ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

Р-2513

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

О.Г. Боков

ЗАМЕЧАНИЕ О СИММЕТРИИ $SU(6)_W$

1965

P-2513

О.Г. Боков

ЗАМЕЧАНИЕ О СИММЕТРИИ $SU(6)_W$

Направлено в журнал "Ядерная физика"

В работе Липкина и Мешкова[1] была предложена подгруппа $SU(6)_W$ группы $\tilde{U}(12)$, являющаяся релятивистским обобщением группы $SU(6)_\sigma$. Новая группа строится на основе введения так называемого W -спина, который определяется действием на фундаментальные 12-мерные дираковские кварки и антикварки группы $\tilde{U}(12)$:

$$
\begin{aligned}
W_z(\underline{12}) &= \tfrac{1}{2}\, \Sigma_z \\
W_x(\underline{12}) &= \tfrac{1}{2}\, \gamma_0\, \Sigma_x \\
W_y(\underline{12}) &= \tfrac{1}{2}\, \gamma_0\, \Sigma_y
\end{aligned} \tag{1}
$$

и

$$
\begin{aligned}
W_z(\underline{12^*}) &= \tfrac{1}{2}\, \Sigma_z \\
W_x(\underline{12^*}) &= -\tfrac{1}{2}\, \gamma_0 \Sigma_x \\
W_y(\underline{12^*}) &= -\tfrac{1}{2}\, \gamma_0\, \Sigma_y \, .
\end{aligned} \tag{2}
$$

Здесь Σ_x, Σ_y, Σ_z - 4 - рядные матрицы дираковского спина.

Введенные таким образом генераторы W -спина коммутируют со свободным дираковским гамильтонианом и с генераторами преобразований Лоренца в направлении оси z. Поэтому W -спин сохраняется во всех одномерных коллинеарных процессах типа трехчастичных вершин, фоторождения и рассеяния вперед-назад, если ось z направлена вдоль импульсов частиц. С другой стороны, компоненты W -спина образуют алгебру Ли группы $SU(2)$, и, как отмечают авторы работы[1], группа $SU(2)_W$ является релятивистским аналогом группы обычного спина $SU(2)_\sigma$. При этом из определений (1)-(2) следует, что в схеме симметрии $SU(6)_W$ барионный мультиплет $\underline{56}$ должен совпадать с 56-плетом нерелятивистской группы $SU(6)_\sigma$, а в мезонном 36-плете необходимо произвести обмен состояний векторных мезонов с нулевой спиральностью и псевдоскалярных мезонов (такой обмен был назван в [2] WS -флипом).

В настоящей заметке мы покажем, что утверждения авторов работ [1-3], будто бы расчеты физических процессов в схеме симметрии $SU(6)_W$ формально идентичны с расчетами на основе $SU(6)_\sigma$, если учесть " W-спиновую классификацию частиц", являются неправильными. Введение спиноров группы $SU(2)_W$ с помощью определений (1)–(2) релятивистски инвариантно, однако формальная замена мультиплетов группы $SU(6)_W$ на мультиплеты группы $SU(6)_\sigma$, даже с учетом WS-флипа, является незаконной, ибо при этом теряется ковариантность, ради которой и была введена $SU(6)_W$. Проиллюстрируем нековариантность подобного метода на примере барион-мезонной вершины.

Рассмотрим распад барионного 56-плета на 56-плет и мезонный 36-плет. Следуя методу Липкина и Мешкова, мы должны записать разложения тензоров барионов $B\{ABC\}$ и мезонов Φ^A_B при редукции группы $SU(6)_W$ на подгруппу $SU(3)\times SU(2)_W$ в виде, аналогичном подобному разложению для группы $SU(6)_\sigma$. Имеем следующее выражение для октетной части мезон-барионной вершины относительно группы $SU(3)\times SU(2)_W$:

$$
\begin{aligned}
& B^{+\{ABC\}}(\vec p_2)\,B_{\{ABD\}}(\vec p_1)\,\Phi^D_C(\vec k)= \\
&= \frac{g}{3\sqrt2}\{[\chi^+_W(\vec p_2)\,W_i\,\chi_W(\vec p_1)\,\xi_i^{(O_V)}(\vec k)]_{D+2/3F} + \\
&+\frac{1}{\sqrt3}[\chi^+_W(\vec p_2)\,W_i\,\chi_W(\vec p_1)\,\xi_i^{(S)}(\vec k)]_S + \\
&+[\chi^+_W(\vec p_2)\,\chi_W(\vec p_1)\,\phi_P^{(O_P)}(\vec k)]_F+\sqrt3[\chi^+_W(\vec p_2)\,\chi_W(\vec p_1)\,\phi_P^{(S)}(\vec k)]_S\}\,.
\end{aligned}
\tag{3}
$$

Здесь $\xi_i^{(O_V)}$, $\xi_i^{(S)}$ – унитарный октет и синглет векторных мезонов, $\phi_P^{(O_P)}$, $\phi_P^{(S)}$ – унитарный октет и синглет псевдоскалярных мезонов, $\chi_W(\vec p)$ – W-спинор бариона.

Выражение (3) записано в точной аналогии с подобным выражением в нерелятивистской схеме $SU(6)_\sigma$, причем, согласно методу, предложенному в [1], под структурами с W-спином в (3) надо понимать следующие замены:

$$
\begin{aligned}
& \chi^+_W(\vec p_2)\,W_i\,\chi_W(\vec p_1)\,\xi_i(\vec k)= \\
&=\chi^+(\vec p_2)\sigma_{1,2}\,\chi(\vec p_1)\,\xi_{1,2}(\vec k)+\chi^+(\vec p_2)\sigma_3\chi(\vec p_1)\,\phi_P(\vec k),
\end{aligned}
\tag{4}
$$

$$\chi^+_W(\vec p_2)\,\chi_W(\vec p_1)\,\phi_P(\vec k)=\chi^+(\vec p_2)\,\chi(\vec p_1)\,\xi_3(\vec k),$$

где в правой части равенств стоят уже обычные 2-мерные спиноры и матрицы Паули σ_i.

Покажем, что именно замены (4) являются незаконными, так как после их проведения выражение (3) становится релятивистски неинвариантным. Для этого сравним выражения (3) (с учетом подстановок (4)) с разложением лагранжиана вершины относительно группы $SU(3)\times L$. Если предложенный в [1] метод ковариантен, то мы сможем из данного сравнения получить релятивистски инвариантные соотношения между лоренцовскими формфакторами для псевдоскалярных и векторных мезонов. Как мы сейчас увидим, эти соотношения получить можно, но они не все являются релятивистски инвариантными, т.е. в некоторые из них входят множители, которые явно зависят от выбора системы координат.

В наиболее общем виде выражение для мезон-барионной вершины относительно группы $SU(3)\times L$ таково:

$$
\begin{aligned}
\mathcal{L}_{BBM} &= \\
&=\sum_{i=F,D,S}\{F_P^i(k^2)[\bar N(\vec p_2)\gamma_5 N(\vec p_1)\,\phi_P^{(i)}(\vec k)]_i+ \\
&+i\,F^i_{1V}(k^2)[\bar N(\vec p_2)\gamma_\mu N(\vec p_1)\,\xi_\mu^{(i)}(\vec k)]_i+ \\
&+F^i_{2V}(k^2)[\bar N(\vec p_2)N(\vec p_1)\,\ell_\mu\,\xi_\mu^{(i)}(\vec k)]_i\}\,.
\end{aligned}
\tag{5}
$$

Здесь $F_P^i(k^2)$, $F^i_{1V}(k^2)$, $F^i_{2V}(k^2)$ $(i=F,D,S)$ – релятивистские формфакторы псевдоскалярных и векторных мезонов, входящих в унитарные октеты и синглеты;

$$\ell_\mu=(p_1+p_2)_\mu\,.$$

Выберем систему координат так, чтобы импульсы всех трех частиц лежали на оси Z:

$$\vec p_1=p_1\vec n\,,\quad \vec p_2=p_2\vec n\,,\quad \vec k=k\,\vec n\,,\quad \vec n=(0,0,1)\,.$$

В этой системе координат выражение (5) принимает вид:

$$\mathcal{L}_{BBM}=$$

$$
=\sqrt{\frac{(E_1+M_1)(E_2+M_2)}{4E_1E_2}}\sum_{i=F,S,D}\{[\chi^+(\vec{p}_2)\sigma_3\chi(\vec{p}_1)\phi_P^{(i)}(\vec{k})]_i\left(\frac{p_2}{E_2+M_2}-\frac{p_1}{E_1+M_1}\right)F_P^i(k^2)+
\tag{6}
$$

$$
+[\chi^+(\vec{p}_2)\sigma_{1,2}\chi(\vec{p}_1)\xi_{1,2}^{(i)}(\vec{k})]_i\left(\frac{p_2}{E_2+M_2}-\frac{p_1}{E_1+M_1}\right)F_{1V}^i(k^2)+
$$

$$
+[\chi^+(\vec{p}_2)\chi(\vec{p}_1)\xi_3^{(i)}(\vec{k})]_i .
$$

$$
[\left(\frac{p_1}{E_1+M_1}+\frac{p_2}{E_2+M_2}-\left(\frac{p_1-p_2}{E_1-E_2}\right)\left(1+\frac{p_1p_2}{(E_1+M_1)(E_2+M_2)}\right)\right)F_{1V}^i(k^2)+
$$

$$
+\left(p_1+p_2-(p_1-p_2)\left(\frac{E_1+E_2}{E_1-E_2}\right)\right)\left(1-\frac{p_1p_2}{(E_1+M_1)(E_2+M_2)}\right)F_{2V}^i(k^2)]\} ,
$$

где p_j, E_j, $M_j (j=1,2)$ – модули импульсов, энергии и массы барионов.

Выражения (6) и (3) (с учетом подстановок (4)) имеют одинаковые спиновые структуры, поэтому из сравнения этих выражений получаем следующие соотношения:

$$
\frac{F_P^D(k^2)}{F_P^F(k^2)}=\frac{F_{1V}^D(k^2)}{F_{1V}^F(k^2)}=\frac{3}{2} ,
\tag{7}
$$

$$
F_P^{i1}(k^2)=F_{1V}^i(k^2) \quad (i=F, D, S),
\tag{8}
$$

$$
\{(E_1-E_2)[p_1(E_2+M_2)+p_2(E_1+M_1)]-(p_1-p_2)[(E_1+M_1)(E_2+M_2)+p_1p_2]\}F_{1V}^D(k^2)=
$$

$$
=2(p_1E_2-p_2E_1)[(E_1+M_1)(E_2+M_2)-p_1p_2]F_{2V}^D(k^2),
\tag{9}
$$

$$
\{(E_1-E_2)[\tfrac{5}{2}p_1(E_2+M_2)-½p_2(E_1+M_1)]-(p_1-p_2)[(E_1+M_1)(E_2+M_2)+p_1p_2]\}F_{1V}^F(k^2)=
$$

$$
=2(p_1E_2-p_2E_1)[(E_1+M_1)(E_2+M_2)-p_1p_2]F_{2V}^F(k^2),
\tag{10}
$$

$$
\{(E_1-E_2)[2p_1(E_2+M_2)-p_2(E_1+M_1)]-(p_1-p_2)[(E_1+M_1)(E_2+M_2)+p_1p_2]\}F_{1V}^S(k^2)=
\tag{11}
$$

$$
=(p_1E_2-1\ E_1)[(E_1+M_1)(E_2+M_2)-p_1p_2]F_{2V}^S(k^2).
$$

Из формул (7) – (11) видно, что от выбора системы координат не зависят только соотношения типа $\frac{D}{F}=\frac{3}{2}$, которые определяются исключительно унитарной структурой мультиплетов в $SU(6)_W$. Соотношения между формфакторами, полученные для одинаковые спиновых структур, как видно из формул (9) – (11), явно зависят от выбора системы координат и меняются даже при преобразованиях Лоренца вдоль оси z. Заметим, что в выбранной нами системе координат (когда импульсы всех трех частиц отличны от нуля) кинематические коэффициенты в формулах (9)-(11) нельзя выразить через релятивистские инварианты. Это можно сделать только в частных системах, например, в системе покоя одной из частиц, т.е. $\vec{p}_i=0 (i=1,2)$, или в системе Брейта: $\vec{p}_1+\vec{p}_2=0$. Однако, как легко убедиться, кинематические коэффициенты, выраженные через релятивистские инварианты, совпадают только в системе покоя начального бариона и в системе покоя конечного бариона, а в системе Брейта они имеют другой вид.

Мы видим, таким образом, что с помощью метода, предложенного в /1/, соотношения между формфакторами получаются нековариантными, они изменяются при изменении системы координат. Причина нековариантности заключается, очевидно, в том, что замены (4) можно делать только в системе покоя частицы, когда γ_0 можно положить равным 1. В других системах координат эти замены незаконны, а поэтому предсказания группы $SU(6)_W$ /1-4/, основанные на проведении замен (4) во всех системах координат, верны только в статическом случае.

Группа $SU(6)_W$ даст релятивистски инвариантные предсказания для коллинеарных процессов, если для нее применять ковариантную технику группы $\tilde{U}(12)$, подгруппой которой является $SU(6)_W$. В работах /5-7/ рассматривались регулярные и нерегулярные матричные элементы для мезон-барионных реакций. Можно показать, что нерегулярные амплитуды с введенными в них 143-импульсами, которые нарушают $\tilde{U}(12)$, являются инвариантными относительно ее подгруппы $SU(6)_W$.

В заключение выражаю искреннюю благодарность Нгуен Ван Хьеу за предложенную задачу и полезные обсуждения, а также Я.А.Смородинскому за интерес к работе.

Литература

1. H.Lipkin and S.Meshkov. Phys. Rev. Lett., 14, 670 (1965).
2. D. Horn et al. Phys. Rev. Lett., 14, 717 (1965).
3. J.C.Carter et al. Phys. Rev. Lett., 15, 373 (1965).
4. K.Barnes, P.Carruthers and F. von Hippel. Phys. Rev. Lett., 14, 82 (1965).
5. Нгуен Ван Хьеу, ЯФ, 2, 517 (1965).
6. R.Oehme. Phys. Lett., 15, 284 (1965).
7. W.Rühl , Phys. Lett., 15, 101, 340 (1965).

Рукопись поступила в издательский отдел
24 декабря 1965 г.