ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

Р-2524

В.А. Матвеев, Б.В. Струминский, А.Н. Тавхелидзе

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

НЕКОТОРЫЕ ЭФФЕКТЫ В МОДЕЛИ КВАРКОВ

1965

P - 2524

В.А. Матвеев, Б.В. Струминский, А.Н. Тавхелидзе

НЕКОТОРЫЕ ЭФФЕКТЫ В МОДЕЛИ КВАРКОВ

Направлено в " High Energy Physics"

§ 1. В в е д е н и е

В последнее время интенсивно обсуждаются динамические модели мезонов и барионов, основанные на предположении о существовании кварков. Кварки считаются носителями основных свойств симметрии, а мезоны и барионы рассматриваются как связанные состояния кварков и антикварков. Хорошее согласие массовых формул с экспериментом можно понять следующим образом. Предположим, что масса кварка велика $M_q \approx (5 - 10)\, m_p$ (где m_p –масса протона), а большой дефект масс обусловлен сверхсильными взаимодействиями.

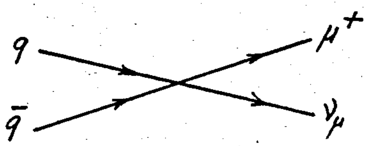
Тогда поправки к массам связанных состояний, которые порядка нескольких сотен Мэв, действительно малы по сравнению с величиной взаимодействия, компенсирующего массу $\approx 10\, m_p$.

В работе /1/ было показано, что,несмотря на большой дефект масс, движение кварков внутри составной частицы можно рассматривать как нерелятивистское.

Импульс кварка в составной частице порядка $m_p \cdot c$, тогда для значения v/c кварка имеем $v/c \approx \frac{m_p}{M_p} < \frac{1}{5} - \frac{1}{10}$. В этой же работе показано, что эффективная масса кварка в мезоне есть $\mu/2$, а в барионе $m/3$, где μ и m есть соответственно массы мезона и бариона, что и позволило получить значения аномальных магнитных моментов барионов и мезонов. В настоящей работе, основываясь на этой простой модели, мы рассмотрим некоторые процессы распадов мезонов и электромагнитные расщепления масс для барионов и мезонов.

§ 2. Слабые распады мезонов

Рассмотрим модель, в которой π , K –мезоны есть связанные состояния кварка и антикварка. Будем считать, что распады типа $\pi^+ \to \mu^+ + \nu_\mu$, $K^+ \to \mu^+ + \nu_\mu$ происходят путем аннигиляции кварка и антикварка, находящихся в связанном состоянии,и схематически описываются диаграммами вида:



Р и с. 1

Чтобы написать матричный элемент, соответствующий данной схеме, мы используем нерелятивистский характер движения кварков внутри составной частицы, предполагая что при аннигиляции кварк и антикварк практически покоятся и имеют эффективную массу $\mu/2$.

Для матричного элемента имеем:

$$M = \frac{g}{\sqrt{2}} (\bar{q}\gamma_\mu \gamma_5 q)(e^+ \gamma_\lambda (1+\gamma_5)\nu) \frac{k_\mu k_\lambda}{k^2} \psi(0) , \qquad (2.1)$$

где согласно теории Кабиббо /4/ $g = G\cos\theta$ для распада $\pi^+ \to \mu^+ + \nu_\mu$ без изменения странности, $g = G\sin\theta$ для распада $K^+ \to \mu^+ + \nu_\mu$ с изменением странности. Множитель $\frac{k_\mu k_\lambda}{k^2}$ выделяет ^1S -состояние системы кварка и антикварка.

Для вероятности распада получим

$$W = \frac{g^2}{2\pi^2} \cdot m_\mu^2 \left(1 - \frac{m_\mu^2}{\mu^2}\right)^2 \cdot |\psi(0)|^2 . \qquad (2.2)$$

В дальнейшем мы будем предполагать, что эффективный потенциал взаимодействия кварков имеет радиус R порядка $R \approx \frac{h}{cm_\pi}$, одинаковый для всех псевдоскалярных мезонов, а разности масс мезонов обусловлены утяжелением третьего кварка.

Тогда плотность кварков будет одинаковой для всех псевдоскалярных мезонов и равна

$$|\psi(0)|^2 = \frac{3}{4\pi} \left(\frac{h}{m_\pi c}\right)^{-3} . \qquad (2.3)$$

Подставляя (2.3) в выражение (2.2) для вероятности распада $\pi^+ \to \mu^+ + \nu_\mu$, получим

$$W(\pi^+ \to \mu^+ + \nu) = \frac{3G^2\cos^2\theta}{8\pi^2} m_\mu^2 \cdot \mu^3 \left(1 - \frac{m_\mu^2}{\mu^2}\right)^2 . \qquad (2.4)$$

Отсюда для времени жизни π^+ -мезона получим:

$$\tau_{\pi^+} = 2,5 \cdot 10^{-8} , \qquad (2.5)$$

что хорошо согласуется с экспериментальным значением $2,55 \cdot 10^{-8}$ сек. Для отношения

вероятностей распадов $K^+ \to \mu^+ + \nu_\mu$ и $\pi^+ \to \mu^+ + \nu_\mu$ имеем

$$\frac{W(K^+ \to \mu^+ + \nu)}{W(\pi^+ \to \mu^+ + \nu)} = \mathrm{tg}^2\theta \cdot \frac{\left(1 - \frac{m_\mu^2}{m_k^2}\right)^2}{\left(1 - \frac{m_\mu^2}{m_\pi^2}\right)^2} . \qquad (2.10)$$

Используя $\mathrm{tg}^2\theta = 0,06$, получим для времени жизни K^+ -мезона значение $\tau_{k^+} \approx 8,2 \cdot 10^{-3}$ сек, экспериментальное значение равняется $2 \cdot 10^{-8}$ сек. Это указывает на то, что эффективный радиус ямы не является постоянным для всех мезонов. Уменьшение радиуса для K -мезона в 1,5 раза дает правильное значение жизни. Разумеется, наша модель не претендует на такую точность.

3. Электромагнитные расщепления масс

В рассматриваемой модели нетрудно оценить электромагнитные поправки к массам мезонов и барионов. Так как мы считаем, что кварки практически покоятся, то электромагнитные поправки к массам мезонов и барионов обусловлены кулоновским взаимодействием кварков и электромагнитными поправками к собственной массе кварков.

Энергия кулоновского взаимодействия кварков равна:

$$W_{12} = e_1 e_2 \int \frac{\rho_1 \rho_2}{(r_1 - r_2)} d^3 r_1 \, d^3 r_2 . \qquad (3.1)$$

Полагая, что заряд кварков распределен равномерно внутри сферы радиуса $R = \frac{h}{m_\pi c}$, находим:

$$W_{12} = e_1 e_2 (6\alpha m_\pi) , \qquad \alpha = \frac{1}{137} . \qquad (3.2)$$

Электромагнитные поправки к собственной массе кварка пропорциональна квадрату его заряда: $\delta M_i = \Delta \cdot e_i^2$.

В результате для электромагнитных поправок к массе мезонов имеем:

$$\delta\mu = (6\alpha m_\pi) e_1 e_2 + \Delta \cdot (e_1^2 + e_2^2) . \qquad (3.3)$$

Отсюда для разности находим:

$$m_{\pi^+} - m_{\pi^0} = 3\alpha m ,$$
$$m_{k^+} - m_{k^0} = 2\alpha m_\pi + \frac{1}{3}\Delta . \qquad (3.4)$$

Экспериментальное значение разности масс $(m_{\pi^+} - m_{\pi^0}) = 4,6$ MeV, а формула (3.4) дает $(m_{\pi^+} - m_{\pi^0}) = 3$ MeV. Из формулы (3.4) находим также, что

$$\Delta = 3(m_{k^+} - m_{k^0}) - 2(m_{\pi^+} - m_{\pi^0}) = -\,20{,}9\,\mathrm{MeV} \quad . \tag{3.5}$$

Аналогичным образом можно вычислить электромагнитные поправки к массам барионов:

$$\delta m_B = \sum_{1\le i<j\le 3} e_i e_j \int \frac{\rho_i\,\rho_j}{(r_i - r_j)}\, d^3r\, d^3r + \Delta'(e_1^2 + e_2^2 + e_3^2)\ . \tag{3.6}$$

Снова предполагая, что заряд кварка в барионе распределен равномерно внутри сферы радиуса $R \cong \frac{h}{m_\pi c}$, находим:

$$\delta m_B = 3\alpha m_\pi\,(Q-1)(Q+2/3) + \Delta'(2/3 + (1/3)\cdot Q)\ . \tag{3.7}$$

Отсюда получаем:

$$\begin{aligned} m_p - m_n &= 2\alpha m_\pi + 1/3\cdot\Delta' \,, \\ m_{\Xi^-} - m_{\Xi^0} &= 4\alpha m_\pi - 1/3\cdot\Delta' \,, \\ m_{\Sigma^+} - m_{\Sigma^0} &= -2\alpha m_\pi + 2/3\cdot\Delta' \,. \end{aligned} \tag{3.8}$$

Из формул (3.8) следует:

$$(m_p - m_n) + (m_{\Xi^-} - m_{\Xi^0}) = 6\alpha m_\pi = 6\,\mathrm{MeV}\ . \tag{3.9}$$

Экспериментальное значение этой величины 5,8 Мэв. Далее из формулы (3.8) определяем:

$$\Delta' = (m_p - m_n) + (m_{\Sigma^+} - m_{\Sigma^0}) = -\,9{,}2\,\mathrm{MeV}\ . \tag{3.10}$$

Используя релятивистское уравнение для составных мезонов и барионов, можно показать, что

$$\frac{\Delta}{\Delta'} \cong \frac{2}{3}\cdot\frac{m_B}{m_\mu} = 2 - 3\ . \tag{3.11}$$

Это значение удовлетворительно согласуется со значением $\frac{\Delta}{\Delta'} \cong 2{,}3$, полученным из экспериментальных данных.

§ 4. Электромагнитные распады мезонов

Вычислим вероятности электромагнитных распадов векторных мезонов на электрон-но-позитронные пары. Будем считать, что такие распады происходят путем аннигиляции кварка и антикварка, находящихся в связанном состоянии (см. рис. 2):

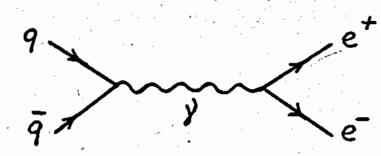


Рис. 2

Матричный элемент такого распада можно записать в виде:

$$M = -\frac{e^2}{k} Q_V\, (\bar q \gamma_\mu\, q)(e^+ \gamma_\mu\, e^-)\psi(0)\,, \tag{4.1}$$

где $\quad Q_\omega = \frac{1}{3\sqrt{2}}\,, \quad Q_\phi = -\frac{1}{3}\,, \quad Q_\rho = \frac{1}{\sqrt{2}}$

(эти множители обусловлены дробностью зарядов кварков и изотопической структурой мезонов). Для вероятности распада получим:

$$W(V \to e^+ + e^-) = \frac{16\pi}{3 m_V^2}\cdot Q_V^2\cdot \alpha^2\,|\psi(0)|^2\ . \tag{4.2}$$

Массы векторных мезонов значительно больше масс псевдоскалярных мезонов, естественно поэтому считать, что эффективный радиус сил, образующих векторные мезоны, будет меньше радиуса сил для псевдоскалярных мезонов, т.е. порядка

$$R \cong \frac{h}{m_\rho c}\ . \tag{4.3}$$

Тогда для вероятностей распадов будем иметь:

$$W(V \to e^+ + e^-) = 4\alpha^2\cdot Q_V^2\,\frac{m_\rho^3}{m_V^2}\ . \tag{4.4}$$

В настоящее время по трем событиям распада ω -мезона оценено отношение $\frac{W(\omega\to e^+ + e^-)}{W_\omega} \approx 2\cdot 10^{-4}$, где W_ω – полная ширина ω -мезона /5/. Из формулы (4.4) для этого отношения получаем $6{,}7.10^{-4}$.

Распады $\pi^0 \to 2\gamma$, $\eta \to 2\gamma$, $\chi^0 \to 2\gamma$ в этой модели аналогичны двухфотонному распаду парапозитрония, и для оценки их вероятности можно воспользоваться готовой формулой

$$W = 4\alpha^2\cdot\pi\,|\psi(0)|^2\cdot Q^2\,\frac{1}{m^2}\ . \tag{4.5}$$

Множитель Q^2 появляется из-за того, что кварки имеют дробный заряд. Он принимает следующие значения:

$$Q^2_{\pi^0} = \frac{1}{18}\,,\quad Q^2_\eta = \frac{1}{54}\,;\quad Q^2_{\chi^0} = \frac{4}{27}\ . \tag{4.6}$$

Вероятность распада $\pi^0 \to 2\gamma$ оказывается равной

$$W(\pi^0 \to 2\gamma) = \frac{2}{3}\alpha^2 \cdot m_\pi \quad , \tag{4.7}$$

или время жизни π^0 -мезона $1{,}3.10^{-19}$ сек. Полученное время жизни на три порядка отличается от экспериментального ($1{,}6.10^{-16}$ сек).

Возможно, это связано с тем, что мы использовали слишком грубую модель. Действительно, если виртуальный кварк имеет нескомпенсированную массу M, то время жизни π^0 по сравнению с выражением (4.7) увеличивается в $(\frac{M}{m_\pi})^2$ раз. Экспериментальному значению времени жизни отвечает $M \cong 5m_p$. Реальный кварк имеет, по-видимому, еще большую массу.

Другая возможность объяснения времени жизни π^0 -мезона состоит в том, что мы можем строить барионы и мезоны не из одного триплета кварков, а из трех триплетов кварков, с целыми зарядами, сохраняя при этом основные выводы теории $SU(6)$. Амплитуда распада $\pi^0 \to 2\gamma$ будет тогда суммой трех амплитуд, и можно добиться того, чтобы они скомпенсировали друг друга, давая правильное время жизни π^0 -мезона.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Как было показано в работах /2,3/, связанные состояния в системах из кварков и антикварков в пределе большой массы кварков в присутствии электромагнитных взаимодействий описываются уравнениями:

$$(p^2 - \mu^2)\phi = \{2(\delta M_1^2 + \delta M_2^2) + (\Gamma_1 + \Gamma_2)_\mu A_\mu\}\phi \,, \qquad \text{(для мезонов)};$$

$$(p^2 - m^2)\phi = \{3(\delta M_1^2 + \delta M_2^2 + \delta M_3^2) + (\Gamma_1 + \Gamma_2 + \Gamma_3)_\mu A_\mu\}\phi \qquad \text{(для барионов)}. \tag{П.1}$$

Здесь δM_i^2 - унитарное расщепление и собственная электромагнитная масса кварков:

$$\delta M_i^2 = \alpha(\lambda_8)_i + \beta(e^2)_i \,. \tag{П.2}$$

Члены в уравнении (П.1), содержащие δM_i^2, дают вклад в электромагнитные массы мезонов и барионов в первом порядке теории возмущений, а члены, содержащие вершинные операторы $(\Gamma_i)_\mu$, дают вклады во втором порядке теории возмущений. В результате для электромагнитных и унитарных расщеплений получим:

$$\delta\mu^2 = 2(\delta M_1^2 + \delta M_2^2) + 2\mu \cdot W \cdot (e_1 e_2) \qquad \text{(для мезонов)};$$

$$\delta m^2 = 3(\delta M_1^2 + \delta M_2^2 + \delta M_3^2) + 2mW' \cdot (e_1 e_2 + e_1 e_3 + e_2 e_3) \qquad \text{(для барионов)}. \tag{П.3}$$

В нашей модели W и W' есть просто энергия кулоновского взаимодействия пары кварков $W = W' \cong 6 a m_\pi$ (≈ 6 MeV). Величины Δ и Δ', введенные в § 3, есть $\Delta = \frac{2\beta}{2\mu}$, $\Delta' = \frac{3\beta}{2\bar{m}}$, их отношение может быть оценено как $\frac{\Delta}{\Delta'} = \frac{2}{3} \cdot \frac{\bar{m}}{\mu}$. Заметим, что на основе (П.1) в работе /6/ была найдена связь между унитарными расщеплениями в барионном и мезонном мультиплетах.

Если бы мы захотели учесть отклонение масс мезонов и барионов от средних значений, то должны были вместо (3.4) и (3.8) написать более точно:

$$\left.\begin{aligned} &(m_{\pi^+} - m_{\pi^0}) = \tfrac{1}{2} W , \\ &(m_{k^+} - m_{k^0}) = \frac{1}{3} W + \frac{\beta}{3 m_k} , \end{aligned}\right\} \quad \text{(для мезонов)}; \qquad (\text{П.4})$$

$$\left.\begin{aligned} &\Delta N \equiv (m_p - m_n) = \frac{1}{3} W + \frac{\beta}{2 m_N} , \\ &\Delta \Xi \equiv (m_{\Xi^-} - m_{\Xi^0}) = \frac{2}{3} W - \frac{\beta}{2 m_\Xi} , \\ &\Delta \Sigma \equiv (m_{\Sigma^+} - m_{\Sigma^-}) = -\frac{1}{3} W + \frac{\beta}{m_\Sigma} , \end{aligned}\right\} \quad \text{(для барионов)}. \qquad (\text{П.5})$$

Из формул (П.4) следуют соотношения:

$$\frac{\Delta N + \Delta \Sigma}{\Delta \Xi + 2\Delta\Sigma} = \frac{m_\Sigma + 2 m_N}{4 m_\Xi - m_\Sigma} \cdot \frac{m_\Xi}{m_N} \qquad (0{,}9 \approx 0{,}7) ,$$

$$(\text{П.5})$$

$$\frac{\Delta N + \Delta\Sigma}{2\Delta N - \Delta\Xi} = \frac{m_\Sigma + 2 m_N}{m_N + 2 m_\Xi} \cdot \frac{m_\Xi}{m_\Sigma} \qquad (1{,}0 \approx 1{,}1) ,$$

которые удовлетворительно согласуются с экспериментом.

Литература

1. Н.Н. Боголюбов, Б.В. Струминский, А.Н. Тавхелидзе. Препринт ОИЯИ, Д-1968, Дубна, 1965.
2. Н.Н. Боголюбов, Нгуен Ван Хьеу, Д. Стоянов, Б.В. Струминский, А.Н. Тавхелидзе, В.П. Шелест. Препринт ОИЯИ, Д-2057, Дубна, 1965.
3. Н.Н. Боголюбов, В.А. Матвеев, Нгуен Ван Хьеу, Д. Стоянов, Б.В. Струминский, В.П. Шелест. Препринт ОИЯИ, Р-2141, Дубна, 1965.

4. N.Cabibbo. Phys.Rev.Lett., **10**, 531 (1963).
5. D.M.Binnie et al. Phys. Letters, **18**, 348 (1965).
6. P.G.Freund. Nuovo Cim., **39**, 769 (1965).

Рукопись поступила в издательский отдел
28 декабря 1965 г.