

С 323.5

Б-245

ОБЪЕДИНЕННЫЙ  
ИНСТИТУТ  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

Fortsch. Phys.,

1966, Bd. 14, Nr. 12, p. 741-770

20/10-66

P - 2582



В.С. Барашенков

ДИСПЕРСИОННЫЙ АНАЛИЗ  
УПРУГОГО РАССЕЯНИЯ ЧАСТИЦ  
В ОБЛАСТИ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

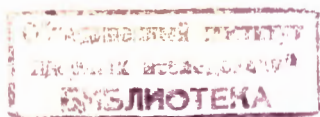
1966

P - 2582

В.С. Барашенков

ДИСПЕРСИОННЫЙ АНАЛИЗ  
УПРУГОГО РАССЕЯНИЯ ЧАСТИЦ  
В ОБЛАСТИ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

Направлено в Fortschritte der Physik



У137/1 кр.

## 1. Введение

Хорошо известно, что положение физики сильных взаимодействий в настоящее время является весьма тяжелым. Если не считать результатов, получаемых на основе формальных правил симметрий и ряда полуфеноменологических и зачастую очень непоследовательных моделей, то сильные взаимодействия остаются пока еще для нас "вещью в себе". Даже такие, казалось бы, относительно простые эффекты, как упругое рассеяние нуклонов или рождение одиночных  $\pi$ -мезонов, оказываются недоступными для точных расчетов. В сущности, мы даже не знаем, в чем заключается основная причина наших неудач: в неумении решать сложные системы полевых уравнений или же в недостаточности, а может быть и в дефектах, идей, составляющих фундамент наших представлений о природе сильных взаимодействий.

С этой точки зрения особое значение приобретает экспериментальная проверка результатов и выводов, являющихся следствием основных, фундаментальных положений теории, не связанных с какими-либо приближенными методами расчета. Именно этим обусловлен большой интерес, проявляемый в последние годы к дисперсионному анализу упругого рассеяния высокоэнергетических частиц в области малых углов.

Замечательной особенностью дисперсионных соотношений является то, что они на основе лишь самых общих постулатов квантовой теории поля устанавливают связь между экспериментально наблюдаемыми физическими величинами: полными сечениями взаимодействия частицы и античастицы с мишенью и реальной частью амплитуды упругого рассеяния частиц на нулевой угол. Поэтому нарушение дисперсионных соотношений будет указывать на несправедливость каких-то общих принципов теории и в первую очередь — принципа причинности, играющего наиболее важную роль при выводе дисперсионных соотношений.

Конечно, при сравнении дисперсионных соотношений с опытом мы не проверяем принцип причинности в его общефилософском значении, здесь речь идет лишь о выяснении пространственно-временных границ применимости той конкретной формулировки прин-

ципа причинности, которая используется в современной релятивистской квантовой физике.

В общем виде принцип причинности формулируется как признание того, что каждое явление в природе необходимо порождает другое явление - его следствие, и наоборот: любое явление обязательно было вызвано каким-то другим явлением природы - его причиной<sup>х/</sup>. У нас сейчас нет никаких оснований сомневаться в справедливости этого принципа, однако в теории поля используется более ограниченная его формулировка, заключающаяся в предположении, что в любой сколь угодно малой пространственно-временной области скорость распространения сигнала не превышает скорости света; при этом любое событие, происходящее в физической системе, может оказывать влияние на ход эволюции этой системы лишь в будущем и не может оказать влияния на поведение этой системы в моменты времени, предшествовавшие данному явлению. Как было показано в ряде исследований (см., например, монографию<sup>/3/</sup>), требование такой "микрочинности" существенно ограничивает теорию, но вместе с тем дает возможность получить ряд важных, проверяемых на опыте результатов, в частности, обосновать вывод дисперсионных соотношений.

Нельзя не заметить, что используемая в теории поля формулировка принципа причинности является, в сущности, экстраполяцией соответствующей макроскопической формулировки на область очень малых пространственно-временных масштабов, и заранее совершенно не очевидно, что такая экстраполяция законна.

Видоизменение формулировки микрочинности, если этого потребует опыт, приведет к чрезвычайно существенным изменениям в наших представлениях о характере явлений в субатомном мире.

## II. Амплитуда упругого рассеяния на нулевой угол

Дифференциальное сечение упругого рассеяния частицы с энергией  $T$  известным образом выражается через мнимую и действительную части амплитуды<sup>хх/</sup>:

$$\sigma(T, \theta) = |D(T, \theta) + iI(T, \theta)|^2 = |D(T, \theta)|^2 + |I(T, \theta)|^2. \quad (1)$$

В случае рассеяния на угол  $\theta = 0$  мнимую часть амплитуды можно с помощью оптической теоремы выразить через соответствующее полное сечение  $\sigma_4(T)$ :

$$I(T) = I(T, 0) = \frac{k}{4\pi} \sigma_4(T), \quad (2)$$

где  $k$  - импульс рассеиваемой частицы.

<sup>х/</sup> Подробное обсуждение различных философских формулировок принципа причинности можно найти, например, в монографиях<sup>/1,2/</sup>.

<sup>хх/</sup> Здесь и везде далее  $T$  - кинетическая энергия частицы в лабораторной системе координат.

Реальная часть амплитуды с помощью дисперсионного соотношения также может быть выражена через экспериментальные значения  $\sigma_{\pm}(T)$ . Например, в случае рассеяния  $\pi^{\pm}$ -мезонов на протоне

$$D_{\pm}(T) \equiv D_{\pm}(T, 0) = \frac{1}{2} (D_{+}^0 + D_{-}^0) + \frac{E}{2\mu} (D_{\pm}^0 - D_{\mp}^0) - \frac{2f^2}{\mu^2} \frac{k^2}{(\mu^2/2M) \mp E} + \frac{k^2}{4\pi^2} p \int_{\mu}^{\infty} \frac{dE'}{k'} \left[ \frac{\sigma_{\pm}(T')}{E' - E} + \frac{\sigma_{\mp}(T')}{E' + E} \right]. \quad (3)$$

Здесь  $D_{\pm}^0 \equiv D_{\pm}(0)$ ,  $E = (k^2 + \mu^2)^{1/2}$ ,  $M$  и  $\mu$  - массы нуклона и  $\pi$ -мезона;  $f^2 = 0,08$ ;  $\sigma_{\pm} \equiv \sigma_{\pm}(\pi^{\pm}p)$ .

Это соотношение справедливо, если в области высоких энергий сечения  $\sigma_{\pm}(T)$  остаются ограниченными или возрастают, но медленнее, чем  $T$ :

$$\sigma_{\pm}(T) < T \cdot \text{Const}. \quad (4)$$

В более общем случае дисперсионное соотношение содержит интегральные члены типа

$$(E - E_0)^{n+1} p \int_{\mu}^{\infty} \frac{k' \sigma_{\pm}(T') dE'}{(E' \pm E_0)^{n+1} (E' \pm E)} \quad (5)$$

и полином

$$P_n(T) = a_0 + \frac{T}{\mu} a_1 + \dots + \left(\frac{T}{\mu}\right)^n a_n \quad (6)$$

с постоянными коэффициентами  $a_n$  /3/. Записанное в такой форме дисперсионное соотношение применимо, если при  $T \rightarrow \infty$

$$\sigma_{\pm}(T) < T^n \cdot \text{const}. \quad (7)$$

Смысл введения дополнительных степеней в дисперсионные знаменатели заключается в замене вклада области очень больших энергий  $T \gg 10$  Гэв, где поведение сечений  $\sigma_{\pm}(T)$  известно еще недостаточно хорошо, постоянными  $a_n$ , значения ко-

торых можно определить из сравнения с экспериментальными значениями  $D_{\pm}(T)$ . Такая вычитательная процедура представляется особенно важной, если учесть, что даже в том случае, когда сечения  $\sigma_{\pm}(T)$  при  $T \rightarrow \infty$  не возрастают, а стремятся к конечным предельным значениям  $\sigma_{\pm}^0$ , характер энергетической зависимости  $D_{\pm}(T)$  в области высоких энергий существенно зависит от того, насколько быстро достигаются эти асимптотические значения  $\sigma_{\pm}^0$  /4/.

Вместе с тем следует подчеркнуть, что применение вычитательной процедуры может привести к успеху лишь в том случае, если экспериментальные данные, из сравнения с которыми определяются постоянные  $a_n$ , являются достаточно точными, так как при некоторых условиях даже небольшая ошибка  $\Delta a_n$  при увеличении энергии  $T$  становится чрезвычайно существенной и может исказить не только величину  $D_{\pm}$ , но даже вид ее энергетической зависимости.

Это хорошо видно на примере дисперсионного соотношения (3). Если сечения  $\sigma_{\pm}(T)$  в области очень высоких энергий становятся постоянными ( $\sigma_{\pm}(T) \rightarrow \sigma_{\pm}^0(T)$ ), то нетрудно показать, что соотношение (3) при этих энергиях принимает вид:

$$D_{\pm}(T) = A_{\pm} T \ln T + B_{\pm} T + R_{\pm}(T),$$

где  $R_{\pm}(T)/T \rightarrow 0$  при  $T \rightarrow \infty$ , а пропорциональные разности асимптотических сечений  $(\sigma_{\pm}^0 - \sigma_{\mp}^0)$  коэффициенты  $A_{\pm}$  и зависящие от постоянных  $a_n$  коэффициенты  $B_{\pm}$  должны тождественно обращаться в нуль: /4/

$$A_{\pm} = 0, \quad B_{\pm} = 0. \quad (8)$$

Первому из этих тождеств можно удовлетворить, положив  $\sigma_{+}^0 = \sigma_{-}^0$ ; что же касается второго, то даже небольшая неточность в определении вычитательных постоянных  $\Delta a_n$  приведет к тому, что коэффициенты  $B_{\pm}$  станут отличными от нуля и при больших энергиях вклад членов  $B_{\pm} T$  совершенно исказит результаты расчетов.

Чтобы избежать этого, постоянные  $a_n$  следует определять в точках  $T = T_n$ , достаточно близких к энергетической области, в которой исследуются значения  $D_{\pm}(T)$ . В этом случае погрешность

$$\Delta D_{\pm}(T) \sim (\Delta a_n + \Delta \sigma_{\pm} \cdot \text{Const}) (T - T_n) \quad (10)$$

еще не успеет стать слишком опасной. К сожалению, в наиболее интересной для проверки дисперсионных соотношений области  $T \gtrsim 1$  Гэв точность известных сейчас экспериментальных значений  $D_{\pm}(T)$  еще весьма невелика, поэтому использование дополнительных вычитаний вносит в вычисляемые значения  $D_{\pm}(T)$  большие ошибки, чем неточное значение асимптотического хода сечений  $\sigma_{\pm}(T)$  в случае, если ограничиться минимальным числом вычитаний.



В настоящее время для расчетов применяются дисперсионные соотношения с одним  $\frac{1}{4-12}$  или с двумя  $\frac{1}{13-19}$  вычитаниями. Однако, как показывают сравнительные расчеты, использование дисперсионных соотношений с двумя вычитаниями пока еще не имеет преимуществ по сравнению с дисперсионными расчетами с одним вычитанием.

Далее мы всегда будем рассматривать дисперсионные соотношения по энергетической переменной для фиксированного угла рассеяния  $\theta = 0$ . С точки зрения проверки общих принципов, заложенных в их основу, наибольший интерес представляют дисперсионные соотношения для  $\pi - N$  рассеяния, так как дисперсионные интегралы в этом случае не содержат вклада нефизической области и все величины, входящие в дисперсионные соотношения, экспериментально наблюдаемы. Случай упругого  $N-N$  рассеяния, несмотря на то, что здесь сейчас известна более богатая экспериментальная информация, является существенно менее "чистым", так как прежде чем сравнивать расчеты с опытом в этом случае необходимо еще установить, какой вклад в дисперсионные интегралы вносит область нефизических энергий  $T < 0$ . Вклад этой области в настоящее время вычисляется весьма приблизительно (см. ниже раздел VI), поэтому результаты сравнения с опытом дисперсионных расчетов  $N-N$  рассеяния являются менее определенными, чем в случае упругого  $\pi - N$  рассеяния. Дополнительные неточности возникают из-за отсутствия экспериментальных данных по полным сечениям взаимодействия антинуклонов в области малых энергий  $T \leq 50$  Мэв; соответствующая часть дисперсионных интегралов также определяется лишь очень приблизительно.

В силу указанных обстоятельств мы далее особое внимание будем уделять случаю  $\pi - N$  рассеяния.

Рассмотрим прежде всего то, что нам сейчас известно о сечениях взаимодействий элементарных частиц при энергиях  $T \gg 1$  Гэв.

### III. Поведение сечений в области высоких энергий

Из опытов на ускорителях сечения  $N-N$  взаимодействий нам известны вплоть до  $T = 30$  Гэв, а сечения взаимодействий антинуклонов,  $K$  - и  $\pi$  - мезонов с нуклонами - до энергий  $T \approx 20$  Гэв  $\frac{1}{20}$ . Точность измерений здесь весьма высока. Особенно точными являются полные сечения  $\pi^\pm - p$  взаимодействий; при  $T > 6$  Гэв ошибки  $\frac{\Delta\sigma_\pm}{\sigma_\pm}$  в среднем не превосходят  $\pm(1-2)\%$ , а в области  $T = (2,5 \div 5,5)$  Гэв составляют всего лишь около  $\pm(0,05-0,1)\%$ .

Даже при беглом рассмотрении энергетической зависимости сечений  $\sigma_\pm(T)$  обращает на себя внимание тот факт, что при энергиях, больших нескольких Гэв, изменения сечений становятся очень плавными, а сами сечения монотонно стремятся к постоянным или, может быть, очень медленно уменьшающимся с ростом энергии пределам





пример, в случае  $\pi^{\pm}$ -p столкновений при наибольшей исследовавшейся энергии  $T = 19$  Гэв

$$\sigma_{+} = (23,5 \pm 0,5) \text{ мб}, \quad \sigma_{-} = (25,0 \pm 0,5) \text{ мб}, \quad (12)$$

т.е. разность сечений

$$\sigma_{-} - \sigma_{+} = (1,5 \pm 1) \quad (12')$$

В этом отношении особенно замечательным является случай рассеяния  $K^{\pm}$ -мезонов на протонах: при энергиях  $T > 10$  Гэв средние экспериментальные кривые  $\sigma_{\pm}(T)$  в этом случае практически параллельны друг другу (см. рис. 1), хотя в пределах ошибок измерений их и можно аппроксимировать функциями (11) с равными значениями  $\sigma_{+}^0 = \sigma_{-}^0$ .

Вне области ускорительных энергий ситуация является значительно менее определенной. Все сведения о сечениях получаются здесь из опытов с высокоэнергетической компонентой космических лучей, интенсивность которой очень мала. Кроме того, в опытах с космическими лучами очень неточно определяется энергия первичной частицы: в большинстве случаев значение этой энергии известно лишь с точностью до коэффициента порядка двойки. Большие надежды возлагаются сейчас на метод ионизационного калориметра, который позволяет определить энергию налетающей космической частицы со значительно большей точностью, чем все другие методы; однако исследование сечений этим методом еще только началось /22-23/.

Вся известная нам сейчас информация о сечениях взаимодействия частиц при сверхвысоких космических энергиях  $T \gg 10$  Гэв имеет лишь ориентировочный, качественный характер.

В области  $T \lesssim 10^5$  Гэв сведения об элементарных взаимодействиях получаются в основном путем анализа экспериментальных данных по сечениям неупругих взаимодействий космических частиц с различными атомными ядрами или, что эквивалентно, из анализа экспериментальных данных по средним свободным пробегам космических частиц в веществе фотозмульсии. В обоих случаях сечение  $N-N$  или  $\pi-N$  взаимодействия  $\sigma_{\pm}$  (в зависимости от того, являлась первичная космическая частица нуклоном или  $\pi$ -мезоном) может быть вычислено по формулам оптической модели /20,25/. Так как дебройлевская длина волны первичной частицы намного меньше геометрических размеров ядра, условия применимости оптической модели здесь хорошо выполняются.

Полученные таким образом результаты приведены в таблицах 1-3. Для характеристики точности космических данных в таблицах указаны также данные, полученные на ускорителях.

Таблица I

Неупругое взаимодействие нуклонов с ядрами и сечения

N-N взаимодействия

T, Гэв	Ядро	Сечение в мб		Литература
		$\sigma_{in}(N+ядро)$	$\sigma_{\pm}(NN)$	
23	Cu	715 ± 20	26 ± 2	/26/
23	Cd	1146 ± 40	42 ± 8	/26/
23	Pb	1810 ± 60	~60 (>42 )	/26/
23,3	Be	180	36	/27/
23,3	C	210	31	/27/
23,3	Al	400	28	/27/
23,3	Cu	740 ± 20	28 ± 2	/28/
23,3	Cd	1180 ± 25	44 ± 4	/28/
23,3	Pb	1750 ± 30	42 ± 8	/28/
30	Pb	1550 ± 130	27 ± 8 6	/29/
32 (15 ÷ 50)	C	256 ± 15	44 ± 5	/30/
32 (15 ÷ 50)	S	680 ± 100	>50	/30/
32 (15 ÷ 50 )	Fe	790 ± 120	38 ± 9 -12	/30/
32 (15 ÷ 50 )	Pb	2150 ± 100	~100	/30/
37 (28 ÷ 58 )	Fe	595 ± 45 *)	20 ± 3	/31/
77 (58 ÷ 121 )	Fe	615 ± 55 *)	21 ± 4	/31/
178 (121 ÷ 387)	Fe	730 ± 190 *)	32 ± 40 16	/31/
500 (10 <sup>2</sup> ÷ 10 <sup>3</sup> )	Fe	910 ± 140 -136	60 (>35 <sup>*)</sup>	/32/
600	C	220 ± 20 -26	34 ± 5 -7	/33/
7.10 <sup>3</sup> (5.10 <sup>3</sup> ÷ 1.3.10 <sup>4</sup> )	Pb	1810 ± 380	~60 (21 <sup>*)</sup>	/34/
7.10 <sup>4</sup> (5.10 <sup>4</sup> ÷ 1.3.10 <sup>5</sup> )	Pb	5300 ± 800 -1400	>100 <sup>†)</sup>	/34/
10 <sup>7</sup> (10 <sup>6</sup> ÷ 10 <sup>8</sup> )	N <sup>14</sup>	150 (σ <sub>in</sub> < 370)	15 (σ <sub>±</sub> < 70)	/35/

\*) Указано среднее значение протон-ядерного и нейтрон-ядерного сечений, приведенных в работе /31/.

†) Указано крайнее нижнее значение; крайнее верхнее значение очень велико ( > 100 мб).

Таблица 2

Средний свободный пробег поглощения протонов в фотоэмульсии и сечение

N-N взаимодействий

<u>T, ГэВ</u>	<u><math>L_{in}, \text{см}</math></u>	<u><math>\sigma_t, \text{мб}</math></u>	<u>Литература</u>
22,6	$36,6 \pm 1$	$31 \begin{matrix} + 3 \\ - 2 \end{matrix}$	/36/
25	$\leq 32,6 \pm 1,4$	$\geq 43 \begin{matrix} + 7 \\ - 5 \end{matrix}$	/37/
$25,8 \pm 0,5$ I	$41,9 \pm 3,6$	$23 \begin{matrix} + 5 \\ - 4 \end{matrix}$	/38/
26	$35,1 \pm 1,5$	$35 \begin{matrix} + 5 \\ - 4 \end{matrix}$	/39/
27	$37,9 \pm 1,2$	$28 \pm 1$	/40/
27	$37,9 \pm 0,7$	$28 \pm 0,8$	/41/
27	$42,6 \pm 2$	$22 \pm \frac{3}{2}$	/42/
27	$31 \pm 3,4$	$50 \begin{matrix} +18 \\ -14 \end{matrix}$	/43/
28	$39,2 \pm 1,2$	$26 \begin{matrix} + 2 \\ - 1 \end{matrix}$	/44/
$30,9 \pm 1,6$	$38,3 \pm 1,2$	$28 \begin{matrix} + \frac{3}{2} \\ - 2 \end{matrix}$	/45/
50(I→100)	41,7	23	/46/
I70	$41 \pm 10$	$24 \begin{matrix} + 26 \\ - 9 \end{matrix}$	/47/
$950 \pm 550$	$39 \pm 12$	$27 \begin{matrix} + 48 \\ - 12 \end{matrix}$	/48/
$2,8 \cdot 10^3$	$22 \pm 10$ 6	$> 46^{*)}$	/49/
3.10	$27 \begin{matrix} + 32 \\ - 10 \end{matrix}$	$70 (>12^{*})$	/50/
$3,5 \cdot 10^3$	$>20$	$< 170$	/51/
$7 \cdot 10^3$	$27 \pm \frac{37}{20}$	$76 (> 10^{*})$	/52/

\*) Указано крайнее нижнее значение; крайнее верхнее значение очень велико ( $> 100$  мб).

Таблица 3  
Средний свободный пробег  $\pi^-$ - мезонов в фотоэмульсии и сечение  
 $\pi^-N$  взаимодействий

T, Гэв	$L_{in}$ , см	$\sigma_t$ , мб	Литература
17,2	$40,5 \pm 1,5$	$24,5 \pm 2,0$	/52/
50	$37 \pm 6$	$30 \pm 20$ 8	/53/
50 ( $1 \div 100$ )	41,7	23	/46/
100 ( $1 \div 200$ )	$32 \pm 3$	$47 \pm 13$ 12	/54/
$\sim 100$	$41 \pm 8$	$24 \pm 16$ 8	/50/
300 ( $100 \div 500$ )	$37 \pm 5$ 4	$30 \pm 12$ 7	/55,56/
$10^3 (10^2 \div 10^4)$	$42,4 \pm 6; 8$	$22 + 12$ - 5	/57/
$10^3 (4 \cdot 10^2 \div 1,5 \cdot 10^3)$	$39 \pm 12$	$27 + 48$ - 12	/48/
$5 \cdot 10^3 (10^2 \div 10^4)$	$3,67 + 3,7$ - 3,2	$29 + 8$ - 6	/58/
$\sim 10^4$	35	35	/59/

Строго говоря, приведенные значения  $L_{in}$  при  $T > 30$  Гэв являются средним свободным пробегом ливневых частиц, рождающихся при столкновении космической частицы с одним из ядер фотоэмульсии. Так как большая часть ливневых частиц ( $\approx 80\%$ ) состоит из  $\pi^-$ - мезонов, то с хорошей точностью можно считать, что приведенные значения равны среднему пробегу  $\pi^-$ - мезонов.

Обращает на себя внимание, что средние свободные пробеги нуклонов и  $\pi$ -мезонов в фотоэмульсии близки друг к другу. Возможно, это указывает, на то, что для взаимодействий  $N + \text{ядро}$  следует выбирать больший радиус ядра, чем для взаимодействий  $\pi + \text{ядро}$ . Из сравнения с непосредственно измеренными сечениями следует, что значения  $\sigma_t(NN)$ , полученные из обработки данных по нуклон-ядерным взаимодействиям, занижены приблизительно на четверть.

Другим источником наших знаний о сечениях  $N-N$  взаимодействий в области  $T \lesssim 10^4$  Гэв является исследование поглощения ядерно-активной компоненты космических лучей в воздухе, которая в глубине земной атмосферы состоит практически целиком из нуклонов (на это указывает, в частности, тот факт, что примерно половина ядерно-активных частиц не имеет заряда, а также ряд других соображений).

С помощью каскадной теории ливней по величине среднего экспериментального пробега этой компоненты до поглощения нетрудно вычислить средний свободный пробег ядерного поглощения нуклонов в воздухе при постоянной плотности <sup>/60,61/</sup>

$$L_{in} = (70 - 80) \text{ г/см}^2.$$

Применение оптической модели дает для полного сечения  $N-N$  взаимодействия оценку

$$\sigma_t(NN) = 30 - 60 \text{ мб},$$

которая хорошо согласуется со значениями  $\sigma_t(NN)$ , приведенными в таблицах I и 2.

Несколько отличный метод определения пробега  $L_{in}$  связан с исследованием ливневого сопровождения ядерно-активных частиц в атмосфере (см., например, <sup>/62,63/</sup>). В области энергий порядка нескольких сотен или тысяч Гэв таким образом получается значение  $L_{in} \approx 80 \text{ г/см}^2$ , т.е.  $\sigma_t(NN) \approx 60 \text{ мб}$ .

Близкие результаты получены из сравнения на высоте гор ( $h = 3200 \text{ м}$ ) потока о д и н о ч н ы х ядерно-активных частиц (т.е. частиц, не испытавших неупругих ядерных взаимодействий и не имеющих поэтому сопровождающих ядерно-активных частиц) с потоком первичных космических частиц такой же энергии на границе атмосферы <sup>/23/</sup>. Вместе с тем в этих опытах отмечено некоторое увеличение сечения с ростом энергии; однако этот результат требует еще подтверждения.

Оценку сечения  $\pi-N$  взаимодействий в области  $T = 10^2 - 10^4$  Гэв можно получить также с помощью данных об энергетических спектрах фотонов и  $\mu$ -мезонов больших энергий, сопровождающих космические ливни в земной атмосфере <sup>/60,64/</sup>. Анализ этих данных дает для среднего свободного пробега ядерного поглощения  $\pi$ -мезонов в воздухе  $L_{in} \lesssim 80 \text{ г/см}^2$  и, следовательно,  $\sigma_t(\pi N) \geq 60 \text{ мб}$ .

Информацию о взаимодействиях нуклонов при энергиях  $T > 10^5$  Гэв в настоящее время дают лишь опыты по изучению широких ливней, образованных космическими частицами в атмосфере (см., например, /65-67/). Эти опыты указывают на приблизительное постоянство сечений  $N-N$  взаимодействий в интервале  $T \approx 10^4 - 10^8$  Гэв. Оценка их анализ основывается на определенных моделях развития широких ливней, которые во многих отношениях являются дискуссионными. Тем не менее независимо от конкретного метода анализа экспериментальных данных можно утверждать, что сечение взаимодействия первичных космических нуклонов с атомными ядрами воздуха заведомо больше 70% геометрического сечения этих ядер. Этот вывод совершенно не зависит от каких-либо конкретных гипотез; какие бы процессы не происходили при сверхвысоких энергиях, лавины частиц, созданные первичными космическими частицами, не могут затухать в атмосфере быстрее, чем поглощаются породившие их частицы. Другими словами, величина пробега для поглощения частиц ливней является верхней границей среднего свободного пробега поглощения первичных частиц (нуклонов) в ядрах:

$$L_{in} \geq L$$

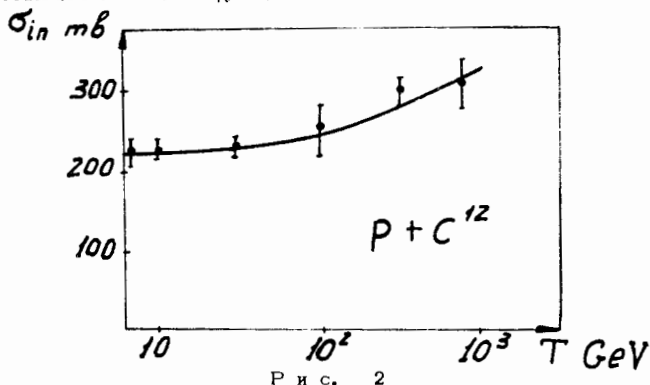
где  $L \approx 100-150$  г/см<sup>2</sup> — средний свободный пробег поглощения в воздухе ядерно-активной космической компоненты, генерирующей широкие атмосферные ливни.

Так как при образовании широкого атмосферного ливня первый акт взаимодействия происходит, как правило, с меньшей неупругостью, чем обычно /66/, то определенное таким образом значение  $L_{in}$  оказывается заметно заниженным и может использоваться лишь для оценки крайней нижней границы сечения  $\sigma_t(NN)$ . Верхняя граница этого сечения может быть получена, исходя из экспериментальных данных о флуктуациях полного потока  $\mu$ -мезонов в широком атмосферном ливне с заданным полным числом частиц и из флуктуаций так называемого "возрастного параметра ливня" /66/. В опытах, выполненных в Московском государственном университете, эти флуктуации детально исследованы для ливней, порожденных первичными частицами с энергией  $T = 10^6 - 10^8$  Гэв. Для верхней оценки сечения взаимодействия нуклона с ядром воздуха при этом получено значение  $\sigma_{in} = 370$  мб, т.е.  $\sigma_t(NN) < 70$  мб.

Таким образом, все известные до сих пор экспериментальные данные говорили о том, что при изменении энергии  $T$  на шесть - восемь порядков сечение  $N-N$  взаимодействий  $\sigma_t(NN)$  (а, по-видимому, также и  $\sigma_t(pN)$ ) изменяется не более чем в два раза и не противоречит предположению о том, что при  $T >> 10^8$  Гэв это сечение стремится к не зависящей от энергии постоянной.

Существенно новый результат был получен в самое последнее время в опытах с многотонными спутниками "Протон-1" и "Протон-2" /68/. В этих опытах методом ионизационного калориметра было измерено сечение неупругих взаимодействий космических протонов с ядрами углерода в интервале энергий от нескольких Гэв до  $10^3$  Гэв. В ниж-

ней части этого интервала измеренные сечения совпали с тем, что было ранее получено на ускорителях (см. таблицу 1); при больших энергиях установлен медленный рост сечения: приблизительно на 50% при изменении энергии на два порядка (см. рис. 2). В пределах ошибок измерений такой рост можно аппроксимировать логарифмической или медленно возрастающей степенной функциями.



Р и с. 2  
Сечение неупругих протон-ядерных взаимодействий по данным измерений на спутниках "Протон-1" и "Протон-2" /68/.

Этот неожиданный результат является весьма возбуждающим, так как в последние годы среди физиков было широко распространено мнение, что при  $T \gg 10$  Гэв сечения монотонно ограничены; это мнение нашло свое отражение во многих теоретических исследованиях.

Однако обнаруженное увеличение сечения не противоречит обсуждавшимся выше выводам, полученным другими методами. Конечно, если это увеличение будет происходить с такой скоростью и при больших энергиях, то это приведет к противоречию с заключениями других работ.

Следует иметь в виду, что телеметрические измерения на спутниках очень сложны и полученные результаты требуют еще дальнейшего экспериментального подтверждения, тем более что одновременно полученные данные об энергетическом спектре первичных космических лучей также резко противоречат выводам других авторов. Возможно, что сенсационные результаты работы /68/ связаны с какими-то методическими погрешностями.

Рассмотрим теперь кратко теоретические предсказания о характере энергетической зависимости сечений сильных взаимодействий при высоких энергиях.

Первые граничные оценки энергетического поведения сечений при  $T \gg 1$  Гэв получены в работах /69,70/, где в рамках локальной теории поля были приведены аргументы в пользу того, что полное сечение взаимодействия должно быть заключено в пределах



$$\frac{\text{Const}}{T} < \sigma_t(T) < \text{Const} \cdot T. \quad (13)$$

М. Фруассарт, основываясь на представлении Мандельштама и условии унитарности для амплитуды упругого рассеяния, получил верхнюю оценку

$$\sigma_t(T) < \text{Const} \cdot (\ln T)^2, \quad (14)$$

не противоречащую неравенству (13), но являющуюся значительно более жесткой<sup>/71/</sup>. Эту оценку можно получить и при более слабых предположениях, а именно, кроме условия унитарности, для доказательства неравенства (14) оказывается вполне достаточным допустить, что амплитуда упругого рассеяния аналитична внутри определенного эллипса в плоскости комплексных значений  $\cos \theta$  ( $\theta$  - угол рассеяния) и не возрастает в этом эллипсе быстрее некоторого полинома<sup>/72/</sup>. Можно показать, что эти предположения являются максимально слабыми, дальнейшее их ослабление приводит к менее жестким оценкам, чем (14)<sup>/72,73/</sup>.

Наоборот, при более детальных предположениях об аналитических свойствах амплитуды можно получить более определенные заключения об асимптотическом поведении сечения. Так Й. Намбу и М. Сугавара предположили<sup>/74/</sup>, что упругое взаимодействие частиц при очень высоких энергиях описывается некоторым эффективным потенциалом  $V(\vec{x}, t)$  с такими аналитическими свойствами, что для него можно написать дисперсионное соотношение по энергетической переменной. Асимптотическое сечение  $\sigma_t(T)$  независимо от конкретного вида координатной зависимости  $V(\vec{x}, t)$  в этом случае имеет вид (11), при этом  $\sigma_+^0 = \sigma_-^0$  и  $\kappa = \frac{1}{2}$ .

В работе<sup>/75/</sup> впервые было показано, что из условия стремления при  $T \rightarrow \infty$  полных сечений взаимодействия частицы и античастицы к постоянным предельным значениям,  $\sigma_{\pm}(T) \rightarrow \sigma_{\pm}^0$ , следует равенство этих предельных значений:  $\sigma_+^0 = \sigma_-^0$ .

Более тщательными исследованиями установлено, что для заключения о равенстве асимптотических сечений взаимодействия частицы и античастицы наряду с общими принципами локальной теории поля вполне достаточно, в сущности, предположить определенный не осциллирующий степенной или логарифмический рост сечений при  $T \rightarrow \infty$ . Точнее, необходимо, чтобы существовали пределы для амплитуды упругого рассеяния частицы и античастицы

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{A_+(T)}{\phi(T)} \quad \text{и} \quad \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{A_-(T)}{\phi(-T)}, \quad (15)$$

где функция  $1/\phi(T)$  — аналитична и ее рост не превосходит любой экспоненты  $e^{a^2(T)}$  в верхней полуплоскости комплексной переменной  $T$ , кроме того она непрерывна на действительной оси  $T$  и удовлетворяет

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{\phi(T)}{\phi(-T)} = e^{i\beta}, \quad (16)$$

$\beta$  — произвольная действительная величина. Такому условию, в частности, удовлетворяют функции типа

$$\phi(T) = (T+i)^{a_1} [\ln(T+i)]^{a_2} \quad (17)$$

с произвольными действительными числами  $a_1$  и  $a_2$ .

Полное сечение при  $T \rightarrow \infty$  в этом случае

$$\sigma_{\pm}(T) \sim T \cdot \text{Im} \phi(T). \quad (18)$$

Подробное обсуждение этих вопросов можно найти в обзоре /76/ и в работе /77/.

Данные о возрастании сечений, изображенные на рис. 2, не противоречат (17).

#### 4. Упругое $\pi^-$ -р рассеяние с перезарядкой на нулевой угол

Вернемся теперь к дисперсионному анализу амплитуды пион-нуклонного рассеяния. Для вычисления ее реальной и мнимой частей используем усредненные экспериментальные значения сечений  $\sigma_{\pm}(T)$ , известные с хорошей точностью вплоть до  $T = 19$  Гэв. При больших энергиях, где энергетическая зависимость сечений сейчас известна нам лишь ориентировочно, воспользуемся выражением (11). Как указывалось выше, выражение (11) хорошо аппроксимирует экспериментальные данные при  $T = 5-19$  Гэв; поэтому можно надеяться, что это выражение остается достаточно хорошим приближением в интервале по крайней мере еще нескольких десятков Гэв. Поведение сечений при еще больших энергиях уже менее существенно для дисперсионных расчетов в интересующей нас области  $T < 30$  Гэв, так как вклад этой области сильно подавлен возрастающими знаменателями в дисперсионных интегралах (даже если сечения будут медленно возрастать, как это изображено на рис. 2; ниже мы еще вернемся к этому случаю).

Следует отметить, что дисперсионные расчеты упругого рассеяния выполнялись уже неоднократно /4,5,9-13,15,16,78-81/. При этом каждый следующий расчет существенно отличался от предыдущих лишь в области высоких энергий в соответствии с прогрессом наших знаний о высокоэнергетическом поведении сечений  $\sigma_{\pm}(T)$ ; в области меньших энергий результаты расчетов остаются практически неизменными.

Параметры  $\sigma_{\pm}^0 \equiv \sigma_0$ ,  $c_{\pm}$  и  $\kappa$  в формуле (11) можно определить из сравнения с ускорительными экспериментальными данными. Расчетные значения реальных частей амплитуд  $D_{\pm}(T)$  оказываются сравнительно мало чувствительными к варьированию этих параметров в пределах ошибок экспериментальных данных, однако сечение упругого  $\pi^- - p$  рассеяния с перезарядкой, зависящее от разностей  $(D_- - D_+)$  и  $(\sigma_- - \sigma_+)$ ,

$$\sigma_{\text{ex}}(T) \equiv \sigma_{\text{ex}}(T, \theta=0) = \frac{1}{2} [D_-(T) - D_+(T)]^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\kappa}{4\pi}\right)^2 [\sigma_-(T) - \sigma_+(T)]^2, \quad (19)$$

изменяется при этом довольно существенно. Поэтому выбор параметров в формуле (11) мы будем производить при условии, чтобы сечения, вычисленные по формуле (11), при

$T = 19$  Гэв сшивались со средними кривыми  $\sigma_{\pm}(T)$ , построенными по результатам ускорительных измерений, а теоретическое сечение перезарядки (19) хорошо согласовалось с его экспериментальными значениями.

Из соотношений (3), (11) и (19) следует, что  $\sigma_{\text{ex}}(T)$  зависит лишь от разности постоянных

$$a \equiv c_- - c_+$$

и от параметра  $\kappa$ . Условие сшивки сечений при  $T = 19$  Гэв накладывает дополнительное ограничение

$$a = 19^{\kappa} (1,5 \pm 1) \quad (20)$$

(см. (12')) и оставляет всего лишь один свободный параметр.

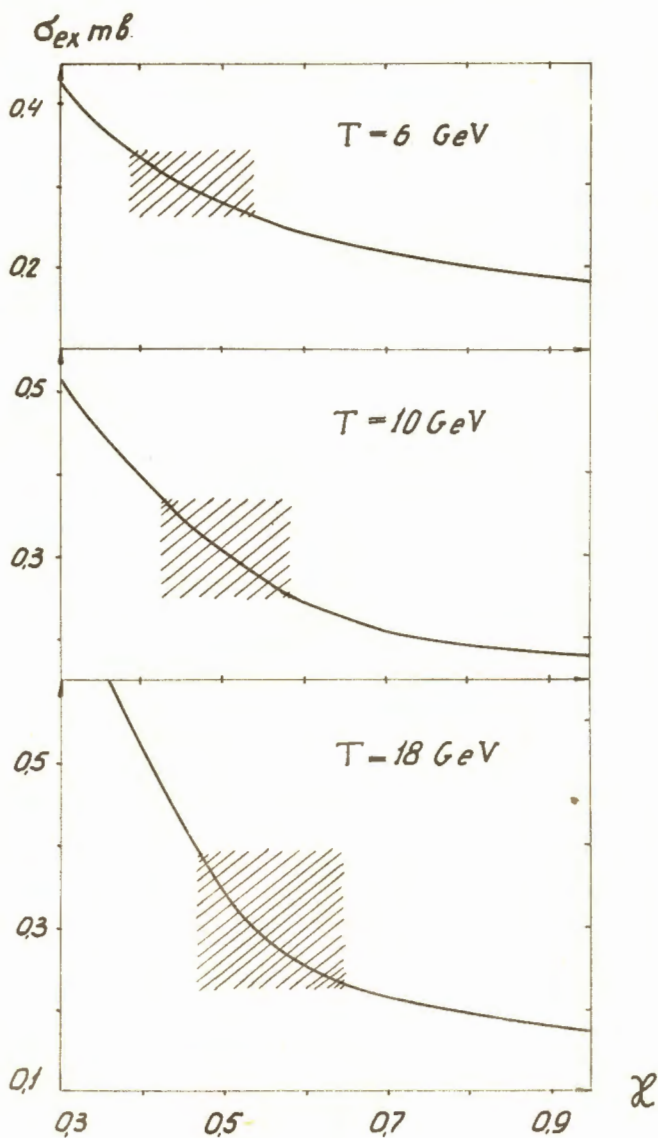
На рис. 3 вычисленные значения  $\sigma_{\text{ex}}(T)$  приведены в зависимости от величины параметра  $\kappa$ . Как видно, результаты расчета лучше всего согласуются с экспериментом, если  $\kappa \approx 0,5$ , т.е.  $a \approx 6,5$ .

Подчеркнем, что знак постоянной  $a$  целиком определяется знаком разности сечений  $\sigma_-(19) - \sigma_+(19)$ , поэтому одно и то же значение  $a$  (соответственно  $-\kappa$ ) описывает все три возможных асимптотических ситуации, изображенные на рис. 4. Другими словами, всем этим случаям соответствует одна и та же кривая  $\sigma_{\text{ex}}(T)$ .

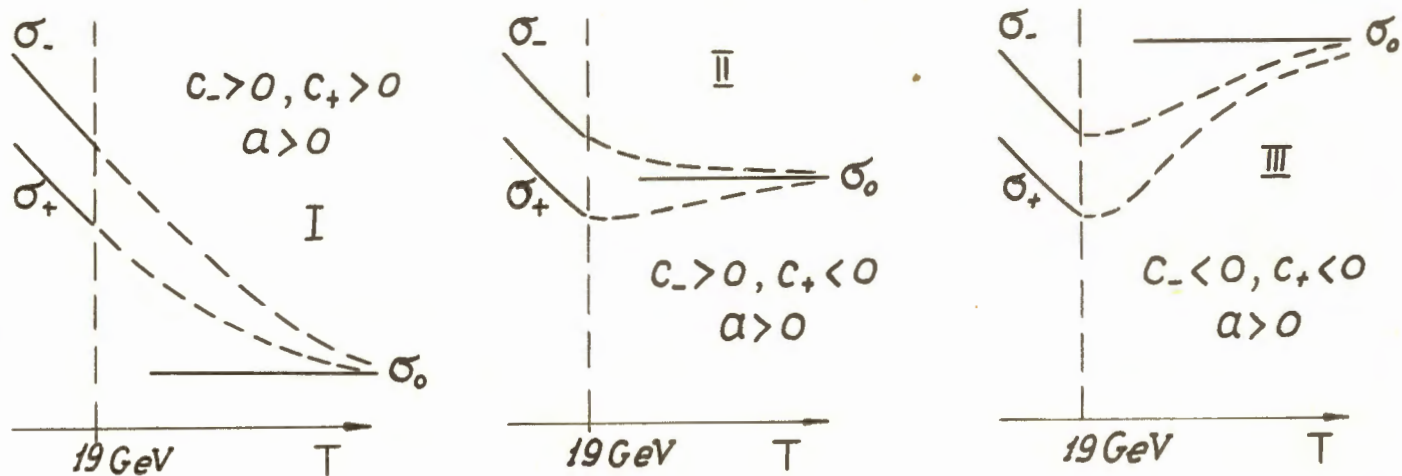
Теоретические сечения перезарядки, вычисленные при условии, что  $\kappa = 0,5$ ,  $a = 6,53$ , приведены в таблице 4. Эти данные относятся к области энергий

$T > 0,7$  Гэв, так как именно эта область представляет наибольший интерес с точки зрения экспериментальной проверки дисперсионных соотношений (см. следующий раздел).

<sup>x/</sup> Не исключено, что энергетическая зависимость сечения на рис. 2 описывается кривой типа изображенной на рис. 4 (III); однако следует предполагать, что точка минимума сечения в этом случае будет расположена значительно правее  $T = 19$  Гэв.



Р и с. 3. Зависимость сечения  $\pi^-$ - $p$  перезарядки под нулевым углом от величины параметра  $\kappa$ . Штриховкой указан разброс экспериментальных значений  $\sigma_{ex} + \Delta\sigma_{ex}$ .



Р и с. 4. Три возможных асимптотических режима сечений  $\sigma_{\pm}(T)$ , описываемых формулой (11) при условии, что  $\sigma_{-}(19) - \sigma_{+}(19) > \frac{1}{2}$ .

Все три режима характеризуются одним и тем же положительным значением постоянной  $a$ .

Таблица 4

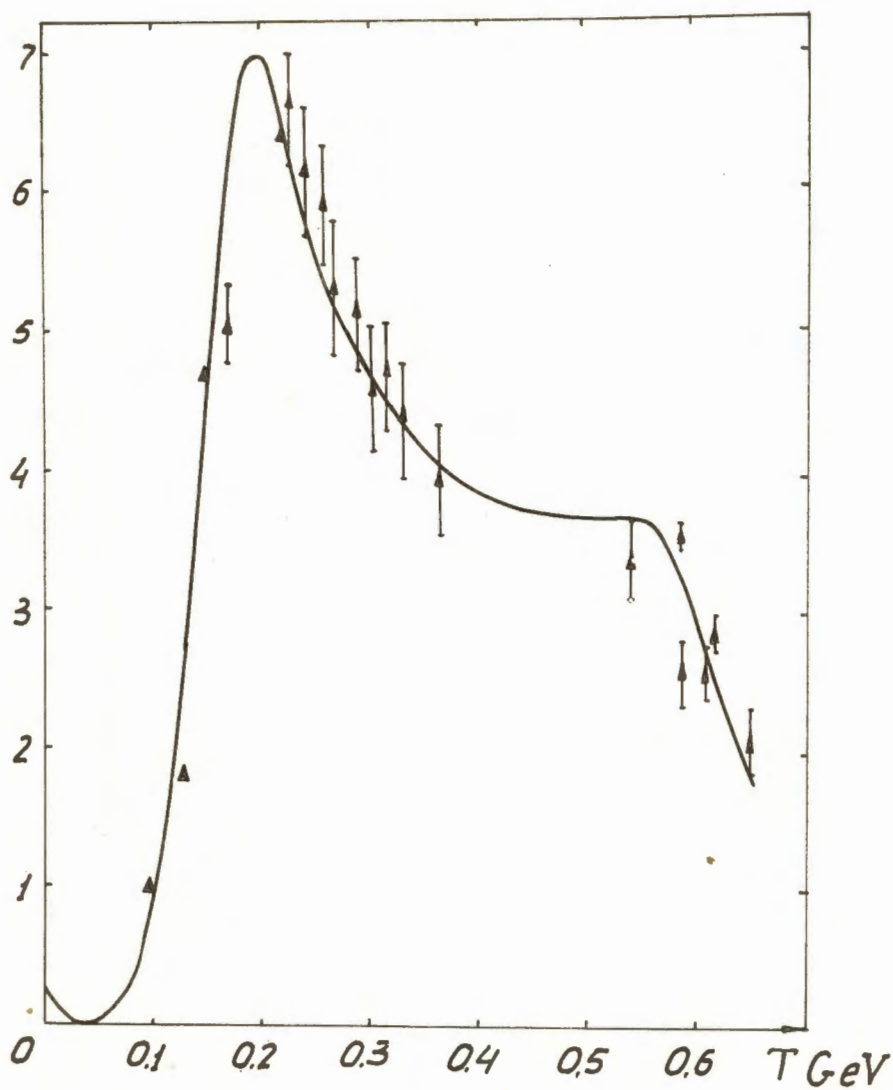
Сечение упругого  $\pi^-p$  рассеяния с перезарядкой под нулевым углом в системе центра

масс

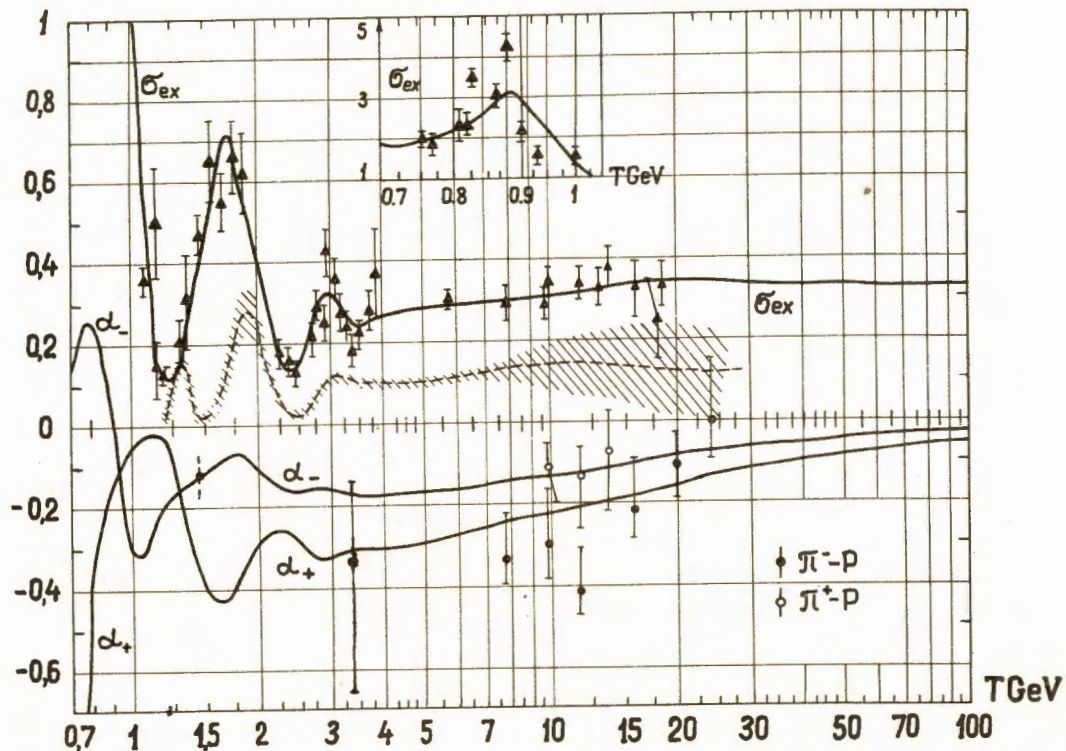
$T, \text{ ГэВ}$	$\sigma_{\text{ex}}, \text{ мб}$	$T, \text{ ГэВ}$	$\sigma_{\text{ex}}, \text{ мб}$
0,7	1,89	1,35	0,244
0,725	1,87	1,45	0,319
0,75	1,93	1,45	0,399
0,775	2,05	1,5	0,477
0,8	2,20	1,55	0,544
0,875	2,37	1,6	0,619
0,85	2,69	1,65	0,658
0,875	3,04	1,675	0,682
0,9	3,00	1,7	0,696
0,925	2,53	1,725	0,723
0,95	2,07	1,75	0,699
0,975	1,71	1,775	0,634
1	1,40	1,8	0,611
1,025	1,10	1,85	0,564
1,05	0,763	1,9	0,512
1,075	0,524	1,95	0,457
1,1	0,354	2	0,401
1,125	0,265	2,1	0,293
1,15	0,196	2,2	0,203
1,175	0,147	2,3	0,146
1,2	0,120	2,4	0,129
1,225	0,110	2,5	0,157
1,25	0,118	2,6	0,207
1,275	0,132	2,7	0,253
1,3	0,160	2,8	0,289
		2,9	0,317
		3	0,313
		3,1	0,293
		3,2	0,274
		3,3	0,260
		3,4	0,248
		3,5	0,240
		3,6	0,240
		3,7	0,244
		3,8	0,249
		3,9	0,255
		4	0,260
		4,5	0,272

$T, \text{ГэВ}$	$\sigma_{ex}, \text{мб}$	$T, \text{ГэВ}$	$\sigma_{ex}, \text{мб}$
5	0,275	17	0,340
5,5	0,278	18	0,344
6	0,282	19	0,346
7	0,289	20	0,348
8	0,294	22	0,346
9	0,299	24	0,342
10	0,303	26	0,338
11	0,308	28	0,335
12	0,312	30	0,333
13.	0,318	35	0,331
14	0,324	40	0,328
15	0,330	50	0,327
16	0,335	100	0,324
		200	0,323





Р и с. 5. Сечение перезарядки  $\sigma_{ex}$  при энергиях  $T < 0,7$  Гэв (взято из работы Хёлера<sup>/10/</sup>). Система центра масс.



Р и с. 6

Энергетическая зависимость сечения перезарядки в системе центра масс  $\sigma_{ex}$  и отношения реальной и мнимой частей упругого  $\pi^\pm - p$  рассеяния  $a_\pm$ .

Пунктиром нанесены значения  $(\sigma_{ex})_{\min} = \frac{1}{2}(k/4\pi)^2 (\sigma_+ - \sigma_-)^2$ ; штриховкой отмечены их неточности, обусловленные ошибками в сечениях  $\Delta\sigma_\pm$ . Экспериментальные значения  $\sigma_{ex}$  и  $a_\pm$  взяты из работ /10,82-88/.

На рис. 5 и 6 расчетные сечения  $\sigma_{ex}$  сравниваются с известными экспериментальными данными. Как видно, имеет место хорошее согласие во всей области энергий.

### 5. Реальная часть амплитуды упругого $\pi^{\pm}$ -р рассеяния

Значения  $D_{\pm}(T)$ , вычисленные при условии, что  $\kappa = 0,5$  и  $\sigma_0 = 22,5$  мб, приведены в таблице 5. Для удобства сравнения с экспериментом данные в этой таблице приведены для системы центра масс.

В таблице 6 приведены часто используемые в экспериментальных работах отношения реальных и мнимых частей амплитуд

$$a_{+} = \frac{D_{+}(T)}{I_{+}(T)} \quad \text{и} \quad a_{-}(T) = \frac{D_{-}(T)}{I_{-}(T)} \quad (21)$$

Эти отношения, очевидно, не зависят от выбора системы координат.

Так как использовавшиеся при вычислениях значения сечений  $\sigma_{\pm}(T)$  и постоянных  $f^{\pm}$  и  $D_{\pm}^0$  с высокой степенью точности обеспечивали обращение в нуль коэффициентов  $A_{\pm}$  и  $B_{\pm}$  (см. формулу (8)), то результаты, полученные с помощью дисперсионных соотношений (3), не отличались от результатов, полученных с помощью дисперсионных соотношений, из которых с самого начала вычтен член  $A_{\pm} E \ln E + B_{\pm} E$ .

На рис. 6-9 результаты дисперсионных расчетов сравниваются с данными опыта. В области низких энергий эксперимент и теория хорошо согласуются, хотя несколько лет тому назад имелись некоторые основания сомневаться в справедливости дисперсионных соотношений для  $\pi^{\pm}$ -р рассеяния при  $T \approx (100-300)$  Мэв. Этот вопрос (так называемая "проблема Пуппи-Стангелини") широко обсуждался в литературе (см., например, работы /79-84/).

При  $T \gtrsim 1$  Гэв, несмотря на то, что ошибки измерений еще довольно велики, отчетливо наблюдается расхождение между экспериментальными и теоретическими величинами:

во-первых, средние экспериментальные значения  $D_{-}(T)$  в области энергий  $T \approx 7 - 24$  Гэв возрастают значительно быстрее, чем это предсказывается дисперсионными соотношениями;

во-вторых, знак разности теоретических значений

$$\Delta D(T) \equiv D_{-}(T) - D_{+}(T)$$

при  $T \approx 10-24$  Гэв оказывается противоположным тому, что наблюдается на опыте. Это противоречие является более серьезным фактом, чем несогласие в степени возрастания экспериментальной и теоретической кривых  $D_{-}(T)$ . Если допустить справедливость

Таблица 5

Реальная часть амплитуды упругого  $\mathcal{F}^{\pm} - \rho$  рассеяния под нулевым углом

(система центра масс)

$T$ , Гэв	$D_+$ , $10^{-13}$ см	$D_-$ , $10^{-13}$ см	$T$ , Гэв	$D_+$ , $10^{-13}$ см	$D_-$ , $10^{-13}$ см
0,7	-0,315	0,0962	1,4	-0,354	-0,140
0,725	-0,268	0,143			
0,75	-0,216	0,182	1,54	-0,397	-0,130
0,775	-0,168	0,233	1,5	-0,425	-0,119
0,8	-0,139	0,250	1,55	-0,438	-0,109
0,825	-0,121	0,248	1,575	-0,446	-0,103
0,85	-0,109	0,216	1,6	-0,446	-0,0984
0,875	-0,101	0,140	1,625	-0,441	-0,0938
0,9	-0,094	-0,035	1,65	-0,438	-0,0904
0,925	-0,0849	-0,156	1,675	-0,433	-0,0872
0,95	-0,0704	-0,234	1,7	-0,423	-0,0809
0,975	-0,0588	-0,284	1,725	-0,410	-0,0742
1	-0,0463	-0,321	1,75	-0,391	-0,0791
1,025	-0,0248	-0,336	1,775	-0,373	-0,0870
1,05	-0,0222	-0,320	1,8	-0,363	-0,0905
1,075	-0,0210	-0,295	1,85	-0,347	-0,102
1,1	-0,0193	-0,258	1,9	-0,332	-0,116
1,125	-0,0161	-0,232	2	-0,309	-0,144
1,15	-0,0167	-0,211	2,1	-0,296	-0,169
1,175	-0,0253	-0,197	2,2	-0,298	-0,191
1,2	-0,0370	-0,187	2,3	-0,315	-0,210
1,225	-0,0526	-0,177	2,4	-0,344	-0,221
1,25	-0,128	-0,163	2,6	-0,400	-0,220
1,3	-0,180	-0,159	2,7	-0,419	-0,222
1,325	-0,234	-0,154	2,8	-0,477	-0,222
1,35	-0,283	-0,148	2,9	-0,432	-0,227
1,375	-0,323	-0,144	3	-0,427	-0,233
			3,2	-0,420	-0,248
			3,5	-0,429	-0,264
			3,8	-0,442	-0,270
			4	-0,451	-0,270
			4,5	-0,452	-0,275
			5	-0,455	-0,280
			5,5	-0,456	-0,282
			6	-0,457	-0,284
			7	-0,460	-0,285
			8	-0,461	-0,287
			9	-0,463	-0,287

10	-0,462	-0,286
12	-0,461	-0,285
15	-0,457	-0,276
18	-0,447	-0,249
20	-0,438	-0,240
25	-0,411	-0,223
30	-0,398	-0,213
35	-0,389	-0,205
40	-0,383	-0,200
50	-0,373	-0,192
100	-0,351	-0,171
200	-0,335	-0,156

---

Таблица 6

Отношение реальной и мнимой частей амплитуды упругого  $\mathcal{H}^z$ -р рассеяния под  
нулевым углом

$T$ , Гэв	$\alpha_+$	$\alpha_-$	$T$ , Гэв	$\alpha_+$	$\alpha_-$
0,7	- 1,04	0,127	1,4	-0,305	- 0,136
0,725	-0,851	0,187			
0,75	-0,660	0,230	1,45	-0,352	-0,125
0,775	-0,453	0,267			
0,8	-0,328	0,261	1,5	-0,387	-0,113
0,825	-0,257	0,236	1,55	-0,408	-0,101
0,85	-0,215	0,186	1,6	-0,427	-0,0896
0,875	-0,186	0,109	1,625	-0,428	-0,0844
0,9	-0,156	0,040	1,65	-0,429	-0,0804
0,925	-0,143	-0,119	1,675	-0,430	-0,0767
0,95	-0,113	-0,188	1,7	-0,423	-0,0703
0,975	-0,0904	-0,239	1,75	-0,396	-0,0662
1	-0,0682	-0,284	1,8	-0,362	-0,0740
1,025	-0,0348	-0,315	1,85	-0,340	-0,0818
1,05	-0,0292	-0,316	1,9	-0,321	-0,0916
1,075	-0,0264	-0,306	2	-0,287	-0,110
1,1	-0,0232	-0,272	2,1	-0,263	-0,127
1,125	-0,0185	-0,245	2,2	-0,253	-0,141
1,15	-0,0183	-0,223	2,3	-0,256	-0,154
1,175	-0,0264	-0,205	2,4	-0,272	-0,161
1,2	-0,0369	-0,194	2,5	-0,290	-0,160
1,225	-0,0501	-0,183	2,6	-0,307	-0,158
1,25	-0,0736	-0,173	2,7	-0,320	-0,156
1,275	-0,112	-0,165	2,8	-0,326	-0,156
1,3	-0,154	-0,160	2,9	-0,329	-0,156
1,325	-0,197	-0,154	3	-0,323	-0,157
1,35	-0,239	-0,147	3,2	-0,310	-0,164
1,375	-0,275	-0,142	3,5	-0,304	-0,170
			3,8	-0,304	-0,170
			4	-0,305	-0,168
			4,5	-0,298	-0,167
			5	-0,288	-0,165
			5,5	-0,278	-0,161
			6	-0,268	-0,159
			7	-0,253	-0,148
			8	-0,238	-0,135
			9	-0,228	-0,132
			10	-0,218	-0,128
			12	-0,208	-0,117

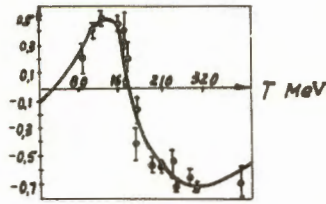
T, ГэВ	$\alpha_+$	$\alpha_-$	T, ГэВ	$\alpha_+$	$\alpha_-$
15	-0,182	-0,101	35	-0,103	-0,0518
18	-0,162	-0,0852	40	-0,0947	-0,0475
20	-0,153	-0,0775	50	-0,0828	-0,0409
25	-0,128	-0,0656	100	-0,0554	-0,0262
30	-0,113	-0,0576	200	-0,0376	-0,0172

Таблица 7

Реальная часть амплитуды упругого P-P рассеяния под нулевым углом  
(система центра масс)

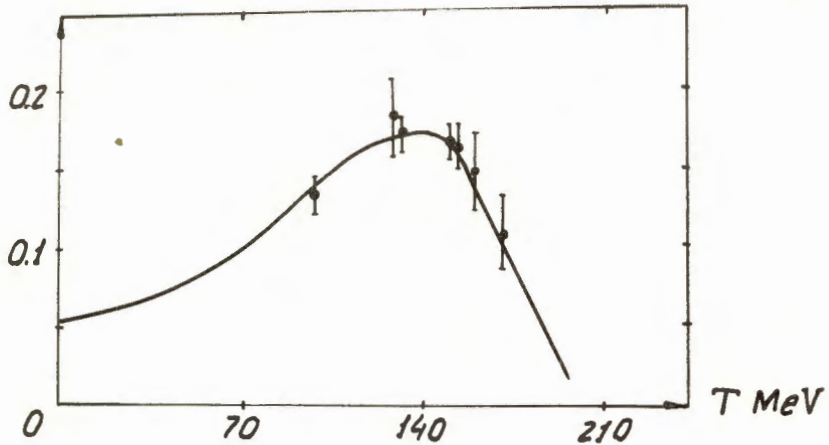
T, ГэВ	$D_+, 10^{-13} \text{ см}^2$	$\alpha_+ = D_+/I_+$
0,7	0,19	0,19
0,75	0,16	0,15
0,8	0,13	0,11
0,85	0,09	0,08
0,9	0,056	0,045
0,95	0,03	0,02
1	-0,005	-0,004
1,25	-0,13	-0,1
1,5	-0,22	-0,14
1,75	-0,34	-0,21
2	-0,44	-0,25
2,5	-0,55	-0,29
3	-0,66	-0,32
4	-0,78	-0,34
5	-0,86	-0,34
10	-1,15	-0,33
15	-1,3	-0,32
20	-1,4	-0,30
30	-1,6	-0,28





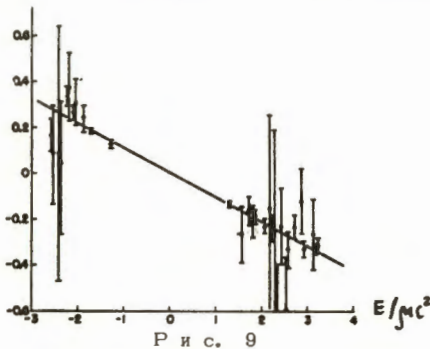
Р и с. 7

Сравнение экспериментальных и теоретических значений реальной части амплитуды упругого  $\pi^+$ -р рассеяния<sup>/81/</sup>.



Р и с. 8

Сравнение экспериментальных и теоретических значений реальной части амплитуды упругого  $\pi^-$ -р рассеяния<sup>/84/</sup>.



Р и с. 9

Сравнение экспериментальных и вычисленных из дисперсионных соотношений величин.

$$J_{\pm}(E) \approx \frac{1}{2} \{ D_{+}^0 \cdot (1 \pm E) + D_{-}^0 \cdot (1 \mp E) \}$$

( E - полная энергия налетающего  $\pi^{\pm}$ -мезона)<sup>/82/</sup>.

Как видно, экспериментальные точки хорошо укладываются на теоретическую прямую.

дисперсионных соотношений в районе сравнительно небольших энергий  $T = 1,5-2$  Гэв, то для согласия с опытом при высоких энергиях необходимо, чтобы в интервале  $T = 2 \div 10$  Гэв была точка пересечения кривых  $D_+(T)$  и  $D_-(T)$ , т.е. расхождение с теоретическими кривыми на рис. 6 должно иметь место уже при  $T < 10$  Гэв<sup>/6/</sup>.

Интересно отметить, что оценочное экспериментальное значение  $|a_-|$  при  $T = 1,45$  Гэв из работы<sup>/88/</sup> близко к расчетному значению  $a_-$  (см. рис. 6)<sup>x/</sup>. В то же время результаты измерений при  $T = 3,86$  Гэв, полученные в Дубне, показывают устойчивую тенденцию все большего отклонения от теоретической кривой  $a_-(T)$ <sup>xx/</sup>.

В нашей работе<sup>/5/</sup>, выполненной еще до опубликования экспериментальных данных<sup>/92/</sup>, была получена точка пересечения  $\Delta D = 0$  при  $T = 10$  Гэв; однако в области высоких энергий  $T \geq 10$  Гэв результаты работы<sup>/92/</sup> следует рассматривать лишь как ориентировочные вследствие приближенного выбора асимптотического хода использованных при расчетах сечений  $\sigma_{\pm}(T)$  (при вычислениях предполагалось, что  $\sigma_{\pm}(T) = \text{Const}$  уже при  $T \geq 25$  Гэв). В области  $T \geq 10$  Гэв полученные таким образом результаты могут претендовать на предсказание приблизительно правильных значений амплитуд  $D_{\pm}$ , но не таких деталей, как величина разности  $\Delta D$ .

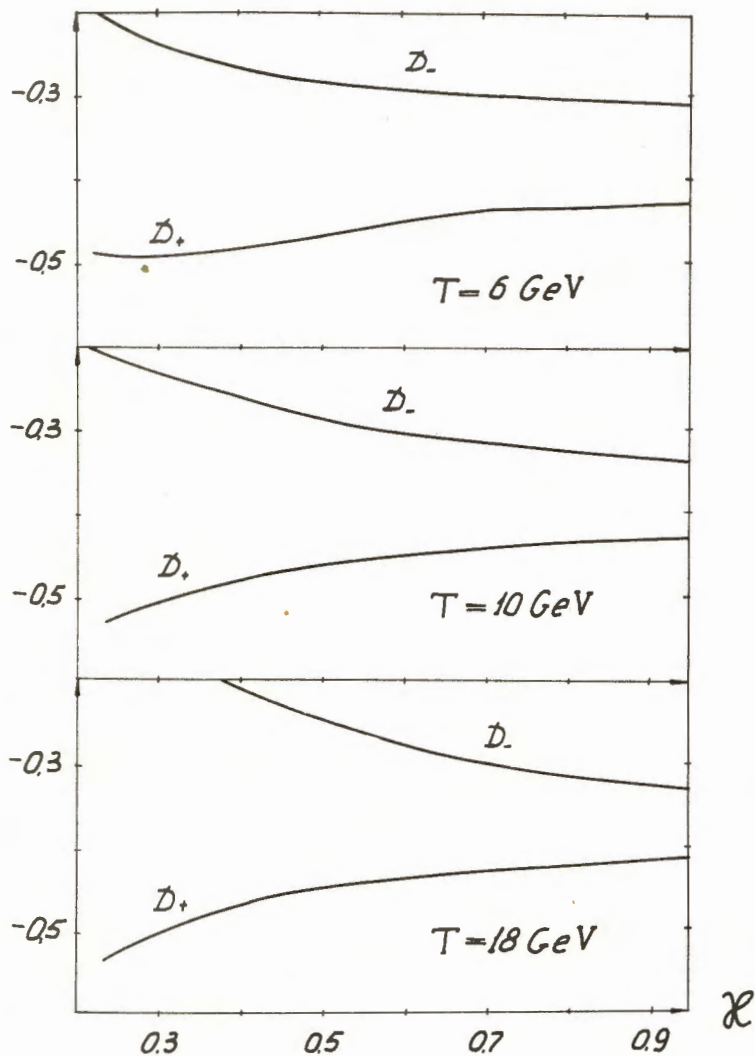
Результаты новых дисперсионных расчетов в таблицах 5 и 6 являются значительно более точными. При этом никаких пересечений кривых  $D_{\pm}(T)$  в области  $T > 1,3$  Гэв не происходит.

На рис. 10 и 11 показано изменение вычисленных значений  $D_{\pm}(T)$  в зависимости от варьирования параметров в формуле (11). Амплитуды  $D_{\pm}$  заметно менее чувствительны к такому варьированию, чем сечение  $\sigma_{\text{ex}}$  (ср. рис. 3). Существенно подчеркнуть, что во всех случаях теоретические кривые  $D_{\pm}(T)$  с ростом энергии спадают медленнее, чем средние экспериментальные значения из работы<sup>/88/</sup>.

x/ Оценка  $|a_-| \approx -0,1$  получена для среднего значения  $\sigma_t$ <sup>/20/</sup>.

xx/ Последнее значение  $a_-$ , полученное в Дубне при  $T = 3,36$  Гэв, равно  $-0,33 + 0,17 - 0,27$  (Л.С. Золин, Л.Ф. Кириллова и др. Препринт ОИЯИ, Е-2413, Дубна, 1965).

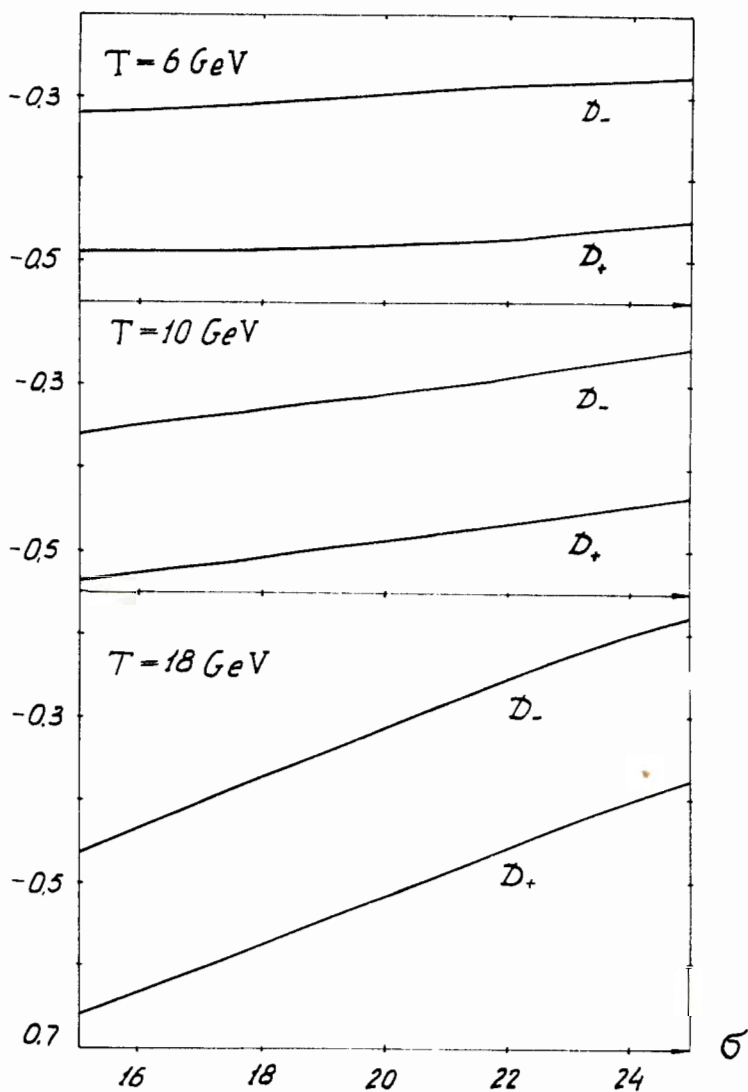
В работе<sup>/6/</sup> отмечалось, что в то время как экспериментальные данные<sup>/91/</sup> противоречат дисперсионным расчетам, средние результаты, полученные в Дубне с помощью интерференционных и обычных фотоэмульсионных измерений (соответственно  $a_- = -0,33 + 0,19 - 0,27$ <sup>/90/</sup> и  $a_- = -0,01 + 0,30$ <sup>/89/</sup>), близки к теоретической кривой  $a_-(T)$ . Однако несмотря на близкую величину указанных погрешностей  $\Delta a_-$  результаты интерференционных измерений являются существенно более точными. Поэтому следует ожидать, что значение  $a_-$  из работы<sup>/6/</sup> ближе к истинному, чем усредненное значение, приведенное в работе<sup>/6/</sup>. Я благодарен В.А. Никитину, В.А. Свиридову и Л.Н. Струнову за очень подробное обсуждение этого вопроса.



Р и с. 10

Зависимость значений  $D_+$  (сплошная кривая) и  $D_-$  (пунктир) от величины параметра  $\kappa$ .

Система центра масс;  $\sigma_0 = 22,5 \text{ мб}$ .



Р и с. 11.

Зависимость значений  $D_+$  и  $D_-$  (соответственно сплошная и пунктирная кривые) от величины параметра  $\sigma_0$ . Система центра масс;  $\kappa = 0,5$ .

Пересечение кривых  $D_+(T)$  и  $D_-(T)$  в области  $T = 1,3-30$  Гэв имеет место лишь при значениях  $\kappa > 1$  (именно такому выбору  $\kappa$  и соответствуют расчеты в работе /5/), с уменьшением величины  $\kappa$  точка пересечения сдвигается в область все больших и больших энергий.

Если  $\kappa \leq 1$ , то у кривых  $D_{\pm}(T)$  нет пересечения не только в ускорительной области  $T = 1,3-30$  Гэв, но эти кривые не пересекаются нигде и при больших энергиях. В последнем нетрудно убедиться, если с помощью дисперсионных соотношений (3) разность  $\Delta D(T)$  записать в виде

$$\begin{aligned} \Delta D(T) &= \frac{f^2}{E} \left(4 - \frac{\mu^2}{M}\right) + \\ &+ \frac{E}{2\pi^2} \int_{\mu}^{E^*} \frac{dE'}{k'} [\sigma_+(T') - \sigma_-(T')] \sum_{n \geq 0} \left(\frac{E'}{E}\right)^{2(n+1)} + \frac{a}{2\pi^2} I \cdot E^{1-\kappa} = \\ &\approx 0,87 \left(\frac{E^*}{E}\right) \left\{1 + 0,043 \left(\frac{E^*}{E}\right)^2 + 0,275 \left(\frac{E^*}{E}\right)^4 + \dots\right\} + \frac{a}{2\pi^2} I \cdot E^{1-\kappa}, \end{aligned} \quad (22)$$

$$E^* = T^* + M, \quad T^* \approx 19 \text{ Гэв}^{x/},$$

$$I = p \int_{E^*/E}^{\infty} \frac{t^{1-\kappa}}{t^2 - 1} dt \quad (23)$$

(при этом мы учли, что коэффициенты  $A_{\pm} = B_{\pm} = 0$ ; см. выражение (8)).<sup>x/</sup>

Так как при всех значениях  $\kappa \leq 1$  интеграл  $I > 0$ , то разность  $\Delta D(T)$  также остается положительной во всей области  $T > 30$  Гэв<sup>/92/</sup>.

В частности, при  $(T^*/T) \ll 1$  и  $\kappa = 0,5$

$$\begin{aligned} \Delta D(T) &= T^{1-\kappa} \frac{a}{4\pi} \operatorname{tg} \frac{(1-\kappa)\pi}{2} + 0 \left(\frac{T^*}{T}\right) \approx \\ &\approx \frac{a}{4\pi} \sqrt{T} \approx 0,26 \sqrt{T(\text{Гэв})} \cdot 10^{13} \end{aligned} \quad (24)$$

(лабораторная система координат) и, следовательно,

<sup>x/</sup> Более точно: численные коэффициенты в (22) вычислены для  $T^* = 20$  Гэв<sup>/92/</sup>; однако при  $T^*/T \ll 1$  сдвиг  $T^*$  на 1 Гэв несущественно сказывается на величине  $\Delta D(T)$ .

$$\alpha_{-}(T) - \alpha_{+}(T) = \frac{1}{T} \frac{a}{\kappa \sigma_0} \operatorname{tg} \frac{(1-\kappa)\pi}{2} + 0 \left[ \left( \frac{T^*}{T} \right)^2 \right] \approx \frac{0,29}{\sqrt{T(\text{ГэВ})}} \quad (25)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{ex}}(T) &= \frac{1}{2} \left\{ \frac{M}{2T} |\Delta D(T)|^2 + \frac{MT}{2(4\pi)^2} |\Delta \sigma(T)|^2 \right\} = T^{1-2\kappa} \frac{Ma^2}{64\pi^2} \left[ 1 + \operatorname{tg}^2 \frac{(1-\kappa)\pi}{2} \right] + 0 \left( \frac{T^*}{T} \right) \approx \\ &\approx \frac{Ma^2}{32\pi^2} \approx 0,31 \text{ Мб} \end{aligned} \quad (26)$$

( в системе центра масс ).

Существенно подчеркнуть, что независимо от какой-либо теории в точке, где  $D_{-}(T) = D_{+}(T)$ , сечение перезарядки  $\sigma_{\text{ex}}(T)$  должно спадать до его минимального значения

$$\sigma_{\text{ex}}(T)_{\text{min}} = \frac{1}{2} \left( \frac{k}{4\pi} \right)^2 [\sigma_{+}(T) - \sigma_{-}(T)]^2 \quad (27)$$

Известные в настоящее время экспериментальные данные (см. рис. 6) во всей области энергий  $T > 1,3$  ГэВ приблизительно вдвое превосходит  $\sigma_{\text{ex}}(T)_{\text{min}}$  и не указывают на существование какого-либо минимума в этой области. Отсюда следует заключить, что либо неточны экспериментальные данные ( $D_{\pm}(T)$  или  $\sigma_{\text{ex}}(T)$ ), либо сильное нарушение дисперсионных соотношений происходит уже при  $T < 1,3$  ГэВ. Последнее явление было бы весьма удивительным.

Таким образом, вопрос о поведении реальной части амплитуды упругого  $\pi^{\pm} - p$  рассеяния при высоких энергиях остается неясным и требует дальнейшего, в первую очередь экспериментального исследования. В частности, для проверки выводов работы /91/ о знаке разности  $\Delta D(T)$  было бы важно выполнить измерения  $D_{\pm}(T)$  при  $T \approx 5 \div 10$  ГэВ.

### 6. Рассеяние протонов и антипротонов на протонах

Как уже отмечалось выше, наличие нефизической области и неизвестная величина сечений  $\sigma_t(\bar{p}p)$  при  $T \lesssim 50$  МэВ приводят к тому, что результаты расчетов в этом случае являются значительно менее определенными, чем для  $\pi^{\pm} - p$  рассеяния.

Если дисперсионный интеграл по нефизической области представить в виде ряда по степеням  $(M/E) < 1$ ,

$$\int_{M-4M} \dots dE' = c_0 + c_1 \left(\frac{M}{E}\right) + c_2 \left(\frac{M}{E}\right)^2 + \dots, \quad (28)$$

то коэффициенты  $c_n$ , в принципе, можно было бы определить из сравнения теоретических и экспериментальных значений  $D_{\pm}(T)$  подобно тому, как это делается для определения вычитательных постоянных  $a_n$ .

В области энергий  $T < 1$  Гэв существенны всего лишь два-три первых члена разложения (28), и так как в настоящее время накоплено уже достаточно большое количество экспериментальных данных по  $D_+(T)$ , то сравнение со средней экспериментальной кривой позволяет довольно точно определить вклад нефизической области (и вклад той части дисперсионного интеграла, которая содержит  $\sigma_t(\bar{p}p)$  при  $T \lesssim 50$  Мэв; эту часть интеграла можно включить в разложение (28)).

Вычисленные таким образом значения  $D_+(T)$  (в системе центра масс) и соответствующая величина отношения реальной и мнимой частей  $\alpha_+(T)$  приведены в таблице 7. На рис. 12 результаты расчетов сравниваются с экспериментом.

Как и в предыдущем разделе, при вычислениях учитывалось равенство нулю коэффициентов  $A_{\pm}$  и  $B_{\pm}$  в формуле (8), значения сечения  $\sigma_+(T)$  при  $T > 30$  Гэв и сечение  $\sigma_-(T)$  при  $T > 19$  Гэв аппроксимировались выражением (11) с параметрами  $\sigma_0 = 37,5$  мб и  $\kappa = 0,5$ .

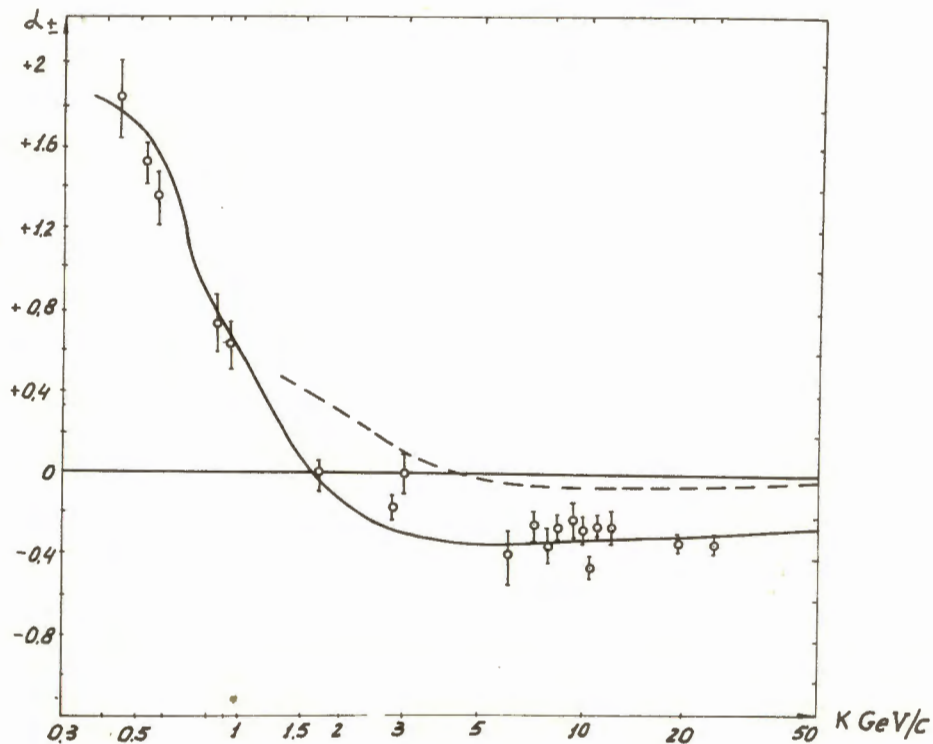
Из рис. 12 видно, что во всей области энергий вплоть до  $T \approx 25$  Гэв результаты расчетов вполне удовлетворительно согласуются с опытом; никаких заметных расхождений между экспериментом и теорией здесь не наблюдается.

По сравнению с рассмотренным выше случаем  $\pi - N$  рассеяния дисперсионные кривые на рис. 12 являются значительно более плавными. Это обусловлено в первую очередь тем, что в упругом  $p - p$  и  $\bar{p} - p$  рассеянии нет резонансов.

Так как определение построенных  $c_n$  из сравнения с экспериментальными данными при высоких энергиях фактически означает нормировку теоретической кривой, то дисперсионные соотношения с большим числом вычитаний в пределах ошибок, связанных с определением постоянных  $c_n$  и дополнительных вычитательных постоянных  $a_n$ , приводят к тем же самым результатам (были рассмотрены случаи одного и двух дополнительных вычитаний).

В настоящее время мы еще не располагаем достаточно достоверными экспериментальными данными о величине  $D_-$ , поэтому вычислить кривую  $D_-(T)$  указанным выше способом невозможно; можно получить лишь грубые оценки  $D_-(T)$   $/4,5/$ .





Р и с. 12

Энергетическая зависимость отношения реальной и мнимой частей амплитуды упругого  $p-p$  и  $\bar{p}-p$  рассеяния на угол  $\theta = 0$ .

Значения  $\alpha_+(T)$  при  $T < 0,7$  Гэв вычислены по методу Содинга<sup>/7/</sup>, но при другом выборе асимптотики сечений  $\sigma_-$  (см. текст). Кривая  $\alpha_-(T)$  (пунктир) целиком взята из работы Содинга<sup>/7/</sup>. Экспериментальные данные взяты из работ<sup>/83-103/</sup>.

Недавно Сединг<sup>/7/</sup> обратил внимание на то что дисперсионный интеграл по нефизической области можно приближенно представить в виде суммы полюсных членов, обусловленных взаимодействием рассеивающихся частиц с промежуточными пионными резонансами:

$$\frac{k^2}{4\pi} \int \dots dE' = \sum_n (g_n \frac{\mu_n}{2M})^2 \frac{(k/\mu_n)^2}{M - (\mu_n^2/2M) \mp E} \quad (29)$$

где  $\mu_n$  - масса резонанса,  $g_n$  - эффективная постоянная связи этого резонанса с нуклоном (см. рис. 13).

Каждый из членов в сумме (29) имеет точно такой же вид, как и обычный полюсный член в дисперсионном соотношении, обусловленный  $\pi$ -мезоном<sup>/4/</sup>; различие заключается лишь в величине масс  $\mu_n$  и постоянных связи  $g_n^2$  (для  $\pi$ -мезона  $g_n^2 = g_\pi^2 = 14,7$ ).

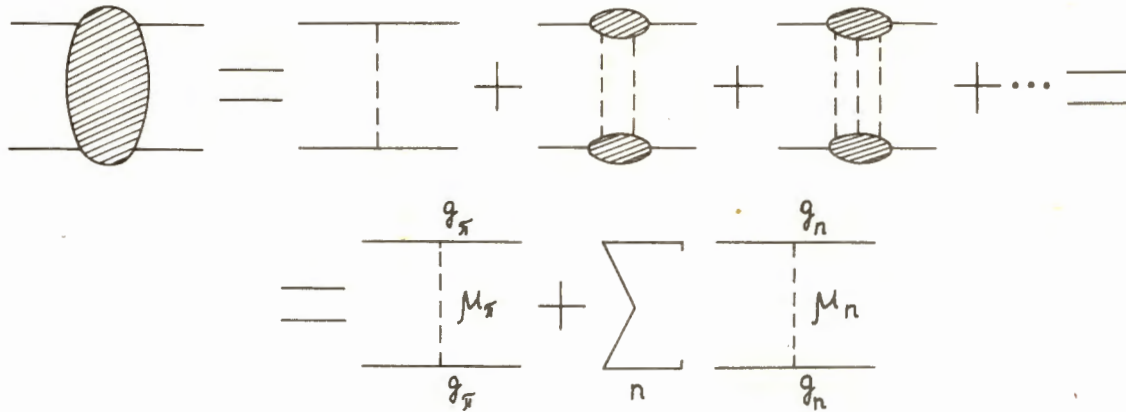
Величину постоянных  $g_n^2$  можно определить из сравнения теоретических и экспериментальных значений  $D_+(T)$ , либо использовать для этой цели результаты анализа других эффектов, например, результаты феноменологического анализа  $p-p$  и  $p-n$  рассеяния или данные, полученные из измерения экспериментальных формфакторов<sup>/104-107/</sup>.

Следует подчеркнуть, что значения  $g_n^2$  в настоящее время известны лишь грубо ориентировочно. В работе Сединга<sup>/7/</sup> постоянные  $g_n^2$  для  $\rho$ - и  $\omega$ -мезонов были взяты из работы<sup>/106/</sup>, а постоянная связи  $\eta$ -мезона подбиралась из сравнения расчетной кривой  $D_+(T)$  с экспериментом в области  $T = 68 \pm 310$  Мэв. При этом предполагалось, что подобранная таким образом постоянная приближенно аппроксимирует также и вклад дисперсионного интеграла по области физических энергий  $T \leq 50$  Мэв, содержащего неизвестные нам сейчас значения сечения  $\sigma_-(T)$ .

Преимущество метода, предложенного Седингом, перед рассмотренным выше заключается в том, что в области низких энергий, где имеется целый ряд довольно точных экспериментальных данных, выражение (29) содержит значительно меньшее число параметров, чем разложение (28).

После того, как сравнением с экспериментом определены постоянные  $g_n$ , из дисперсионных соотношений можно вычислить не только значения  $D_+(T)$ , но и реальную часть  $\bar{p}$ -р амплитуды  $D_-(T)$ .

Полученная таким образом в работе Сединга<sup>/7/</sup> кривая  $a_-(T) = D_-(T)/I_-(T)$  приведена на рис. 12. Следует, однако, иметь в виду, что расчеты в работе<sup>/7/</sup> были выполнены в предположении, что при  $T > 9$  Гэв сечения  $\sigma_\pm$  описываются формулами типа (11) с одинаковыми асимптотическими сечениями  $\sigma_+^0 = \sigma_-^0 = 39$  мб, но сильно различаются значениями  $\kappa$ :  $\kappa_+ = 2,5$ ,  $\kappa_- = 0,72$ . Такой выбор постоянных представляется сейчас весьма нереальным (особенно в области  $T = 10 \pm 30$  Гэв), поэтому



Р и с. 13. Резонансная аппроксимация дисперсионного интеграла по нефизической области  $E' \in [0, m]$ .

Первый член аппроксимирующего ряда представляет собой хорошо известный пионный полюсный член.

результаты расчетов Содинга при  $T \gtrsim 10$  Гэв можно рассматривать лишь как ориентировочные. В частности, при  $T \gtrsim 10$  Гэв кривая  $a_{\pm}(T)$ , вычисленная Содингом, в отличие от данных, приведенных в таблице 7 и на рис 12, проходит значительно ниже известных экспериментальных точек.

### 7. З а к л ю ч е н и е

Таким образом, сравнение дисперсионных расчетов с опытом показывает хорошее согласие в случае  $p-p$  рассеяния и удивительное расхождение в случае  $\pi^{\pm}-p$  рассеяния, причина которого остается пока еще неясной. Вполне возможно, что это расхождение обусловлено неточностью экспериментальных данных.

Методами, подобными тем, что были использованы выше для расчета  $p-p$  и  $\pi^{\pm}-p$  взаимодействий, можно вычислить значения  $D_{\pm}(T)$  для рассеяния  $K^-$  и  $\bar{K}^-$ -мезонов на нуклонах, где также имеется нефизическая область (подробнее см. <sup>14</sup>). Однако в этом случае еще нет достаточно достоверной экспериментальной информации для сравнения с теорией.

### Л и т е р а т у р а

1. M. Bunge, *Causality*. Harvard univ. pres, Cambridge, 1959.
2. Г.А. Свечников. Категория причинности в физике, Москва, 1961.
3. Н.Н. Боголюбов, Д.В. Ширков. Введение в теорию квантованных полей, Москва, 1957.
4. V.S. Barashenkov. *Fortschritte d. Phys.*, 10, 205 (1962).
5. V.S. Barashenkov, V.I. Dedyu. *Nucl. Phys.*, 64, 636 (1965).
6. V.S. Barashenkov. *Real Part of Zero-Angle Elastic Scattering Amplitude and Charge Exchange Cross Section at High Energies*. Preprint, P-2397, Dubna, 1965, to be published in the *Phys. Letters*.
7. P. Soding. *Phys. Lett.*, 8, 286 (1963).
8. L. Sertorio, M. Toller. *On the evaluation of the Real Part of the Forward Pion-Proton Scattering Amplitude in a Regge Poles Approximation*, preprint of Institute di Fizica, dell'Universita, Roma, 1965.
9. G. Hohler, G. Ebel, J. Gusecke. *Zs.f. Phys.*, 180, 430 (1964).
10. G. Hohler, J. Baacke, J. Gusecke, N. Zovko. *Pion-Nucleon Scattering in High Energies*. Invited paper at the Royal Societe Meeting on Pion-Nucleon Scattering, 1965.
11. G. Hohler. *Selected Topics in Pion-Nucleon Scattering and Photoproduction*, Preprint der Institute for Theoretische Kernphysik der Technische Hochschule Karlsruhe, 1965, To be published in the Supplement to *Il Nuovo Cimento*.

12. B.Amblard, P.Borgeaud, Y.Ducros, P.Falk-Vairant, O.Guisan, W.Laskar, P.Sonderegger, A.Strirling, M.Yvert, A.Tran Ha, S.D.Warshaw. Experimental Test of a dispersion Relation in the GeV Region, preprint de Centre d'etudes Nucleaires de Saclay, LPCHE 64-5, 1964.
13. I.W.Cronin. Phys. Rev., 118, 824 (1960).
14. И.И. Левинтов, Г.М. Адельсон-Вельский. Материалы 12-ой международной конференции по физике высоких энергий, Дубна, 1964 г.
15. В.С. Барашенков, В.И. Дедю. Материалы 12-ой международной конференции по физике высоких энергий, Дубна, 1964 г.
16. G.Hohler, J.Baacke. Phys.Lett., 18, 181 (1965).
17. B.Lautrup, P.Olesen. Phys. Lett., 17, 62 (1965).
18. B.Lautrup, P.Moller Nielsen, P.Olsen. Comparison of Forward Dispersion Relations with Experiments Around 10 GeV, preprint of University of Copenhagen, to be published in the Physical review.
19. P.Olesen. On the Comparison of Forward Pion-Nucleon Dispersion Relations with Experiments, preprint of Niels Bohr Institutet in Copenhagen. To be published in Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk.
20. В.С. Барашенков. Сечения взаимодействия элементарных частиц. Москва, "Наука", 1966.
21. S.J.Lindenbaum. Report on the 12-th Intern. Confer. on High Energy Phys., Dubna, 1964.
22. В.В. Гусева, Е.Д. Денисов, Н.А. Добротин, С.А. Дубровина, Д.В. Емельянов, Н.Г. Зелевинская, В.Г. Игнатьева, В.М. Максименко, А.Е. Морозов, О.Ф. Огурцов, С.А. Славатинский, В.В. Соколовский, В.И. Титов, И.Н. Фетисов, Н.Е. Хромых. Материалы Всесоюзного совещания по физике космических лучей, Москва, 1965 г.
23. Н.Л. Григоров, В.А. Собиняков, А. Третьякова, В.Я. Шестоперов, Х.П. Бабаян, Г.Г. Дулин. Материалы Всесоюзного совещания по физике космических лучей, Москва, 1965 г.
24. Н.Л. Григоров, И.Д. Рапопорт, И.А. Савенко, Г.А. Скуридин, В.Я. Шестоперов. Известия АН СССР, серия физич. 29, № 9 (1965).
25. V.S.Barashenkov. Fortschritte d. Phys., 9, 549 (1951).
26. R.N.Peacock, B.Hahn, E.Hugentobler, F.Steinrisser. Nuovo Cim., 22, 1290 (1961).
27. A.Ashmore, G.Cocconi, A.N.Diddens, A.M.Weithirell. Phys. Rev. Lett., 5, 576 (1960)
28. A.Ashmore, G.Cocconi, A.N.Diddens, A.M.Wethirell, SC 60-11, CERN, 1960.
29. Г. Бозоки, Е. Фенивеш, Л. Янош. Труды международной конференции по космическим лучам, 1, 171, Москва, 1959.
30. R.W.Williams. Phys.Rev., 98, 1393 (1955).
31. A.E.Brenner, R.W.Williams. Phys. Rev., 98, 1393 (1955).
32. Х.П. Бабаян, Н.Л. Григоров, М.М. Дубровин, Л.Г. Мищенко, В.С. Мурзин, Л.И. Сарычева, В.А. Собиняков, И.Д. Рапопорт. Труды международной конф. по космическим лучам, 1, 176, Москва, 1959.

33. В.И. Рубцов, Ю.А. Смородин, Б.В. Толкачев. ЖЭТФ, 44, 462 (1963).
34. J.Duthie, Thesis, University of Bristol, 1961.
35. Н. Вернов, Г.Б. Христиансен, А.Т. Абросимов, Г.В. Куликов, Ю.А. Нечин, В.И. Соловьева, Б.А. Хренов, О.В. Веденов, Ю.А. Фомин. Материалы 12-ой международной конференции по физике высоких энергий, Дубна, 1964.
36. G.Cvijanovich, B.Dayton, P.Egli, B.Klaiber, W.Koch, M.Nikolic, R.Schneeberger, H.Winzeler, J.C.Combe, W.M.Gibson, W.O.Lock, M.Schneeberger, G.Vanderhaeghe. Nuovo Cim., 20, 1012 (1961).
37. P.G.Bizzeti, A.M.Cartacci, M.G.Gagliana, M.Dell Corte, L.Tocci, G.Bobel, T.Tomasini, A.Mazzari-Chiesa. Nuovo Cim., 27, 6 (1963).
38. Y. K.Lim. Nuovo Cim., 26, 1221 (1962).
39. H.Meyer, M.W.Teucher, E.Lohrmann. Nuovo Cim., 28, 1399 (1963).
40. P.J.Jain, H.C.Glane, G. N.Srivastava, P.D.Bharadwaj. Nuovo Cim., 21, 859 (1961).
41. Y.Baudinet-Robiner, M.Morand, Tsai-chu, C.Costagnoli, G.Dascola, S.Mora, A.Barbara-Galtieri, G.Baroni, A.Mantredini. Nucl. Phys., 32, 452 (1962).
42. H.Going. Nucl. Phys., 43, 662 (1963).
43. J.M.Habern. Memoires de la Societe Royale des Sciences de Liege, 8, Fasc. 3, Annee 1963.
44. P.D.Bharadwaj, H.C.Glane, P.L.Jain. Bull. Amer. Phys. Soc., 7, 239 (1962).
45. E.R.Goza, J.J.Lord, J.G.Parks, C.H.Tsao. Bull. Amer.Phys. Soc., 6, 434(1961).
46. E.Farrow, C.F.Gauld, C.B.A.McCusker, J.Malos, K.Nishikawa, L.S.Peak, L.G.Van Loon. Nuovo Cim., 28, 1238 (1963).
47. E.Lehrmann, M.W.Teucher, M.Schein. Phys.Rev., 122, 672 (1961).
48. M.G.Bowler, J.G.Duthie, P.H.Fowler, A.Kaddaura, D.H.Perkins. Proc. of the Intern. Confer. on Cosmic Rays and the Earth Strom, Kyoto, 3, 423 (1961).
49. G.Day, C.F.Gauled, C.B.A.McCusker, L.S.Peak. Nuovo Cim., 27, 977 (1963).
50. A.Barkow, B.Chamany, D.M.Haskin, P.L.Jain, E.Lohrmann, M.W.Teucher, M.Schien. Phys.Rev., 122, 617 (1961).
51. R.R.Daniel, N.Durgaprasad, P.K.Malhotza, B.Vijayalakshmi. Suppl. Nuovo Cim., 1, 1162 (1963).
52. J.M.Kohli, M.B.Singh, I.S.Mittra. Preprint of the Penjab University, 1964.
53. A.Debenedetti, C.M.Garelli, L.Tallone, N.Vigone. Nuovo Cim., 4, 1151 (1956).
54. D.H.Perkins. Prog. in Elementary Particle and Cosmic Ray Phys., 5, 1257 (1960).
55. F.A.Brisbout, C.Gauld, J.Lehane, C.B.A.McCusker, J.Malos, K.Nishikawa, L.G.Van Loon. Nucl. Phys., 26, 636 (1961).



56. B.Edwards, J.Losty, D.H.Perkins, K.Pinkau, J.Reynolds. *Phil. Mag.*, 3, 237 (1958).
57. F.A.Brisbout, C.F.Gauld, C.B.A.McCusker, J.Malos, K.Nishikawa, L.S.Peak, L.G.Van. Loon. *Nucl. Phys.*, 26, 217 (1961).
58. F.A.Brisbout, C.Gauld, C.B.A.McCusker, J.Malos, K.Nishikawa, L.S.Peak, L.G.Van Loon. *Proc. of the Intern. Confer. on Cosmic Rays and the Earth storm, Kyoto* 3, 403 (1961).
59. J.H.Mulvey. *Proc. Roy. Soc.*, 221, 367 (1954).
60. Н.Г. Биргер, В.Д. Михайлов, И.Л. Розенталь, Л.И. Сарычева. *УФН*, 79, 523 (1963).
61. Н.Л. Григоров. *УФН*, 58, 599 (1956).
62. Н.Л. Григоров, В.Я. Шестоперов, В.А. Собиняков, А.В. Подгурская. *ЖЭТФ*, 33, 1099 (1957).
63. О.И. Довженко, Г.Т. Зацепин, Е.А. Мурзина, С.И. Никольский, В.И. Яковлев. *Труды международной конференции по космическим лучам*, 2, 144. Москва, 1959 г.
64. J.Duthie, P.H.Fowler, A.Kaddoura, D.H.Perkins, K.Pinkau. *Nuovo Cim.*, 24, 122 (1962).
65. С. Фукуи, С. Хасегава, Т. Матана, И. Миура, М. Ода, Н. Огиба, Г. Суча, Г. Танахаши, И. Танака. *Труды международной конференции по космическим лучам, Москва*, 2, 31 (1959).
66. С.Н. Вернов, Г.Б. Христиансен, И.Ф. Беляева, В.А. Дмитриев, Г.В. Куликов, Ю.А. Нечин, В.И. Соловьева, Б.А. Хренов. *Известия АН СССР, серия физич.*, 26, 651 (1962).
67. С.Н. Вернов. *Известия АН СССР, серия физич.* 26, 546 (1962).
68. Н.Л. Григоров. Доклад на Всесоюзном совещании по физике космических лучей, ноябрь, 1965 г.
69. K.Symanzik. *Nuovo Cim.*, 5, 659 (1957).
70. R.Arnowitt, G.Feldman. *Phys.Rev.* 106, 144 (1957).
71. M.Froissart. *Phys. Rev.*, 123, 1053 (1961).
72. A.Martin. *Phys. Rev.*, 129, 1432 (1963).
73. T.Kinoshita, J.J.Leoffel, A.Martin. *Phys. Rev. Lett.*, 10, 460 (1963).
74. Y.Nambu, M.Sugawara. *Phys.Rev.*, 132, 2724 (1962).
75. И.Я. Померанчук. *ЖЭТФ*, 34, 725 (1958).
76. А.А. Логунов. *Материалы 12-ой международной конференции по физике высоких энергий, Дубна, 1964 г.*
77. Нгуен Ван Хьеу. *Докторская диссертация. Препринт ОИЯИ, Р-1564, Дубна, 1964.*
78. V.S.Barashenkov. *Fortschritte d. Phys.*, 9, 42 (1961).
79. G.Puppi, A.Stangellini. *Nuovo Cim.*, 5, 1305 (1957).
80. G.Puppi. *Proc. of the Intern. Confer. on High Energy Phys. in CERN, 1958,* p. 39.
81. G.Puppi. *Suppl. to Nuovo Cim.*, 2, 401 (1959).
82. H.J.Schnitzer, G.Salzman. *Phys. Rev.*, 113, 1153 (1959).



83. Н.П. Клепиков, В.А. Мешеряков, С.Н. Соколов. Анализ экспериментальных данных по полным сечениям взаимодействия  $\pi^-$ -мезонов с протоном. Препринт ОИЯИ, Д-584, Дубна, 1960.
84. Н.П. Клепиков, В.А. Мешеряков, С.Н. Соколов. Материалы международной конференции по физике высоких энергий, стр. 129, Киев, 1959 г.
85. C.A. Bordner, A.E. Brenner, M.L. Law, E.E. Ronat, R. Strauch, J.J. Szymanski, P. Bastien, B.B. Brabson, Y. Eisenberg, B.T. Feld, V.K. Fischer, L.A. Pless, L. Rosenson, R.Y. Yamamoto, F. Bilos, R.E. Lanou, A.E. Pifer, A.M. Shapiro, M. Widgoff, R. Panivini, G. Calvelli, L. Gueruro, G.A. Salandin, A. Tomasin, L. Ventura, C. Voci, F. Waldner. Proc. of the 12-th Intern. Confer. on High Energy Phys. in Dubna, 1964.
86. P. Borgeaud, C. Bruneton, Y. Ducros, P. Falk-Vairant, O. Guisan, J. Movechet, P. Sonderegger, A. Stirling, M. Yvett, A. Tran Ha, S.D. Warshaw. Phys. Rev. Lett., 10, 134 (1964).
87. A.V. Stirling, P. Sonderegger, J. Kirz, P. Falk-Vairant, O. Guisan, C. Bruneton, P. Borgeaud, M. Yvert, J.P. Guillard, C. Coverzasio, B. Amblard. Phys. Rev. Lett., 14, 763 (1963).
88. Saclay-Orsay-Bari-Bologna Collaboration. Nuovo Cim., 29, 515 (1963).
89. З.Ф. Корбег, М.Г. Шафранова, А.И. Златева, П.К. Марков, Т.С. Тодоров, Х.М. Чернев, Н. Далхажав, Д. Тувдендорж. ЖЭТФ, 47, 12 (1964).
90. В.А. Никитин, А.А. Номофилов, В.А. Свиридов. Ядерная физика, 1, 183 (1965).
91. K.J. Foley, R.S. Gilmore, R.S. Jones, S.J. Lindenbaum, W.A. Love, S. Ozaki, E.H. Willen, R. Tamada, L. C.L. Yuan. Phys. Rev., 14, 862 (1965).
92. В.С. Барашенков, Н.Ф. Трускова. Поведение реальной части амплитуды упругого рассеяния в области очень высоких энергий. Препринт ОИЯИ, Р-2397, Дубна, 1965.
93. Л.С. Ажгирей, С.Б. Нурушев. ЖЭТФ, 45, 599 (1963).
94. Ю.М. Казаринов, И.Н. Силин. ЖЭТФ, 43, 692 (1962).
95. N. Hoshizaki, S. Mashida. Prog. Theor. Phys., 29, 49 (1963).
96. Р.Я. Зулькарнеев, И.Н. Силин. ЖЭТФ, 44, 1106 (1963).
97. J.D. Dowell, R.J. Homer, A.H. Khan, W.K. McFarlane, J.S. McKee, A.W. O'Dell. Proc. of the Intern. Confer. on Elementary Particles in Science, 1963, p.683.
98. Л.Ф. Кириллова, В.А. Никитин, М.Г. Шафранова. Упругое рассеяние протонов на протонах при энергии 8,3 ГэВ. Препринт ОИЯИ, Р-1674, Дубна, 1964.
99. L. Kirillova, V. Nikitin, V. Pantuev, V. Sviridov, L. Strunov, M. Chachaturyan, L. Khristov, M. Shafranova, Z. Korbel, L. Rob, S. Damyanov, A. Zlatева, A. Zlatanov, V. Jordanov, Kh. Kanazirsky, P. Markov, T. Todorov, Kh. Chernev, N. Dalkhazhav, D. Tuvdendorzh. Small Angle Elastic p-p and p-d Scattering in the Energy Range of 2-10 GeV, Dubna, preprint E-1820, 1964.
100. Далхажав, А. Златева, Л.Ф. Кириллова, З. Корбел, П.К. Марков, В.А. Никитин, Л. Роб, В.А. Свиридов, Х. Чернев, М.Г. Шафранова. Вещественная часть амплитуды упругого pp-рассеяния при энергиях 2,4,6,8 и 10 ГэВ. Препринт ОИЯИ, Р-2336, Дубна, 1965.

101. D.B.Scott, A.Asteburg, F.Cappoci, T.G.Walker, Phys.Rev. Lett, 11, 73 (1965).
102. K.J.Foley, R.S.Gilmire, K.S.Jones, S.J.Lindenbaum, W.S.Love, S.Ozari, E.H.Willen, R.Yamada, L.C.L.Yuan, Phys. Rev.Lett, 14, 74 (1965).
103. G.Belletini, G.Cocconi, A.N.Diddens, E.Lillethum, J.Pahl, J.P.Sauer, J.Walters, A.M.Wetherell, C.Zanella, Phys.Lett, 14, 164 (1965).
104. В.В. Бабиков. Кандидатская диссертация, Дубна, 1965 .
105. A.Scott, D.Y.Wong, Phys.Rev. Lett, 10, 142 (1963).
106. Riazuddin, M.J.Moravcsik, Phys. Lett, 4, 243 (1963).
107. R.Hofstadter, Proc. of the Intern. Symposium on Elestron and Photon Interactions at High Energies, Hamburg, 1965.

Рукопись поступила в издательский отдел  
17 февраля 1966 г.