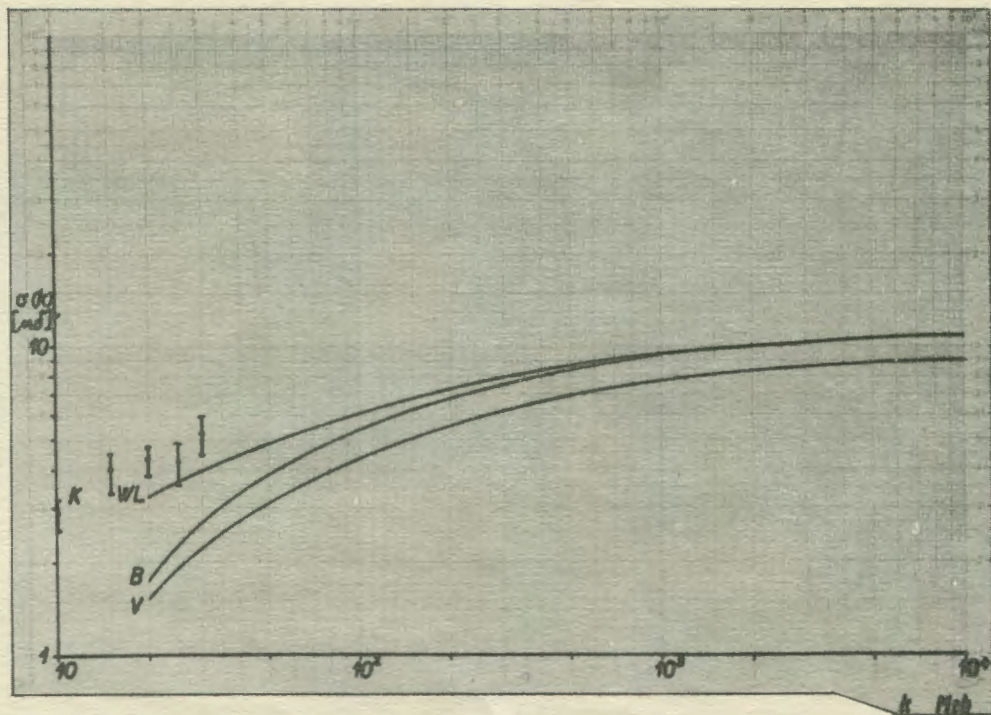


Рис. 2. Полные сечения образования триплетов. WL -сечение Уиллера-Лэмба ($\phi(13)$ и (15)); B - сечение Борселлино ($\phi, \frac{11}{1}$); V -сечение Вотрубы ($\phi - 12$), \downarrow - сечение Копылова и др. $\frac{11}{1}$.

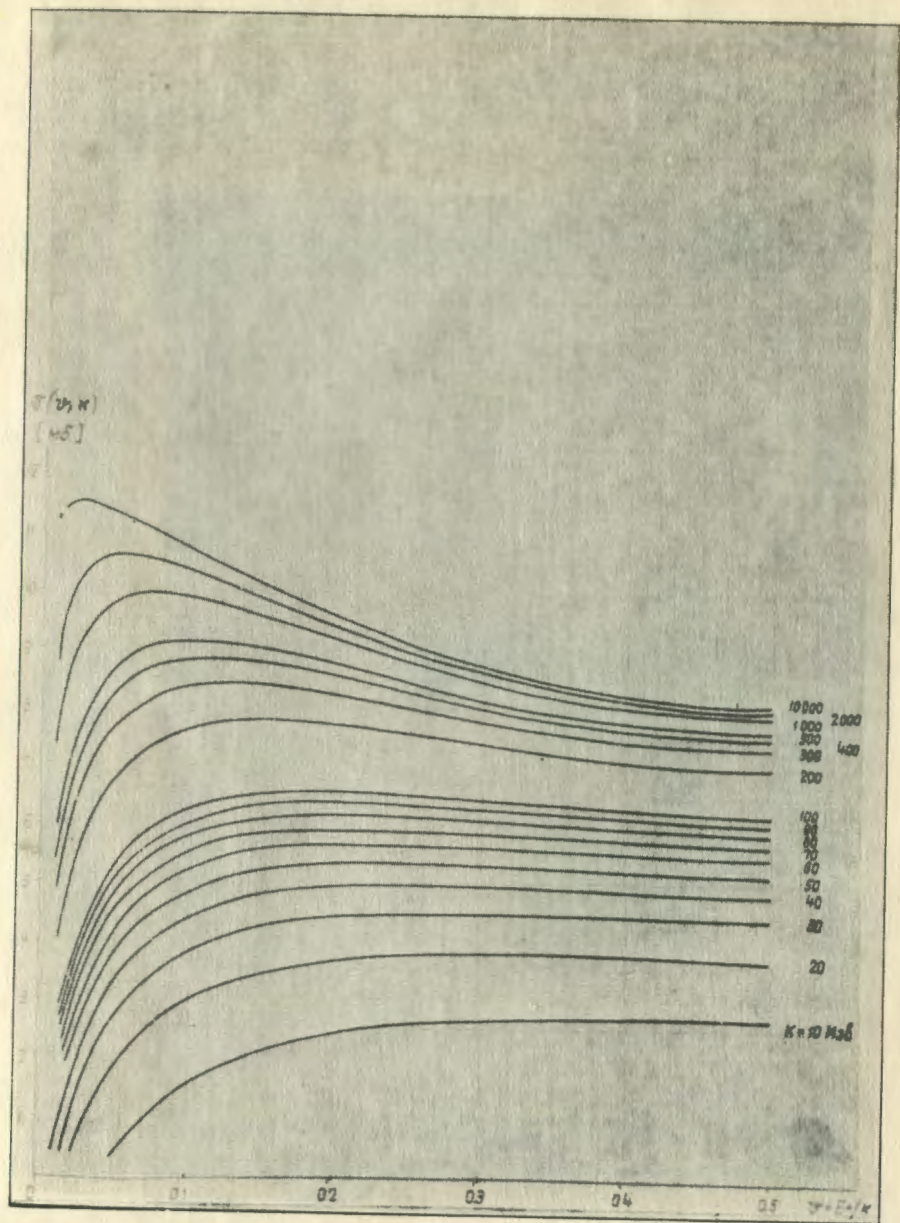


Рис. 3. Дифференциальные сечения образования (e^+e^-) - пар γ -квантами в поле экранированного ядра водорода.

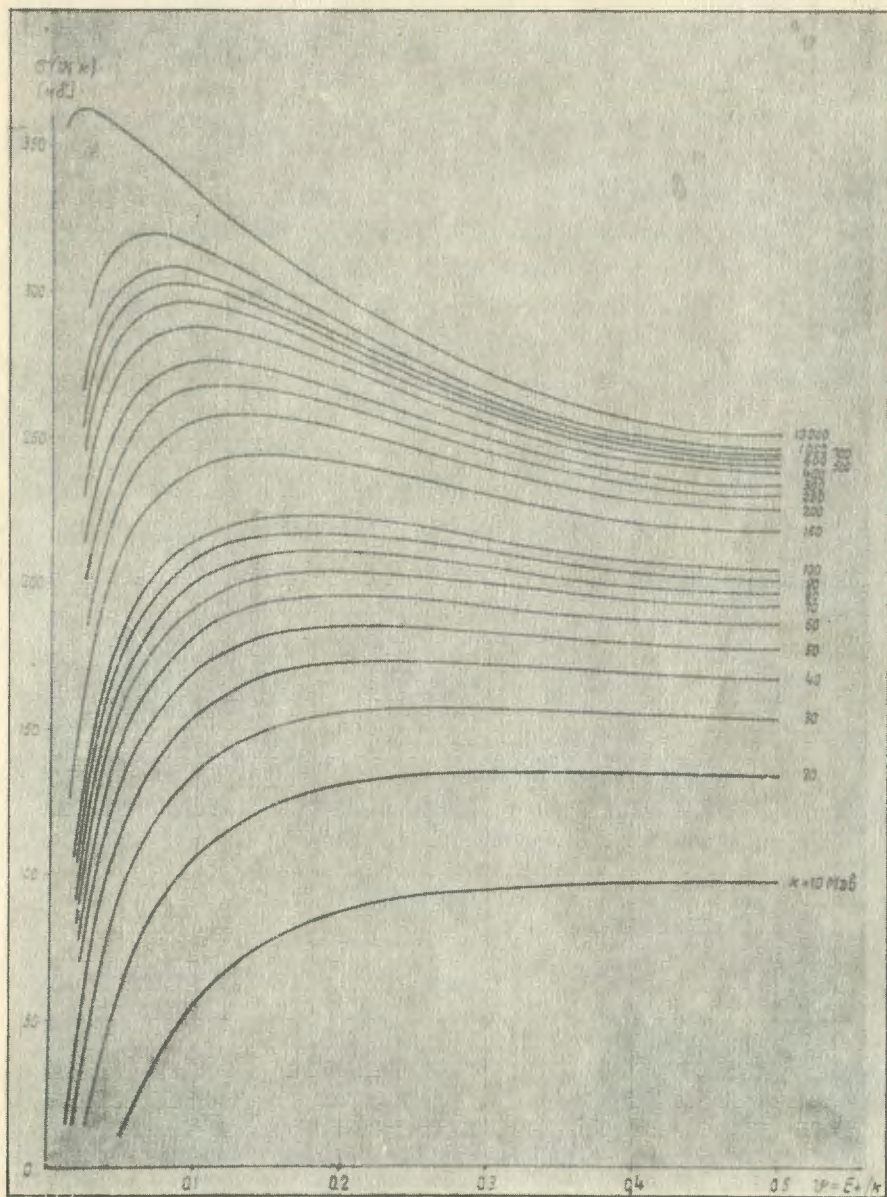


Рис. 4. Дифференциальные сечения образования (e^+e^-) -пар γ -квантами в поле экранированного ядра углерода.

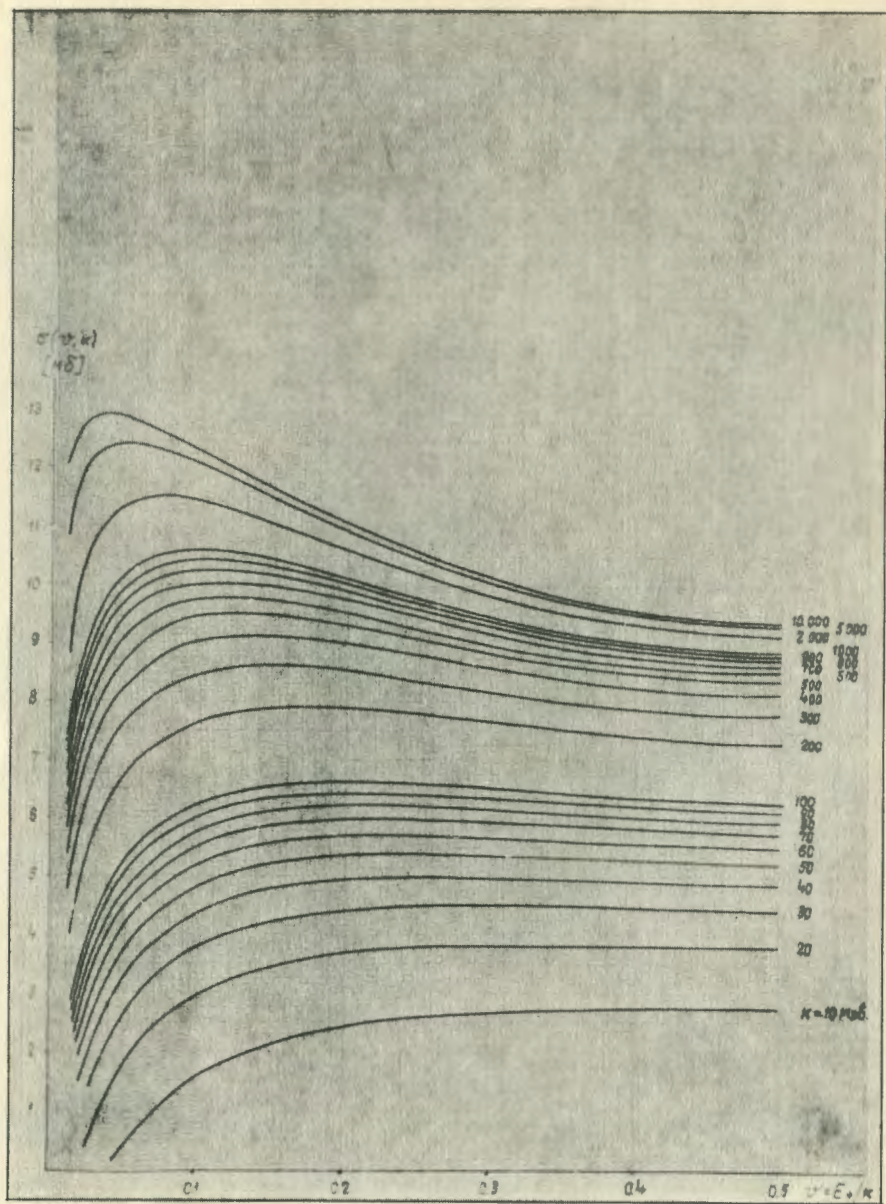


Рис. 5. Дифференциальные сечения образования триплетов γ -квантами на атоме водорода.

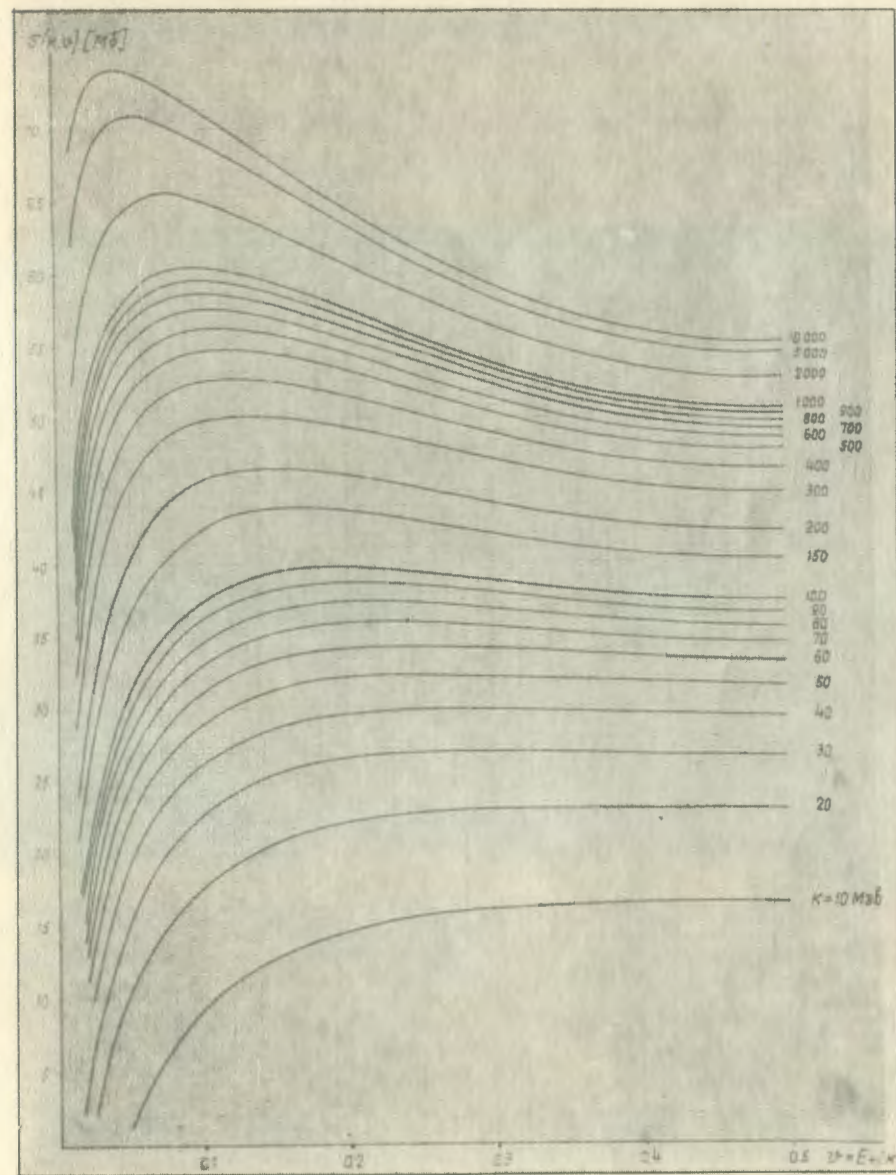


Рис. 6. Дифференциальные сечения образования триплетов γ -квантами на атоме углерода.

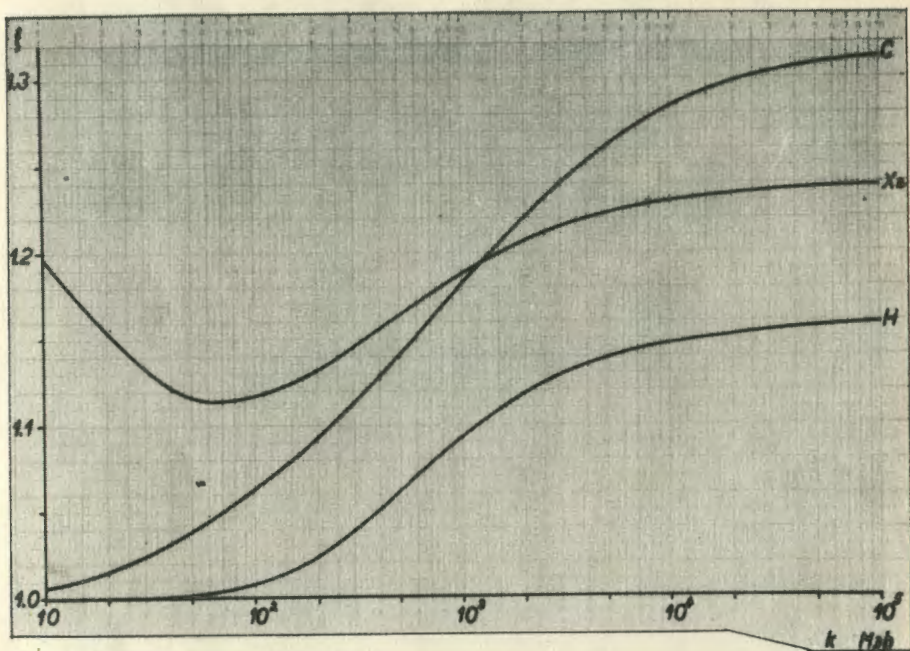


Рис. 7. Зависимость величины $\xi = \frac{Z\sigma_{\text{трпл}}}{\sigma_{\text{пары}}}$ от энергии γ -квантов (k) для атомов водорода, углерода и калия.

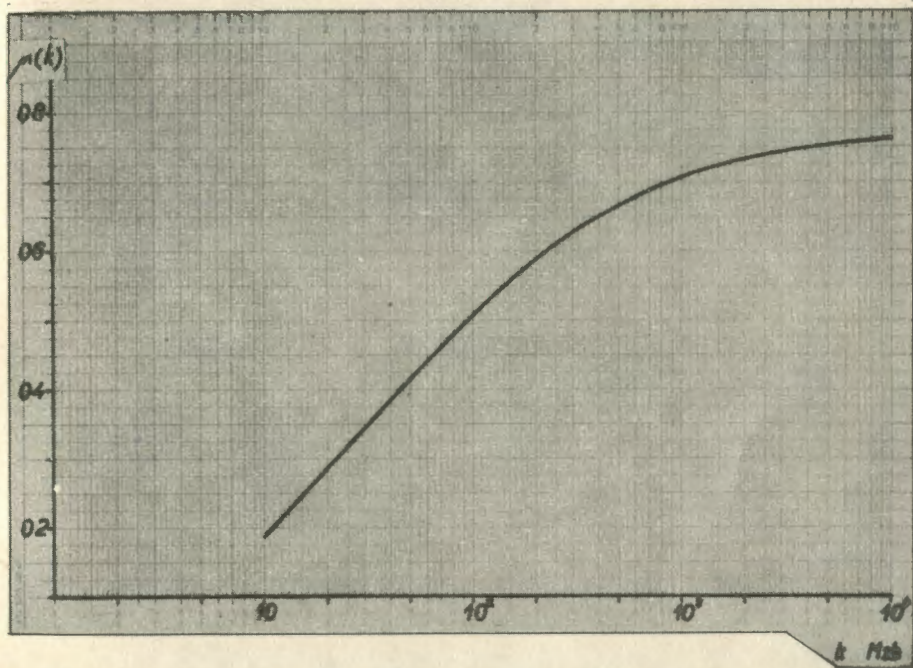


Рис. 8. Зависимость $\mu(k)$ от энергии γ -квантов для пропана.