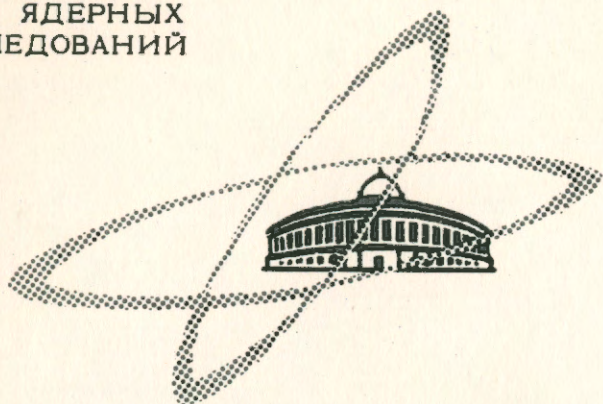


ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

P - 2630



С.М. Биленький, Л.И. Липидус, Р.М. Рындин

РЕЛЯТИВИСТСКОЕ ВОССТАНОВЛЕНИЕ МАТРИЦЫ
N-N РАССЕЯНИЯ

ЛАБОРАТОРИЯ ЯДЕРНЫХ ПРОБЛЕМ
ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

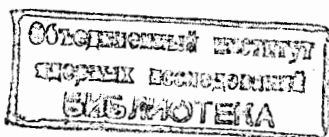
1966

P - 2630

С.М. Биленький, Л.И. Липидус, Р.М. Рындин

РЕЛЯТИВИСТСКОЕ ВОССТАНОВЛЕНИЕ МАТРИЦЫ
N-N РАССЕЯНИЯ

Направлено в ЖЭТФ



Прогресс в создании поляризованных пучков нуклонов и поляризованных протонных мишеней делает более доступной задачу извлечения максимальной информации о нуклон-нуклонном рассеянии - восстановление амплитуды рассеяния. В области энергий частиц ниже порога рождения пионов методом так называемого "модифицированного" фазового анализа такое восстановление осуществлено, причем при ряде значений энергий однозначно.

Метод фазового анализа эффективен в области не очень больших энергий, когда число фаз, которые необходимо определить, невелико, а неупругие процессы не играют существенной роли. С увеличением энергии число фаз, подлежащих определению из опыта, растет. Кроме того, при энергиях сталкивающихся частиц, заметно превышающих порог рождения пионов, фазы рассеяния и параметры смешивания становятся комплексными.

Для надежного фазового анализа в этой области энергий необходимы подробные сведения о механизме рождения пионов.

Общий метод восстановления матрицы рассеяния, свободный от дополнительных гипотез фазового анализа, состоит в прямом определении скалярных функций, характеризующих матрицу рассеяния, непосредственно из экспериментальных данных по упругому рассеянию при фиксированных значениях энергии и угла рассеяния. Этот метод позволяет восстановить матрицу рассеяния с точностью до общей фазы. В области ниже порога рождения мезонов общая фаза определяется соотношением унитарности.

Метод прямого восстановления, по-видимому, наиболее целесообразно использовать при энергиях, заметно превышающих порог рождения пионов ^{x/}.

Поскольку в общем случае матрица нуклон-нуклонного рассеяния характеризуется пятью скалярными амплитудами, то для их определения необходимо измерить по крайней мере девять величин. Так как наблюдаемые величины выражаются через скалярные амплитуды билинейно, для их однозначного определения следует привлечь дополнительные измерения.

^{x/}При энергиях протонов 640 Мэв восстановление модулей скалярных амплитуд проведено в работах^{1,2/}. Относительные фазы комплексных амплитуд были определены неоднозначно, так как не выполнено необходимое число экспериментов.

Впервые на возможность прямого восстановления обратили внимание Пузиков, Рындин, Смородианский^{/3/}, Смородианский^{/4/} и Шумахер и Бете^{/5/}. Шумахер и Бете показали, каким образом, измерив при данном значении угла рассеяния и энергии дифференциальное сечение, поляризацию, компоненты тензоров деполаризации, передачи поляризации и корреляции поляризаций (всего одиннадцать величин), можно однозначно определить все пять амплитуд матрицы рассеяния (с точностью до общей фазы). Упрощения этой процедуры при измерении поляризационных тензоров третьего и четвертого порядка недавно рассматривались в^{/6,7/}.

В настоящей работе показывается, как может быть восстановлена матрица нуклон-нуклонного рассеяния в релятивистском случае. Получены релятивистские соотношения, связывающие непосредственно измеряемые величины с компонентами поляризационных тензоров в с.и.и. Даны формулы, необходимые для однозначного восстановления матрицы нуклон-нуклонного рассеяния при измерении компонент поляризационных тензоров не выше второго ранга. Рассмотрены разные варианты процедуры восстановления. Рассмотрено рассеяние нейтронов протонами. Получены формулы для восстановления матрицы рассеяния нуклонов нуклонами в состоянии с полным изотопическим спином, равным нулю. При этом предполагается, что матрица рассеяния в состоянии с полным изоспином, равным единице, восстановлена из данных по рассеянию протонов протонами. В нерелятивистском случае вопрос о восстановлении матрицы нуклон-нуклонного рассеяния из данных по $n-p$ и $p-p$ рассеянию при фиксированных значениях угла и энергии был впервые рассмотрен Головиным, Желеповым, Надеждиным, Сатаровым^{/8/} и Казариновым^{/9/}.

1. Матрица рассеяния

Матрица нуклон-нуклонного рассеяния $M(\vec{p}', \vec{p})$ | \vec{p} и \vec{p}' импульсы падающей и рассеянной частицы в с.и.и., удовлетворяющая требованиям инвариантности относительно вращений, пространственных отражений и обращения времени, имеет, как известно^{/10/}, следующий общий вид:

$$M(\vec{p}', \vec{p}) = (u + v) + (u - v)(\vec{\sigma}_1 \vec{n})(\vec{\sigma}_2 \vec{n}) + c(\vec{\sigma}_1 \vec{m} + \vec{\sigma}_2 \cdot \vec{n}) + (g - h)(\vec{\sigma}_1 \vec{m})(\vec{\sigma}_2 \vec{m}) + (g + h)(\vec{\sigma}_1 \vec{l})(\vec{\sigma}_2 \vec{l}). \quad (1)$$

Здесь u , v , c , g и h — комплексные функции энергии и угла рассеяния θ в с.и.и., а вектора \vec{l} , \vec{m} и \vec{n} определены следующим образом:

$$\vec{l} = \frac{\vec{p}' + \vec{p}}{|\vec{p}' + \vec{p}|}, \quad \vec{m} = \frac{\vec{p}' - \vec{p}}{|\vec{p}' - \vec{p}|}, \quad \vec{n} = \vec{l} \times \vec{m} = \frac{\vec{p} \times \vec{p}'}{|\vec{p} \times \vec{p}'|}. \quad (2)$$

Вследствие принципа Паули матрица рассеяния протонов протонами удовлетворяет условиям:

$$M(\vec{p}', \vec{p}) = -P(1,2)M(-\vec{p}', \vec{p}) = -M(\vec{p}', -\vec{p})P(1,2), \quad (3)$$

где

$$P(1,2) = \frac{1}{2}(1 + \vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2) -$$

оператор перестановки спиновых переменных. Из (3) следует, что в случае $p-p$ рассеяния скалярные амплитуды обладают следующими свойствами симметрии:

$$\begin{aligned} u(\pi - \theta) &= -u(\theta), & h(\pi - \theta) &= h(\theta), \\ c(\pi - \theta) &= c(\theta), & v(\pi - \theta) &= -g(\theta). \end{aligned} \quad (4)$$

В силу изотопической инвариантности матрица рассеяния нейтронов протонами равна:

$$M_{np}(\vec{p}', \vec{p}) = \frac{1}{2}M_1(\vec{p}', \vec{p}) + \frac{1}{2}M_0(\vec{p}', \vec{p}), \quad (5)$$

где $M_1(\vec{p}', \vec{p})$ и $M_0(\vec{p}', \vec{p})$ — матрицы рассеяния в состояниях с полным изоспином.

$I = 1$ и $I = 0$, соответственно, а \vec{p} и \vec{p}' — импульсы начального и конечного нейтрона в с.и.и. Из обобщенного принципа Паули вытекает, что ($I = 1, 0$)

$$M_i(\vec{p}', \vec{p}) = (-1)^I P(1,2)M_i(-\vec{p}', \vec{p}) = (-1)^I M_i(\vec{p}', -\vec{p})P(1,2). \quad (6)$$

Матрицы $M_i(\vec{p}', \vec{p})$ имеют общий вид (1). Из (6) получаем следующие условия симметрии:

$$\begin{aligned} u_i(\pi - \theta) &= (-1)^I u_i(\theta), & h_i(\pi - \theta) &= (-1)^{I+1} h_i(\theta), \\ c_i(\pi - \theta) &= (-1)^{I+1} c_i(\theta), & v_i(\pi - \theta) &= (-1)^I g_i(\theta). \end{aligned} \quad (7)$$

2. Измеряемые величины

Здесь мы определим в релятивистском случае измеряемые на опыте величины и найдем связь этих величин с компонентами поляризационных тензоров в с.и.и. Все полученные в этом параграфе соотношения справедливы как для $p-p$ так и для $n-p$ рассеяния. Спиновая матрица плотности конечного состояния в с.и.и., как известно, равна:

$$\rho = M(\vec{p}', \vec{p}) \rho_0 M^\dagger(\vec{p}', \vec{p}). \quad (8)$$

Здесь ρ_0 - начальная матрица плотности:

$$\rho_0 = \frac{1}{2}(1 + \vec{\sigma}_1 \cdot \vec{P}_1) \frac{1}{2}(1 + \vec{\sigma}_2 \cdot \vec{P}_2) \quad (8)$$

(\vec{P}_1 и \vec{P}_2 - вектора поляризации падающих нуклонов и нуклонов мишени, соответственно). Будем предполагать, что матрица плотности (8) нормирована так, что

$$\text{Sp} \rho = \sigma \quad (10)$$

где σ - дифференциальное сечение рассеяния в с.п.и. Обозначим через \vec{a}'_L и \vec{b}''_L произвольные единичные вектора в л.с. Проекция вектора поляризации рассеянной частицы (частица с импульсом \vec{p}^*) на направление \vec{a}'_L , измеряемая в л.с., равна [11-14/

$$\langle \vec{\sigma}_1 \rangle_L \vec{a}'_L = \frac{1}{\sigma} \text{Sp} \vec{\sigma}_1 (\vec{a}'_L)_R M \rho_0 M^+ \quad (11)$$

Здесь

$$(\vec{a}'_L)_R = R_n^+ (\Omega') \vec{a}' \quad (12)$$

где $R_n^+(\Omega)$ оператор поворота вокруг нормали \vec{n} на угол $\Omega' = \theta - 2\theta_L$ (θ_L - угол рассеяния в л.с.). Аналогично проекция поляризации частицы отдачи на направление \vec{b}''_L , измеряемая в л.с., равна:

$$\langle \vec{\sigma}_2 \rangle_L \vec{b}''_L = \frac{1}{\sigma} \text{Sp} \vec{\sigma}_2 (\vec{b}''_L)_R M \rho_0 M^+ \quad (13)$$

где

$$(\vec{b}''_L)_R = R_n^+ (\Omega'') \vec{b}'' \quad (14)$$

В этом выражении $R_n^+(\Omega'')$ - оператор поворота вокруг нормали \vec{n} на угол $\Omega'' = 2\phi_L - \phi$ (ϕ_L - угол отдачи в л.с., а $\phi = \pi - \theta$ - угол отдачи в с.п.и.) Отметим также, что измеряемая на опыте $(\vec{a}'_L \vec{b}''_L)$ - компонента корреляции поляризации равна:

$$\langle \vec{\sigma}_1 \vec{a}'_L \vec{\sigma}_2 \vec{b}''_L \rangle_L = \frac{1}{\sigma} \text{Sp} \vec{\sigma}_1 (\vec{a}'_L)_R \vec{\sigma}_2 (\vec{b}''_L)_R M \rho_0 M^+ \quad (15)$$

Введем в л.с. следующие три ортонормированные системы векторов:

$$\vec{n}_L, \vec{k}_L, \vec{s}_L = \vec{n}_L \times \vec{k}_L; \quad (16)$$

$$\vec{n}'_L, \vec{k}'_L, \vec{s}'_L = \vec{n}'_L \times \vec{k}'_L; \quad (17)$$

$$\vec{n}''_L, \vec{k}''_L, \vec{s}''_L = \vec{n}''_L \times \vec{k}''_L \quad (18)$$

Здесь $\vec{k}_L, \vec{k}'_L, \vec{k}''_L$ - единичные вектора в направлении импульсов падающего нуклона, рассеянного нуклона и нуклона отдачи, соответственно, а $\vec{n}_L = \frac{\vec{k}_L \times \vec{k}'_L}{|\vec{k}_L \times \vec{k}'_L|}$ - нормаль к плоскости рассеяния $|\vec{n}_L| = 1$. Измеряемый на опыте вектор поляризации рассеянной частицы (частицы отдачи) будем характеризовать компонентами в системе (17) (в системе (18)). Поляризацию падающих нуклонов и поляризацию нуклонов мишени будем характеризовать компонентами в системе (16). Поляризационные тензора первого и второго рангов определяются следующим образом: [3, 15/

$$P_1 = \frac{1}{4\sigma_0} \text{Sp} \sigma_{11} M M^+ = \frac{1}{4\sigma_0} \text{Sp} \sigma_{21} M M^+ \quad (19)$$

$$A_1 = \frac{1}{4\sigma_0} \text{Sp} M \sigma_{11} M^+ = \frac{1}{4\sigma_0} \text{Sp} M \sigma_{21} M^+ \quad (20)$$

$$D_{1k} = \frac{1}{4\sigma_0} \text{Sp} \sigma_{11} M \sigma_{1k} M^+ = \frac{1}{4\sigma_0} \text{Sp} \sigma_{21} M \sigma_{2k} M^+ \quad (21)$$

$$K_{1k} = \frac{1}{4\sigma_0} \text{Sp} \sigma_{21} M \sigma_{1k} M^+ = \frac{1}{4\sigma_0} \text{Sp} \sigma_{11} M \sigma_{2k} M^+ \quad (22)$$

$$C_{1k} = \frac{1}{4\sigma_0} \text{Sp} \sigma_{11} \sigma_{2k} M M^+ = \frac{1}{4\sigma_0} \text{Sp} \sigma_{1k} \sigma_{21} M M^+ \quad (23)$$

$$A_{1k} = \frac{1}{4\sigma_0} \text{Sp} M \sigma_{11} \sigma_{2k} M^+ = \frac{1}{4\sigma_0} \text{Sp} M \sigma_{1k} \sigma_{21} M^+ \quad (24)$$

$$|P_1 = A_1 = P_{11}; C_{1k}(\vec{p}', \vec{p}) = A_{1k}(-\vec{p}, -\vec{p}')|$$

Здесь $\sigma_0 = \frac{1}{2} \text{Sp} M M^+$ - дифференциальное сечение рассеяния неполяризованных частиц, P_1 и A_1 - вектора поляризации и асимметрии, D_{1k} и K_{1k} - тензора деполаризации и передачи поляризации, а C_{1k} и A_{1k} - тензора корреляции поляризации и асимметрии. Перейдем теперь к определению измеряемых на опыте параметров. Используя соотношения инвариантности, получаем следующее выражение для дифференциального сечения рассеяния поляризованного пучка поляризованной мишенью:

$$\sigma_{P_1 P_2} = \sigma_0 [1 + P(P_1 \vec{n}_L + P_2 \vec{n}'_L) + A_{nn} (P_1 \vec{n}_L)(P_2 \vec{n}'_L) + A_{ns} (P_1 \vec{s}_L)(P_2 \vec{s}'_L) + A_{ks} (P_1 \vec{k}_L)(P_2 \vec{k}'_L) +$$

$$+ A_{sk} \left[(\vec{P}_1 \vec{s}_L) (\vec{P}_2 \vec{k}_L) + (\vec{P}_1 \vec{k}_L) (\vec{P}_2 \vec{s}_L) \right].$$

Здесь

$$A_{ab} = (\vec{a}_L)_i A_{ik} (\vec{b}_L)_k. \quad (26)$$

Величины A_{nn} , A_{ss} и т.д. непосредственно измеряются на опыте. Для определения A_{ss} , например, следует измерить сечение рассеяния пучка с поляризацией $\vec{P}_1 = P_1 \vec{s}_L$ на мишени, поляризованной в направлении \vec{s}_L $|\vec{P}_2 = P_2 \vec{s}_L|$. Нетрудно связать эти величины с компонентами тензора C_{ik} в с.ц.и. Учитывая, что

$$\begin{aligned} \vec{n}_L &= \vec{n}, \\ \vec{k}_L &= \vec{k}, \\ \vec{s}_L &= \vec{s}, \end{aligned} \quad (27)$$

где $\vec{k} = \frac{\vec{p}}{|\vec{p}|}$ — единичный вектор в направлении импульса падающего нуклона в с.ц.и.,
а $\vec{s} = \vec{n} \times \frac{[\vec{p}]}{|\vec{p}|}$ получаем:

$$A_{ss} = C_+ - C_{\ell m} \sin \theta - C_- \cos \theta,$$

$$A_{kk} = C_+ + C_{\ell m} \sin \theta + C_- \cos \theta, \quad (28)$$

$$A_{sk} = -C_{\ell m} \cos \theta + C_- \sin \theta.$$

Здесь

$$C_+ = \frac{1}{2} (C_{\ell\ell} + C_{mm}); \quad C_- = \frac{1}{2} (C_{\ell\ell} - C_{mm}). \quad (29)$$

Очевидно, что компонента C_{nn} непосредственно измеряется на опыте

$$A_{nn} = C_{nn}. \quad (30)$$

Остальные компоненты равны:

$$C_+ = \frac{1}{2} (A_{ss} + A_{kk}),$$

$$C_{\ell m} = -A_{sk} \cos \theta + \frac{1}{2} (A_{kk} - A_{ss}) \sin \theta, \quad (31)$$

$$C_- = A_{sk} \sin \theta + \frac{1}{2} (A_{kk} - A_{ss}) \cos \theta.$$

Компоненты тензора C_{ik} могут быть определены также путем измерения корреляции поляризаций нуклонов, возникающей при рассеянии неполяризованных частиц. На опыте измеряются компонента C_{nn} и следующие величины:

$$C_{s's''} = (\vec{s}'_L)_{R1} C_{ik} (\vec{s}''_L)_{Rk},$$

$$C_{s'k''} = (\vec{s}'_L)_{R1} C_{ik} (\vec{k}''_L)_{Rk},$$

$$C_{k's''} = (\vec{k}'_L)_{R1} C_{ik} (\vec{s}''_L)_{Rk},$$

$$C_{k'k''} = (\vec{k}'_L)_{R1} C_{ik} (\vec{k}''_L)_{Rk}. \quad (32)$$

Пусть \vec{a} — произвольный вектор. Тогда очевидно, что

$$R_{\vec{n}}(\Omega) \vec{a} = (\vec{a}_L)_{R1} (1 - \cos \Omega) + \vec{a} \cos \Omega + \vec{n} \times \vec{a} \sin \Omega \quad (33)$$

С помощью (33) и (27) легко находим:

$$(\vec{k}'_L)_R = R_{\vec{n}}(\Omega) \vec{k}'_L = \vec{\ell} \cos \alpha + \vec{m} \sin \alpha, \quad (34)$$

$$(\vec{s}'_L)_R = R_{\vec{n}}(\Omega) \vec{s}'_L = -\vec{\ell} \sin \alpha + \vec{m} \cos \alpha,$$

где

$$\alpha = \frac{\theta}{2} - \phi_L. \quad (35)$$

Аналогично получаем:

$$(\vec{k}''_L)_R = R_{\vec{n}}(\Omega') \vec{k}''_L = -\vec{\ell} \sin \alpha' - \vec{m} \cos \alpha', \quad (36)$$

$$(\vec{s}''_L)_R = R_{\vec{n}}(\Omega') \vec{s}''_L = \vec{\ell} \cos \alpha' - \vec{m} \sin \alpha',$$

где

$$\alpha' = \frac{\phi}{2} - \phi_L. \quad (37)$$

Отметим, что в нерелятивистском пределе ($\alpha = \alpha' = 0$):

$$(\vec{k}'_L)_R = \vec{\ell}, \quad (\vec{s}'_L)_R = \vec{m}, \quad (\vec{k}''_L)_R = -\vec{m}, \quad (\vec{s}''_L)_R = \vec{\ell}. \quad (38)$$

Используя (34) — (37), находим следующие выражения для измеряемых на опыте величин (32):

$$C_{s's''} = -C_+ \sin(\alpha + \alpha') + C_{\ell m} \cos(\alpha - \alpha') - C_- \sin(\alpha - \alpha'),$$

$$C_{s'k''} = -C_+ \cos(\alpha + \alpha') + C_{\ell m} \sin(\alpha - \alpha') + C_- \cos(\alpha - \alpha'), \quad (39)$$

$$C_{k's''} = C_+ \cos(\alpha + \alpha') + C_{\ell m} \sin(\alpha - \alpha') + C_- \cos(\alpha - \alpha'),$$

$$C_{k'k''} = -C_+ \sin(\alpha + \alpha') - C_{\ell m} \cos(\alpha - \alpha') + C_- \sin(\alpha - \alpha').$$

Очевидно, что наблюдаемые (32) связаны следующим соотношением:

$$\frac{C_{s's''} + C_{k'k''}}{C_{s'k''} - C_{k's''}} = \operatorname{tg}(\alpha + \alpha'). \quad (40)$$

Выразим C_+ , C_- и $C_{\ell m}$ через наблюдаемые $C_{s's''}$, $C_{s'k''}$, $C_{k's''}$. Из соотношений (39) находим:

$$C_+ = \frac{1}{2 \cos(\alpha + \alpha')} (C_{k's''} - C_{s'k''}).$$

$$C_- = \frac{1}{2} (C_{s'k''} + C_{k's''}) \cos(\alpha - \alpha') - [C_{s's''} + \frac{1}{2} \operatorname{tg}(\alpha + \alpha') (C_{k's''} - C_{s'k''})] \sin(\alpha - \alpha'). \quad (41)$$

$$C_{\ell m} = \frac{1}{2} (C_{s'k''} + C_{k's''}) \sin(\alpha - \alpha') + [C_{s's''} + \frac{1}{2} \operatorname{tg}(\alpha + \alpha') (C_{k's''} - C_{s'k''})] \cos(\alpha - \alpha').$$

Перейдем к рассмотрению поляризации, возникающей в случае, когда одна из начальных частиц поляризована. Пусть поляризация падающего пучка нуклонов \vec{P}_1 отлична от нуля, а $\vec{P}_2 = 0$. Из соображений инвариантности очевидно, что компоненты поляризации рассеянной частицы, измеряемые в л.с., равны:

$$\begin{aligned} \sigma_{\vec{P}_1} \langle \vec{\sigma}_1 \rangle_{\vec{n}} \vec{n} &= \sigma_0 (P + D_{nn} (\vec{P}_1 \cdot \vec{n})), \\ \sigma_{\vec{P}_1} \langle \vec{\sigma}_1 \rangle_{\vec{k}} \vec{k} &= \sigma_0 (D_{k'k} (\vec{P}_1 \cdot \vec{k}) + D_{k's} (\vec{P}_1 \cdot \vec{s})), \\ \sigma_{\vec{P}_1} \langle \vec{\sigma}_1 \rangle_{\vec{s}} \vec{s} &= \sigma_0 (D_{s'k} (\vec{P}_1 \cdot \vec{k}) + D_{s's} (\vec{P}_1 \cdot \vec{s})). \end{aligned} \quad (42)$$

Здесь

$$\begin{aligned} D_{nn} &= D = (\vec{n}_{\vec{l}})_i D_{ik} (\vec{n}_{\vec{l}})_k, \\ D_{s's} &= R = (\vec{s}_{\vec{l}})_{Ri} D_{ik} (\vec{s}_{\vec{l}})_k, \\ D_{s'k} &= A = (\vec{s}_{\vec{l}})_{Ri} D_{ik} (\vec{k}_{\vec{l}})_k, \\ D_{k's} &= R' = (\vec{k}_{\vec{l}})_{Ri} D_{ik} (\vec{s}_{\vec{l}})_k, \\ D_{k'k} &= A' = (\vec{k}_{\vec{l}})_{Ri} D_{ik} (\vec{k}_{\vec{l}})_k. \end{aligned} \quad (43)$$

известные параметры тройного рассеяния Вольфенштейна, определенные с учетом релятивистского поворота $\frac{11,14}{a}$ а $\sigma_{\vec{P}_1}$ - дифференциальное сечение рассеяния поляризованного пучка неполяризованной мишенью. Из (25) находим, что

$$\sigma_{\vec{P}_1} = \sigma_0 (1 + P (\vec{P}_1 \cdot \vec{n})). \quad (44)$$

Выразим измеряемые величины (43) через компоненты тензора D_{ik} в с.п.и. С помощью (34) находим:

$$D_{s's} = D_+ \cos(\alpha + \frac{\theta}{2}) - D_{\ell m} \sin(\alpha + \frac{\theta}{2}) - D_- \cos(\alpha - \frac{\theta}{2}),$$

$$D_{s'k} = -D_+ \sin(\alpha + \frac{\theta}{2}) - D_{\ell m} \cos(\alpha + \frac{\theta}{2}) - D_- \sin(\alpha - \frac{\theta}{2}), \quad (45)$$

$$D_{k's} = D_+ \sin(\alpha + \frac{\theta}{2}) + D_{\ell m} \cos(\alpha + \frac{\theta}{2}) - D_- \sin(\alpha - \frac{\theta}{2}),$$

$$D_{k'k} = D_+ \cos(\alpha + \frac{\theta}{2}) - D_{\ell m} \sin(\alpha + \frac{\theta}{2}) + D_- \cos(\alpha - \frac{\theta}{2}).$$

Здесь

$$D_+ = \frac{1}{2} (D_{\ell\ell} + D_{mm}); \quad D_- = \frac{1}{2} (D_{\ell\ell} - D_{mm}). \quad (46)$$

Нетрудно показать, что между четырьмя измеряемыми величинами (43) имеется следующее соотношение $\frac{14}{14}$:

$$\frac{D_{s'k} + D_{k's}}{D_{k'k} - D_{s's}} = \operatorname{tg} \theta_H. \quad (47)$$

Выразим D_+ , D_- и $D_{\ell m}$ через измеряемые параметры $D_{s's}$, $D_{s'k}$, $D_{k's}$. Из соотношений (45) получаем:

$$D_- = -\frac{1}{2} (D_{s'k} + D_{k's}) \frac{1}{\sin(\alpha - \theta/2)},$$

$$D_+ = -\frac{1}{2} (D_{s'k} - D_{k's}) \sin(\alpha + \frac{\theta}{2}) + [D_{s's} - \frac{1}{2} (D_{s'k} + D_{k's}) \operatorname{ctg}(\alpha - \frac{\theta}{2})], \quad (48)$$

$$D_{\ell m} = \frac{1}{2} (D_{s'k} - D_{k's}) \cos(\alpha + \frac{\theta}{2}) - [D_{s's} - \frac{1}{2} (D_{s'k} + D_{k's}) \operatorname{ctg}(\alpha - \frac{\theta}{2})] \sin(\alpha + \frac{\theta}{2}).$$

Из (21) очевидно, что компоненты тензора деполаризации D_{ik} могут быть определены также путем измерения поляризации второй частицы (частицы отдачи), возникающей при рассеянии неполяризованного пучка поляризованной мишенью ($\vec{P}_1 = 0$, $\vec{P}_2 \neq 0$).

Используя соображения инвариантности относительно вращений и отражений находим:

$$\begin{aligned} \sigma_{\vec{P}_2} \langle \vec{\sigma}_2 \rangle_{\vec{n}} \vec{n} &= \sigma_0 (P + D_{nn} (\vec{P}_2 \cdot \vec{n})), \\ \sigma_{\vec{P}_2} \langle \vec{\sigma}_2 \rangle_{\vec{k}} \vec{k} &= \sigma_0 (D_{k''k} (\vec{P}_2 \cdot \vec{k}) + D_{k''s} (\vec{P}_2 \cdot \vec{s})), \\ \sigma_{\vec{P}_2} \langle \vec{\sigma}_2 \rangle_{\vec{s}} \vec{s} &= \sigma_0 (D_{s''k} (\vec{P}_2 \cdot \vec{k}) + D_{s''s} (\vec{P}_2 \cdot \vec{s})). \end{aligned} \quad (49)$$

Здесь

$$\begin{aligned} D_{k''k} &= (\vec{k}_{\vec{l}})_{Ri} D_{ik} (\vec{k}_{\vec{l}})_k, \\ D_{k''s} &= (\vec{k}_{\vec{l}})_{Ri} D_{ik} (\vec{s}_{\vec{l}})_k, \\ D_{s''k} &= (\vec{s}_{\vec{l}})_{Ri} D_{ik} (\vec{k}_{\vec{l}})_k, \\ D_{s''s} &= (\vec{s}_{\vec{l}})_{Ri} D_{ik} (\vec{s}_{\vec{l}})_k. \end{aligned} \quad (50)$$

Из (36) получаем следующие выражения для этих величин:

$$D_{s''s} = -D_+ \sin(\alpha' - \frac{\theta}{2}) + D_{\ell m} \cos(\alpha' - \frac{\theta}{2}) + D_- \sin(\alpha' + \frac{\theta}{2}),$$

$$\begin{aligned}
D_{s''_k} &= D_+ \cos(\alpha' - \frac{\theta}{2}) + D_{\ell m} \sin(\alpha' - \frac{\theta}{2}) + D_- \cos(\alpha' + \frac{\theta}{2}), \\
D_{k''_s} &= -D_+ \cos(\alpha' - \frac{\theta}{2}) - D_{\ell m} \sin(\alpha' - \frac{\theta}{2}) + D_- \cos(\alpha' + \frac{\theta}{2}), \\
D_{k''_k} &= -D_+ \sin(\alpha' - \frac{\theta}{2}) + D_{\ell m} \cos(\alpha' - \frac{\theta}{2}) - D_- \sin(\alpha' + \frac{\theta}{2}).
\end{aligned}
\tag{51}$$

Между величинами (50) имеется следующее соотношение:

$$\frac{D_{s''_k} + D_{k''_s}}{D_{s''_s} - D_{k''_k}} = \operatorname{tg} \phi_{\text{д}}.
\tag{52}$$

Отметим, что в нерелятивистском пределе измеряемые величины (43) и (50) связаны соотношениями:

$$\begin{aligned}
D_{s''_s} &= D_{m_s} = -D_{k''_s}, \\
D_{s''_k} &= D_{m_k} = -D_{k''_k}, \\
D_{k''_s} &= D_{\ell_s} = D_{s''_s}, \\
D_{k''_k} &= D_{\ell_m} = D_{s''_k}.
\end{aligned}
\tag{53}$$

Компоненты тензора деполаризации в с.ц.и. следующим образом выражаются через измеряемые величины (50):

$$D_- = \frac{1}{2 \cos(\alpha' + \theta/2)} (D_{s''_k} + D_{k''_s}),$$

$$D_+ = \frac{1}{2} (D_{s''_k} - D_{k''_s}) \cos(\alpha' - \theta/2) - [D_{s''_k} - \frac{1}{2} (D_{s''_k} + D_{k''_s}) \operatorname{tg}(\alpha' + \theta/2)] \sin(\alpha' - \theta/2),
\tag{54}$$

$$D_{\ell m} = \frac{1}{2} (D_{s''_k} - D_{k''_s}) \sin(\alpha' - \frac{\theta}{2}) + [D_{s''_s} - \frac{1}{2} (D_{s''_k} + D_{k''_s}) \operatorname{tg}(\alpha' + \frac{\theta}{2})] \cos(\alpha' - \frac{\theta}{2}).$$

Как известно, измерение поляризации нуклонов в интервале энергий от 20 до 100 Мэв затруднено в связи с отсутствием анализаторов с достаточно высокой анализирующей способностью. Это означает, что при постановке экспериментов с поляризованным пучком компоненты тензора D_{ik} могут быть определены не во всем угловом интервале.

Очевидно, что эта трудность не возникает, если для определения тензора деполаризации D_{ik} в с.ц.и. используются эксперименты как с поляризованным пучком, так и с поляризованной мишенью. Кроме того, как видно из (48), для определения любой из компонент тензора D_{ik} (кроме D_{nn}) в экспериментах с поляризованным пучком необходимы трудные измерения продольной поляризации рассеянной частицы (параметра $D_{k''_s}$). Применение поляризованной мишени позволяет заменить эти опыты более

простыми, в которых измерялась бы поперечная поляризация частицы отдачи. Из (45) и (51) очевидно, что компоненты $D_{\ell\ell}$, D_{mm} , $D_{\ell m}$ могут быть определены, если измерены, например, $D_{s''_s}$, $D_{s''_k}$ и $D_{k''_s}$. Получаем:

$$\begin{aligned}
D_+ &= -\frac{1}{\Delta} [D_{s''_s} \sin \theta + D_{s''_k} \cos \theta] \cos(\alpha + \alpha') + D_{k''_s} \sin(\alpha' - \alpha) + D_{s''_s} \cos 2\alpha, \\
D_{\ell m} &= \frac{1}{\Delta} [(-D_{s''_s} \cos \theta + D_{s''_k} \sin \theta) \cos(\alpha + \alpha') + D_{k''_s} \cos(\alpha' - \alpha) + D_{s''_s} \sin 2\alpha], \\
D_- &= -\frac{1}{\Delta} [D_{s''_s} \sin(\alpha + \alpha') + D_{s''_k} \cos(\alpha + \alpha') + D_{k''_s}].
\end{aligned}
\tag{55}$$

Здесь

$$\Delta = 2 \cos(\alpha + \alpha') \sin(\alpha - \frac{\theta}{2}).
\tag{56}$$

Перейдем к рассмотрению тензора передачи поляризации K_{ik} . Пусть поляризованный пучок рассеивается на неполяризованной мишени $|\vec{P}_1 \neq 0, \vec{P}_2 = 0|$. Для измеряемых на опыте компонент поляризации частиц отдачи получаем следующие выражения:

$$\begin{aligned}
\sigma_{\vec{P}_1} \langle \vec{\sigma}_2 \rangle_{\vec{n}} \cdot \vec{n}_{\vec{l}} &= \sigma_0 (P + K_{nn} (\vec{P}_1 \vec{n}_{\vec{l}})), \\
\sigma_{\vec{P}_1} \langle \vec{\sigma}_2 \rangle_{\vec{l}} \cdot \vec{k}_{\vec{l}} &= \sigma_0 (K_{k''_k} (\vec{P}_1 \vec{k}_{\vec{l}}) + K_{k''_s} (\vec{P}_1 \vec{s}_{\vec{l}})), \\
\sigma_{\vec{P}_1} \langle \vec{\sigma}_2 \rangle_{\vec{l}} \vec{s}_{\vec{l}} &= \sigma_0 (K_{s''_k} (\vec{P}_1 \vec{k}_{\vec{l}}) + K_{s''_s} (\vec{P}_1 \vec{s}_{\vec{l}})).
\end{aligned}
\tag{57}$$

Здесь

$$K_{s''_b} = (\vec{a}_{\vec{l}})_{ni} K_{ik} (\vec{b}_{\vec{l}})_k,
\tag{58}$$

где $\vec{a}_{\vec{l}}$ и $\vec{b}_{\vec{l}}$ - вектора из троек (18) и (16), соответственно. Очевидно, что соотношения, связывающие эти величины с компонентами тензора K_{ik} , а также обратные соотношения могут быть получены из (51) и (54) с помощью замены $D_{s''_b} \rightarrow K_{s''_b}$ и $D_{ik} \rightarrow K_{ik}$. Компоненты тензора передачи поляризации могут быть определены также путем измерения поляризации рассеянной частицы, возникающей при рассеянии неполяризованного пучка поляризованной мишенью $|P_1 = 0, P_2 \neq 0|$. При использовании соображений инвариантности получаем:

$$\begin{aligned}
\sigma_{\vec{P}_2} \langle \vec{\sigma}_1 \rangle_{\vec{n}} \cdot \vec{n}_{\vec{l}} &= \sigma_0 (P + K_{nn} (\vec{P}_2 \vec{n}_{\vec{l}})), \\
\sigma_{\vec{P}_2} \langle \vec{\sigma}_1 \rangle_{\vec{l}} \cdot \vec{k}_{\vec{l}} &= \sigma_0 (K_{k''_k} (\vec{P}_2 \vec{k}_{\vec{l}}) + K_{k''_s} (\vec{P}_2 \vec{s}_{\vec{l}})), \\
\sigma_{\vec{P}_2} \langle \vec{\sigma}_1 \rangle_{\vec{l}} \vec{s}_{\vec{l}} &= \sigma_0 (K_{s''_k} (\vec{P}_2 \vec{k}_{\vec{l}}) + K_{s''_s} (\vec{P}_2 \vec{s}_{\vec{l}})).
\end{aligned}
\tag{59}$$

Здесь

$$K_{a'b} = (\vec{a}'_k)_{a1} K_{1k} (b_{\vec{a}'}^k)_k \quad (60)$$

Заменой $D_{1k} \rightarrow K_{1k}$ и $D_{a'b} \rightarrow K_{a'b}$ в (45) получаем соотношения, связывающие эти величины с K_+ , K_- и $K_{\ell m}$. Этой же заменой получаем из (48) обратные соотношения. В заключение приведем выражения для дифференциального сечения σ_0 , поляризации P и компонент тензоров D_{1k} , K_{1k} и C_{1k} , вычисленные с помощью матрицы рассеяния (1):

$$\sigma_0 = 2(|u|^2 + |v|^2 + |c|^2 + |g|^2 + |h|^2), \quad (61)$$

$$\sigma_0 P = 4 \operatorname{Re} c u^*, \quad (62)$$

$$\sigma_0 D_{nn} = 2(|u|^2 + |v|^2 + |c|^2 - |g|^2 - |h|^2), \quad (63)$$

$$\sigma_0 D_+ = 4 \operatorname{Re} v u^*, \quad (64)$$

$$\sigma_0 D_- = 4 \operatorname{Re} g h^*, \quad (65)$$

$$\sigma_0 D_{\ell m} = 4 \operatorname{Im} c v^*, \quad (66)$$

$$\sigma_0 K_{nn} = 2(|u|^2 - |v|^2 + |c|^2 + |g|^2 - |h|^2), \quad (67)$$

$$\sigma_0 K_+ = 4 \operatorname{Re} u g^*, \quad (68)$$

$$\sigma_0 K_- = 4 \operatorname{Re} v h^*, \quad (69)$$

$$\sigma_0 K_{\ell m} = 4 \operatorname{Im} c g^*, \quad (70)$$

$$\sigma_0 C_{nn} = 2(|u|^2 - |v|^2 + |c|^2 - |g|^2 + |h|^2), \quad (71)$$

$$\sigma_0 C_+ = 4 \operatorname{Re} v g^*, \quad (72)$$

$$\sigma_0 C_- = 4 \operatorname{Re} u h^*, \quad (73)$$

$$\sigma_0 C_{\ell m} = -4 \operatorname{Im} c h^*. \quad (74)$$

3. Прямое восстановление матрицы нуклон-нуклонного рассеяния

С помощью формул, полученных в предыдущем параграфе, можно определить в релятивистском случае по измеряемым на опыте величинам компоненты поляризационных тензоров в с.п.и. Затем, используя соотношения (61)-(74), можно выразить амплитуды

u , v , c , g и h через сечение σ_0 , поляризацию P и компоненты поляризационных тензоров D_{1k} , K_{1k} и C_{1k} . Как уже отмечалось выше, задача прямого восстановления матрицы нуклон-нуклонного рассеяния из экспериментальных данных при фиксированном угле и энергии рассматривалась Шумахером и Бете^{15/}. Здесь мы обобщим предложенный ими метод. Как видно из соотношений (61), (63), (67) и (71), дифференциальное сечение σ_0 и нормальные компоненты D_{nn} , K_{nn} и C_{nn} выражаются через квадраты модулей амплитуд u , v , c , g и h . Из этих соотношений находим:

$$\begin{aligned} |g|^2 &= \frac{1}{8} \sigma_0 (1 + K_{nn} - D_{nn} - C_{nn}), \\ |h|^2 &= \frac{1}{8} \sigma_0 (1 - K_{nn} - D_{nn} + C_{nn}), \end{aligned} \quad (75)$$

$$\begin{aligned} |v|^2 &= \frac{1}{8} \sigma_0 (1 - K_{nn} + D_{nn} - C_{nn}), \\ |u|^2 + |c|^2 &= \frac{1}{8} \sigma_0 (1 + K_{nn} + D_{nn} + C_{nn}). \end{aligned}$$

Очевидно, что матрица рассеяния может быть восстановлена из (61) и (74) лишь с точностью до общего фазового множителя. Это означает, что одну из амплитуд всегда можно считать при восстановлении матрицы рассеяния действительной и положительной. Будем считать, что амплитуда c действительна и положительна (это значит, что восстанавливается матрица $e^{-i\phi_0} M(\vec{p}', \vec{p})$, где ϕ_0 фаза амплитуды c). Тогда из (62), (74), (66) и (70) находим:

$$\begin{aligned} \operatorname{Re} a &= \frac{1}{4c} \sigma_0 P, \quad \operatorname{Im} h = \frac{1}{4c} \sigma_0 C_{\ell m}, \\ \operatorname{Im} v &= -\frac{1}{4c} \sigma_0 D_{\ell m}, \quad \operatorname{Im} g = -\frac{1}{4c} \sigma_0 K_{\ell m}. \end{aligned} \quad (76)$$

Определим теперь амплитуду a . Для этого используем соотношение

$$|x|^2 |y|^2 - (\operatorname{Re} x y^*)^2 = |x|^2 (\operatorname{Im} y)^2 + |y|^2 (\operatorname{Im} x)^2 - 2 \operatorname{Re} x y^* \operatorname{Im} x \operatorname{Im} y, \quad (77)$$

справедливое для любых двух комплексных чисел x и y . Выбирая в качестве x и y амплитуды g и h , получаем с помощью (76) следующее выражение для a^2 :

$$a^2 = \frac{|g|^2 M^2 - |h|^2 N^2 - 2 \operatorname{Re} g h^* M N}{|g|^2 |h|^2 - (\operatorname{Re} g h^*)^2}. \quad (78)$$

Здесь

$$M = \frac{1}{2} \sigma_0 C_{\ell m}, \quad N = -\frac{1}{2} \sigma_0 K_{\ell m}, \quad (79)$$

а $|g|^2$, $|h|^2$ и $\operatorname{Re} g h^*$ даются выражениями (75) и (65), соответственно. Для пол-

ного восстановления матрицы рассеяния необходимо определить лишь знаки $\text{Im} u$, $\text{Re} h$, $\text{Re} v$ и $\text{Re} g$. Относительный знак $\text{Re} g$ и $\text{Re} h$ может быть найден из соотношения

$$\text{Re} g h^* = \frac{1}{2} \sigma_0 D_- = \text{Re} g \text{Re} h + \text{Im} g \text{Im} h. \quad (80)$$

С помощью соотношения (64) можно определить знаки $\text{Im} u$ и $\text{Re} v$. Любое из оставшихся неиспользованными уравнений позволяет устранить оставшуюся неоднозначность. Другие варианты: с помощью (68) (либо (73)) можно определить знаки $\text{Im} u$ и $\text{Re} g$ (соответственно $\text{Im} u$ и $\text{Re} h$), знак $\text{Re} v$ затем может быть найден с помощью (64), либо (69), либо (72). Таким образом, для однозначного восстановления матрицы нуклон-нуклонного рассеяния требуется знать с достаточной точностью одиннадцать величин в с.п.и. Очевидно, что точность, с которой восстанавливается матрица рассеяния рассмотренным нами способом, зависит от точности определения амплитуды c . В связи с этим получим другие выражения для c^2 . Выбирая в качестве x и y в (77) амплитуды g и v , находим

$$c^2 = \frac{|g|^2 L^2 + |v|^2 N^2 - 2 \text{Re} g v^* L N}{|g|^2 |v|^2 - (\text{Re} g v^*)^2}, \quad (81)$$

где

$$L = -\frac{1}{2} \sigma_0 D_{Lm}. \quad (82)$$

Аналогично получаем:

$$c^2 = \frac{|h|^2 L^2 + |v|^2 M^2 - 2 \text{Re} h v^* L M}{|h|^2 |v|^2 - (\text{Re} h v^*)^2}, \quad (83)$$

в случае, когда в качестве x и y в (77) выбраны h и v . Наконец, мы можем выбрать действительной и положительной амплитуду u и восстановить из экспериментальных данных матрицу $e^{-i\phi_u} M(\vec{p}^+, \vec{p}^-)$ (ϕ_u — фаза амплитуды u). Из (62), (64), (68), (73) при этом получаем:

$$\text{Re} c = \frac{1}{4u} \sigma_0 P, \quad \text{Re} v = \frac{1}{4u} \sigma_0 D_+, \quad (84)$$

$$\text{Re} g = \frac{1}{4u} \sigma_0 K_+, \quad \text{Re} h = \frac{1}{4u} \sigma_0 C_-.$$

Для того, чтобы определить u , используем соотношение:

$$|x|^2 |y|^2 - (\text{Re} x y^*)^2 = |x|^2 (\text{Re} y)^2 + |y|^2 (\text{Re} x)^2 - 2 \text{Re} x \text{Re} y \text{Re} x y^*, \quad (85)$$

где x и y — произвольные комплексные числа. С помощью (84) и (85) получаем следующее выражение для u^2 :

$$u^2 = \frac{|g|^2 M_1^2 + |h|^2 N_1^2 - 2 \text{Re} g h^* M_1 N_1}{|g|^2 |h|^2 - (\text{Re} g h^*)^2}. \quad (86)$$

Здесь

$$M_1 = \frac{1}{2} \sigma_0 C_-, \quad N_1 = \frac{1}{2} \sigma_0 K_+. \quad (87)$$

Для однозначного восстановления матрицы рассеяния остается определить знаки $\text{Im} c$, $\text{Im} v$, $\text{Im} g$ и $\text{Im} h$. Относительный знак $\text{Im} g$ и $\text{Im} h$ находим из (65). Знаки $\text{Im} c$ и $\text{Im} v$ могут быть определены из (66). Оставшаяся неоднозначность может быть устранена с помощью любого из не использованных до сих пор соотношений (другие варианты: использование (76) для определения знаков $\text{Im} c$ и $\text{Im} g$, либо (74) для определения знаков $\text{Im} c$ и $\text{Im} h$, а затем использование (66), либо (69), либо (72) для определения знака $\text{Im} v$). В заключение приведем другие выражения для u^2 , полученные с помощью (85) и (84):

$$u^2 = \frac{|v|^2 M_1^2 + |h|^2 L_1^2 - 2 \text{Re} v h^* M_1 L_1}{|v|^2 |h|^2 - (\text{Re} v h^*)^2}, \quad (88)$$

$$u^2 = \frac{|v|^2 N_1^2 + |g|^2 L_1^2 - 2 \text{Re} v g^* N_1 L_1}{|v|^2 |g|^2 - (\text{Re} v g^*)^2}, \quad (89)$$

Здесь

$$L_1 = \frac{1}{2} \sigma_0 D_+.$$

Ясно, что в разных областях энергий и углов должны использоваться разные варианты восстановления матрицы рассеяния.

5. Рассеяние протонов протонами

В случае рассеяния протонов протонами амплитуды u , v , c , g и h удовлетворяют условиям симметрии (4). Матрица p - p рассеяния задается, следовательно, амплитудами u , v и т.д. в интервале $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$. Очевидно, что тождественность частиц приводит также к симметрии наблюдаемых величин. Исполни-

зуд условия (3), находим, что поляризационные тензора в с.ц.и. удовлетворяют в случае p - p -рассеяния следующим соотношениям:

$$\begin{aligned} P_1(\vec{p}', \vec{p}) &= P_1(-\vec{p}', \vec{p}), \\ D_{1k}(\vec{p}', \vec{p}) &= K_{1k}(-\vec{p}', \vec{p}), \\ C_{1k}(\vec{p}', \vec{p}) &= C_{1k}(-\vec{p}', \vec{p}). \end{aligned} \quad (80)$$

Для измеряемых на опыте величин, введенных в параграфе 2, получаем:

$$\begin{aligned} P(\theta) &= -P(\pi - \theta), & D_{mm}(\theta) &= K_{mm}(\pi - \theta), \\ A_{mm}(\theta) &= A_{mm}(\pi - \theta), & D_{ns}(\theta) &= K_{ns}(\pi - \theta), \\ A_{ns}(\theta) &= A_{ns}(\pi - \theta), & D_{sk}(\theta) &= -K_{sk}(\pi - \theta), \\ A_{sk}(\theta) &= A_{sk}(\pi - \theta), & D_{ks}(\theta) &= -K_{ks}(\pi - \theta), \\ C_{ns}(\theta) &= C_{ns}(\pi - \theta), & D_{ss}(\theta) &= K_{ss}(\pi - \theta), \\ C_{sk}(\theta) &= C_{sk}(\pi - \theta), & D_{sk}(\theta) &= -K_{sk}(\pi - \theta), \\ C_{ks}(\theta) &= -C_{ks}(\pi - \theta), & D_{ks}(\theta) &= -K_{ks}(\pi - \theta). \end{aligned} \quad (81)$$

В связи с этими соотношениями сделаем следующее замечание. Если падающий пучок протонов поляризован, то поляризация частиц с импульсом \vec{p} в с.ц.и. отличается в общем случае от поляризации частиц с импульсом $-\vec{p}$. Очевидно, что измерение поляризации протонов, вылетающих в с.ц.и. под углом θ ($0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$), позволяет определить $D_{ns}(\theta)$, а измерение поляризации протонов, вылетающих в с.ц.и. под углом $\pi - \theta$, позволяет определить $K_{ns}(\pi - \theta)$. В случае неполяризованного пучка и поляризованной мишени измерение поляризации протонов, вылетающих под углом θ в с.ц.и. ($0 < \theta < \frac{\pi}{2}$), позволяет определить $K_{sk}(\theta)$, а измерение поляризации протонов, вылетающих под углом $\pi - \theta$ дает возможность определить $D_{sk}(\pi - \theta)$. Частицы, вылетающие в с.ц.и. под углом θ и $\pi - \theta$, имеют в л.с. разную энергию. Анализирующая способность мишеней-анализаторов зависит от энергии частиц, падающих на мишень. Это означает, что определение компонент тензора деполяризации и передачи поляризации может существенно упроститься, если выполняются опыты не только с поляризованным пучком, но и с поляризованной мишенью.

6. Рассеяние нейтронов протонами

В силу изотопической инвариантности матрица рассеяния нейтронов протонами равна полусумме матриц рассеяния в состояниях с полным изотопическим спином I , равным единице и нулю (см. (5)). Если из опытов по рассеянию протонов протонами

восстановлена матрица ядерного рассеяния в состоянии с $I=1$ $M_1(\vec{p}', \vec{p})$, то эксперименты по n - p рассеянию следует использовать для восстановления матрицы $M_0(\vec{p}', \vec{p})$. Эта матрица вследствие условий симметрии (7) задается амплитудами a_0, v_0, c_0, b_0 и h_0 в интервале $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$. Рассмотрим наблюдаемые величины. Дифференциальное сечение рассеяния неполяризованных нейтронов неполяризованными протонами равно:

$$\sigma_{n-p}(\theta) = \frac{1}{2} \sigma_{I=1}(\theta) + \frac{1}{2} \sigma_{I=0}(\theta) + \frac{1}{8} \text{Re Sp } M_1(\vec{p}', \vec{p}) M_0^+(\vec{p}', \vec{p}). \quad (82)$$

Здесь

$$\begin{aligned} \sigma_{I=1}(\theta) &= \frac{1}{2} \text{Sp } M_1(\vec{p}', \vec{p}) M_1^+(\vec{p}', \vec{p}), \\ \sigma_{I=0}(\theta) &= \frac{1}{2} \text{Sp } M_0(\vec{p}', \vec{p}) M_0^+(\vec{p}', \vec{p}). \end{aligned} \quad (83)$$

дифференциальные сечения рассеяния неполяризованных нуклонов в состояниях с $I=1$ и $I=0$, соответственно (θ - угол между начальными и конечным импульсами нейтрона в с.ц.и.). Из соотношений (6) находим, что

$$\sigma_{I=1}(\theta) = \sigma_{I=1}(\pi - \theta), \quad (84)$$

$$\sigma_{I=0}(\theta) = \sigma_{I=0}(\pi - \theta),$$

$$\text{Sp } M_1(\vec{p}', \vec{p}) M_0^+(\vec{p}', \vec{p}) = -\text{Sp } M_1(-\vec{p}', \vec{p}) M_0^+(-\vec{p}', \vec{p}).$$

Рассмотрим сечение n - p рассеяния на углы θ и $\pi - \theta$. С помощью (82) и (84) получаем:

$$\begin{aligned} 2[\sigma_{np}(\theta) + \sigma_{np}(\pi - \theta)] - \sigma_{I=1}(\theta) &= \sigma_{I=0}(\theta), \\ \sigma_{np}(\theta) - \sigma_{np}(\pi - \theta) &= \sigma_{\text{инт}}(\theta) = \frac{1}{8} \text{Re Sp } M_1(\vec{p}', \vec{p}) M_0^+(\vec{p}', \vec{p}). \end{aligned} \quad (85)$$

Таким образом, измерение дифференциального сечения рассеяния неполяризованных нейтронов неполяризованными протонами под углами θ и $\pi - \theta$ позволяет определить (если известно $\sigma_{pp}(\theta)$) сечение рассеяния в состоянии с изотопическим спином, равным нулю, $\sigma_{I=0}(\theta)$ и интерференционный член $\text{Re Sp } M_1(\vec{p}', \vec{p}) M_0^+(\vec{p}', \vec{p})$, в который интересующая нас амплитуда рассеяния состояния с $I=0$ входит линейно. Очевидно, что в области, где можно пренебречь кулоновским взаимодействием,

$$\sigma_{I=1}(\theta) = \sigma_{pp}(\theta). \quad (86)$$

Используя (5) и (6), получаем в состоянии с $I=0$ следующие выражения для поляризации и поляризационных тензоров второго ранга^{x/}:

^{x/} Соотношения (87)-(89) (в другом виде) были впервые получены в работе^{/8/}.

$$2[\sigma_{np}(\theta)P_{np}(\theta) - \sigma_{np}(\pi-\theta)P_{np}(\pi-\theta)] - \sigma_{I=1}(\theta)P_{I=1}(\theta) - \sigma_{I=0}(\theta)P_{I=0}(\theta),$$

$$2[\sigma_{np}(\theta)D_{ik}^{np}(\vec{p}', \vec{p}) + \sigma_{np}(\pi-\theta)K_{ik}^{np}(-\vec{p}', \vec{p})] - \sigma_{I=1}(\theta)D_{ik}^{I=1}(\vec{p}', \vec{p}) = \\ = \sigma_{I=0}(\theta)D_{ik}^{I=0}(\vec{p}', \vec{p}),$$

$$2[\sigma_{np}(\theta)K_{ik}^{np}(\vec{p}', \vec{p}) + \sigma_{np}(\pi-\theta)D_{ik}^{np}(-\vec{p}', \vec{p})] - \sigma_{I=1}(\theta)K_{ik}^{I=1}(\vec{p}', \vec{p}) = \\ = \sigma_{I=0}(\theta)K_{ik}^{I=0}(\vec{p}', \vec{p}). \quad (97)$$

Аналогично находим, что интерференционные члены равны:

$$\sigma_{np}(\theta)P_{np}(\theta) + \sigma_{np}(\pi-\theta)P_{np}(\pi-\theta) = (\sigma P)_{\text{ИИТ}} = \frac{1}{2} \text{ReSp} \vec{\sigma}_1 \vec{n} M_1(\vec{p}', \vec{p}) M_0^+(\vec{p}', \vec{p}),$$

$$\sigma_{np}(\theta)D_{ik}^{np}(\vec{p}', \vec{p}) - \sigma_{np}(\pi-\theta)K_{ik}^{np}(-\vec{p}', \vec{p}) = (\sigma D_{ik})_{\text{ИИТ}} = \frac{1}{2} \text{ReSp} \sigma_{11} M_1(\vec{p}', \vec{p}) \sigma_{ik} M_0^+(\vec{p}', \vec{p}),$$

$$\sigma_{np}(\theta)K_{ik}^{np}(\vec{p}', \vec{p}) - \sigma_{np}(\pi-\theta)D_{ik}^{np}(-\vec{p}', \vec{p}) = (\sigma K_{ik})_{\text{ИИТ}} = \frac{1}{2} \text{ReSp} \sigma_{21} M_1(\vec{p}', \vec{p}) \sigma_{ik} M_0^+(\vec{p}', \vec{p}).$$

$$\sigma_{np}(\theta)C_{ik}^{np}(\vec{p}', \vec{p}) - \sigma_{np}(\pi-\theta)C_{ik}^{np}(-\vec{p}', \vec{p}) = (\sigma C_{ik})_{\text{ИИТ}} = \\ = \frac{1}{2} \text{ReSp} \sigma_{11} \sigma_{2k} M_1(\vec{p}', \vec{p}) M_0^+(\vec{p}', \vec{p}). \quad (98)$$

Очевидно, что сечение, поляризация и компоненты тензоров D_{ik} , K_{ik} и C_{ik} в состоянии $I=0$ даются выражениями (61)-(74) (в этих выражениях α следует заменить на α_0 , $\nu \rightarrow \nu_0$ и т.д.). С помощью (98) для интерференционных членов получаем следующее выражения:

$$\frac{1}{2} \text{ReSp} M_1 M_0^+ = 2(\text{Re} u_1 u_0^* + \text{Re} v_1 v_0^* + \text{Re} c_1 c_0^* + \text{Re} g_1 g_0^* + \text{Re} h_1 h_0^*),$$

$$\frac{1}{2} \text{ReSp} (\vec{\sigma}_1 \vec{n}) M_1 M_0^+ = 2(\text{Re} u_1 u_0^* + \text{Re} c_1 c_0^*),$$

$$\frac{1}{2} \text{ReSp} \sigma_{11} M_1 \sigma_{ik} M_0^+ = 2[(\text{Re} u_1 u_0^* + \text{Re} v_1 v_0^* + \text{Re} c_1 c_0^* - \text{Re} g_1 g_0^* -$$

$$- \text{Re} h_1 h_0^*) n_1 n_k + (\text{Re} u_1 v_0^* + \text{Re} v_1 u_0^* + \text{Re} g_1 h_0^* + \text{Re} h_1 g_0^*) l_1 l_k +$$

$$+ (\text{Re} u_1 v_0^* + \text{Re} v_1 u_0^* - \text{Re} g_1 h_0^* - \text{Re} h_1 g_0^*) m_1 m_k +$$

$$+ (\text{Im} c_1 v_0^* - \text{Im} v_1 c_0^*) (l_1 m_k - m_1 l_k)], \quad (99)$$

$$\frac{1}{2} \text{ReSp} \sigma_{21} M_1 \sigma_{ik} M_0^+ = 2[(\text{Re} u_1 u_0^* - \text{Re} v_1 v_0^* + \text{Re} c_1 c_0^* +$$

$$+ \text{Re} g_1 g_0^* - \text{Re} h_1 h_0^*) n_1 n_k + (\text{Re} u_1 g_0^* + \text{Re} g_1 u_0^* + \text{Re} v_1 h_0^* +$$

$$+ \text{Re} h_1 v_0^*) l_1 l_k + (\text{Re} u_1 g_0^* + \text{Re} g_1 u_0^* - \text{Re} v_1 h_0^* -$$

$$\text{Re} h_1 v_0^*) m_1 m_k + (\text{Im} c_1 g_0^* - \text{Im} g_1 c_0^*) (l_1 m_k - m_1 l_k)],$$

$$\frac{1}{2} \text{ReSp} \sigma_{11} \sigma_{2k} M_1 M_0^+ = 2[(\text{Re} u_1 u_0^* - \text{Re} v_1 v_0^* + \text{Re} c_1 c_0^* -$$

$$- \text{Re} g_1 g_0^* + \text{Re} h_1 h_0^*) n_1 n_k + (\text{Re} u_1 h_0^* + \text{Re} h_1 u_0^* + \text{Re} v_1 g_0^* + \text{Re} g_1 v_0^*) l_1 l_k + (-\text{Re} c_1 h_0^* - \text{Re} h_1 c_0^* + \\ + \text{Re} v_1 g_0^* + \text{Re} g_1 v_0^*) m_1 m_k - (\text{Im} c_1 h_0^* - \text{Im} h_1 c_0^*) (l_1 m_k + m_1 l_k)].$$

В заключение получим формулы для восстановления матрицы нуклон-нуклонного рассеяния в состоянии с полным изотопическим спином, равным нулю. Матрицу $M_1(\vec{p}', \vec{p})$ считаем известной. Если под углами θ и $\pi-\theta$ измерены дифференциальное сечение рассеяния неполяризованных нейтронов неполяризованными протонами, поляризация, возникающая при столкновении неполяризованных частиц, а также нормальные компоненты тензоров D_{ik} , K_{ik} и C_{ik} , то из (75) находим $|\nu_0|^2$, $|g_0|^2$, $|h_0|^2$ и $|u_0|^2 + |c_0|^2$ (соответствующие величины для p-p рассеяния на угол считаем известными; очевидно, что в (75) следует заменить $|\nu|^2 \rightarrow |\nu_0|^2$,

$$|g|^2 \rightarrow |g_0|^2 \quad \text{и т.д.,} \quad K_{nn} \rightarrow K_{nn}^{I=0}, \quad D_{nn} \rightarrow D_{nn}^{I=0}$$

и т.д.). Удобно вместо амплитуд u_0 и c_0 ввести

$$\alpha_0 = u_0 + c_0, \\ \beta_0 = u_0 - c_0. \quad (100)$$

Тогда из (75) и (82) находим, что

$$|\alpha_0|^2 = \frac{1}{8} \sigma_{I=0} (1 + K_{nn}^{I=0} + D_{nn}^{I=0} + C_{nn}^{I=0} + 4P_{I=0}), \quad (101)$$

$$|\beta_0|^2 = \frac{1}{8} \sigma_{I=0} (1 + K_{nn}^{I=0} + D_{nn}^{I=0} + C_{nn}^{I=0} - 4P_{I=0}).$$

Перейдем к рассмотрению интерференционных членов. Из (99) и (100) легко находим:

$$\begin{aligned} \operatorname{Re} v_0 v_1^* &= \frac{1}{8} (\sigma_{\text{инт}} + (\sigma D_{nn})_{\text{инт}} - (\sigma K_{nn})_{\text{инт}} - (\sigma C_{nn})_{\text{инт}}), \\ \operatorname{Re} h_0 h_1^* &= \frac{1}{8} (\sigma_{\text{инт}} - (\sigma D_{nn})_{\text{инт}} - (\sigma K_{nn})_{\text{инт}} + (\sigma C_{nn})_{\text{инт}}), \\ \operatorname{Re} g_0 g_1^* &= \frac{1}{8} (\sigma_{\text{инт}} - (\sigma D_{nn})_{\text{инт}} + (\sigma K_{nn})_{\text{инт}} - (\sigma C_{nn})_{\text{инт}}), \\ \operatorname{Re} \alpha_0 \alpha_1^* &= \frac{1}{8} (\sigma_{\text{инт}} + (\sigma D_{nn})_{\text{инт}} + (\sigma K_{nn})_{\text{инт}} + \\ &\quad (\sigma C_{nn})_{\text{инт}} + 4(\sigma P)_{\text{инт}}), \\ \operatorname{Re} \beta_0 \beta_1^* &= \frac{1}{8} (\sigma_{\text{инт}} + (\sigma D_{nn})_{\text{инт}} + (\sigma K_{nn})_{\text{инт}} + \\ &\quad (\sigma C_{nn})_{\text{инт}} - 4(\sigma P)_{\text{инт}}). \end{aligned} \quad (102)$$

Здесь

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= \alpha_1 + c_1, \\ \beta_1 &= \alpha_1 - c_1. \end{aligned} \quad (103)$$

Таким образом, измерение дифференциального сечения, поляризации и нормальных компонент тензоров деполяризации, передачи поляризации и корреляции поляризаций под углами θ и $\pi - \theta$ дает возможность определить под углом θ модули всех пяти амплитуд в состоянии с $I = 0$ и косинусы разностей фаз амплитуд

$$v_0 \text{ и } v_1, \quad h_0 \text{ и } h_1, \quad g_0 \text{ и } g_1, \quad \alpha_0 \text{ и } \alpha_1, \quad \beta_0 \text{ и } \beta_1.$$

Для того, чтобы определить знаки соответствующих разностей фаз, достаточно найти знаки мнимых частей: $\operatorname{Im} v_0 v_1^*$, $\operatorname{Im} h_0 h_1^*$, $\operatorname{Im} g_0 g_1^*$, $\operatorname{Im} \alpha_0 \alpha_1^*$, $\operatorname{Im} \beta_0 \beta_1^*$. Рассмотрим для этого другие наблюдаемые. Предположим, что в с.ц. определены компоненты тензора корреляции поляризаций в состоянии с $I = 0$ и соответствующие интерференционные члены (например, путем измерения сечения рассеяния поляризованного пучка поляризованной мишенью). С помощью (98) и (99) находим:

$$\sigma_{np}(\theta) C_+(\theta) - \sigma_{np}(\pi - \theta) C_+(\pi - \theta) =$$

$$= 2(\operatorname{Re} g_0 v_1^* + \operatorname{Re} v_0 g_1^*) =$$

$$\begin{aligned} &= \frac{2}{|g_1|^2} (\operatorname{Re} g_0 g_1^* \operatorname{Re} v_1 v_1^* - \operatorname{Im} g_0 g_1^* \operatorname{Im} v_1 v_1^*) \\ &+ \frac{2}{|v_1|^2} (\operatorname{Re} v_0 v_1^* \operatorname{Re} v_1 g_1^* + \operatorname{Im} v_0 v_1^* \operatorname{Im} v_1 g_1^*). \end{aligned} \quad (104)$$

Очевидно, что абсолютные величины $\operatorname{Im} g_0 g_1^*$ и $\operatorname{Im} v_0 v_1^*$ равны:

$$\begin{aligned} |\operatorname{Im} g_0 g_1^*| &= \sqrt{|g_0|^2 |g_1|^2 - (\operatorname{Re} g_0 g_1^*)^2}, \\ |\operatorname{Im} v_0 v_1^*| &= \sqrt{|v_0|^2 |v_1|^2 - (\operatorname{Re} v_0 v_1^*)^2} \end{aligned} \quad (105)$$

и, следовательно, известны. Таким образом, соотношение (104) имеет вид:

$$A \epsilon_g + B \epsilon_v = C, \quad (106)$$

где

$$\epsilon_g = \frac{\operatorname{Im} g_0 g_1^*}{|\operatorname{Im} g_0 g_1^*|}, \quad \epsilon_v = \frac{\operatorname{Im} v_0 v_1^*}{|\operatorname{Im} v_0 v_1^*|},$$

A , B и C — величины, определяемые соотношениями (104), (102), (75) и амплитудами p - p рассеяния. Из этих соотношений могут однозначно найдены ϵ_g и ϵ_v (исключение составляют случаи, когда одна из величин A , B , C обращается в нуль). Знаки мнимых частей $\operatorname{Im} g_0 g_1^*$ и $\operatorname{Im} v_0 v_1^*$ могут быть найдены также из соотношения:

$$\sigma_{I=0} C_+^{I=0} = 4 \operatorname{Re} v_0 g_0^*. \quad (107)$$

Действительно, нетрудно показать, что это соотношение может быть записано в виде:

$$A' \epsilon_g + B' \epsilon_v + C' \epsilon_g \epsilon_v = F', \quad (108)$$

где A' , B' , C' и F' — известные величины. С помощью (108) можно однозначно определить ϵ_g и ϵ_v (исключение составляют случаи, когда $F' = C'$ и $A' = -B'$, либо $F' = -C'$ и $A' = B'$). Далее, из соотношения

$$\sigma_{np}(\theta) C_{\ell m}^{np}(\theta) - \sigma_{np}(\pi-\theta) C_{\ell m}^{np}(\pi-\theta) =$$

$$= 2\text{Im}h_0 c_1^* - \text{Im}a_0 h_1^* + \text{Im}\beta_0 h_1^* \quad (109)$$

могут быть аналогичным способом определены

$$\epsilon_h = \frac{\text{Im}h_0 h_1^*}{|\text{Im}h_0 h_1^*|}, \quad \epsilon_a = \frac{\text{Im}a_0 a_1^*}{|\text{Im}a_0 a_1^*|}, \quad \epsilon_\beta = \frac{\text{Im}\beta_0 \beta_1^*}{|\text{Im}\beta_0 \beta_1^*|}$$

Действительно, легко видеть, что соотношение (109) имеет вид:

$$A''\epsilon_h + B''\epsilon_a + C''\epsilon_\beta = F'' \quad (110)$$

где A'' , B'' , C'' и F'' — известные величины. Отсюда находим ϵ_h , ϵ_a , ϵ_β ^{x/}. Отметим, что ϵ_h , ϵ_a и ϵ_β могут быть найдены из соотношений:

$$\sigma_{np}(\theta) C_{\ell m}^{np}(\theta) + \sigma_{np}(\pi-\theta) C_{\ell m}^{np}(\pi-\theta) =$$

$$= 2\text{Re}h_0 u_1^* + \text{Re}a_0 h_1^* + \text{Re}\beta_0 h_1^* \quad (111)$$

$$\sigma_{I=0} C_{\ell m}^{I=0} = 4\text{Re}u_0 h_0^*, \quad \sigma_{I=0} C_{\ell m}^{I=0} = 4\text{Im}c_0^* h_0$$

Очевидно, что ϵ_g , ϵ_v и т.д. могут быть также определены, если известны компоненты других поляризационных тензоров. Наконец, ϵ_g , ϵ_v , ϵ_h , ϵ_a и ϵ_β могут быть найдены и с помощью величин, непосредственно измеряемых на опыте. Например, из

$$\sigma_{np}(\theta) A_{\ell m}^{np}(\theta) - \sigma_{np}(\pi-\theta) A_{\ell m}^{np}(\pi-\theta) =$$

$$= 2[(\text{Re}v_1 g_0^* + \text{Re}g_1 v_0^*) + (\text{Im}c_1 h_0^* - \text{Im}h_1 c_0^*) \sin \theta -$$

$$-(\text{Re}u_1 h_0^* + \text{Re}h_1 u_0^*) \cos \theta]$$

получаем соотношение, в которое линейно входят все пять величин, знаки которых мы должны определить. В заключение подчеркнем, что благодаря интерференции амплитуд с $I = I$ и $I = 0$ в выражениях для наблюдаемых n - p рассеяния все десять амплитуд восстанавливаются с точностью до одной общей фазы.

Авторы благодарны Б.М. Головину, Ю.М. Казаринову и Я.А. Смородинскому за полезные обсуждения и замечания.

^{x/} Если F'' совпадает по абсолютной величине с одним из коэффициентов в левой части уравнения (110), причем два остальных коэффициента также совпадают по абсолютной величине, то ϵ_h , ϵ_a и ϵ_β не могут быть однозначно определены из (110).

Л и т е р а т у р а

1. Б.М. Головин, В.П. Джелепов, Р.Я. Зилькарнеев, Цуй Ва-чуан. ЖЭТФ, 44, 142 (1963).
2. Ю.П. Кумекин, М.Г. Мещеряков, С.Б. Нурушев, Г.Д. Столетов. ЖЭТФ, 46, 50 (1964).
3. Л.Д. Пузиков, Р.М. Рындин, Я.А. Смородинский. ЖЭТФ, 32, 592 (1957).
4. Я.А. Смородинский, Труды IX международной конференции по физике высоких энергий. Киев, 1959.
5. C.R. Schumacher, H.A. Bethe. Phys. Rev., 121, 1534 (1961).
6. С.М. Биленький, Л.И. Лapidус, Р.М. Рындин. ЖЭТФ, 49, 1653 (1965).
7. П. Винтерниц, Ф. Легар, З. Яноут. Препринт ОИЯИ, Р-2407, Дубна, 1965.
8. Б.М. Головин, В.П. Джелепов, В.С. Надеждин, В.И. Сатаров. ЖЭТФ, 36, 433 (1958).
9. Ю.М. Казаринов. Кандидатская диссертация, Дубна, 1956.
10. L. Wolfenstein, J. Ashkin, Phys. Rev., 85, 947 (1952); R.H. Dalitz. Proc. Phys. Soc. A 65, 175 (1952).
11. H. Stapp. Phys. Rev., 103, 425 (1956).
12. Чжоу Гуан-чжао, М.И. Широков. ЖЭТФ, 34, 1230 (1958).
13. Я.А. Смородинский. ЖЭТФ, 43, 2217 (1962).
14. D.W.L. Sprung. Phys. Rev., 121, 925 (1961).
15. С.М. Биленький, Л.И. Лapidус, Р.М. Рындин. УФН, 84, 243 (1964).

Рукопись поступила в издательский отдел
15 марта 1966 г.