ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Лаборатория теоретической физики

Р- 263

М.И.ШИРОКОВ

АЗИМУТАЛЬНЫЕ СИММЕТРИИ В КАСКАДАХ РЕАКЦИЙ И СОХРАНЕНИЕ ЧЕТНОСТИ

ЖЭТФ, 1959, т36, в5, с1524-1532.

г. Дубна, 1958 год

Р- 263

М.И.ШИРОКОВ

АЗИМУТАЛЬНЫЕ СИММЕТРИИ В КАСКАДАХ РЕАКЦИЙ И СОХРАНЕНИЕ ЧЕТНОСТИ

А н н о т а ц и я

Получены некоторые угловые азимутальные симметрии в каскадах реакций типа тройного рассеяния протонов, вытекающие из сохранения четности в реакциях каскада. Указывается, что экспериментальное установление простейшей, хорошо известной из этих симметрий - симметрии вторично рассеянных частиц относительно плоскости первого рассеяния - не является исчерпывающей проверкой сохранения четности. Предлагаемые эксперименты являются более основательной проверкой этого закона, а в некоторых случаях и полной проверкой.

В настоящей работе получены следующие азимутальные симметрии.

/1/ Пусть имеется тройное рассеяние на неполяризованных мишенях,/падающий пучок в первой реакции тоже неполяризован/. Если во всех реакциях "четность сохраняется" [1/], то число частиц, рассеянных вторично в направлении /ϑ, φ/ и третий раз рассеявшихся в направлении /ϑ', φ'/, равно числу частиц, вторично рассеявшихся под углами ($\vartheta, -\varphi$) и рассеявшихся еще раз /на соответственно расположенной мишени/ на углы /$\vartheta', -\varphi'$/:

$$\sigma_{\vartheta,\varphi}(\vartheta',\varphi') = \sigma_{\vartheta,-\varphi}(\vartheta',-\varphi') \qquad /1/$$

Углы ϑ, φ отсчитываются от следующей тройки ортов: орт z - параллелен направлению первого рассеяния, орт y перпендикулярен плоскости первой реакции. Для углов ϑ', φ' орт z параллелен направлению (ϑ,φ), орт y перпендикулярен плоскости второй реакции /подробности см. в § 3/.

Симметрия /1/ справедлива для любого каскада типа

$$a+b \to c+d, (\vartheta_0, \varphi_0); \quad c+e \to f+g, (\vartheta, \varphi); \quad f+h \to i+j, (\vartheta', \varphi'), \qquad /2/$$

1/ Будем сокращенно говорить, что "четность сохраняется", если 1/ реальное трехмерное пространство не выделяет правого или левого винта; 2/ все частицы, участвующие в реакции, имеют определенную четность. "Четность не сохраняется", если хотя бы одно из этих предположений несправедливо.

если частицы a и мишени b, e, h неполяризованы. a, b, c и т.д. могут быть ядрами или "элементарными" частицами /включая γ- кванты/ с произвольными спинами.

/2/ Если "сохраняется четность" в реакциях каскада

$$a+b\to c+d; \quad \begin{array}{l} a+e_1\to a+e_1, \quad (\vartheta_1,\varphi_1) \\ b+e_2\to b+e_2, \quad (\vartheta_2,\varphi_2) \end{array} \qquad /3/$$

с неполяризованным пучком a и мишенями b, e_1, e_2, то число совпадений при расположении счетчиков вторично рассеянных частиц a и b в направлениях (ϑ_1,φ_1) и (ϑ_2,φ_2) должно равняться числу совпадений в расположении $(\vartheta_1,-\varphi_1)$ и $(\vartheta_2,-\varphi_2)$:

$$\sigma(\vartheta_1,\varphi_1;\vartheta_2\varphi_2)=\sigma(\vartheta_1,-\varphi_1;\vartheta_2,-\varphi_2) \qquad /4/$$

Некоторые реакции в /2/ и /3/ могут быть заменены реакциями распада частиц типа $a\to c+d$. Например, /1/ имеет место и для каскада $K^-+n\to\Xi^-+K^+;\ \Xi^-\to\Lambda+\pi,\ \Lambda\to p+\pi;$ (4)- и для каскада $\pi^-+p\to\Sigma^-+K^+;\ \Sigma^-\to n+\pi,\ K^+\to\pi+\pi$

В сущности предлагаемые эксперименты дополняют тот набор опытов, необходимых для восстановления матрицы перехода / S - матрицы/ реакций, который обычно предлагается в предположении, что четность сохраняется. Конечно, если нарушается хотя бы одна из предлагаемых симметрий /или уже известная/, то "четность не сохраняется".

§ 1. В литературе известны формулы, выражающие через элементы матрицы перехода реакции $R=S-1$ угловое распределение продуктов реакции от поляризованных пучка и мишени и вектор поляризации этих продуктов / а если их спин больше 1/2, то и тензоры поляризации/. Простые формулы для рассеяния частиц со спином 1/2 приведены, например, в работе Далитца [1] /см.также [2]/. Вводя вместо декартовых проекций вектора спина циклические-

$$\sigma_{-1}=1/\sqrt{2}\,(\sigma_x+i\sigma_y);\qquad \sigma_0=\sigma_z=\begin{pmatrix}1&0\\0&-1\end{pmatrix};\qquad \sigma_{+1}=-1/\sqrt{2}\,(\sigma_x-i\sigma_y),$$

эти формулы для случая рассеяния частицы со спином 1/2 на бесспиновой частице можно записать так:

$$\dot{I}=1/2\left\{Sp\,RR^+ +\sum_{\tau=-1}^{+1}P_\tau^{in}\,Sp\,R\,\tilde{\sigma}_\tau\,R^+\right\} \qquad /5/$$

- угловое распределение от поляризованного падающего пучка;

$$P'_{\tau'}\cdot\dot{I}=1/2\left\{Sp\,\sigma_{\tau'}RR^+ +\sum_{\tau=-1}^{+1}P_\tau^{in}\,Sp\,\sigma_{\tau'}R\,\tilde{\sigma}_\tau\,R^+\right\} \qquad /6/$$

-циклические проекции вектора поляризации рассеянных частиц, когда падающий пучок поляризован.

Запишем компактно /5/ и /6/ в виде

$$\rho'(\vartheta,\varphi;q'\tau')=\sum_{q=0}^{1}\sum_{\tau=-q}^{+q}(q'\tau'|W(\vartheta,\varphi)|q\tau)\rho(q,\tau) \qquad /7/$$

где $\rho(0,0)=1$ /одна частица в мишени и плотность потока падающих частиц равна $1\frac{\text{част.}}{\text{см}^2\text{сек.}}$ /, $\rho(1,\tau)\equiv P_\tau^{in}$ - циклические компоненты вектора поляризации пучка, $\rho'(\vartheta,\varphi;00)$ обозначает угловое распределение, $\rho'(\vartheta,\varphi;1\tau')\equiv P'_{\tau'}(\vartheta,\varphi)I(\vartheta,\varphi)$,

$$(1\tau'|W(\vartheta,\varphi)|1\tau)\equiv 1/2\, Sp\,\sigma_{\tau'}R(\vartheta,\varphi)\tilde{\sigma}_\tau R^+(\vartheta,\varphi). \qquad /8/$$

Для любой реакции $a+b\to c+d$ /спины произвольны/ тоже имеет место формула такого вида, см.[3], а также работы [4], [5] и [6].

$$\rho'(\vartheta,\varphi;q_c\tau_c q_d\tau_d)=$$

$$=\sum_{q_a\tau_a q_b\tau_b}(q_c\tau_c q_d\tau_d|W(\vartheta,\varphi)|q_a\tau_a q_b\tau_b)\rho(q_a\tau_a q_b\tau_b) \qquad /9/$$

$$(q_c\tau_c q_d\tau_d|W(\vartheta,\varphi)|q_a\tau_a q_b\tau_b)=\left[(2i_c+1)(2i_d+1)\right]^{1/2}\left[(2i_a+1)(2i_b+1)\right]^{-1/2}\times$$

$$\times\sum_{m_c m'_c m_d m'_d}(-1)^{i_c-m'_c}(i_c i_c m_c - m'_c|q_c\tau_c)(-1)^{i_d-m'_d}(i_d i_d m_d - m'_d|q_d\tau_d)\times$$

$$\times\sum_{m_a m'_a m_b m'_b}(m_c m_d|R(\vartheta,\varphi)|m_a m_b)(m'_c m'_d|R(\vartheta,\varphi)|m'_a m'_b)^+\times \qquad /10/$$

$$\times(-1)^{i_a-m'_a}(i_a i_a m_a - m'_a|q_a\tau_a)(-1)^{i_b-m'_b}(i_b i_b m_b - m'_b|q_b\tau_b).$$

Буквы i обозначают спины частиц, m - их проекции, q - ранг тензоров поляризации /определение см. в[4] /. Коэффициенты Клебша-Гордана/ $(iim-m'|q\tau)$ заменяют в этом общем случае элементы матриц σ_τ в формулах /5/, /6/, /8/.

Для реакции распада $a\to c+d$ формула аналогична [4] :

$$\rho'(\vartheta,\varphi;q_c\tau_c q_d\tau_d)=\sum_{q_a V_a}(q_c\tau_c q_d\tau_d|W(\vartheta,\varphi)|q_a V_a)\rho(q_a V_a)$$

§ 2. Инвариантность относительно пространственного отражения может быть записана в виде перестановочности S - матрицы физического процесса с оператором отражения $\dot{I}$: $S\dot{I}-\dot{I}S=0$ или $\dot{I}^{-1}S\dot{I}=S$, $\dot{I}^{-1}=\dot{I}^+$

Элементы S - матрицы между состояниями $\psi_{\vec{p},m_1,m_2}$ системы из двух частиц с относительным импульсом $\vec{p}$ и определенными проекциями спинов m_1 и m_2 поэтому должны иметь свойство

$$(\dot{I}\psi_{\vec{p}_c m_c m_d}, S I \psi_{\vec{p}_a m_a m_b}) = (\psi_{\vec{p}_c m_c m_d}, S \psi_{\vec{p}_a, m_a, m_b}) \qquad /11/$$

или

$$\pi_c^* \pi_d^* \pi_a \pi_b (-\vec{p}_c, m_c m_d | S | -\vec{p}_a m_a m_b) = (\vec{p}_c m_c m_d | S | \vec{p}_a m_a m_b) \qquad /12/$$

поскольку по определению $\dot{I}\psi_{\vec{p}\, m_1 m_2} = \pi_1 \pi_2 \psi_{-\vec{p}, m_1, m_2}$ для частиц с определенными внутренними четностями π_1 и π_2. Если имеет место инвариантность относительно пространственных вращений и если выбрана система координат с осью $z \parallel [\vec{p}_a \times \vec{p}_c]$ – перпендикулярно плоскости реакции, то, производя поворот на 180° вокруг этой оси, получим

$$(-\vec{p}_c m_c | S | -\vec{p}_a, m_a) = (-1)^{-m_c + m_a} (\vec{p}_c m_c | S | \vec{p}_a m_a)$$

/Здесь и иногда в дальнейшем мы опускаем индексы частиц b и d ради краткости/. В выбранной системе координат поэтому

$$\left.\begin{array}{ll} (\vec{p}_c m_c m_d | S | \vec{p}_a m_a m_b) = 0, & \text{если} \\ \pi_c^* \pi_d^* \pi_a \pi_b (-1)^{-m_c - m_d + m_a + m_b} & \text{не равно } +1 \end{array}\right\} \qquad /13/$$

Это правило отбора в терминах тензоров поляризации гласит, что $V_c + V_d + V_a + V_b$ должно быть четным числом, иначе соответствующие коэффициенты $(q_c V_c q_d V_d | W | q_a V_a q_b V_b)$ обращаются в нуль /другой вывод см. в [4] /.

В дальнейшем принимаем, что спиновые проекции частиц a и b относятся к тройке ортов A с ортом $z_a \parallel \vec{p}_a$ /орт y_a выбирается, например, по направлению вектора поляризации a или b /, а m_c и m_d – к тройке ортов C : $z_c \parallel \vec{p}_c$, $y_c \parallel [\vec{p}_a \times \vec{p}_c]$ 2/.

2/ Тогда можно показать так же, как это сделано в [4] для коэффициентов W, что элементы S – матрицы будут зависеть не от $\vec{p}_c$ и $\vec{p}_a$ в отдельности, а от эйлеровских углов поворота, совмещающего тройку ортов A с тройкой C : $\{-\pi, \vartheta, \pi - \varphi\}$ где ϑ и φ сферические углы вектора $\vec{p}_c$ относительно тройки A. Кроме того, зависимость от φ известна:

$$(m_c m_d | S(\vartheta, \varphi) | m_a m_b) = (m_c m_d | S(\vartheta, 0) | m_a m_b) e^{i(m_a + m_b)\varphi}$$

При пространственном отражении проекции спинов конечно не изменяются. Но мы условились считать осью квантования направление относительного импульса состояния, который изменяет свой знак при отражении. Следовательно, не изменившиеся сами по себе проекции спинов отраженного состояния надо отнести к новым тройкам ортов: C' с ортом $z_c' \parallel -\vec{p}_c$ и осью $y_c' \parallel y_c$ /поскольку $[-\vec{p}_a \times -\vec{p}_c] = [\vec{p}_a \times \vec{p}_c]$ /, аналогично у A' изменено направление только орта z. Заметим, что C' и A' получаются из C и A просто поворотом на 180° вокруг осей y. Волновая функция ψ_m состояния с определенной проекцией спина m на старую ось z следующим образом выражается через волновые функции $\varphi_{m'}$ с проекциями m' на новую ось z:

$$\psi_m = \sum_{m'=-i}^{+i} \varphi_{m'} \mathcal{D}^{i}_{m'm}(0,\pi,0) =$$

$$= \sum_{m'} \varphi_{m'} (-1)^{\pm i \pm m'} \delta_{m',-m} = (-1)^{\pm i \mp m} \varphi_{-m}$$

функции $\mathcal{D}^{i}_{m',m}$ определены в [4] /. Поэтому

$$(\dot{I}\psi_{\vec{p}_c m_c}, S\dot{I}\psi_{\vec{p}_a m_a}) = (-1)^{i_c+i_a-m_c-m_a} (-\vec{p}_c, -m_c | S | -\vec{p}_a, -m_a).$$

В правой части этого равенства проекции m теперь определены так же как в неотраженном элементе S - матрицы: как проекции на направление относительного импульса. Напоминая, что S зависит не от $\vec{p}_c$ и $\vec{p}_a$ в отдельности 2/ и убеждаясь /хотя бы на пространственной модели/, что сферические углы $-\vec{p}_c$ в тройке ортов A' равны $\vartheta, -\varphi$, окончательно из /11/ получаем:

$$\pi_c^* \pi_d^* \pi_a \pi_b (-1)^{i_c+i_d+i_a+i_b-m_c-m_d-m_a-m_b} (-m_c - m_d | S(\vartheta,-\varphi) | -m_a - m_b) =$$

$$= (m_c m_d | S(\vartheta,\varphi) | m_a m_b) \qquad /14/$$

Это соотношение доказано еще двумя способами. В частности его можно получить из /13/ пространственными поворотами.

Таким же способом, как в § 1 работы [5] получаем соответствующее соотношение для коэффициентов W:

$$(q_c \tau_c q_d \tau_d | W(\vartheta,\varphi) | q_a \tau_a q_b \tau_b) =$$

$$= (-1)^{q_c+q_d+q_a+q_b+\tau_c+\tau_d+\tau_a+\tau_b} (q_c -\tau_c q_d -\tau_d | W(\vartheta,-\varphi) | q_a -\tau_a q_b -\tau_b) \qquad /15/$$

Проекции τ отнесены к направлениям соответствующих относительных импульсов.

Это "правило отбора" в другой формулировке впервые получил Чжоу Гуан-чжао [7] /соответствующее правило отбора для реакций с участием γ - квантов получено им в [6]/. Заставенко Л.Г. указал, что оно полностью эквивалентно правилу " $V_c+V_d+V_a+V_b$ четное " [4] /поскольку /14/ может быть получено из /13/ /. Для реакций распада $a \to c+d$ имеем совершенно аналогичное соотношение: надо только в /15/ убрать индексы q_b и τ_b .

Поскольку зависимость W от φ известна /см. [5] , формула /6/ /, то обе части /15/ можно сократить на $\exp i(\tau_a+\tau_b)\varphi$. Т.е. без какой-либо потери общности можно положить $\varphi = 0$ в /15/ и /14/ /см.примечание 2/ /.

Комплексно сопрягая обе части /10/, учитывая далее, что $(iim-m'|q\tau)=(iim'-m|q-\tau)$ и $(-1)^{-m'}=(-1)^{\tau-m}$, получаем

$$(q_c\tau_c|W(\vartheta,\varphi)|q_a\tau_a)^*=(-1)^{\tau_c+\tau_a}(q_c-\tau_c|W(\vartheta,\varphi)|q_a-\tau_a) \qquad /16/$$

Из /16/ и /15/ следует еще одна формулировка "правила отбора" по четности

$$(q_c\tau_c|W(\vartheta,0)|q_a\tau_a)=(-1)^{q_c+q_a}(q_c\tau_c|W(\vartheta,0)|q_a\tau_a)^*, \qquad /17/$$

т.е. коэффициенты W чисто действительны, если $q_c+q_d+q_a+q_b$ четно, и чисто мнимы, если эта сумма нечетна.

§ 3. Выразим полученное правило отбора в форме свойств непосредственно наблюдаемых в эксперименте угловых распределений.

Если в каскаде /2/ a и b неполяризованы, то $\rho_{ab}(q_a\tau_a q_b\tau_b)=1\cdot\delta_{q_a,0}\,\delta_{q_b,0}$, если плотность потока падающих частиц равна 1 част/см^{2}сек и имеется одна частица мишени.

Тензоры поляризации частицы **c** /частицей d не интересуемся/ тогда не зависят от азимутального угла φ_0 и имеют свойство

$$\rho_0(\vartheta_0;q_c\tau_c 00)=(q_c\tau_c 00|W_0(\vartheta_0,0)|0000)=$$
$$=(-1)^{q_c+\tau_c}\rho_0(\vartheta_0;q_c-\tau_c\,00) \qquad /18/$$

/использовано /15//. Если частицы с такой поляризацией падают на неполяризованную мишень e / т.е. $\rho(q_e\tau_e)=1\cdot\delta_{q_e 0}$ /, то тензоры поляризации продукта f второй реакции

$$\rho(\vartheta,\varphi;q_f\tau_f 00)=\sum_{q_c\tau_c}(q_f\tau_f 00|W(\vartheta,\varphi)|q_c\tau_c 00)\rho_0(\vartheta_0;q_c\tau_c 00)\cdot 1 .$$

Поскольку τ_c меняется от $-q_c$ до $+q_c$, то под знаком суммы τ_c можно заменить на $-\tau_c$ /перегруппировка членов суммы/. Применяя затем /15/ и не выписывая для краткости индексов q и τ, если они равны нулю, получаем

$$\rho(\vartheta,\varphi;q_f\tau_f)=(-1)^{q_f+\tau_f}\sum_{q_c\tau_c}(q_f-\tau_f|W(\vartheta,-\varphi)|q_c\tau_c)\rho_0(\vartheta_0;q_c\tau_c)=$$

$$=(-1)^{q_f+\tau_f}\rho(\vartheta,-\varphi;q_f-\tau_f). \qquad /19/$$

Использовано равенство $(-1)^{q_c+\tau_c}(-1)^{q_c+\tau_c}=+1$. Углы ϑ,φ отсчитываются относительно тройки ортов C : $Z_c\|\vec{p}_c^{\,\wedge}$; $y_c\|[\vec{p}_a\times\vec{p}_c^{\,\wedge}]$, $\vec{p}_c^{\,\wedge}$ – импульс частицы в лабораторной системе /см. далее/.

В частности при $q_f=0$ получаем $\sigma(\vartheta,\varphi)=\sigma(\vartheta,-\varphi)$, т.е. симметрию углового распределения продуктов второй реакции относительно плоскости первой реакции.

Для тензоров поляризации продуктов третьей реакции таким же способом получаем, если мишень h неполяризована:

$$\rho'_{\vartheta,\varphi}(\vartheta',\varphi';q_i\tau_i q_j\tau_j)=\sum_{q_f\tau_f}(q_i\tau_i q_j\tau_j|W'(\vartheta',\varphi')|q_f\tau_f)\times$$

$$\times\sum_{q_c\tau_c}(q_f\tau_f|W(\vartheta,\varphi)|q_c\tau_c)(q_c\tau_c|W_0(\vartheta_0\ 0)|1)= \qquad /20/$$

$$=(-1)^{q_i+\tau_i+q_j+\tau_j}\rho'_{\vartheta,-\varphi}(\vartheta',-\varphi',q_i-\tau_i\,q_j-\tau_j)$$

Индексы ϑ, φ у ρ' означают, что на h падают те частицы f, которые вылетели под углами ϑ, φ во второй реакции. Углы ϑ', φ' отсчитываются относительно тройки ортов F : $z_f \parallel \vec{P}_f^{\wedge}$, $y_f \parallel [\vec{P}_c \times \vec{P}_f^{\wedge}]$, $\vec{P}_f^{\wedge}$ – импульс частицы f в лабораторной системе /сферические углы векторов $\vec{P}_c$ и $\vec{P}_f$ равны ϑ_0, φ_0 и ϑ, φ соответственно/. В частности, для углового распределения в третьей реакции имеем $\sigma_{\vartheta,\varphi}(\vartheta', \varphi') = \sigma_{\vartheta,-\varphi}(\vartheta', -\varphi')$. Обобщение на каскады с любым числом реакций очевидно /все азимутальные углы φ в правой стороне равенств заменяются на $-\varphi$ /.

Для установления /1/ из всех соотношений /15/ использовались только соотношения вида

$$(q_c \tau_c\, 00 | W(\vartheta,\varphi) | q_a \tau_a\, 00) = \qquad\qquad /21/$$

$$= (-1)^{q_c+q_a+\tau_c+\tau_a} (q_c -\tau_c\, 00 | W(\vartheta,-\varphi) | q_a -\tau_a\, 00)$$

q_c, q_a принимают значения $0,1,\ldots 2i_c$ и $0,1,\ldots .2i_a$ соответственно.

Для доказательства /4/ используются некоторые другие соотношения из /15/. В предыдущем рассмотрении нас совсем не интересовал второй продукт реакции. Однако единство происхождения продуктов реакции $a+b \to a+b$ ведет к тому, что угловые распределения вторично рассеянных частиц a и b оказываются коррелированными /о корреляции поляризаций см.например, [8]/. А именно, отберем из всех первично рассеянных частиц a только те, которые вылетели вместе с частицами b, рассеявшимися в дальнейшем в направлении ϑ_2, φ_2. Угловое распределение $\sigma(\vartheta_1, \varphi_1)$ вторичного рассеяния такого подансамбля частиц a будет зависеть от ϑ_2 и φ_2 как от параметров. Отбор производится обычным методом совпадений. Для этого совместного углового распределения вторичных рассеяний получаем с помощью /15/:

$$\sigma(\vartheta_1,\varphi_1;\vartheta_2,\varphi_2) = \sum_{q_a \tau_a q_b \tau_b} (1 W_1(\vartheta_1,\varphi_1) | q_a \tau_a)(1 W_2(\vartheta_2,\varphi_2) | q_b \tau_b) \times$$

$$\times (q_a \tau_a q_b \tau_b | W_0(\vartheta_0, 0) | 1) 1 = \sigma(\vartheta_1, -\varphi_1; \vartheta_2, -\varphi_2)\,.$$

Таким же способом для каскада

$$a+b \to c+d, \quad c+e \to f+g\ ,(\vartheta,\varphi) \qquad \begin{matrix} f+h_1 \to i_1+j_1 & (\vartheta_1', \varphi_1') \\ g+h_2 \to i_2+j_2 & (\vartheta_2', \varphi_2'). \end{matrix}$$

с неполяризованными a, b, e, h_1, h_2 получим

$$\sigma_{\vartheta,\varphi}(\vartheta_1', \varphi_1', \vartheta_2', \varphi_2') = \sigma_{\vartheta,-\varphi}(\vartheta_1', -\varphi_1', \vartheta_2', -\varphi_2') \qquad /22/$$

/сравниваются числа совпадений в последних реакциях каскада/.

Доказательство симметрий /1/, /4/, /22/ для каскадов с участием γ- квантов или для каскадов, включающих реакции распада частицы на две частицы, проводится точно так же /все необходимые для доказательства формулы и соотношения в случае наличия нейтрино и γ - квантов содержатся в [6] /.

Тензоры поляризации продуктов N- ой реакции проквантованы относительно направления вылета продуктов в с.ц.и. этой реакции. Поэтому прежде чем их подставлять в формулы в качестве тензоров поляризации падающего пучка следующей, $N+1$ -ой, реакции каскада, следовало бы их отнести к направлению падающего пучка /в с.ц.и. $N+1$ -ой реакции или, что то же, в лабораторной системе/ как к оси квантования. Например, вместо $\rho_0(\vartheta_0, q_c \tau_c)$ в формулу /19/ надо было бы подставить

$$\tilde{\rho}_0(\vartheta_0; q_c \tilde{\tau}_c) = \sum_{\tau_c} \mathcal{D}^{q_c}_{\tilde{\tau}_c, \tau_c}(0, \alpha, 0)\, \rho_0(\vartheta_0; q_c \tau_c).$$

поскольку для того чтобы ось $Z \parallel \vec{p}_c$ стала параллельной направлению этого имульса в лабораторной системе, надо ее повернуть вокруг y_c /перпендикулярной к плоскости реакции / на некоторый угол α /для упругого рассеяния двух одинаковых частиц в нерелятивистском случае $\alpha = \vartheta_0/2$ /. Однако, пользуясь соотношением $\mathcal{D}^{q}_{\tilde{\tau},-\tau}(0,\alpha,0) = (-1)^{-\tilde{\tau}-\tau}\, \mathcal{D}^{q}_{-\tilde{\tau},\tau}(0,\alpha,0)$ можно показать, что $\tilde{\rho}$ обладают такими же свойствами /18/ /или /20//, что и ρ.

Релятивистский спиновый поворот [9] тоже производится вокруг оси, перпендикулярной к плоскости реакции. Можно считать, что α уже включает угол Ω этого поворота [9] и поэтому полученные азимутальные симметрии являются релятивистскими.

Можно считать, что соответствующие тройки ортов, относительно которых отсчитываются углы в формулах /1/, /4/, /22/ неподвижны относительно лорентцовской лабораторной системы отсчета, поскольку азимутальные углы φ не меняются при пересчете их из системы ц.и. реакции в лабораторную.

§ 4. Поставим теперь обратную задачу: как экспериментально проверить "сохранение четности" в данной реакции. Строго говоря, надо проверить все соотношения

/14/[3]. Справедливость лишь части их может быть либо случайной, либо обязанной какому-либо другому симметричному свойству взаимодействия /см.конец §5/.

Если экспериментально установлено, что $\sigma(\vartheta,\varphi)=\sigma(\vartheta,-\varphi)$ для $2i_c$ значений угла φ, то это эквивалентно установлению справедливости $2i_c$ равенств вида

$$\sum_{q_c=\tau}^{2i_c}(|W(\vartheta,0)|q_c\tau)(q_c\tau|W_0(\vartheta_0,0)|)=$$

$$=\sum_{q_c=\tau}^{2i_c}(|W(\vartheta,0)|q_c-\tau)(q_c-\tau|W_0(\vartheta_0,0)|) \qquad /23/$$

для $\tau=1,2,...2i_c$. Если даже принять для простоты, что первая реакция является поляризатором в том смысле, что для коэффициентов W_0 имеет место /15/, то и тогда $\sigma(\vartheta,\varphi)=\sigma(\vartheta,-\varphi)$ позволяет проверить из всех соотношений /15/ только $2i_c$ соотношений. Соотношений /21/ гораздо больше и уже поэтому можно ожидать, что проверка /1/ является более основательной проверкой сохранения четности. Однако можно возразить, что поскольку не все соотношения /15/ независимы /см.примеч.[3]/, то не исключено, что /23/ содержит столько же независимых соотношений, сколько и /21/. Наше утверждение, что /1/ более полно проверяет сохранение четности, нежели просто симметрия относительно плоскости первой реакции, мы докажем конкретным разбором каскада из трех простейших реакций[4] типа рассеяния частицы со спином 1/2 на бесспиновой частице.

§ 5. Пусть каскад состоит,например, из трехкратного рассеяния протона на бесспиновых мишенях /например, гелиевых/.

---

[3] Все эти соотношения являются независимыми. Если все спины i_c, i_d, i_a, i_b или два из них полуцелые, то всего имеется $1/2(2i_c+1)(2i_d+1)(2i_a+1)(2i_b+1)$ комплексных соотношений /14/ или в два раза большее число эквивалентных действительных. Если все спины целые, то число действительных соотношений меньше на единицу, если $\Pi_c^*\Pi_d^*\Pi_a\Pi_b=(-1)^{-i_c-i_d+i_a+i_b}$ и больше на единицу, если это равенство не выполняется. Число соотношений /15/ больше числа соотношений /14/ и поэтому не все из /15/ независимы.

[4] Заметим, что очень трудно проверить сохранение четности в реакциях с бесспиновыми частицами. Реакция запрещена, если произведение четностей всех частиц не равно +1. Но нет ни одного примера реакции, в которой были бы известны четности всех частиц. Например, реакцию $\pi+He\rightarrow H_\Lambda^4+K$ конечно, прежде всего используют для установления неизвестных четностей гиперфрагмента и K-мезона /предполагая, разумеется, что четность сохраняется/. Кроме того, "запрещение реакции" практически означает, что сечение меньше той величины, какую можно измерить в эксперименте. Однако, возможны и другие причины малости сечения помимо запрета по четности.

Матрица рассеяния $(m'|R|m)^{\cdot}$ / m' и m относятся к разным тройкам ортов – см. § 2/ имеет в этом случае всего четыре элемента.

$$R = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathcal{A} \exp i\alpha & \mathcal{B} \exp i\beta \\ \mathcal{C} \exp i\gamma & \mathcal{D} \exp i\delta \end{pmatrix} \qquad /24/$$

$\mathcal{A}, \mathcal{B}, \mathcal{C}, \mathcal{D} \geq 0$ и $0 \leq \alpha, \beta, \gamma, \delta \leq 2\pi$. Поскольку зависимость элементов R от угла φ известна /см.примечание [2]/, можно считать, что они зависят только от угла ϑ между падающими и рассеянными частицами. /14/ сводится всего к двум комплексным равенствам $a = d$, $b = -c$, если произведение четностей не меняется /как в упругой реакции/ или $a = -d$, $b = c$, если оно меняет знак.

По формулам /5/–/8/ § 1 находим выражения нужных в дальнейшем коэффициентов W через элементы /24/:

$$(1\,{-1}|W|00) \equiv (-1|W|) = 1/\sqrt{2}\,[\mathcal{A}\mathcal{C} \exp i(-\alpha+\gamma) + \mathcal{B}\mathcal{D} \exp i(-\beta+\delta)] \qquad /25/$$

$$(00|W|1\,{-1}) = (|W|-1) = 1/\sqrt{2}\,[\mathcal{A}\mathcal{B} \exp i(-\alpha+\beta) + \mathcal{C}\mathcal{D} \exp i(-\gamma+\delta)] \qquad /26/$$

$$(1\,{-1}|W|1\,{-1}) \equiv (-1|W|-1) = \mathcal{A}\mathcal{D} \exp i(-\alpha+\delta) \qquad /27/$$

$$(1\,{-1}|W|1\,{+1}) \equiv (-1|W|+1) = -\mathcal{B}\mathcal{C} \exp i(-\beta+\gamma) \qquad /28/$$

$$(1\,{-1}|W|10) = 1/\sqrt{2}\,[\mathcal{A}\mathcal{C} \exp i(-\alpha+\gamma) - \mathcal{B}\mathcal{D} \exp i(-\beta+\delta)] \qquad /29/$$

Пользуясь /16/ угловое распределение второго рассеяния можно записать в виде

$$\sigma(\vartheta,\varphi) = \sum_{q=0}^{1} (|W(\vartheta,0)|q,0)\rho_0(q,0) + 2\,\mathrm{Re}(|W(\vartheta,0)|1\,{-1})\rho_0(1,-1)\cos\varphi + 2\,\mathrm{Im}(|W(\vartheta,0)|1,-1)\rho_0(1,-1)\sin\varphi \qquad /30/$$

Для упрощения анализа в дальнейшем считаем, что для коэффициентов W_0 первой реакции и W' третьей имеет место /15/, т.е. в этом смысле первая реакция является поляризатором, третья – анализатором [5]. Тогда если хотя бы одного значения

5/ Более сложные опыты /с поворотом спина между последовательными рассеяниями/ по-видимому, позволят проверить сохранение четности без этого упрощения /и снабдят нас поляризаторами и анализаторами/.

$\varphi=\varphi_0\neq 0$ получено, что $\sigma(\vartheta,\varphi_0)=\sigma(\vartheta,-\varphi_0)$, то $Jm(1W|1-1)\rho_0(1-1)=0$, откуда $Re(1W|1-1)=0$, поскольку $\rho_0(1,-1)=(1-1|W_0|)$ число мнимо по предположению. Как видно из /26/ равенство $Re(1W|1-1)=0$ просто означает, что между элементами матрицы R имеется одно ограничительное соотношение[6/].

Аналогично $\sigma_{\vartheta,\varphi}(\vartheta',\varphi')$ (см./20/) можно записать в виде

$$\sigma_{\vartheta,\varphi}(\vartheta',\varphi')=f(\vartheta',\vartheta,\vartheta_0)+2\rho W_1'\{-Jm(-1|W|)\cos\varphi'+Re(-1|W|)\sin\varphi'\}+$$

$$+2W_1'\rho_1\{-Jm(1W|-1)\cos\varphi+Re(|W|1)\sin\varphi\}- \qquad /31/$$

$$-2W_1'\rho_1\{Re(-1|W|-1)\cos(\varphi'+\varphi)+Jm(-1|W|-1)\sin(\varphi'+\varphi)+$$

$$+Re(-1|W|+1)\cos(\varphi'-\varphi)+Jm(-1|W|+1)\sin(\varphi'-\varphi)\}$$

где

$$\rho\equiv\rho_0(\vartheta_0,00);\qquad i\rho_1\equiv\rho_0(\vartheta_0;1-1);\qquad W'\equiv(00|W'(\vartheta',0)|00)$$

и $iW_1'\equiv(00|W'(\vartheta,0)|1-1)$. Устанавливая, что /1/ имеет место в четырех точках (φ',φ), например $(0,\pi/2),(\pi/2,0)\ (\pi/2,\pi/2),\ (\pi/2,-\pi/2)$, получаем, что $Re(-1|W|)=Re(1W|-1)=0$ и $Jm(-1|W|-1)=Jm(-1|W|+1)=0$ или /см. /25/-/28/ /

$$AD\sin(\alpha-\delta)=0,\qquad BC\sin(\beta-\gamma)=0;$$

$$AC\cos(\alpha-\gamma)+BD\cos(\beta-\delta)=0\ ; \qquad /32/$$

$$AB\cos(\alpha-\beta)+CD\cos(\gamma-\delta)=0\ .$$

6/ Или между коэффициентами K, L, M, N в выражении $R=K+L(\vec\sigma[\vec p'\times\vec p])+M(\vec\sigma\vec p')+N(\vec\sigma\vec p)$ /см[1,2] /. Т.е. симметрия $\sigma(\vartheta,\varphi)=\sigma(\vartheta,-\varphi)$ имеет место и при одновременном наличии в R скалярных и псевдоскалярных членов.

Кроме решений "сохранения четности" $a=d$, $b=-c$ и $a=-d$, $b=c$ /32/ имеет еще несколько других решений /например когда один или два из параметров A, B, C, D равны нулю/.

Строго говоря, чтобы их отбросить нужен дополнительный опыт. Все они обращают в нуль действительную часть коэффициента /29/ / что вовсе не следует из сохранения четности/. Если после первой реакции вектор поляризации будет дополнительно повернут /магнитным полем, например/ вокруг $[[\vec{p}_a \times \vec{p}_c] \times \vec{p}_c]$ так, чтобы его компонента в направлении первого рассения $-\rho_0(\vartheta_0, 1, 0)$-стала отличной от нуля, то к /31/ добавится член

$$2\rho_0(\vartheta_0; 10)\, W_1'\left\{-Jm(1\text{-}1|W|10)\cos\varphi' + Re(1\text{-}1|W|10)\sin\varphi'\right\}.$$

Если симметрия /1/ после этого нарушается, то $Re(1\text{-}1|W|10) \neq 0$ и остается два решения "сохранения четности". Поскольку в /15/ не участвуют внутренние четности частиц, то по азимутальным симметриям нельзя узнать, меняется произведение четностей частиц или нет.

Утверждение о недостаточности симметрии $\sigma(\vartheta, \varphi) = \sigma(\vartheta, -\varphi)$ для проверки сохранения четности аргументировалось пока математически: четыре соотношения $a=d$, $b=-c$ не могут следовать из одного равенства $Re(1W|1\text{-}1) = Re(a^*b + c^*d) = 0$. Это аргумент /вполне достаточный, строго говря/ можно еще проиллюстрировать примерами простых симметричных свойств взаимодействия, которые тоже обращают в нуль $Re(a^*b + c^*d)$

Симметричное свойство сохранения четности $a = \pm d$, $b = \mp c$ словесно выражается как равенство /с точностью до знака/ амплитуд вероятностей переходов $-1/2 \leftarrow -1/2$, $+1/2 \leftarrow +1/2$ и $+1/2 \leftarrow -1/2$, $-1/2 \leftarrow +1/2$ соответственно /амплитуда вероятности перехода из состояния с проекцией спина $-1/2$ на направление начального импульса в состояние с проекцией спина $-1/2$ на конечный импульс равняется амплитуде перехода из $+1/2$ в $+1/2$ /. Следующие симметричные свойства имеют такой же характер и тоже обращают в нуль $Re(a^*b + c^*d)$, "имитируя" в этом смысле сохранение четности:

1. С точностью до знака равны амлитуды вероятностей переходов $-1/2 \leftarrow -1/2$ и $-1/2 \leftarrow +1/2$, а также переходов $+1/2 \leftarrow -1/2$, $+1/2 \leftarrow +1/2$ или $a = \pm c$, $b = \mp d$.

2. $a = \pm id$, $b = \mp ic$ - вероятности соответствующих переходов равны, но в отличие от закона сохранения четности их амплитуды смещены на фазу $\pi/2$.

Поскольку сомнение в сохранении четности в частности означает, что его следует рассматривать как одно из возможных симметричных свойств /и наравне с ними/, то только дополнительные опыты /в частности предлагаемые/ могут показать, какое из этих свойств имеет место в действительности.

Литература

1. D.H.Dalitz, Proc.Phys. Soc. A65,175 (1952).
2. L.Wolfenstein and J.Ashkin, Phys.Rev. 85, 947 /1952/.
3. F.Coester and J.M.Jauch, Helv.Phys.Acta 26, 3 /1953/.
4. Широков М.И. ЖЭТФ, 32, 1022 /1957/.
5. Широков М.И. ЖЭТФ, 33, 975 /1957/.
6. Чжоу Гуан-чжао, ЖЭТФ, 36, вып.11 /в печати/.
7. Чжоу Гуан-чжао. ЖЭТФ, 35, 783 /1958/.
8. Владимирский В. и Смородинский Я. ДАН, 104, 713 /1955/.
9. Чжоу Гуан-чжао и Широков М.И. ЖЭТФ, 34, 1230 /1958/.

Работа получена издательским отделом 19 ноября 1958 г.