ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

Р-2578

Б.А. Арбузов, А.Т. Филиппов

МОДЕЛЬ СЛАБЫХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ БАРИОНОВ И ЛЕПТОНОВ

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

1966

Р-2578

Б.А. Арбузов, А.Т. Филиппов

МОДЕЛЬ СЛАБЫХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ БАРИОНОВ И ЛЕПТОНОВ

1. Введение

Одним из наиболее интересных и наиболее фундаментальных свойств слабых взаимодействий, по-видимому, является их универсальность, которая впервые проявилась в приближенном равенстве фермиевской векторной константы G_V β -распада нейтрона [1] и константы G_μ распада мюона [2,3]. Впоследствии идея об универсальности была распространена на слабые взаимодействия других частиц [4] и приобрела наиболее законченный вид в работе Фейнмана и Гелл-Манна [5]. Однако вскоре выяснилось, что первоначальная идея об универсальности всех слабых взаимодействий резко противоречит данным о лептонных распадах гиперонов с изменением странности [6]. Кроме того, дальнейшие эксперименты привели к заключению, что равенство между константами G_V и G_μ является лишь приближенным (см. последний обзор [7]), тогда как согласно гипотезе о сохранении векторного тока [5,7,8] оно должно выполняться точно. Преодолеть эту трудность удалось Кабибо [9], который предложил новую формулировку идеи универсальности, позволившую объяснить как подавленность гиперонных распадов, так и несовпадение G_V и G_μ с помощью нового параметра θ, получившего название угла Кабибо.

Другим важным свойством слабых взаимодействий является несохранение четности [10], которое в универсальной теории Ферми [5] описывается $V-A$ — взаимодействием[x]. Кроме того, во всех слабых распадах адронов с большой точностью выполняется правило отбора [11]

$$|\Delta S| \leq 1 , \tag{1.1}$$

а лептонные распады адронов с довольно хорошей точностью подчиняются правилам отбора

$$\begin{aligned} &\text{при} \quad \Delta S = 0 \quad : \quad |\Delta T| = 1 ; \\ &\text{при} \quad \Delta S \neq 0 \quad : \quad \Delta S = \Delta Q , \quad |\Delta T_3| = ½ . \end{aligned} \tag{1.2}$$

---

[x] Многие факты физики слабых взаимодействий хорошо согласуются с гипотезой о том, что взаимодействие представляется в виде произведения заряженных токов [5], однако экспериментальная проверка этой гипотезы пока недостаточна.

Для объяснения этих основных свойств слабых взаимодействий выдвигались различные гипотезы. Так, универсальность слабых взаимодействий (а также "токовый" характер взаимодействия) можно понять на основе гипотезы о промежуточном векторном бозоне [12]. Для объяснения V – A –взаимодействия привлекались соображения о γ_5 – инвариантности [13]. Правила отбора (1.1) и (1.2) можно объяснить с помощью составных моделей частиц (см., например [11]) или же привлекая октетную гипотезу Кабибо [9]. Ни одна из этих гипотез не связывает, однако, все перечисленные свойства слабых взаимодействий, и было бы интересно попытаться найти такое описание слабых взаимодействий, в котором указанные факты освещались бы с единой точки зрения.

Универсальность слабых взаимодействий и наличие в них малого параметра размерности длины $\ell \approx \sqrt{G/\hbar c} \approx 6.10^{-17}$ см [14] наводят на мысль связать слабые взаимодействия с локальными искривлениями пространственно-временной структуры на расстояниях $\lesssim \ell$ "вблизи" частиц.

В работе [15] была предложена конкретная реализация этой идеи в применении к слабым взаимодействиям лептонов. Напомним основные положения этой модели в несколько измененном и обобщенном виде[x]. Допустим, что четырехмерное физическое пространство "вблизи частиц" искривляется, но на больших расстояниях от частиц становится плоским. Последнее условие, называемое в дальнейшем "условием эвклидовости на бесконечности", вполне понятно интуитивно и позволяет в принципе сформулировать интегральные законы сохранения энергии и импульса. Если бы мы отказались от этого условия, то столкнулись бы с трудностями, аналогичными трудностям в определении тензора энергии – импульса в общей теории относительности (см., например [16]).

Мы предполагаем далее, что причиной изменения структуры пространства является наличие в нем частиц. Поэтому величины, характеризующие геометрию, связываются с некоторыми фундаментальными полями[xx]. Прежде всего заметим, что фундаментальные поля должны иметь спин 1/2. Однако определение спиноров в искривленном пространстве возможно далеко не всегда [17,18]. В работе [15] для решения этой задачи был использован математический прием погружения физического четырехмерного пространства V_4 в многомерное псевдоэвклидово пространство S_m. При этом физическое пространство V_4 рассматривается как некоторая поверхность в пространстве S_m, в котором можно без труда ввести спиноры [17], причем число компонент простейших спиноров для пространств S_{2n} и S_{2n+1} равно 2^n. (Мы будем в дальнейшем называть спинор многомерного пространства "суперспинором"). Если в S_{2n} или в S_{2n+1} выделить четырехмерное пространство

[x] Подробное развитие математического формализма проведено в работе [15]. Здесь мы останавливаемся лишь на тех вопросах, которые существенны для формулировки предлагаемой ниже модели.

[xx] Такая точка зрения подсказывается аналогией с общей теорией относительности, которую, однако, не следует проводить слишком буквально. Учитывая, что на расстояниях $\approx \ell$ гравитационное взаимодействие много меньше слабого, мы в дальнейшем им пренебрегаем.

Минковского, то относительно преобразований Лоренца в этом пространстве суперспинор с 2^n компонентами распадается на 2^{n-2} обычных четырехкомпонентных спинора. Отсюда следует, что суперспинором можно описать мультиплет, состоящий из 2^{n-2} частиц со спином 1/2. Чтобы воспользоваться этой возможностью, возьмем значения $\psi(x)$ суперспинора на поверхности V_4 и потребуем, чтобы суперспинор $\psi(x)$ удовлетворял на V_4 некоторому уравнению. В качестве такого уравнения мы постулируем простейшее обобщение уравнения Дирака, в котором обычная производная $\partial_k \psi$ заменяется на ковариантную производную $\psi_{,k}$.

Для определения ковариантной производной нужно существенно использовать геометрию пространства V_4. Чтобы описать эту геометрию, определим в каждой точке пространства m -мерный ортогональный репер, первые четыре оси которого лежат в пространстве, касательном к V_4. Геометрия поверхности локально определяется условиями перенесения этого репера по V_4. Изменение репера при переходе к бесконечно близкой точке определяется коэффициентами вращения $\omega_{\alpha\beta k}$, где α и β принимают все m значений, а k –лишь первые четыре[x]. Коэффициенты вращения удовлетворяют некоторым простым геометрическим требованиям, а именно, условиям симметрии по индексам α, β, k и условиям интегрируемости (см. подробнее [15]).

Для определения ковариантной производной спинора в работе [15] было использовано обобщение метода Фока и Иваненко [19], что позволило линейно выразить через коэффициенты вращения спинорную связность C_ℓ, определяющую перенесение спинора.

Коэффициенты вращения, в свою очередь, выражаются через билинейные комбинации спиноров

$$\omega_{\alpha\beta k} = a\bar{\psi}(x) B_{\alpha\beta k}\psi(x). \tag{1.3}$$

Здесь матрицы B выбираются из алгебры β-матриц m -мерного пространства [15,17] с учетом условий симметрии и тензорных свойств коэффициентов $\omega_{\alpha\beta k}$, которые, кроме того, должны удовлетворять условиям интегрируемости. Подчеркнем, что выбор $\omega_{\alpha\beta k}$ в виде (1.3) есть простейший способ реализации предположения, что пространство искривляется лишь в присутствии частиц.

Определим теперь ковариантную производную в виде:

$$\begin{aligned} \psi_{,k} &= \partial_k \psi + C_k \psi , \\ \bar{\psi}_{,k} &= \partial_k \bar{\psi} - \bar{\psi} C_k \end{aligned} \tag{1.4}$$

и с помощью этой производной построим обобщенное уравнение Дирака[xx], заменив про-

[x] Зная коэффициенты вращения, можно определить основные геометрические величины: тензоры кривизны, кручения и т.д.

[xx] Вопрос о массах частиц в данной работе не обсуждается, и поэтому мы не рассматриваем обобщение массового члена.

изводную ∂_k выражением (1.4) и использовав вместо γ -матриц Дирака первые четыре β -матрицы пространства S_m. Для физической интерпретации этого уравнения перейдем к квазиэвклидову приближению, т.е. будем считать пространство плоским и удерживать лишь члены порядка a (см. (1.3)). Так как связность C_k есть линейная комбинация коэффициентов ω, свернутых с некоторыми матрицами, то обобщенное уравнение Дирака в квазиэвклидовом приближении содержит нелинейный член, описывающий четырехфермионное взаимодействие. Условие интегрируемости коэффициентов вращения и условие эвклидовости поверхности V_4 на бесконечности накладывают существенные ограничения на вид этого четырехфермионного взаимодействия. В частности, в работе /15/ было показано, что эти условия с необходимостью приводят к несохранению четности и можно также привести некоторые соображения в пользу $V \pm A$ – взаимодействия[x/].

Важно отметить, что в определении спинорной связности C_k через коэффициенты вращения имеется некоторый произвол, которому мы будем приписывать определенный физический смысл. А именно, не изменяя геометрии, к спинорной связности всегда можно добавить выражение вида iRB_k, где B_k -произвольный действительный вектор, а матрица R коммутирует со всеми матрицами β_a, содержащимися в (1.3). В простейшем случае можно положить $R = I$. В квазиэвклидовом приближении указанный произвол можно связать с градиентной инвариантностью, если выбрать произвольный вектор B_k в виде $B_k = \partial_k \phi$. В некоторых работах /19/ вектор B_k связывался с реально существующим полем, например, с электромагнитным. Однако, чтобы интерпретировать этот вектор именно таким образом, нужно накладывать на него некоторые дополнительные условия (уравнения Максвелла)[xx/], которые из геометрии никак не следуют. Нам представляется более последовательным распространять геометрическую точку зрения на все реально существующие поля. Поэтому мы будем интерпретировать обсуждаемый произвол именно как градиентный. (Для нас важно, что указанная градиентная инвариантность обеспечивает сохранение некоторой величины: в частности, собственные значения матрицы R определяют сохраняющийся заряд). С другой стороны, реально существующие векторные поля и, в первую очередь, электромагнитное поле, естественно связывать с геометрией пространства-времени и вводить его также через коэффициенты вращения. (Такая точка зрения, разумеется, не является новой и восходит к идеям единых теорий поля Вейля, Эддингтона /21/ и Эйнштейна /22/). В связи с этим может потребоваться существенная модификация аппарата, предложенного в работе /15/[xxx/]. Однако в настоящей работе мы ограничимся рассмотрением лишь квазиэвклидова приближения, в котором учитываются лишь эффективные лагранжианы сла-

---

[x/] Для выяснения этого вопроса необходимо подробно исследовать совокупность всех геометрических требований, что будет сделано в другом месте.

[xx/] Подобная проблема была рассмотрена Огиевецким и Полубариновым /20/.

[xxx/] В частности, может появиться кручение пространства.

бого и электромагнитного взаимодействий, и эта модификация не приведет к каким-либо изменениям.

В заключение этого раздела сделаем несколько замечаний о выборе объемлющего пространства. В дифференциальной геометрии известен факт, что четерехмерное риманово пространство с заданной метрикой можно локально вложить в десятимерное пространство, В специальных случаях размерность объемлющего пространства может быть и меньшей. Поскольку в нашем случае метрика не задана, а заданы лишь уравнения и условия интегрируемости, то для выбора размерности объемлющего пространства нет никаких оснований, кроме соответствия с физической реальностью и, прежде всего, с числом компонент различных спинорных мультиплетов. Объединяя в один мультиплет 2^{n-2} частиц, мы возьмем объемлющее пространство S_{2n+1} Легко видеть, что в предлагаемой схеме нет места для фундаментальных триплетов (кварков, трионов и др.). Поэтому экспериментальное обнаружение, например, кварков полностью противоречило бы основным допущениям, лежащим в ее основе.

2. Слабые взаимодействия лептонов

Сначала рассмотрим слабые и электромагнитные свойства лептонов[x/]. Объединяя в один суперспинор четыре лептона e^-, ν_e, μ^-, ν_μ, возьмем 9-мерное объемлющее пространство. В квазиэвклидовом приближении эффективный лагранжиан есть[/15/]

$$L_{int} = \frac{G}{4\sqrt{2}} \sum_{a,\beta,k} \bar{\psi} \gamma_{a\beta} O_k \psi \bar{\psi} \gamma_{a\beta} O_k \psi . \tag{2.1}$$

Здесь суммирование по k относится к четырем координатам физического пространства, а a и β -номера избыточных осей, которые мы нумеруем в порядке 0,1,2,3,4 (номера k явно выписывать не будем). Обычно принято называть пространство, образованное осями 0, ... , 4,"внутренним" пространством, и мы также будем употреблять этот термин. Чтобы получить этот лагранжиан из лагранжиана (4.1) работы[/15/] нужно выбрать такое представление для матриц в (4.1), в котором они распадаются на прямое произведение четырехрядных матриц физического пространства и четырехрядных

[x/] Заметим, что в данной работе мы не ставим перед собой цель провести полное геометрическое рассмотрение возникающих задач. Вместо этого мы будем пользоваться в основном качественными геометрическими соображениями, а также некоторыми ограничениями, вытекающими из эксперимента.

матриц внутреннего пространства[x/]. В этом представлении

$$O_n = \tilde{\gamma}_n (1 + \tilde{\gamma}_5) , \tag{2.2}$$

$$\gamma_{\alpha\beta} = \frac{1}{2i} [\gamma_\alpha , \gamma_\beta] ; \tag{2.3}$$

где $\tilde{\gamma}_n$, $\tilde{\gamma}_5$ –обычные матрицы Дирака, действующие на обычные спиноры[xx/], а γ_a –четырехрядные матрицы спиноров пятимерного эвклидова внутреннего пространства, действующие на частицы как целое. Матрицы γ_a определяются соотношением

$$\gamma_a \gamma_\beta + \gamma_\beta \gamma_a = 2\delta_{a\beta} ; \quad a , \beta = 0,1,\ldots,4 ; \tag{2.4}$$

и мы будем пользоваться следующим эрмитовским представлением:

$$\gamma_k = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_k \\ \sigma_k & 0 \end{pmatrix} , \quad k = 1,2,3 ; \ \gamma_4 = \begin{pmatrix} 0 & -iI \\ iI & 0 \end{pmatrix} ; \ \gamma_0 \equiv \gamma_5 \equiv \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix} . \tag{2.5}$$

Взаимодействие (2.1) обладает высокой внутренней симметрией, описываемой группой пятимерных вращений $R(5)$. В алгебре группы имеется два взаимно коммутирующих генератора, собственные значения которых могут однозначно характеризовать частицы. Один из этих генераторов естественно связать с электрическим зарядом. Другой, очевидно, должен описывать мюонный заряд[xxx/]. Оба эти заряда сохраняются во всех взаимодействиях. Однако механизмы, обеспечивающие сохранение этих зарядов, выглядят существенно различными. Сохранение электрического заряда обеспечивается самим существованием электромагнитного поля. Аналогичное поле, связанное с мюонным зарядом, неизвестно[xxxx/], и поэтому разумно предположить, что сохранение мюонного заряда обеспечивается обсуждавшимся во введении градиентным произволом. При этом собственные значения матрицы R должны давать мюонные заряды лептонов. Возьмем, например, в качестве R матрицу

$$F_L = ½ (I + \gamma_{34}) , \tag{2.6}$$

[x/] При этом суперспинор представляется в виде четырехкомпонентного столбца ($\psi_1 \ \psi_2 \ \psi_3 \ \psi_4$), каждая компонента ψ_i которого есть обычный дираковский спинор.

[xx/] В дальнейшем мы иногда будем опускать матрицы O_n , оставляя лишь внутреннюю структуру и подразумевая $V - A$ – вариант.

[xxx/] В нашей схеме сохранение лептонного заряда обеспечивается общим градиентным преобразованием $\psi \to e^{i\alpha} \psi$, $\bar{\psi} \to e^{-i\alpha} \bar{\psi}$, которое соответствует всегда возможному выбору $R = I$.

[xxxx/] Взаимодействие μ и ν_μ с гипотетическим нейтральным векторным полем неоднократно обсуждалось в литературе[/23/]. С течением времени верхняя граница для константы связи неуклонно убывает, а нижняя граница для массы мезона растет.

где единичная матрица добавлена из соображений соответствия с обычными значениями мюонного заряда, равными 0 или 1. Чтобы действительно существовал произвол, нужно, чтобы матрица F_L коммутировала со всеми матрицами γ_a, входящими в коэффициенты вращения. Отсюда следует, что из них необходимо исключить матрицы γ_3 и γ_4. В частности, в лагранжиане (2.1) нужно исключить значения $a, \beta = 3,4$. Это приводит к разрушению первоначальной симметрии R(5), низводя ее до симметрии R(3). Заметим здесь, что сам по себе лагранжиан (2.1) настолько симметричен[x/], что сохраняет как заряд, так и мюонный заряд, и поэтому требование градиентного произвола может показаться излишним. Однако, если включить взаимодействие лептонов с барионами, то без этого требования в распадах барионов мюонный заряд сохраняться не будет. Таким образом, произведенное разрушение симметрии представляется неизбежным.

В рассматриваемом представлении γ-матриц электрический заряд определяется следующим образом:

$$Q_L = \tfrac{1}{2}(\gamma_{12} - I). \tag{2.7}$$

Теперь легко соотнести спинорным компонентам ψ_i известные лептоны:

$$\psi = (\nu_\mu, e, \nu_e, \mu). \tag{2.8}$$

Введение электромагнитного взаимодействия выделяет в пространстве, образуемом осями (0,1,2), направление оси 0. Вращению вокруг этой оси соответствует генератор γ_{12} Вращениям вокруг осей 1 и 2 отвечают генераторы γ_{20} и γ_{01}. Эти три генератора порождают группу R(3). Генератору γ_{12} соответствует нейтральный ток, а генераторам γ_{20} и γ_{10} -комбинации заряженных токов. Векторная часть нейтрального тока также является "изовекторной" (по отношению к "изогруппе" R(3)) частью электромагнитного тока. Напрашивается поэтому гипотеза, что изовекторная часть электромагнитного тока и векторная часть заряженного слабого тока образуют "изотриплет", так что не остается места для нейтральных слабых токов. Это предположение сводится к какой-то симметрии между электромагнитными и слабыми взаимодействиями[xx/]. Геометрическая природа этой симметрии пока неясна, но если мы от нее откажемся, то появятся слабо взаимодействующие нейтральные токи. В лептонной физике это не противоречит эксперименту. Однако, как будет видно из дальнейшего, наличие нейтральных лептонных токов повлечет за собой появление нейтральных адронных токов, что явно противоречит эксперименту[/25/].

[x/] Симметрия его доходит до того, что он не содержит взаимодействия, ответственного за распад мюона. Подчеркнем, что при вычислении эффективных взаимодействий из лагранжиана (2.1) нужно принять во внимание условие антикоммутации спиноров ψ.

[xx/] Симметрии такого рода обсуждались в литературе[/24/].

Исходя из этих соображений, мы оставляем в лагранжиане (2.1) суммирование только по парам индексов (01), (02) и приходим к следующему лагранжиану слабых взаимодействий лептонов:

$$L_{int} = \frac{G}{4\sqrt{2}} \sum_{a=1,2} \bar{\psi}\,\gamma_{0a}\,\psi\bar{\psi}\,\gamma_{0a}\,\psi \quad . \tag{2.9}$$

Для того, чтобы найти явное выражение для лагранжиана, введем матрицы

$$\gamma_+ = \frac{\gamma_{02} + i\gamma_{01}}{2} \quad , \quad \gamma_- = \frac{\gamma_{02} - i\gamma_{01}}{2}$$

и получим

$$L_{int} = \frac{G}{2\sqrt{2}} \{ \bar{\psi}\gamma_+\psi\bar{\psi}\gamma_-\psi + \bar{\psi}\gamma_-\psi\bar{\psi}\gamma_+\psi \} .$$

Так как

$$\bar{\psi}\gamma_+\psi = (\bar{\nu}_\mu\,\mu - \nu_e\,e) , \quad \bar{\psi}\gamma_-\psi = (\bar{\mu}\nu_\mu - \bar{e}\nu_e) ,$$

то мы приходим к окончательному лагранжиану слабых взаимодействий лептонов

$$L_{int} = \frac{G}{\sqrt{2}} (\bar{\nu}_\mu\,\mu - \bar{\nu}_e e)(\bar{\mu}\nu_\mu - \bar{e}\nu_e) . \tag{2.10}$$

Этот лагранжиан совпадает с лагранжианом Фейнмана и Гелл-Манна /5/ и отличается от лагранжиана работы /15/, не сводящегося к произведению токов и содержащего "нейтральные" взаимодействия $(\bar{\nu}_\mu\nu_\mu)(\bar{e}e)$, $(\bar{e}e)(\bar{e}e)$ и т.п. Этот факт существенно связан с обсуждавшейся симметрией между электромагнитными и слабыми взаимодействиями и, вообще говоря, не требует для своего объяснения гипотезы о существовании промежуточного векторного мезона.

3. Барионное поле

Следующий шаг состоит во включении в нашу схему барионов. Как мы уже отмечали во введении, схема не допускает фундаментальных триплетов частиц; это сразу вынуждает нас отказаться от идеи минимальности числа основных полей. Поэтому при введении барионов мы можем исходить либо из четырех основных частиц, либо из восьми. Для того, чтобы была возможность сопоставить полям реально существующие барионы, число которых равно восьми, разумно исходить из второй возможности (ср., например, с /26/). Это соответствует выбору размерности объемлющего пространства $m = 11$, т.е. размерности "внутреннего", равной 7.

Будем строить теорию барионов исходя из аналогии с лептонами. Мы не сможем здесь получить полной картины взаимодействий барионов, так как оставляем в стороне эффекты сильных взаимодействий, которые, по нашим представлениям, не связаны с

локальным искривлением пространства. Поэтому мы, в частности, оставляем для барионов также чистый $V - A$ — вариант, кроме того, мы не будем претендовать на объяснение некоторых фактов, для которых существенно влияние сильных взаимодействий x/.

Итак, введем для описания барионов второе фундаментальное поле, представляющее собой восьмикомпонентный спинор Ψ семимерного "внутреннего" эвклидова пространства xx/. Построим также соответствующую алгебру восьмирядных матриц Γ_μ, удовлетворяющих соотношениям

$$\Gamma_\mu \Gamma_\nu + \Gamma_\nu \Gamma_\mu = 2\delta_{\mu\nu} \; ; \; \mu,\nu = 0,1,\dots,6 . \tag{3.1}$$

В дальнейшем мы будем пользоваться эрмитовым представлением этих матриц:

$$\Gamma_0 = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix} \; ; \; \Gamma_a = \begin{pmatrix} 0 & \gamma_a \\ \gamma_a & 0 \end{pmatrix} , a = 1,\dots,5 ; \; \Gamma_6 = i \begin{pmatrix} 0 & -I \\ I & 0 \end{pmatrix} \tag{3.2}$$

Коммутаторы

$$\Gamma_{\mu\nu} = \frac{I}{2i} [\Gamma_\mu , \Gamma_\nu] \tag{3.3}$$

образуют набор генераторов группы $R(7)$.

Теперь коэффициенты вращения определяются как билинейными комбинациями лептонных спиноров, так и билинейными комбинациями барионных спиноров, т.е. выражениями вида:

$$\omega_{\alpha\beta k} = a\bar{\psi} B_{\alpha\beta k}\psi + b\bar{\Psi}\bar{B}_{\alpha\beta k}\Psi . \tag{3.4}$$

где матрицы $\bar{B}_{\alpha\beta k}$ построены из матриц Γ_α так же, как матрицы $B_{\alpha\beta k}$ построены из γ_α. Введем для удобства изложения оператор проектирования

$$P = ½(I + \Gamma_{56}) \tag{3.5}$$

барионный алгебры на лептонную. В частности, имеем следующие соотношения :

$$P\Gamma_{\alpha\beta} = \gamma_{\alpha\beta} \; ; \; \alpha,\beta = 0,\dots,4 ; \quad P\Gamma_{56} = I . \tag{3.6}$$

Выражение (3.4) приводит в квазиэвклидовом приближении к ковариантным производным спиноров ψ и $\bar{\Psi}$ (см. /15/):

---

x/ Например, правило $|\Delta T| = ½$ в нелептонных распадах адронов, (V , A)-структура барионных токов и т.д.

xx/ Так же, как и для лептонов, каждая компонента суперспинора Ψ является четырехкомпонентным спинором Дирака.

$$\partial_n \psi + \frac{1}{4}\sum_{\alpha,\beta} \gamma_{\alpha\beta} (1+\tilde{\gamma}_5)\{a\bar{\psi}\gamma_{\alpha\beta} O_n \psi + b\bar{\Psi}\Gamma'_{\alpha\beta} O_n \Psi\} \psi ;$$

$$\partial_n \Psi + \frac{1}{4}\sum_{\alpha,\beta} \Gamma'_{\alpha\beta} (1+\tilde{\gamma}_5)\{a\bar{\psi}\gamma_{\alpha\beta} O_n \psi + b\bar{\Psi}\Gamma'_{\alpha\beta} O_n \Psi\}\Psi . \tag{3.7}$$

(Член в скобках в этой формуле есть просто коэффициент вращения вида (3.4)). Здесь представление матриц Γ'_α , вообще говоря, не совпадает с представлением (3.2). Причина этого выяснится ниже. Для того, чтобы иметь возможность сформулировать законы сохранения (энергии, импульса и т.д) мы потребуем, чтобы уравнения, получающиеся с использованием ковариантных производных (3.7), следовали из единого лагранжиана. Легко проверить, что это требование приводит к условию универсальности

$$a = b = \sqrt{2}\,G , \tag{3.8}$$

причем суммирование в (3.7) с необходимостью распространяется для барионов лишь на те значения α , β , которые входят в лептонный лагранжиан (2.9). Таким образом, мы приходим к следующему лагранжиану слабых взаимодействий барионов и лептонов:

$$L_{int} = \frac{G}{4\sqrt{2}} \sum_{\alpha=1,2} \{\bar{\Psi}\Gamma'_{0\alpha}\Psi + \bar{\psi}\gamma_{0\alpha}\Psi\}\{\bar{\Psi}\Gamma'_{0\alpha}\Psi + \bar{\psi}\gamma_{0\alpha}\psi\} . \tag{3.9}$$

Чтобы сопоставить восьми компонентам спинора Ψ восемь барионов p, n, Λ, Σ^+, $\Sigma^0 \Sigma^-$, Ξ^0, Ξ^-, построим операторы, собственные значения которых позволяют различить эти частицы. В алгебре $R(7)$ имеется три взаимно коммутирующих генератора. Возьмем в качестве таких генераторов матрицы Γ_{12} , Γ_{34} , Γ_{56} , которые диагональны в представлении (3.2). Сначала найдем оператор электрического заряда Q_B , который должен быть связан с лептонным оператором электрического заряда Q_L соотношением проектирования

$$PQ_B = Q_L = \tfrac{1}{2}(\gamma_{12} - I) . \tag{3.10}$$

Легко убедиться, что оператор должен иметь вид:

$$Q_B = \tfrac{1}{2}(\Gamma_{12} - \Gamma_{56}) + c(I - \Gamma_{56}) . \tag{3.11}$$

Чтобы устранить имеющуюся здесь неоднозначность, обсудим геометрический смысл электромагнитных взаимодействий. Как мы уже отмечали, электромагнитное взаимодействие должно входить в коэффициенты вращения. Это легко сделать при $c = 0$. Действительно, включим в коэффициенты вращения члены

$$e[\epsilon^{12}_{\alpha\beta} - \epsilon^{56}_{\alpha\beta}]A_k , \tag{3.12}$$

где A_k –составляющие электромагнитного потенциала в ортогональном репере, а $\epsilon^{\alpha'\beta'}_{\alpha\beta}$ –абсолютно антисимметричный тензор двумерного пространства, построенного на осях α' и β' . Тогда в эффективном лагранжиане взаимодействия возникнет член электромагнитного взаимодействия

$$e(\bar{\Psi}\tilde{\gamma}_k Q_B \bar{\Psi} + \bar{\psi}\tilde{\gamma}_k Q_L \psi)A_k . \tag{3.13}$$

Замечая, что при $c \neq 0$ подобная геометрическая интерпретация оператора заряда невозможна, мы приходим к выводу, что

$$Q_B = \tfrac{1}{2}(\Gamma_{12} - \Gamma_{56}) . \tag{3.14}$$

Заметим, что собственные значения этого оператора равны +1, +1, –1, –1, 0, 0, 0, как и должно быть (при $c \neq 0$ правильные собственные значения не получаются!).

Для дальнейшей идентификации частиц определим второе квантовое число как оператор гиперзаряда Y . Будем считать, что представление (3.2) выбрано таким образом, что оператор Y в нем также диагонален. Тогда можно положить[x/]

$$Y = -\tfrac{1}{2}(\Gamma_{34} + \Gamma_{56}) . \tag{3.15}$$

Легко проверить, что этот оператор имеет такие же собственные значения, как и Q_B , и что выполнено соотношение Гелл-Манна–Нишиджимы

$$Q - \frac{Y}{2} = T_3 , \tag{3.16}$$

т.е. разность матриц в левой части формулы (3.16) дает правильное распределение собственных значений третьей компоненты T_3 изотопического спина для барионов.

Пользуясь любой парой из трех операторов (3.14)–(3.16), получим распределение частиц в суперспиноре

$$\Psi = (\Xi^0, \Sigma^-, p, Z^0, \Sigma^+, n, Y^0, \Xi^-) . \tag{3.17}$$

где Z^0 и Y^0 –некоторые линейно независимые комбинации частиц Λ и Σ^0. Чтобы найти вид этих комбинаций, необходимо знать оператор квадрата изотопического спина. Сделав дополнительное предположение, что в число генераторов $\Gamma_{\mu\nu}$ входят операторы изотопического спина T_+ и T_- , для которых

[x/] Очевидная неоднозначность в выборе этого оператора сводится к переобозначению частиц.

$$[T_+ , T_-] = 2T_3 \quad , \quad [T_3 , T_\pm] = \pm T_3 \quad , \tag{3.18}$$

мы можем найти общий вид этих операторов (аналогичные выражения были получены в работе [26]):

$$T_+ = e^{i\phi_1} \tfrac{1}{2}(\Gamma_{20} + i\Gamma_{01}) + \tfrac{1}{2} e^{i\phi_2} [(\Gamma_{36} - \Gamma_{45}) + i(\Gamma_{35} - \Gamma_{64})] \, , \tag{3.19}$$

$$T_- = (T_+)^+ , \quad \phi_1 , \phi_2 \ \text{– вещественны.}$$

Вычисляя оператор T^2, нетрудно убедиться, что он, кроме диагональных членов, содержит недиагональные элементы, перемешивающие Z^0 и Y^0. Проводя диагонализацию T^2, получим с точностью до несущественного фазового множителя, что[x/]

$$Z^0 = \frac{\Lambda + \Sigma^0}{\sqrt{2}} \quad , \quad Y^0 = \frac{\Lambda - \Sigma^0}{\sqrt{2}} \quad .$$

Введенный выше оператор Y нельзя считать вполне аналогичным оператору мюонного заряда F_L (хотя он и связан с ним простым соотношением проектирования), так как гиперзаряд в слабых взаимодействиях не сохраняется. Определим поэтому для барионов новое квантовое число[xx/]

$$F_B = \tfrac{1}{2}(\Gamma_{34} + I) \, , \tag{3.20}$$

которое переносит на барионы понятие мюонного заряда и по форме идентично выражению (2.6). Как и F_L, заряд F_B связывается с градиентными преобразованиями, обеспечивающими сохранение F_B. Так как градиентные преобразования могут быть выполнены отдельно для барионов и отдельно для лептонов, то заряды F_B и F_L сохраняются по отдельности. Это свойство зарядов F_B и F_L существенно отличает их от электрического заряда, который сохраняется для совокупности всех частиц. Причина этого – обсуждавшееся выше различие механизмов, обеспечивающих сохранение этих зарядов.

4. Слабые взаимодействия барионов и лептонов

В употреблявшемся до сих пор представлении (3.2) диагональны операторы заряда, гиперзаряда и F_B -заряда. Проводя последовательно барионно-лептонную аналогию

x/ Эти обозначения, таким образом, соответствуют обозначениям, введенным в дублетной теории Гелл-Манна и Пайса[27].

xx/ Определяя этот заряд требованием $PF_B = F_L$, получим его общий вид: $F_B = \tfrac{1}{2}(\Gamma_{34} + I) + c(I - \Gamma_{56})$. Однако ниже мы перейдем к представлению, в котором матрица Γ_{56} недиагональна, и поэтому сразу положим $c = 0$.

естественно требовать лишь сохранения зарядов Q и F. Оператор же гиперзаряда введен лишь для классификации частиц, не связан с геометрическими представлениями и не обязан сохраняться (и быть диагональным). Найдем наиболее общее преобразование представления (3.2), которое сохраняет вид операторов зарядов Q_B и F_B.

Рассмотрим для упрощения выкладок бесконечно малые унитарные преобразования матриц Γ_μ :

$$\Gamma'_\mu = U^{-1} \Gamma_\mu U \ , \ U = 1 - i\epsilon\Phi \quad , \quad \Phi^+ = \Phi \ ; \tag{4.1}$$

ϵ –вещественное бесконечно малое число, Φ – некоторая линейная комбинация генераторов $\Gamma_{\mu\nu}$. Операторы зарядов Q и F преобразуются следующим образом:

$$\begin{aligned} Q' &= U^+ Q U = Q + \frac{i\epsilon}{2} \{[\Phi , \Gamma_{12}] - [\Phi ; \Gamma_{56}]\} + O(\epsilon^2) \ ; \\ F' &= U^+ F U = F + \frac{i\epsilon}{2} [\Phi , \Gamma_{34}] + O(\epsilon^2) \ . \end{aligned} \tag{4.2}$$

Поэтому условия сохранения операторов Q и F суть:

$$[\Phi , \Gamma_{12}] = [\Phi , \Gamma_{56}] \ ; \quad [\Phi , \Gamma_{34}] = 0 \ . \tag{4.3}$$

Нетрудно убедиться, что оператор

$$\Phi = A(\Gamma_{15} + \Gamma_{62}) + B(\Gamma_{16} + \Gamma_{25}) + C_1 \Gamma_{12} + C_2 \Gamma_{34} + C_3 \Gamma_{56} \tag{4.4}$$

удовлетворяет всем условиям (4.3) при произвольных константах A,B,C. Последние три слагаемых в выражении (4.4) описывают несущественные преобразования, так как они коммутируют со всеми тремя диагональными операторами. Мы используем только один из них для того, чтобы упростить нетривиальное преобразование, которое описывается первыми двумя членами. С этой целью выполним, кроме бесконечно малого преобразования с генератором

$$\Phi = A(\Gamma_{15} + \Gamma_{62}) + B(\Gamma_{16} + \Gamma_{25}) \ , \tag{4.5}$$

еще конечный поворот в плоскости (5.6). При этом генератор Φ преобразуется в генератор

$$\begin{aligned} \Phi' &= e^{-i\alpha\Gamma_{56}} \{A(\Gamma_{15} + \Gamma_{62}) + B(\Gamma_{16} + \Gamma_{25})\} e^{i\alpha\Gamma_{56}} = \\ &= (A\cos 2\alpha - B\sin 2\alpha)(\Gamma_{15} + \Gamma_{62}) + (A\sin 2\alpha + B\cos 2\alpha)(\Gamma_{16} + \Gamma_{25}) \ . \end{aligned} \tag{4.6}$$

Выбирая $\operatorname{tg} 2\alpha = -B/A$, получим, что

$$\Phi' = \pm\sqrt{A^2 + B^2}(\Gamma_{15} + \Gamma_{62}) \ . \tag{7}$$

Переходя от бесконечно малых преобразований к конечным, получим теорему: с точностью до поворотов на конечные углы в плоскостях (1,2), (3,4) и (5,6), наиболее общее унитарное преобразование, оставляющее инвариантными заряды Q_B и F_B, записывается в виде:

$$\Gamma'_\mu = U^+_\theta \Gamma_\mu U_\theta \quad , \quad \text{где} \quad U_\theta = \exp[i\frac{\theta}{2}(\Gamma_{15} + \Gamma_{62})] . \tag{4.7}$$

Легко получить, что это преобразование можно записать в следующем виде (мы будем называть его преобразованием Кабибо[x/]):

$$\Gamma'_1 = \cos\theta\Gamma_1 + \sin\theta\Gamma_5 \; ; \quad \Gamma'_5 = -\sin\theta\Gamma_1 + \cos\theta\Gamma_5 \; ;$$

$$\Gamma'_2 = \cos\theta\Gamma_2 - \sin\theta\Gamma_6 \; ; \quad \Gamma'_6 = \sin\theta\Gamma_2 + \cos\theta\Gamma_6 \; ; \tag{4.8}$$

а остальные матрицы не преобразуются. Это преобразование сводится к повороту на угол θ в плоскости (1,5) и на угол $-\theta$ в плоскости (2,6).

В новом представлении заряды Q и F остаются диагональными, а оператор гиперзаряда при $\theta \neq n\pi$, где n –целое число, недиагонален и, следовательно, при $\theta \neq n\pi$ гиперзаряд в слабых взаимодействиях не сохраняется. Мы будем считать угол θ произвольным. Поскольку в любом представлении должно быть три диагональных оператора, то возникает вопрос, как построить в представлении Кабибо диагональный оператор, линейно независимый с Q_B и F_B. Пользуясь преобразованием (4.8) и определением матриц $\Gamma_{\mu\nu}$, нетрудно убедиться, что матрица

$$\tfrac{1}{4}\{I + \Gamma'_{12}\cos^2\theta - \Gamma'_{56}\sin^2\theta + \tfrac{1}{2}(\Gamma'_{16} + \Gamma'_{25})\sin 2\theta\} \tag{4.9}$$

диагональна и по форме совпадает с $\tfrac{1}{4}(I + \Gamma_{12})$.

Таким образом, мы конкретизировали в лагранжиане (3.9) представление матриц Γ'_μ и запишем теперь его в окончательном виде:

$$L_{int} = \frac{G}{\sqrt{2}}(J_B + J_L)(J^+_B + J^+_L) \tag{4.10}$$

(суммирование по пространственным индексам, и матрицы O_n подразумеваются), где

$$J_B = \cos\theta[\overline{\Xi}^0 \Xi^- + \bar{p}n - \bar{Y}^0\Sigma^- - \bar{\Sigma}^+ Z^0] -$$

$$- \sin\theta[\bar{p}Y^0 + \bar{Z}^0\Xi^- + \bar{\Sigma}^+\Xi^0 + \bar{n}\Sigma^-] ; \tag{4.11}$$

$$J_L = (\bar{\nu}_\mu \mu - \bar{\nu}_e e) .$$

[x/] В дальнейшем выяснится, что θ есть угол, введенный Кабибо[9].

Этот лагранжиан слабых взаимодействий 4 лептонов и 8 барионов имеет вид произведения з а р я ж е н н ы х токов и обеспечивает правила отбора (1.1) и (1.2). Кроме того, ток, сохраняющий гиперзаряд, входит с множителем $\cos\theta$, а ток, изменяющий гиперзаряд,– с множителем $\sin\theta$, т.е. мы получили универсальность слабых взаимодействий в форме, предложенной Кабибо[9]. Правила отбора (1.1) и (1.2) и модифицированная таким образом универсальность хорошо согласуются с экспериментальными данными[28].

Заметим, что в векторной части тока (4.11) содержатся члены $\bar{\Lambda}\Sigma^-$, $\bar{\Sigma}^+\Lambda$, которые обычно исключаются гипотезой о сохранении векторного тока[29]. Экспериментальные данные не позволяют пока выяснить (V , A)–структуру в соответствующих распадах[28]. Экспериментальное определение этой структуры очень важно для проверки предлагаемой схемы. (Соответствующие эксперименты предложены в работах[29]).

На объяснение более тонких деталей слабых взаимодействий, существенно связанных с эффектами сильных взаимодействий, данная теория претендовать не может.

5. З а к л ю ч е н и е

Важно отметить, что правила отбора (1.1) и (1.2) следуют из сохранения заряда F_B и из правила $|\Delta Q| = 1$. Действительно, легко видеть, что заряд F_B разбивает все барионы на две четверки:

$$F_B = 0 : \quad \Sigma^-, p, n, Y^0 = \frac{\Lambda - \Sigma^0}{\sqrt{2}} \; ; \tag{5.1}$$

$$F_B = 1 : \quad \Sigma^+, \Xi^-, \Xi^0, Z^0 = \frac{\Lambda + \Sigma^0}{\sqrt{2}} \; ; \tag{5.2}$$

и можно непосредственно убедиться в выполнении правил отбора (1.1), (1.2). Таким образом, простое обобщение закона сохранения мюонного заряда, который в этой схеме автоматически распространяется на барионы, позволяет получить все правила отбора. При этом существенно учитывать отсутствие нейтральных токов. Если бы мы попытались оставить нейтральные лептонные токи (отказываясь тем самым от симметрии между слабыми и электромагнитнымп взаимодействиями), то вследствие универсальности появились бы нейтральные токи в барион-лептонных и барионно-барионных взаимодействиях. При этом нельзя даже исключить изменения странности на 2 в адронно-адронных распадах. Таким образом, в предлагаемой схеме существование нейтральных лептонных токов жестко связано с существованием нейтральных барионных токов с $\Delta s \neq 0$, а также с существованием нелептонных распадов с $|\Delta S| = 2$. Мы подчеркнем, что не может существовать нейтральных барионных токов с $\Delta S = 0$[x/] без того, чтобы одно-

---

[x/] Последние экспериментальные данные[25] свидетельствуют об отсутствии таких токов.

временно не появились нейтральные барионные токи с $\Delta S \neq 0$. Подводя итог этих рассуждений, суммируем их в одном утверждении: в данной схеме существование хотя бы одного нейтрального тока приведет к противоречию с экспериментом. С другой стороны, это может служить сильным указанием в пользу предложенной выше симметрии между электромагнитными и слабыми взаимодействиями.

Правила отбора (1.1) и (1.2), которые мы объясняли сохранением заряда F_B, до сих пор объяснялись лишь либо в рамках гипотезы о фундаментальном триплете полей ("сакатоны", кварки, трионы и пр. /11/), либо посредством гипотезы, что "слабый" адронный ток принадлежит к октету группы SU_3 /9/. В нашей схеме кварки запрещены, а классификация токов по представлениям группы SU_3 вообще не рассматривается. Поэтому возникает новый взгляд на происхождение правил отбора в слабых взаимодействиях[x]. Интересно отметить, что с этой точки зрения можно по-новому понять происхождение угла Кабибо θ, который естественно появляется без всяких дополнительных гипотез.

В данной работе мы ограничивались рассмотрением слабых и электромагнитных взаимодействий в квазиэвклидовом приближении. Все полученные в этом приближении законы сохранения (правила отбора, сохранение CP и пр.) справедливы в любом порядке теории возмущений по эффективному лагранжиану взаимодействия. Однако уже для членов порядка $G\varepsilon$ существенны не только высшие приближения теории возмущений, но и геометрические эффекты, которых мы здесь не рассматривали. Нет никаких оснований ожидать, что найденные законы сохранения должны выполняться и при учете высших геометрических эффектов. В частности, вполне возможно, что в порядке $G\varepsilon$ нарушены как CP-инвариантность, так и правила отбора (1.1) и (1.2). Поэтому можно утверждать, что найденные законы сохранения выполняются, вообще говоря, с точностью $\lesssim 1\%$. Представляется заманчивым связать эти замечания с наблюдавшимися эффектами несохранения CP /30/ и с указаниями на наблюдения распадов с $\Delta Q = -\Delta S$ /31/. Для того, чтобы сделать более определенные предсказания, необходимо, однако, дальнейшее исследование эффектов искривления пространства-времени.

Авторы благодарны Д.И. Блохинцеву, С.С. Герштейну, В.Г. Кадышевскому, А.Н.Лезнову, А.А. Логунову, Б.М. Понтекорво и О.А. Хрусталеву за полезное обсуждение работы.

---

[x] Уместно отметить, что коль скоро квантовое число F_B введено и барионам приписаны его определенные значения (5.1), (5.2), правила отбора (1.1) и (1.2) можно получить, вовсе забыв о геометрической природе заряда F.

Литература

1. E.Fermi. Nuovo Cim., 11, 1 (1934).
2. M.Conversi, M.Pancini, O.Piccioni. Phys.Rev., 71, 209 (1947).
3. B.Pontecorvo. Phys.Rev., 72, 246 (1947); G.Puppi. Nuovo Cim., 5, 587 (1948).
4. N.Dallaporta. Nuovo Cim., 1, 962 (1955).
5. R.P.Feynmann, M.Gell-Mann. Phys. Rev., 111, 362 (1958).
6. R.H.Dalits. Rev. Mod. Phys., 31, 823 (1959).
7. C.S.Wu. Rev.Mod. Phys., 36, 618 (1964).
8. С.С. Герштейн, Я.Б. Зельдович. ЖЭТФ, 29, 698 (1955).
9. N.Cabibbo. Phys.Rev.Lett., 10, 531 (1963).
10. T.D.Lee, C.N.Yang. Phys. Rev., 104, 254 (1956).
11. Л.Б. Окунь. Слабое взаимодействие элементарных частиц. Физматгиз, Москва, 1963
12. H.Yukawa. Proc. Phys. Math. Soc. Japan., 17, 48 (1935); J.Schwinger. Ann. Phys. (N.Y.) 2, 407 (1957).
13. A.Salam. Nuovo Cim., 5, 299 (1957).
14. W.Heinsenberg, Zs.f.Phys., 101, 533 (1936).
15. Б.А. Арбузов. ЖЭТФ, 46, 1285 (1964).
16. В.А. Фок. Теория пространства, времени и тяготения. Физматгиз, Москва, 1961.
17. Э. Картан. Теория спиноров. ИЛ. Москва, 1947.
18. A.Lichnerowicz. Annales de l'Inst. Henri Poincare, Al, 233 (1964).
19. В.А. Фок, Д.Д. Иваненко. Phys. Zs, 188, 1470 (1929);
    В.А. Фок. Zs.f.Phys., 57, 261 (1929).
20. В.И. Огиевецкий, И.В. Полубаринов. Ann.Phys. (N.Y.), 25, 358 (1963).
21. А.С. Эддингтон. Математическая теория относительности, ДНТВУ, Харьков, 1933.
22. А. Эйнштейн. Сущность теории относительности, ИЛ, Москва (1955).
23. Л.Б. Окунь, И.Ю. Кобзарев. ЖЭТФ, 41, 1205 (1961).
24. A.Salam, J.Ward. Nuovo Cim., 11, 568 (1959).
25. M.M.Block et al. Phys. Lett., 12, 281 (1964).
26. F.Gursey. Ann. Phys. (N.Y.), 12, 91 (1961).
27. M.Gell-Man. Phys. Rev., 106, 1296 (1957); A.Pais. Phys. Rev., 110, 574.
28. R.Dalitz. Properties of the Weak Interactions (см. сборник "Полупростые группы и систематика элементарных частиц", т. II, Дубна, 1965).
29. N.Cabibbo, R.Gatto. Nuovo Cim., 15, 304 (1960); N.Cabibbo, P.Franzini. Phys. Lett., 3, 217 (1963).
30. J.H.Christenson et al. Phys. Rev. Lett., 13, 138 (1964).
31. A.Barbaro-Gultieri et al. Phys.Rev. Lett., 9, 26 (1962).

Рукопись поступила в издательский отдел 15 февраля 1966 г.