ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

Р-2615

ЛАБОРАТОРИЯ ЯДЕРНЫХ ПРОБЛЕМ
ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ ЦЕНТР

Б. М. Головин, Л. А. Кулюкина, С. В. Медведь,
П. Павлович, П. Шулек

О ФЛЮКТУАЦИЯХ ИОНИЗАЦИОННЫХ ПОТЕРЬ

1966

Р-2615

Б. М. Головин, Л. А. Кулюкина, С. В. Медведь,
П. Павлович, П. Шулек

О ФЛЮКТУАЦИЯХ ИОНИЗАЦИОННЫХ ПОТЕРЬ

Направлено в журнал "Ядерная физика"

Как известно, из-за статистической природы ионизационных потерь при прохождении быстрой заряженной частицы через вещество потери энергии ею в тонком поглотителе испытывают сильные флюктуации. Расчет таких флюктуаций для случая очень тонких (по сравнению с длиной пробега частицы) слоев был впервые выполнен Ландау/1/.

Позднее точное решение задачи о распределении ионизационных потерь получил Вавилов/2/. Как и Ландау, он исходил из кинетического уравнения для функции распределения $f(x,\Delta)$ ионизационных потерь

$$\frac{\partial f(x,\Delta)}{\partial x} = \int_0^b W(\epsilon)\, f(x, \Delta-\epsilon)\, d\epsilon - f(x,\Delta) \int_0^{\epsilon_{max}} W(\epsilon)\, d\epsilon . \qquad (1)$$

При этом предполагалось, что полная потеря энергии $\Delta = E_0 - E$ на пути x в веществе мала по сравнению с первоначальной энергией E_0 и поэтому вероятность $W(E,\epsilon)$ передачи энергии ϵ на единичном пути не зависит от конечной энергии частицы, т.е. $W(E,\epsilon) = W(\epsilon)$. Именно в этом смысле рассматриваемый поглотитель является "тонким". Далее принималось, что $W(\epsilon)=0$ при $\epsilon > \epsilon_{max}$, где ϵ_{max} – максимальная энергия, которая может быть передана электрону в одном столкновении, а предел интегрирования

$$b = \begin{cases} \Delta & \text{при } \Delta < \epsilon_{max} \\ \epsilon_{max} & \text{при } \Delta \geq \epsilon_{max} \end{cases} . \qquad (2)$$

Для функции распределения Вавилов получил выражение:

$$f(x,\Delta) = \frac{1}{\pi\, \epsilon_{max}}\, e^{\kappa(1+\beta^2 C)} \int_0^\infty e^{\kappa f_1} \cos(y\lambda_1 + \kappa f_2)\, dy \qquad (3)$$

$$\left.\begin{aligned} f_1 &= \beta^2 [\ln y - Ci(y)] - \cos y - y\, Si(y) \\ f_2 &= y [\ln y - Ci(y)] + \sin y + \beta^2 Si(y) \end{aligned}\right\} \qquad (4)$$

$$\lambda_1 = \frac{\Lambda - \bar{\Delta}}{\epsilon_{max}} - \kappa\,(1 + \beta^2 - C)$$

$$\kappa = \frac{\xi}{\epsilon_{max}} \qquad (5)$$

$$\xi = \frac{2\pi z^2 e^4}{m c^2 \beta^2} \cdot \frac{N Z}{A}\, x$$

где Si и Ci – интегральный синус и косинус соответственно, $v = \beta c$ – скорость налетающей частицы; ze – ее заряд; m, e – масса и заряд электрона; N – число Авогадро; Z, A – порядковый номер и атомный вес вещества; $\bar{\Delta}$ – энергия, теряемая в среднем частицей на пути x, C – постоянная Эйлера.

Экспериментальная проверка /3/ показала, что наблюдаемые на опыте распределения оказываются более широкими, чем предсказано теорией /1/. В работе /4/ было установлено, что согласие может быть заметно улучшено, если учесть, что налетающая частица взаимодействует не со свободными электронами, а с электронами, связанными в атомах тормозящего вещества.

В настоящей работе выражение для функции распределения ионизационных потерь получено тем же путем, что и в работе /2/, но с учетом влияния далеких столкновений, при которых энергетическая структура электронной оболочки атомов тормозящей среды проявляется наиболее четко.

Для получения интересующего нас распределения воспользуемся выражением (4) работы /3/; обозначения те же, что и в цитируемой работе

$$f(x,\Delta) = \frac{1}{2\pi i} \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} \exp\{\, p\Delta - x \int_0^{\epsilon_{max}} W(\epsilon)\,(1 - e^{-\epsilon p})\, d\epsilon\,\}\, dp. \qquad (6)$$

Преобразуем показатель экспоненты в нем:

$$p\Delta - x \int_0^{\epsilon_{max}} W(\epsilon)\,(1 - e^{-\epsilon p})\, d\epsilon = p(\Lambda - \bar{\Delta} - \tfrac{1}{2} p\omega) - x \int_0^{\epsilon_{max}} W(\epsilon)(1 - e^{-\epsilon p} - \epsilon p + \frac{\epsilon^2 p^2}{2})\, d\epsilon. \qquad (7)$$

Согласно работам /5,6/, можно принять

$$\omega = x \int_0^{\epsilon_{max}} W(\epsilon)\, \epsilon^2\, d\epsilon = \xi\Big[\epsilon_{max}\Big(1 - \frac{\beta^2}{2}\Big)\frac{Z_{ef}}{Z} + \sum_i \frac{8}{3} I_i f_i \ln \frac{2 m c^2 \beta^2}{I_i}\Big], \qquad (8)$$

где $f_i = \frac{Z_i}{Z}$, Z_i – число электронов в i-той оболочке тормозящего вещества, I_i – эффективный ионизационный потенциал i-той оболочки, $Z_{ef} = \sum_i Z_i$. Суммирование производится по тем оболочкам, для которых $I_i < 2mc^2\beta^2$.

Введем обозначение

$$D = \frac{4}{3} \sum_i I_i f_i \ln \frac{2 m c^2 \beta^2}{I_i}. \qquad (9)$$

После преобразований, аналогичных применявшимся Вавиловым, выражение для функции распределения примет вид

$$f(x,\Delta) = \frac{1}{\pi\, \epsilon_{max}}\, e^{\kappa(1+\beta^2 C)} \int_0^{\infty} e^{\kappa(f_1 - \frac{D}{\epsilon_{max}} y^2)} \cos(y\lambda_1 + \kappa f_2)\, dy. \qquad (10)$$

Это выражение отличается от полученного Вавиловым лишь появлением дополнительного члена $(-\frac{D}{\epsilon_{max}} y^2)$ в показателе экспоненты. Проведенные нами расчеты показывают, что учет этого члена приводит к некоторому расширению и, вообще говоря, смещению положения максимума кривой распределения. Наиболее заметен этот эффект при малых скоростях частиц, что обусловлено резким возрастанием ϵ_{max} и слабым (логарифмическим) увеличением D с ростом β^2 в этой области.

В качестве иллюстрации на рис. 1 приведены функции распределения ионизационных потерь протонов с $\beta^2 = 0{,}1$ и $\kappa = 0{,}02$ в Be, Cu и Pb, рассчитанные по полученной нами формуле /10/. Там же для сравнения приведена кривая, рассчитанная по формуле Вавилова. Буквой ϕ обозначена величина $[\epsilon_{max} f(x,\Delta)]$ и буквой S величина $\frac{\Delta - \bar{\Delta}}{\epsilon_{max}}$.

Подобные кривые для $\beta^2 = 0{,}6$, $\kappa = 0{,}01$ приведены на рис. 2.

Авторы благодарны В.П.Джелепову за постоянный интерес к работе и помощь при ее выполнении.

Литература

1. L.Landau. Journ. Phys. USSR, 8, 201 (1944).
2. П.В.Вавилов. ЖЭТФ 32, 920 (1957).
3. P.White, G.Millington. Proc. Roy. Soc., 120, 701 (1928).
   W.Paul, H.Reich. Zs. f. Phys., 127, 429 (1950).
4. O.Blunck, S.Leisegang. Zs. f. Phys., 128, 500 (1950).
5. H.Bethe, S.Livingston. Rev. Mod. Phys., 9, 261 (1937).
6. R.M.Sternheimer. Phys. Rev., 117, 485 (1960).

Рукопись поступила в издательский отдел
10 марта 1966 г.

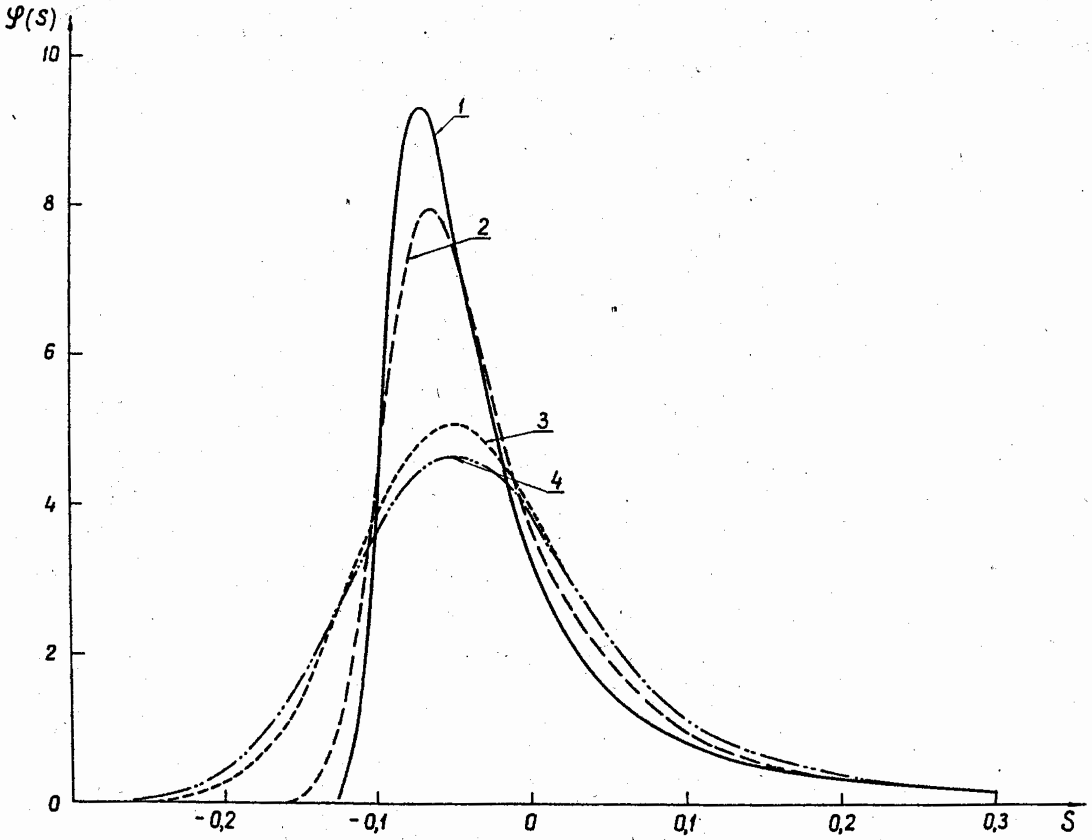

Рис. 1. Распределения ионизационных потерь при β^2=0,1 и κ =0,02 без учета (кривая 1) и с учетом далеких столкновений в Be , Cu и Pb (кривые 2, 3 и 4 соответственно).

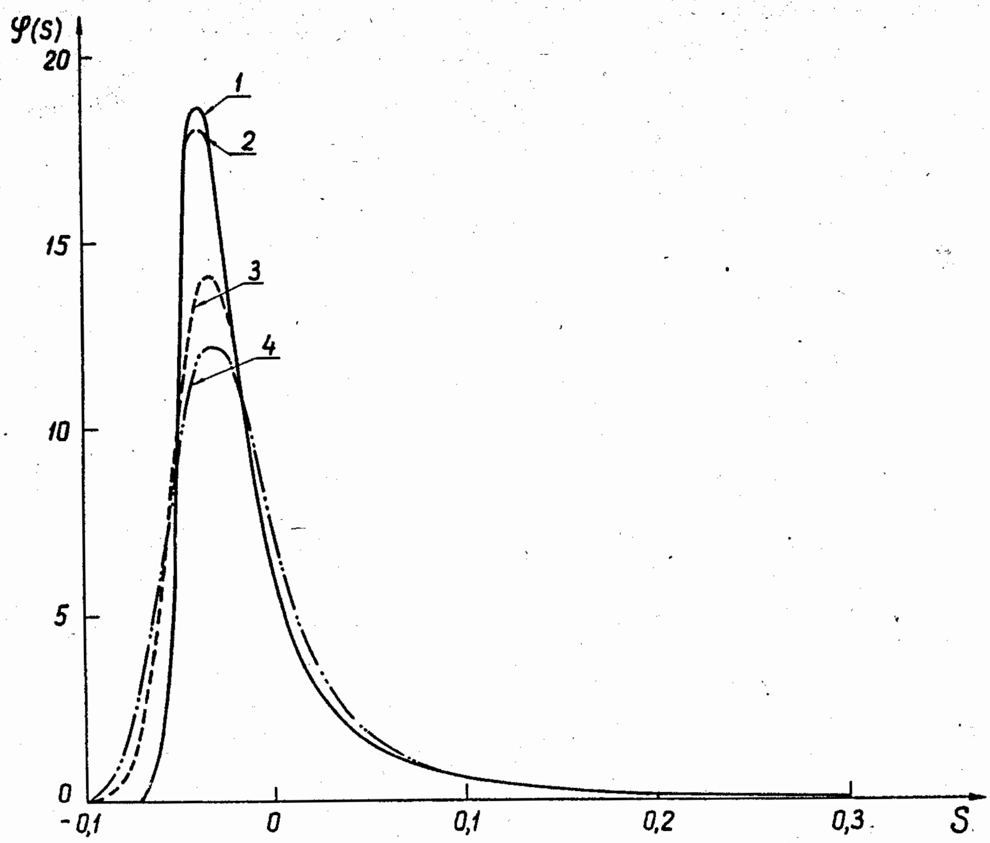

Рис. 2. Распределения ионизационных потерь для значений β^2 =0,6 и κ =0,01 без учета (кривая 1) и с учетом далеких столкновений в Be , Cu и Pb (кривые 2, 3 и 4 соответственно).