ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

P - 2576

С.М. Биленький, Р.М. Рындин

О ПРИМЕНЕНИИ МЕТОДА "МАКСИМАЛЬНОЙ СЛОЖНОСТИ" ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ СПИНОВ И ЧЕТНОСТЕЙ В РЕАКЦИЯХ С ПОЛЯРИЗОВАННЫМИ ЧАСТИЦАМИ

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

1966

P - 2576

С.М. Биленький, Р.М. Рындин

О ПРИМЕНЕНИИ МЕТОДА "МАКСИМАЛЬНОЙ СЛОЖНОСТИ" ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ СПИНОВ И ЧЕТНОСТЕЙ В РЕАКЦИЯХ С ПОЛЯРИЗОВАННЫМИ ЧАСТИЦАМИ

I. В работе Пешкина [1] предложен метод определения спина и четности нестабильной частицы, рождающейся в реакции

$$0 + 0 \to j + 0 \qquad (1)$$

и распадающейся затем на две бесспиновые частицы либо на частицу со спином нуль и γ - квант. Этот метод базируется на правиле Бора [2]

$$(-1)^{m_f - m_i} = I , \qquad (2)$$

вытекающем из инвариантности относительно отражений в плоскости реакции. В соотношении (2) $I = \frac{I_i}{I_f}$ – относительная четность частиц, участвующих в реакции (1), (I_i (I_f) - произведение внутренних четностей начальных (конечных частиц)),а m_i (m_f) -проекции полного спина начальных (конечных) частиц на нормаль к плоскости реакции.

Угловое распределение продуктов распада частиц со спином j в их системе покоя может быть записано в виде:

$$N(\theta) = ½ \sum_{k=0,\text{чет}}^{2j} a_k P_k(\cos\theta) , \qquad (3)$$

где θ - угол между нормалью к плоскости реакции (1) и импульсом конечной частицы. Коэффициенты a_k зависят от угла, под которым вылетает частица со спином j в реакции (1), и определяются динамикой процесса рождения. Используя правило отбора (2),Пешкин показал, что коэффициент a_{2j} , т.е. коэффициент при полиноме Лежандра максимального порядка в распределении (3), не может обращаться в нуль ни при какой динамике процесса рождения и что знак этого коэффициента совпадает с относительной внутренней четностью. Он показал также, что для данного j могут быть найдены верхняя и нижняя границы коэффициента a_{2j} , причем эти границы не зависят от угла, под которым вылетают частицы со спином j в реакции (1). Тот факт, что имеется отличная от нуля нижняя граница коэффициента a_{2j} и позволяет определить значение спина. Дело в том, что если найденное на опыте угловое распределение продуктов распада удовлетворительно описывается выражением типа (3) с некоторым k_{max} , то согласие с экспериментом может быть всегда улучшено, если к этому выражению добавить с малым весом еще один полином Лежандра $P_k(\cos\theta)$ с $k = k_{max} + 2$. Однако существование отличной от нуля нижней границы коэффициента при старшем полиноме Лежандра запрещает добавление лишнего полинома Лежандра с малым весом, что и должно приводить к практически однозначному определению $k_{max} = 2j$.

В работе[3] этот метод был распространен на случай нестабильных частиц с полуцелым спином s (частица со спином s распадается по схеме $s \to ½ + 0$), рождающихся в реакции вида

$$0 + ½ \to 0 + s \qquad (4)$$

с поляризованными начальными фермионами. Здесь мы рассмотрим другие реакции с поляризованными частицами. Именно, в разделе II будут рассмотрены реакции типа

$$0 + ½ \to j + s \qquad (5)$$

с последующими распадами образующихся в реакции (5) частиц по схемам:

$$s \to ½ + 0, \qquad j \to 0 + 0, \qquad (6)$$

а в разделе III реакции:

$$\gamma + 0 \to j + 0, \qquad (7)$$

$$j \to 0 + 0. \qquad (8)$$

Мы будем предполагать, что четность сохраняется в реакциях (5) и (7). Сохранение же четности в распадах (6) и (8) предполагаться не будет. Базируясь лишь на соображениях инвариантности, мы покажем, что,изучая угловое распределение продуктов распада частиц, образующихся в реакциях с поляризованными начальными частицами, можно определить спины и четности этих нестабильных частиц. Кроме того, будет показано, что в определенных условиях опыты по определению четности в реакции (5) полностью аналогичны опытам по определению четности в реакции $0 + ½ \to 0 + s$, обсуждавшимся в работе[4].

Условие инвариантности относительно отражений в плоскости реакций[5] имеет вид:

$$IM(\vec{p}', \vec{p}) = R_f M(\vec{p}', \vec{p}) R_i^{-1}. \qquad (9)$$

Здесь $M(\vec{p}', \vec{p})$ -матрица реакции ($\vec{p}'$ и $\vec{p}$ -конечный и начальный относительные импульсы в с.ц.и.), $R_i (R_f)$ -прямое произведение операторов поворота спинов начальных (конечных) частиц на угол π вокруг нормали к плоскости реакции, а

$$I = \frac{I_i}{I_f}, \qquad (10)$$

где I_i (I_f) -произведение внутренних четностей начальных (конечных) частиц. Подчеркнем, что преобразование отражения в плоскости реакции является единственным преобразованием, содержащим относительную внутреннюю четность и не меняющим аргументов $\vec{p}$ и $\vec{p}'$ матрицы реакции $M(\vec{p}', \vec{p})$. Следовательно, все соотношения между экспериментально измеримыми величинами, содержащие I, являются следствием требования инвариантности (9). Соотношение (9) указывает также, какую именно информацию о состоянии поляризации частиц, участвующих в реакции, следует привлечь для определения внутренней четности[5].

Оператор поворота R для каждой из частиц равен

$$R = e^{i\pi \vec{S}\cdot\vec{n}}, \qquad (11)$$

где $\vec{S}$ -оператор спина соответствующей частицы, а $\vec{n} = \frac{\vec{p}\times\vec{p}'}{|\vec{p}\times\vec{p}'|}$ -нормаль к плоскости реакции. Очевидно, что в случае спина 1/2 оператор поворота равен $i\vec{\sigma}\vec{n}$. Состояние поляризации γ-квантов будем описывать в ортонормированном базисе

$$\vec{e}_1, \; \vec{e}_2,$$

где вектор $\vec{e}_1$ ортогонален к плоскости реакции, а вектор $\vec{e}_2$ лежит в ней. В этом базисе оператор отражения в плоскости реакции равен $-\tau_3 = I_\gamma \tau_3$, а оператор поворота на угол π вокруг нормали в случае γ-квантов равен, следовательно, τ_3[6] (τ_3 - матрица Паули).

II. Начнем с рассмотрения реакций

$$0 + ½ \to j + s, \qquad (12)$$

где частица со спином j распадается на две бесспиновые частицы:

$$j \to 0 + 0, \qquad (13)$$

а частица со спином s распадается по схеме

$$s \to ½ + 0. \qquad (14)$$

Состояние поляризации частиц со спином s будем характеризовать средними значениями тензорных операторов $(-J \le M \le J, \quad 0 \le J \le 2s)$, нормированных условиями,

$$Sp\, T_{JM} T^+_{J'M'} = \frac{2s+1}{2J+1} \delta_{JJ'} \delta_{MM'}. \qquad (15)$$

При такой нормировке матричный элемент T_{JM} в представлении, где диагонален оператор T_{10} (S_z), равен

$$\langle sm'| T_{JM} |sm\rangle = (smJM|sJsm'). \qquad (16)$$

Аналогичные операторы для частиц со спином j обозначим через t_{kq} .

Прежде чем переходить к обсуждению обобщения метода "максимальной сложности", сделаем несколько замечаний. Предположим, что каким-либо образом выделяется определенное значение проекции спина частицы со спином j на нормаль к плоскости реакции (обозначим ее κ). Соответствующий оператор поворота на угол π вокруг нормали в условии (9) можно заменить в этом случае собственным значением $(-1)^{\kappa}$. Условие (9) сведется при этом по виду к условию инвариантности относительно отражений в плоскости реакций для реакций типа:

$$0 + \tfrac{1}{2} \to 0 + s\,, \tag{17}$$

где роль внутренней четности будет играть величина $I' = (-1)^{\kappa} I$. Таким образом, в этом случае вся совокупность возможных опытов по определению четности в реакции (12), будет в точности такой же, как и в реакции (17). Если, например, отбирать только такие случаи, когда относительный импульс продуктов распада частиц со спином j параллелен (антипараллелен) нормали к плоскости реакции, то при этом выделяется проекция $\kappa = 0$. В таких условиях можно определить четность I независимо от значения спина бозона j в опытах, аналогичных опытам по определению четности в реакциях (17), рассмотренным в [4]. Для определения I можно воспользоваться, например, соотношением (см. [4]) между асимметрией ϵ , возникающей в реакции (12) с поляризованными начальными частицами (поляризация $\vec{P} = P\vec{n}$ направлена по нормали к плоскости реакции, ось квантования также направлена по нормали) и средними значениями $\langle T_{J0} \rangle_0$ в реакции с неполяризованными частицами[x]:

$$\epsilon = IP \sum_{J-\text{нечет}} (-i)\, a_J \langle T_{J0} \rangle_0 \,. \tag{18}$$

Коэффициенты a_J , фигурирующие в (18), приведены в [4]. Очевидно, что для определения четности в рассматриваемых условиях можно использовать любые, содержащие I, соотношения между наблюдаемыми, имеющие место для реакции типа (17). Наконец, для определения s и I можно воспользоваться методом, описанным в упоминавшейся выше работе [3].

После этих замечаний перейдем к нашей основной задаче. Будем считать, что ось квантования направлена по нормали к плоскости реакции, а поляризация начальных частиц равна:

$$\vec{P} = P\vec{n}\,. \tag{19}$$

Рассмотрим среднее значение

---

[x] Частный случай этой теоремы для $s = \tfrac{1}{2}$ был рассмотрен Баршаем[7].

$$\langle T_{2s0}\ t_{2j0} \rangle_P = \frac{1}{\sigma_P}\, \mathrm{Sp}\, T_{2s0}\ t_{2j0}\ M\tfrac{1}{2}(1 + P\vec{\sigma}\vec{n})M^{+} \,. \tag{20}$$

Используя условие инвариантности относительно отражений в плоскости реакции (9), находим:

$$\frac{\langle T_{2s0} t_{2j0} \rangle_P\, \sigma_P - \langle T_{2s0} t_{2j0} \rangle_{-P}\, \sigma_{-P}}{\sigma_P + \sigma_{-P}} = IP(i)\, \frac{\mathrm{Sp}\, T_{2s0}\ R_s^{-1}\, t_{2j0}\ R_j^{-1}\ MM^{+}}{\mathrm{Sp}\, MM^{+}} =$$

$$= IP(-1)^{s-\frac{1}{2}} \left(\frac{2s+1}{4s+1} \right)^{\frac{1}{2}} (-1)^{j} \left(\frac{2j+1}{4j+1} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{\sum\limits_{m,\kappa,\mu} (sms-m|ss2s0)(j\kappa j-\kappa|jj2j0)\, |M_{m\kappa;\mu}|^2}{\sum\limits_{m,\kappa,\mu} |M_{m\kappa;\mu}|^2} \,. \tag{21}$$

Здесь R_s и R_j –соответствующие операторы поворота на угол π вокруг нормали, а m , κ и μ –значения проекций конечных и начального спинов на нормаль к плоскости реакции. Суммирование в (21) производится, естественно, лишь по таким значениям проекций спинов, которые удовлетворяют правилу Бора

$$(-1)^{m+\kappa-\mu} = I \,. \tag{22}$$

Отсюда видно, что суммирование производится по всем значениям m и κ . В сумме же по μ при каждом значении m и κ остается лишь один из двух возможных членов.

Входящие в выражение (21) коэффициенты Клебша-Гордана положительны и равны [1]:

$$(sms-m\,|\,ss2s0) = \frac{[(2s)!]^2}{[(4s)!]^{\frac{1}{2}}}\, \frac{1}{(s-m)!\,(s+m)!} \,. \tag{23}$$

Это означает, что отношение наблюдаемых величин, стоящее в левой части соотношения (21), не может обратиться в нуль и что знак этого отношения определяется внутренней четностью I и значениям спинов, образующихся в реакции (12) частиц.

Перейдем к рассмотрению углового распределения продуктов распада. Матрица плотности, описывающая спиновое состояние частиц, образующихся в реакции (12), может быть записана в виде:

$$\rho = \sigma \sum_{\substack{J,M\\k,q}} \frac{(2J+1)}{(2s+1)}\, \frac{(2k+1)}{(2j+1)}\, T^{+}_{JM}\, t^{+}_{kq} \langle T_{JM}\, t_{kq} \rangle \,. \tag{24}$$

Обозначим через $M_s(\vec{k}_s)$ и $M_j(\vec{k}_j)$ матрицы распадов (13) и (14) ($\vec{k}_s$ и $\vec{k}_j$ – единичные векторы в направлениях относительных импульсов продуктов распада в системах покоя распадающихся частиц). Угловая корреляция продуктов распада дается следующим выражением

$$w(\vec{k}_s,\vec{k}_j) = \mathrm{Sp}M_s(\vec{k}_s)M_j(\vec{k}_j)\rho M_s^{+}(\vec{k}_s)M_j^{+}(\vec{k}_j)\ . \qquad (25)$$

Подставляя сюда разложение (24) для матрицы плотности, получаем

$$w(\vec{k}_s,\vec{k}_j) = \sigma\sum_{\substack{J,M\\k,q}}\frac{2J+1}{2s+1}\mathrm{Sp}M_s T_{JM}^{+}M_s^{+}\frac{2k+1}{2j+1}\mathrm{Sp}M_j t_{kq}^{+}M_j^{+}\ \langle T_{JM}t_{kq}\rangle\ . \qquad (26)$$

Используя результаты работ Байерс и Фенстер [8] и Пешкина [1], находим следующее выражение для угловой корреляции:

$$w(\theta_s,\phi_s;\theta_j,\phi_j) = \sigma\sum_{J=0}^{2s}\sum_{k=0\ k\ \text{чет}}^{2j} a_J(s)c_k(j)\sum_{M=-J}^{J}\sum_{q=-j}^{j}Y^{*}_{JM}(\theta_s\ \phi_s)\cdot$$

$$Y^{*}_{kq}(\theta_j,\phi_j)\langle T_{JM}t_{kq}\rangle\ . \qquad (27)$$

Здесь θ_s и ϕ_s (θ_j и ϕ_j) – сферические углы вектора $\vec{k}_s$ ($\vec{k}_j$) в системах покоя с осями z, направленными по нормали к плоскости процесса рождения. Коэффициенты $a_J(s)$ и $c_k(j)$ даются формулами[x/]:

$$a_J(s) = \alpha_J(-1)^{s-\frac12}\left(\frac{2s+1}{4\pi}\right)^{\frac12}(s\tfrac12 s-\tfrac12|ssJ0)\ , \qquad (28)$$

$$c_k(j) = (-1)^{j}\left(\frac{2j+1}{4\pi}\right)^{\frac12}(j0j0|jjk0). \qquad (29)$$

В выражении (28)

$$\alpha_J = 1 \quad \text{при } J \text{ четном,}$$
$$\alpha_J = \alpha \quad \text{при } J \text{ нечетном,} \qquad (30)$$

где

$$\alpha = \frac{2\,\mathrm{Re}ab^{*}}{|a|^2+|b|^2}\ , \qquad (31)$$

представляет собой параметр асимметрии, характеризующий распад частиц со спином s (a и b – амплитуды распада с орбитальными моментами $s-\frac12$ и $s+\frac12$

x/ Отметим, что a_J и c_k нормированы так, что $\int w\,d\Omega_s\,d\Omega_j = \sigma$.

соответственно). Интегрируя (27) по ϕ_s и ϕ_j и вводя обозначение

$$N(\theta_s;\theta_j) = \int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi}w(\theta_s,\phi_s;\theta_j,\phi_j)\,d\phi_s\,d\phi_j\ , \qquad (32)$$

из (27), (28) и (29) получаем

$$A(\theta_s;\theta_j) = \frac{N_P(\theta_s;\theta_j)-N_{-P}(\theta_s;\theta_j)}{\int[N_P(\theta_s;\theta_j)+N_{-P}(\theta_s;\theta_j)]\sin\theta_s\,d\theta_s\sin\theta_j\,d\theta_j} \qquad (33)$$

$$=\tfrac12 P\Big[\sum_{J=0,J\ \text{чет}}^{2s-1}\ \sum_{k=0,k\ \text{нечет}}^{2j}a_{J;k}P_J(\cos\theta_s)P_k(\cos\theta_j)+\alpha\sum_{J=1,J\ \text{чет}}^{2s}\ \sum_{k=0,k\ \text{нечет}}^{2j}a_{J;k}P_J(\cos\theta_s)P_k(\cos\theta_j)\Big]\ .$$

Индекс $P\ (-P)$ у N означает, что поляризация начальных фермионов в (12) равна $P\vec{n}(-P\vec{n})$, а

$$a_{J;k} = (-1)^{s-\frac12}(-1)^{j}\,[(2s+1)(2J+1)(2j+1)(2k+1)]^{\frac12}\times$$

$$\times(s\tfrac12 s-\tfrac12|ss2s0)(j0j0|jj2j0)\frac{\langle T_{J0}t_{k0}\rangle_P\sigma_P-\langle T_{J0}t_{k0}\rangle_{-P}\sigma_{-P}}{P(\sigma_P+\sigma_{-P})}\ . \qquad (34)$$

Для коэффициента $a_{2s;2j}$ с помощью (21) находим

$$a_{2s;2j} = I(2s+1)(2j+1)(s\tfrac12 s-\tfrac12|ss2s0)(j0j0|jj2j0)\ ,$$

$$\frac{\sum_{m,\kappa,\mu}(sms-m|ss2s0)(j\kappa j-\kappa|jj2j0)|M_{m\kappa;\mu}|^2}{\sum_{m,\kappa,\mu}|M_{m\kappa;\mu}|^2}\ . \qquad (35)$$

Из формулы (23), очевидно, что коэффициент $a_{2s;2j}$ отличен от нуля, а знак этого коэффициента совпадает с I . Значение коэффициента $a_{2s;2j}$ при $s>\frac12$ и $j>0$ определяется значениями матричных элементов $M_{m\kappa;\mu}$, т.е. динамикой сильных взаимодействий, обусловливающих процесс рождения (12). Однако можно найти верхнюю и нижнюю границы $a_{2s;2j}$. Ясно, что эти границы определяются минимальными и максимальными значениями коэффициентов Клебша-Гордана, входящих в (35). С помощью (35) и (23) получаем:

$$\frac{(2s+1)(2j+1)\left[(2s)!(2j)!\right]^3}{(4s)!(4j)!(s-\tfrac{1}{2})!(s+\tfrac{1}{2})!(j!)^2} \le |a_{2s;2j}| \le \frac{(2s+1)(2j+1)\left[(2s)!(2j)!\right]^4}{(4s)!(4j)!\left[(s-\tfrac{1}{2})!(s+\tfrac{1}{2})!\right]^2(j!)^4} \cdot \quad (36)$$

Изучая на опыте распределение (33), можно определить таким образом относительную внутреннюю четность I и спины обеих образующихся в реакции (12) частиц. Если параметр асимметрии a, характеризующий распад частиц со спином s, мал, то для определения спинов и четности необходимо изучать корреляцию продольной поляризации частиц со спином 1/2, образующихся при распаде (14) с направлением относительного импульса в распаде (13).

До сих пор мы считали, что угол, под которым вылетают частицы, рождающиеся в реакции (12), фиксирован. Очевидно, что можно произвести интегрирование по этому углу в (21) и (33) (интегрируются отдельно числитель и знаменатель). Ясно также, что границы для коэффициента $a_{2s;2j}$ остаются при этом неизменными.

III. Перейдем теперь к рассмотрению реакций типа

$$\gamma + 0 \to j + 0\,, \qquad (37)$$

где частица со спином j распадается на две бесспиновые частицы:

$$j \to 0 + 0\,.$$

Пусть падающий пучок γ-квантов поляризован. Такой пучок описывается, как известно /9/, матрицей плотности

$$\rho^{\gamma} = \tfrac{1}{2}(1 + \xi_i r_i)\,, \qquad (38)$$

где ξ_i -параметры Стокса. В дальнейшем будем предполагать, что γ-кванты поляризованы линейно. Параметры Стокса в этом случае равны:

$$\xi_1 = \xi \sin 2\psi\,,$$
$$\xi_2 = 0\,, \qquad (39)$$
$$\xi_3 = -\xi \cos 2\psi\,,$$

где ξ -степень линейной поляризации, а ψ - угол между плоскостью реакции и плоскостью линейной поляризации (см. рис. 1)

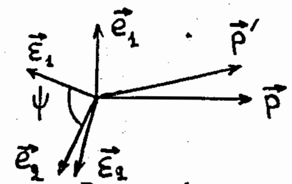

Рис. 1

Базисный вектор $\vec{e}_1$ перпендикулярен плоскости реакции, вектор $\vec{e}_2$ лежит в ней. Вектор $\vec{\varepsilon}_1$ входит в "смесь" описывающую линейно поляризованный пучок γ-квантов с весом $\frac{1+\xi}{2}$, вектор $\vec{\varepsilon}_2$ – с весом $\frac{1-\xi}{2}$.

Как и раньше, считаем, что ось z направлена по нормали к плоскости реакции. Среднее значение оператора t_{k0} в случае линейно поляризованного пучка γ-квантов равно:

$$\langle t_{k0} \rangle = \frac{1}{\sigma} \mathrm{Sp}\, t_{k0}\, M\, \tfrac{1}{2}(1 + \xi \sin 2\psi\, r_1 - \xi \cos 2\psi\, r_3) M^+\,, \qquad (40)$$

где σ - дифференциальное сечение процесса в этом случае. Легко видеть, что член с $\xi \sin 2\psi$ вклада в (40) не дает. Действительно, используя требование инвариантности (9), которое в рассматриваемом случае принимает вид (в I включена и четность фотона $I_\gamma = -1$)

$$IM(\vec{p}\,', \vec{p}) = R_j\, M(\vec{p}\,', \vec{p}) r_3\,, \qquad (41)$$

находим

$$\mathrm{Sp}\, t_{k0}\, M r_1 M^+ = I i\, \mathrm{Sp}\, t_{k0}\, R_j\, M r_2 M^+\,. \qquad (42)$$

Оба шпура, входящие в это соотношение, вещественны x/. Так как шпур в правой части умножается на i, то отсюда следует, что

$$\mathrm{Sp}\, t_{k0}\, M r_1 M^+ = 0\,. \qquad (43)$$

Из (40) и (43) получаем

$$\langle t_{k0} \rangle \sigma = \langle t_{k0} \rangle_0\, \sigma_0 - \xi \cos 2\psi\, \tfrac{1}{2} \mathrm{Sp}\, t_{k0}\, M r_3 M^+\,. \qquad (44)$$

---

x/ Операторы t_{k0} и R_j (j -целое) эрмитовы. Кроме того, оператор R_j, являясь оператором поворота на угол π вокруг нормали, коммутирует с t_{k0}.

где $\langle t_{k0}\rangle_0$ и σ_0 –среднее значение t_{k0} и сечение в случае неполяризованных γ -квантов. Отсюда с помощью (41) получаем

$$\langle t_{k0}\rangle\sigma = \langle t_{k0}\rangle_0\,\sigma_0 - \xi\cos 2\psi\ \tfrac{1}{2}\,\mathrm{Sp}\,t_{k0}RMM^+ . \tag{45}$$

Обозначим дифференциальные сечения процесса при $\psi = \frac{\pi}{2}$ и $\psi = 0$ через $\sigma_\perp$ и $\sigma_{\|}$ соответственно; $\langle t_{k0}\rangle_\perp$ и $\langle t_{k0}\rangle_{\|}$ обозначают средние значения оператора t_{k0} в этих двух случаях. Из (45) и (16) получаем при $k = 2j$:

$$\frac{\langle t_{2j0}\rangle_\perp\sigma_\perp - \langle t_{2j0}\rangle_{\|}\sigma_{\|}}{\sigma_\perp + \sigma_{\|}} = \xi\, i(-1)^j\left(\frac{2j+1}{4j+1}\right)^{1/2}\frac{\sum\limits_{\kappa,r}(j\kappa j-\kappa|jj2j0)|M_{\kappa r}|^2}{\sum\limits_{\kappa,r}|M_{\kappa r}|^2} . \tag{46}$$

Здесь κ - проекция спина $\vec{j}$ на нормаль, а индекс r относится к поляризации фотона ($r = 1$ отвечает поляризации, перпендикулярной плоскости реакции, а $r=2$ – лежащей в ней). Суммирование в (46) производится по всем значениям κ причем при данном κ индекс r принимает лишь одно из двух возможных значений.

Из (23) очевидно, что отношение наблюдаемых, стоящее в левой части равенства (46), не может обратиться в нуль.

Мы предположили, что частица со спином j , образующаяся в реакции (37), распадается на две бесспиновые частицы. Угловое распределение продуктов распада в системе покоя исходной частицы имеет при этом следующий вид /1/:

$$w(\theta,\phi) = \sum_{k=0,\,k\ \text{чет}}^{2j} a_k \sum_{q=-k}^{k}\langle t_{kq}\rangle\sigma Y^*_{kq}(\theta,\phi) , \tag{47}$$

где

$$a_k = (-1)^j\left(\frac{2j+1}{4\pi}\right)^{1/2}(j0j0|jjk0) . \tag{48}$$

Интегрируя по ϕ , получаем

$$N(\theta) = \int_0^{2\pi} w(\theta,\phi)\,d\phi = 2\pi\sum_{k=0,\,k\ \text{чет}}^{2j} a_k\langle T_{k0}\rangle\sigma Y_{k0} . \tag{49}$$

Пусть $N_\perp(\theta)$ обозначает угловое распределение частиц распада в случае, когда γ-кванты в реакции (37) поляризованы ортогонально плоскости реакции ($\psi = \frac{\pi}{2}$) , а $N_{\|}(\theta)$ - угловое распределение в случае, когда вектор поляризации γ -квантов лежит в плоскости реакции ($\psi = 0$). Из (49) и (48) находим, что

$$e(\theta) = \frac{N_\perp(\theta) - N_{\|}(\theta)}{\int[N_\perp(\theta) + N_{\|}(\theta)]\sin\theta\, d\theta} = \tfrac{1}{2}\,\xi\sum_{k=0,\,k\ \text{чет}}^{2j} b_k P_k(\cos\theta) , \tag{50}$$

где

$$b_k = (-1)^j\,[(2j+1)(2k+1)]^{1/2}(j0j0|jjk0)\,\frac{\langle t_{k0}\rangle_\perp\sigma_\perp - \langle t_{k0}\rangle_{\|}\sigma_{\|}}{(\sigma_\perp+\sigma_{\|})\xi} . \tag{51}$$

Используя (46), получим следующее выражение для коэффициента b_{2j} :

$$b_{2j} = i(2j+1)(j0j0|jj2j0)\frac{\sum\limits_{\kappa,r}(j\kappa j-\kappa|jj2j0)|M_{\kappa r}|^2}{\sum\limits_{\kappa,r}|M_{\kappa r}|^2} . \tag{52}$$

Таким образом, коэффициент при полиноме Лежандра максимального порядка в распределении (50) отличен от нуля. Знак этого коэффициента совпадает с внутренней четностью I. Это означает, что спин и четность частицы, рождающейся в реакции (37) с линейно поляризованными γ -квантами, могут быть однозначно определены, если измерено угловое распределение продуктов распада. С помощью формулы (23) легко получить верхнюю и нижнюю границы коэффициента b_{2j} :

$$\frac{(2j+1)[(2j)!]^3}{(4j)!(j!)^2} \le |b_{2j0}| \le \frac{(2j+1)[(2j)!]^4}{(4j)!(j!)^4} . \tag{53}$$

Очевидно, что здесь можно повторить замечание относительно интегрирования по углу вылета частицы со спином, сделанное в конце предыдущего параграфа.

Авторы благодарны Л.И. Лапидусу и Я.А. Смородинскому за обсуждение рассмотренных выше вопросов.

Литература

1. M. Peshkin. Phys. Rev., 133, B428 (1964).
2. A. Bohr. Nucl. Phys., 10, 486 (1959).
3. С.М. Биленький, Р.М. Рындин. Препринт ОИЯИ, Р-2456, Дубна, 1965.
4. S.M. Bilenky, R.M.Ryndin. Phys. Lett., 18, 346 (1965).
5. S.M.Bilenky, R.M.Ryndin. Phys. Lett., 13, 159 (1964).

6. С.М. Биленький, Р.М. Рындин. Ядерная физика, 3, вып. 2 (1966).

7. S.Barshay. Nuovo Cim., 36, 275 (1965).

8. N.Byers, S.Fenster. Phys. Rev. Lett., 11, 52 (1963).

9. А.И. Ахиезер, В. Берестецкий. Квантовая электродинамика. ГИФМЛ, Москва, 1959.

Рукопись поступила в издательский отдел
12 февраля 1966 г.