

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Лаборатория теоретической физики

3

Р-65

Г. И. Копылов

Р - 258

**КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ УГЛОВЫХ  
РАСПРЕДЕЛЕНИЙ**

*Математические доклады Высшей школы  
физ.-матем. науки, 1958, № 1, с 150-157*

Дубна, 1958 г.

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Лаборатория теоретической физики

Г. И. Копылов

3  
K-65

P - 258

**КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ УГЛОВЫХ  
РАСПРЕДЕЛЕНИЙ**

Объединенный институт  
ядерных исследований  
БИБЛИОТЕКА

Дубна, 1958 г.

## А Н Н О Т А Ц И Я

Выясняется возможность воспроизвести распределение частиц в системе центра масс по энергиям или углам, измеряя лишь угловое распределение в лабораторной системе отсчёта. Обнаружены два частных случая, когда, с привлечением дополнительных условий, задача имеет решение.

При множественном рождении частиц высокой энергии построению их энергетического спектра мешают трудности в измерении энергии. В связи с этим М.И. Подгорецким была поставлена задача исследовать возможность восстановления энергетического спектра вторичных частиц в системе центра масс (с.ц.м.) по их угловому распределению в лабораторной системе отсчёта (л.с.). Обычно пользуются величиной среднего угла вылета для оценки средней энергии частиц, но представляет интерес найти условия или частные случаи, когда удаётся восстановить спектр энергий или его часть.

В настоящей работе предпринята попытка разыскать такие частные случаи, однако задача ещё далека от разрешения.

§ 1. Выпишем уравнение, связывающее плотность  $\frac{dW(\mu)}{d\mu}$  углового распределения в л.с. с плотностью  $N(\mu^*, e^*)$  углового и энергетического распределения в с.ц.м. [1] Будем обозначать:

$\mu$  - косинус угла вылета частицы;

$e, \beta, m$  - соответственно её энергия, скорость и масса;

$v, \gamma$  - соответственно скорость и релятивистский фактор с.ц.м. относительно л.с.

Звёздочка отличает величины в с.ц.м. от величин в л.с. Масса

всех вторичных частиц предполагается одинаковой.

Напомним, что при переходе от л.с. к с.ц.м.  $\mu$  преобразуется по формуле :

$$\mu_{\pm}^* = \frac{-v\gamma(1-\mu^2) \pm \mu R}{\gamma\beta^*(1-\mu^2v^2)}, \quad (I)$$

где

$$R^2 = (1-\mu^2v^2)\beta^{*2} - v^2(1-\mu^2). \quad (2)$$

Если  $\beta^* > v$ , то  $\mu^* = \mu_+^*$ ; если  $\beta^* < v$ , то зависимость  $\mu^*$  от  $\mu$  двузначная:  $\mu^* = \mu_{\pm}^*$ .

Известно [2], что окружности  $\rho^* = \text{Const.}$  в с.ц.м. при переходе к л.с. смещаются на  $e^*\gamma$  и растягиваются вдоль оси смещения в  $\gamma$  раз. Рассмотрим семейство таких окружностей от  $\rho^* = 0$  до  $\rho^* = \infty$ . Сожмем каждую из них в  $\rho^*$  раз, тогда все они приобретут радиус единицу, а в л.с. будут изображать<sup>ся</sup> одним и тем же эллипсом с полуосями  $\gamma$  и  $I$ , сдвинутым относительно окружности на  $v\gamma/\beta^*$ . Если <sup>все</sup> эллипсы между собой совместить, то (черт. 1) центры окружностей, характеризующих значениями  $\beta^*$  между 0 и  $I$ , расположатся на отрезке  $(-\infty, A)$  оси  $\beta^*$  чертежа.

Если луч, проведенный из точки  $O(\beta^*)$  отрезка  $(-\infty, A)$  под углом  $\alpha = \arccos \mu$  к оси  $\beta^*$ , пересекает эллипс, то это

означает, что частицы со скоростью  $\beta^*$  могут попасть в интервал  $d\mu$ . Графическое построение, дающее в этом случае  $\mu^*$  по  $\mu$ , показано на чертеже. Легко видеть, что при  $\mu > 0$  совокупность  $\beta^*$ , способных дать вклад в число частиц в  $d\mu$ , изображается отрезком BA (верхняя часть чертежа), причём на отрезке BC каждому  $\mu$  соответствует два значения  $\mu^* = \mu_{\pm}^*$ , а на отрезке CA — лишь одно —  $\mu_+^*$ . Поэтому, введя ещё якобиан  $J$  перехода от  $\mu$  к  $\mu^*$ , можно написать

$$\frac{dw(\mu)}{d\mu} = \int_B^1 \mathcal{N}(\mu_+^*(\mu, \beta^*), \beta^*) J_+ d\beta^* + \int_B^v \mathcal{N}(\mu_-^*(\mu, \beta^*), \beta^*) J_- d\beta^* \quad (\mu > 0) \quad (3)$$

Далее, легко видеть (нижняя часть чертежа), что при  $\mu < 0$  лишь отрезок CA оси  $\beta^*$  даёт вклад в число частиц под  $d\mu$ , причём каждому  $\mu$  соответствует одно  $\mu^* = \mu_+^*$ . Можно поэтому написать

$$\frac{dw(\mu)}{d\mu} = \int_v^1 \mathcal{N}(\mu_+^*(\mu, \beta^*), \beta^*) J_+(\mu, \beta^*) d\beta^* \quad (\mu < 0). \quad (4)$$

Положение точки  $B = B(\mu)$  на оси  $\beta^*$  легко найти из того же чертежа. Луч под углом  $\arccos \mu$  из этой точки касается эллипса, а в точке касания две ветви  $\mu_{\pm}^*$  сливаются в одну, что возможно лишь при  $R = 0$ . Это приводит к

$$B(\mu) = v \sqrt{\frac{1 - \mu^2}{1 - \mu^2 v^2}}. \quad (5)$$

Имеем также

$$J_{\pm}(\mu, \beta^*) = \frac{d\mu_{\pm}^*(\mu, \beta^*)}{d\mu} = \frac{(v\mu \pm \gamma R)^2}{\beta^* \gamma^3 (1 - \mu^2 v^2)^2 R} \quad (6)$$

В уравнениях (3) или (4) в левой части стоят измеримые на опыте величины, в правой - величина  $N(\mu^*, \beta^*)$ , которую надо определить. Для отыскания функции двух переменных следовало бы иметь ещё одно уравнение - например, для энергетического спектра в л.с. Так как мы <sup>д</sup>предполагаем, что измерение энергетического спектра в л.с. невозможно, то из (3) или (4) можно найти функцию лишь одной переменной -  $\mu^*$  или  $\beta^*$  - считая, что зависимость от другого аргумента известна.

Явный вид решения (3) просто отыскать при следующих предположениях: (а) вторичные частицы распределены в пространстве изотропно, (б) отсутствуют частицы со скоростью  $\beta^* > v$ . В таком случае всегда  $\mu \geq 0$ , (4) исчезает, а число частиц в конусе  $(\mu, 1)$  будет

$$W(\mu) = \int_{\mu}^1 d\mu \int_{B(\mu)}^v N_{\beta}(\beta^*) [J_+ + J_-] d\beta^* \quad (7)$$

В дальнейшем удобно будет пользоваться величиной

$$\rho = v^2 \frac{1 - \mu^2}{1 - \mu^2 v^2}, \quad (8)$$

убывающей от  $v^2$  до 0, когда  $\mu$  меняется от 0 до 1, и величиной

$$q = \beta^{*2} \quad (9)$$

Тогда

$$\mu^* = \frac{-\rho \pm \sqrt{(v^2 - \rho)(q - \rho)} \operatorname{sgn} \mu}{v q^{1/2}}, \quad (10)$$

$$\frac{d\mu^*}{d\rho} = - \frac{(\sqrt{v^2 - \rho} \pm \sqrt{q - \rho} \operatorname{sgn} \mu)^2}{2v \sqrt{q(v^2 - \rho)(q - \rho)}}. \quad (11)$$

Обозначим ещё

$$w\left(\frac{1}{v} \sqrt{\frac{v^2 - \rho}{1 - \rho}}\right) = w_\rho(\rho),$$

$$N_\beta(\sqrt{q}) = N_q(q).$$

В этих обозначениях (7) приобретает простой вид

$$w_\rho(\rho) = \frac{1}{2v} \int_0^\rho \frac{d\rho}{\sqrt{v^2 - \rho}} \int_\rho^{v^2} \frac{N_q(q)}{q} \frac{v^2 + q - 2\rho}{\sqrt{q - \rho}} dq. \quad (12)$$



Это - интегральное уравнение типа Абеля. Продифференцировав (I2) по  $\rho$ , помножив обе части на  $(\rho-z)^{-1/2}$ , затем проинтегрировав по  $\rho$  от  $z$  до  $v^2$ , переменив порядок интегрирования и вычислив внутренний интеграл [3], приходим к

$$\int_z^{v^2} \frac{N_q(q)}{q} dq = \frac{1}{\pi(v^2-z)} \int_z^{v^2} \frac{2v\sqrt{v^2-\rho} w'_\rho(\rho)}{\sqrt{\rho-z}} d\rho, \quad (I3)$$

откуда, после дифференцирования по  $z$ ,

$$N_q(q) = \frac{2vq}{\pi} \frac{d}{dq} \frac{1}{v^2-q} \int_q^{v^2} \sqrt{\frac{v^2-\rho}{\rho-q}} w'_\rho(\rho) d\rho,$$

или

$$N_\beta(\beta^*) = \frac{v}{\pi} \beta^* \frac{d}{d\beta^*} \frac{1}{v^2-\beta^{*2}} \int_{\beta^{*2}}^{v^2} \sqrt{\frac{v^2-\rho}{\rho-\beta^{*2}}} w'_\rho(\rho) d\rho. \quad (I4)$$

Можно вернуться к переменной  $\mu$ , хотя для расчетов  $\rho$  удобнее. Тогда  $w'_\rho(\rho) d\rho = w'(\mu) d\mu$ , и

$$N_\beta(\beta^*) = - \frac{v^2 \beta^*}{\pi \gamma} \frac{d}{d\beta^*} \frac{1}{v^2-\beta^{*2}} \int_0^{\mu_0} \frac{w'(\mu) \mu d\mu}{\sqrt{v^2(1-\mu^2) - \beta^{*2}(1-v^2\mu^2)}}. \quad (I5)$$

Отсюда плотность распределения по энергиям

$$N_e(e^*) = - \frac{v^2 \gamma^2 \rho^*}{\pi e^*} \frac{d}{de^*} \left\{ \frac{e^{*3}}{m^2 \gamma^2 - e^{*2}} \int_0^{\mu_0} \frac{\mu d w(\mu)}{\sqrt{m^2 \gamma^2 (1-\mu^2 v^2) - e^{*2}}} \right\}, \quad (I6)$$

где

$$\mu_0 = \frac{\sqrt{m^2 \gamma^2 - e^{*2}}}{m v \gamma}$$

Подынтегральная функция беспрдельно возрастает близ верхнего предела интегрирования. Выделив  $(\mu', \mu_0)$ , где  $\mu'$  близко к  $\mu_0$ , можно интеграл записать в виде

$$\int_0^{\mu_0} \frac{\mu d w(\mu)}{m v \gamma \sqrt{\mu_0^2 - \mu^2}} = \int_0^{\mu'} \frac{\mu d w(\mu)}{m v \gamma \sqrt{\mu_0^2 - \mu^2}} + \frac{w'(\mu_0)}{m v \gamma} \sqrt{\mu_0^2 - \mu'^2}.$$

Тогда

$$N_e(e^*) = -\frac{v^2 \gamma^2 \rho^*}{\pi e^*} \frac{d}{de^*} \left\{ \frac{e^{*3}}{m^2 \gamma^2 - e^{*2}} \left[ \int_0^{\mu'} \frac{\mu d w(\mu)}{\sqrt{m^2 \gamma^2 - e^{*2} - (m v \gamma \mu)^2}} + \frac{w'(\frac{\sqrt{m^2 \gamma^2 - e^{*2}}}{m v \gamma})}{m^2 v^2 \gamma^2} \sqrt{m^2 \gamma^2 - e^{*2} - (m v \gamma \mu')^2} \right] \right\}. \quad (I7)$$

Если  $w(\mu)$  - экспериментальная кривая, то (I7) удобнее чем (I6). Интегрируя по частям, можно также привести (I6) к виду, в котором отсутствует производная  $w'$

$$N_e(e^*) = \frac{v^2 \gamma^2 \rho^*}{\pi e^*} \frac{d}{de^*} \left\{ e^{*3} \int_0^{\mu'} \frac{w(\mu) d\mu}{[m^2 \gamma^2 - e^{*2} - (m v \gamma \mu)^2]^{3/2}} - \frac{e^{*3}}{m^2 \gamma^2 - e^{*2}} \cdot \frac{\mu' w(\sqrt{m^2 \gamma^2 - e^{*2}} / m v \gamma)}{[m^2 \gamma^2 - e^{*2} - (m v \gamma \mu)^2]^{1/2}} \right\}. \quad (I8)$$

Итак, если известно, что (а) распределение вторичных частиц в с.ц.м. является примерно изотропным, (б) быстрые частицы с  $\beta^* > v$  отсутствуют или их удаётся в эксперименте отличать от частиц с  $\beta^* < v$ , то измеряя в л.с. число  $W(\mu)$  частиц с  $\beta^* \leq v$  в интервале углов  $(0, \arccos \mu)$  ( $\mu > 0$ ), можно по (17) найти энергетический спектр частиц в с.ц.м.

Расширив предположение (б) до  $0 \leq \beta^* \leq 1$  и сохранив (а), можно написать уравнение вида (7), где оба верхних предела равны 1, а в левой части стоит уже суммарное число частиц в конусах  $(1, \mu)$  и  $(-1, -\mu)$ . Однако можно показать, что из такого уравнения  $N_\beta(\beta^*)$  определяется неоднозначно. Оно имеет вид (14) с заменой верхнего предела на 1. Но подынтегральная функция  $W_\beta(\rho)$  определена лишь на  $(0, v^2)$ , а на  $(v^2, 1)$  произвольна, это и ведёт к неоднозначности  $N_\beta(\beta^*)$ .

Но если сохранить (б), а  $N_\mu(\mu^*)$  считать равным не 1, а произвольной известной функции, то получающееся уравнение

$$W'_\beta(\rho) = \frac{1}{4v\sqrt{v^2-\rho}} \int_\rho^{v^2} \frac{N_q(q)}{q} \left\{ N_\mu(\mu_+^*) (\sqrt{v^2-\rho} + \sqrt{q-\rho})^2 + N_\mu(\mu_-^*) (\sqrt{v^2-\rho} - \sqrt{q-\rho})^2 \right\} dq.$$

(где  $\mu_\pm^*$  из (10)) в принципе допускает численное решение при любом виде  $N_\mu(\mu^*)$ . Если  $N_\mu(\mu^*)$  — многочлен по  $\mu^*$ ,

то опять получается уравнение типа Абея, поддающееся и аналитическому решению - оно сводится к дифференциальному уравнению. Так, если  $N_{\mu}(\mu^*) = \mu^{*2}$ , то вместо (13) получается

$$\int_{z}^{v^2} \frac{N_q(q)}{q} [5z^2 - z(3q + v^2) + qv^2] dq = \frac{1}{\pi(v^2 - z)} \int_{z}^{v^2} \frac{4v\sqrt{v^2 - \rho} dW(\rho)}{\sqrt{\rho - z}},$$

откуда легко вывести дифференциальное уравнение третьего порядка для  $N_q(q)$ . Конечно, аналитическому способу решения в этом случае следует предпочесть численный.

§ 2. Плоскостная симметрия углового спектра в с.ц.м. подсказывает другую возможность восстановления спектра частиц в с.ц.м.

Если бы все вторичные частицы были  $\gamma$ -квантами, то изменение направления их движения при переходе из с.ц.м. в л.с. не зависело бы от их энергии (см. (19)). Если же распределение вторичных частиц в с.ц.м. симметрично относительно плоскости, нормальной к оси движения с.ц.м.

$$N(\mu^*, e^*) = N(-\mu^*, e^*),$$

то в интервалах углов  $A'(1, \frac{\mu^* + v}{1 + \mu^* v})$  и  $A''(-1, \frac{-\mu^* + v}{1 - \mu^* v})$  в л.с. будет одинаковое число частиц.

Если теперь у вторичных частиц  $m \neq 0$ , то в тех же интервалах количество их будет различным. Различие это появляется

из-за того, что при  $m \neq 0$  на направлении частицы сказывается её энергия, и тем сильнее, чем ближе она к  $m$ . Значит, по разности  $\Delta$  количеств частиц в  $A'$  и  $A''$  можно судить об энергии вторичных частиц - независимо от их углового распределения.

Однако при осуществлении этой программы учесть движение частиц малой энергии не удаётся, а учёт движения быстрых частиц приводит, как мы увидим, к определению углового, а не энергетического спектра в с.ц.м.

Будем исходить из (3) и (4), где вместо  $\beta^*$  введено  $e^*$ :

$$\frac{dw(\mu)}{d\mu} = \int_{m\gamma\sqrt{1-\mu^2}}^{\infty} N(\mu_+^*(\mu, e^*), e^*) J_+ de^* + \int_{m\gamma\sqrt{1-\mu^2}}^{m\gamma} N(\mu_-^*(\mu, e^*), e^*) J_- de^* \quad (\mu > 0),$$

$$\frac{dw(\mu)}{d\mu} = \int_{m\gamma}^{\infty} N(\mu_+^*(\mu, e^*), e^*) J_+ de^*, \quad (\mu < 0)$$

а  $\mu_{\pm}^*$  и  $J_{\pm}$  имеют вид (1) и (6) с заменой  $\beta^*$  на  $\frac{\sqrt{e^{*2} - m^2}}{e^*}$ .

Произведем преобразование

$$\mu = \frac{\bar{\mu} + v}{1 + \bar{\mu}v}. \quad (19)$$

Смысл его состоит в том, что направление движения вторичной частицы в л.с. характеризуют косинусом  $\bar{\mu}$  того угла в с.ц.м., под которым она двигалась бы, если бы её масса была бы равна нулю. С этим аргументом число частиц в интервале  $(\bar{\mu}, 1)$  ( $\bar{\mu} > 0$ )

будет

$$W_1(\bar{\mu}) = \int_{\bar{\mu}}^1 \frac{(1+\bar{\mu}v) d\bar{\mu}}{(1+v^2+2v\bar{\mu})^2} J_+(m\gamma, \infty) + \int_{\bar{\mu}}^1 \frac{(1+v\bar{\mu}) d\bar{\mu}}{(1+v^2+2v\bar{\mu})^2} [J_+(E, m\gamma) + J_-(E, m\gamma)], \quad (20)$$

где  $\bar{\mu}$

$$J_{\pm}(a, b) = \int_a^b \tilde{N}_{\pm}(\bar{\mu}, e^*) J_{\pm} de^* \quad (21)$$

и введены обозначения:  $\tilde{N}_{\pm}(\bar{\mu}, e^*) \equiv N[\mu_{\pm}^*(\bar{\mu}, e^*), e^*] =$

$$= N\left(\frac{-v(1-\bar{\mu}^2)e^* \pm \sqrt{e^{*2}(1+\bar{\mu}v)^2 - (1+v^2+2v\bar{\mu})m^2}}{p^*(1+v^2+2v\bar{\mu})}, e^*\right), \quad (22)$$

$$J_{\pm} = \frac{[v(\bar{\mu}+v)e^* \pm \sqrt{e^{*2}(1+\bar{\mu}v)^2 - (1+v^2+2v\bar{\mu})m^2}]^2}{e^* \sqrt{e^{*2}(1+\bar{\mu}v)^2 - (1+v^2+2v\bar{\mu})m^2}}, \quad (23)$$

$$E = m \sqrt{1+v^2+2v\bar{\mu}} / (1+\bar{\mu}v). \quad (24)$$

Аналогично получается число частиц в интервале  $(-1, -\bar{\mu})$ , если  $-\bar{\mu} > -v$

$$W_2(\bar{\mu}) = \int_{-1}^{-\bar{\mu}} \frac{(1+\bar{\mu}v) d\bar{\mu}}{(1+v^2+2v\bar{\mu})^2} J_+(m\gamma, \infty) + \int_{-v}^{-\bar{\mu}} \frac{(1+\bar{\mu}v) d\bar{\mu}}{(1+v^2+2v\bar{\mu})^2} [J_+(E, m\gamma) + J_-(E, m\gamma)], \quad (25)$$

а если  $-\bar{\mu} < -v$ , то

$$W_2(\bar{\mu}) = \int_{-1}^{-\bar{\mu}} \frac{(1+\bar{\mu}v) d\bar{\mu}}{(1+v^2+2v\bar{\mu})^2} J_+(m\gamma, \infty). \quad (26)$$

Легко убедиться, что при  $m=0$   $w_1(\bar{\mu}) = w_2(\bar{\mu})$  для всех  $\bar{\mu}$  независимо от вида  $\tilde{N}$ . Для вычисления разности  $\Delta(\bar{\mu}) = w_1 - w_2$  при  $m \neq 0$  разложим  $\mu^*$  и  $\gamma$  в ряд по степеням  $m/e^*$ :

$$\mu_+^* = \bar{\mu} - \frac{m^2}{2e^{*2}} \frac{v(1-\bar{\mu}^2)}{1+\bar{\mu}v} + \dots \quad (27)$$

$$\mu_-^* = -\frac{\bar{\mu}(1+v^2)+2v}{1+v^2+2v\bar{\mu}} - \frac{m^2}{2e^{*2}} \frac{(1-\bar{\mu}^2)v}{\gamma^2(1+\bar{\mu}v)(1+v^2+2v\bar{\mu})} + \dots \quad (28)$$

$$\gamma_+ = \frac{(1+v^2+2v\bar{\mu})^2}{1+\bar{\mu}v} \left[ 1 - \frac{m^2}{2e^{*2}\gamma^2(1+\bar{\mu}v)^2} + \dots \right] \quad (29)$$

$$\gamma_- = \frac{1}{\gamma^4(1+\bar{\mu}v)} \left[ 1 + \frac{m^2}{2e^{*2}} \left( \frac{1+v^2+2v\bar{\mu}}{1+\bar{\mu}v} \right)^2 + \dots \right]. \quad (30)$$

Чтобы иметь право применять это разложение, надо ограничиться лишь релятивистскими частицами. Допустим поэтому, что среди вторичных частиц регистрируются лишь те, энергия которых в с.ц.м. превышает  $m\gamma$ , и что  $\gamma \gg 1$ . Тогда (20) и (25) упрощаются настолько, что вычисление  $\Delta$  становится возможным:

$$w_1(\bar{\mu}) = \int_{\bar{\mu}}^1 \frac{(1+\bar{\mu}v)d\bar{\mu}}{(1+v^2+2v\bar{\mu})^2} \int_M^\infty \tilde{N}_+(\bar{\mu}, e^*) \gamma_+ de^* \quad (31)$$

$$w_2(\bar{\mu}) = \int_{-1}^{\bar{\mu}} \frac{(1+\bar{\mu}v)d\bar{\mu}}{(1+v^2+2v\bar{\mu})^2} \int_M^\infty \tilde{N}_+(\bar{\mu}, e^*) \gamma_+ de^*, \quad (32)$$

где  $M \geq m\gamma$  - наименьшая наблюдаемая энергия  $e^*$ .

Положим в (32)  $-\bar{\mu} = \bar{\mu}$ , обозначим  $\alpha = m^2/2e^{*2}$  и подставим в (31) и (32), (27) и (29):

$$W_1(\bar{\mu}) = \int_{\bar{\mu}}^1 d\bar{\mu} \int_M^\infty N\left(\bar{\mu} - \frac{\alpha v(1-\bar{\mu}^2)}{1+\bar{\mu}v}, e^*\right) \left(1 - \frac{\alpha}{\gamma^2(1+\bar{\mu}v)^2}\right) de^*, \quad (33)$$

$$W_2(\bar{\mu}) = \int_{\bar{\mu}}^1 d\bar{\mu} \int_M^\infty N\left(-\bar{\mu} - \frac{\alpha v(1-\bar{\mu}^2)}{1-\bar{\mu}v}, e^*\right) \left(1 - \frac{\alpha}{\gamma^2(1-\bar{\mu}v)^2}\right) de^*. \quad (34)$$

С точностью до  $(m/e^*)^2$  получаем отсюда естественное выражение для числа высокоэнергетических частиц под различными углами

$$\frac{dW_1(\bar{\mu})}{d\bar{\mu}} = \int_M^\infty N(\bar{\mu}, e^*) de^*. \quad (35)$$

Однако расчёт можно провести и с точностью  $(m/e^*)^4$ . Разложение  $N$  в ряд приводит к

$$W_{\frac{1}{2}}(\bar{\mu}) = \int_{\bar{\mu}}^1 d\bar{\mu} \int_M^\infty \left\{ N(\pm\bar{\mu}, e^*) + \alpha \left[ -\frac{v(1-\bar{\mu}^2)}{1\pm\bar{\mu}v} \frac{dN(\pm\bar{\mu}, e^*)}{d\bar{\mu}} - \frac{N(\pm\bar{\mu}, e^*)}{\gamma^2(1\pm\bar{\mu}v)^2} \right] \right\} de^* \quad (36)$$

Следует учесть теперь, что из-за плоскостной симметрии углово-



Если измерено угловое распределение в л.с. медленных вторичных частиц ( $e^* < m\gamma$ ), известно угловое распределение их в с.ц.м. и это распределение не зависит от энергии частиц, то возможно восстановить их энергетический спектр в с.ц.м. ((I7) и последний абзац § I).

Если разграничить медленные и быстрые частицы не удаётся, то при соблюдении прочих вышеуказанных условий задача, по всей вероятности, неоднозначна.

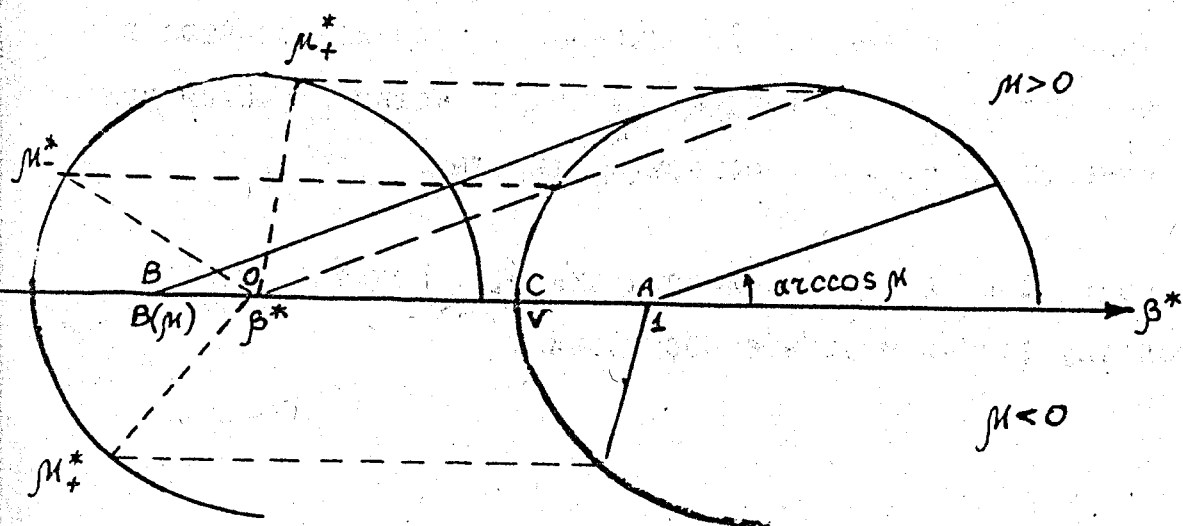
Если измерено угловое распределение в л.с. быстрых вторичных частиц ( $e^* > m\gamma$ ), рожденных во взаимодействии при высоких энергиях ( $\gamma \gg 1$ ), и их энергетический спектр слабо зависит от энергии  $e^*$ , то можно восстановить плотность углового распределения быстрых частиц в с.ц.м. (39) с хорошей точностью ( $\sim \gamma^{-4}$ ).

Вопрос о возможности использования углового спектра в л.с. без разделения быстрых и медленных частиц с учётом угловой симметрии в с.ц.м. — остаётся открытым.

Пользуюсь случаем поблагодарить М.И. Подгорецкого за постановку задачи и ценные обсуждения.

## Л И Т Е Р А Т У Р А:

- [1] Bradt . . . , Helv.Phys.Acta, 23, 24 (1950).  
 [2] Blaton J., Det Kgl.Vidensk.Selskab.Mat.-Fys.Medd.,  
24, 20 (1950).  
 [3] Смирнов Курс высш. матем., 2 , 244, (1953).



черт. 1