

С 3450

A-465

ОБЪЕДИНЕННЫЙ  
ИНСТИТУТ  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

P-2503



И.А. Александров, В.А. Вагин, В.И. Котов

ДИАФРАГМИРОВАННЫЙ ВОЛНОВОД  
КАК ОТКЛОНЯЮЩАЯ СИСТЕМА  
ВЫСОКОЧАСТОТНОГО СЕПАРАТОРА

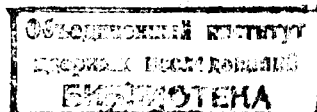
ЛАБОРАТОРИЯ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

1965

P-2503

И.А. Александров, В.А. Вагин, В.И. Котов

ДИАФРАГМИРОВАННЫЙ ВОЛНОВОД  
КАК ОТКЛОНЯЮЩАЯ СИСТЕМА  
ВЫСОКОЧАСТОТНОГО СЕПАРАТОРА



## 1. Введение

Гибридные волны обладают рядом интересных и полезных свойств, которые находят практическое применение. Так, например, гибридная мода  $EH_{11}$  при определенных условиях позволяет получать однородную по апертуре волновода отклоняющую силу и используется для целей сепарации частиц высоких энергий<sup>/1,2/</sup>. При этом отклоняющей структурой высокочастотного сепаратора является диафрагмированный волновод. Исследованию дисперсионных свойств моды  $EH_{11}$  и расчету отклоняющей силы в данной волноводной структуре посвящен ряд работ<sup>/3,4,5/</sup>.

В работах<sup>/3,4/</sup> найдено общее выражение для отклоняющей силы и рассмотрено поведение гибридных волн в одноволновом приближении. В работе Хана<sup>/5/</sup> дана строгая теория отклоняющей моды  $EH_{11}$ . Результаты экспериментальных исследований гибридных волн в диафрагмированном волноводе приведены в работах<sup>/4,6,7/</sup>.

Ниже рассматриваются вопросы, связанные с выбором и оптимизацией параметров диафрагмированного волновода как отклоняющей системы высокочастотного сепаратора. Систематизированный и последовательный анализ при этом проводится на основе одноволнового приближения, которое привлекает своей относительной простотой, обзорностью выражений и позволяет получить качественно все основные результаты, а также произвести оценку параметров волновода с достаточной точностью. Кроме того, использование одноволнового приближения полезно в том отношении, что расчеты по строгой теории представляют весьма сложную задачу и в этом направлении в настоящее время сделаны лишь отдельные попытки<sup>/8,9/</sup>. Исходные данные для выбора и оптимизации параметров сравниваются, где это возможно, с результатами, полученными другими авторами на основе строгой теории и экспериментальных измерений.

## II . Дисперсионное управление и свойства гибридных волн

Дисперсионное уравнение гибридных волн, распространяющихся в диафрагмированном волноводе, в одноволновом приближении имеет вид<sup>/3,10/</sup>:

$$\gamma_1^2 \Psi \Phi + \frac{\nu}{ka} \left[ \Psi + \frac{\kappa^2}{k^2} \Phi + (\xi - 1) \left( \Phi + \frac{\nu}{ka} \right) \right] = 0, \quad (1)$$

где  $\gamma_1 = \frac{k_1}{k}$ ,  $k_1^2 = k^2 - \kappa^2$ ,  $\kappa$  - постоянная распространения,  $\xi = \frac{d}{D}$ ,  $D$  - период структуры,  $d$  - расстояние между диафрагмами,  $a$  - радиус волновода,  $\nu = 1, 2, 3, \dots$  - азимутальная постоянная. Функции  $\Phi$  и  $\Psi$  определяются следующим образом:

$$\Phi = - \frac{J_{\nu+1}(k_1 a)}{\gamma_1 J_\nu(k_1 a)}, \quad \Psi = \frac{\psi_1 + \xi \Phi}{\psi_0}, \quad (2)$$

причем

$$\begin{aligned} \psi_1 &= J_\nu(kb) N_{\nu+1}(ka) - N_\nu(kb) J_{\nu+1}(ka), \\ \psi_0 &= J_\nu(kb) N_\nu(ka) - N_\nu(kb) J_\nu(ka) \end{aligned} \quad (3)$$

$a$  и  $b$  - радиус волновода.

Дисперсионное уравнение значительно упрощается для трех предельных случаев.

Если фазовая скорость  $\beta_\phi$ , измеряемая в единицах скорости света, равна нулю ( $\kappa \rightarrow \infty$ ), то уравнение (1) переходит в  $\frac{\psi_1}{\psi_0} = \frac{\nu}{ka}$ .

При  $\beta_\phi = 1$  ( $\kappa = k$ ) уравнение (1) принимает вид

$$\frac{\psi_1}{\psi_0} - \frac{ka}{\nu+1} = (1-\xi) \frac{\nu}{ka} \left[ 1 - \frac{(ka)^2}{\nu(\nu+1)} \right]. \quad (4)$$

В случае отсечки ( $\beta_\phi \rightarrow \infty$ ,  $\kappa = 0$ ) уравнение (1) распадается на два

$$J'_\nu(ka) = 0, \quad (5a)$$

$$J_\nu(kb) + \frac{1}{2} \pi ka \psi_0 (1-\xi) J'_\nu(ka) = 0. \quad (5b)$$

Эти уравнения совместны при значении параметра

$$\frac{a}{b} = \frac{\alpha_{\nu m}}{\beta_{\nu n}},$$

где  $\alpha_{\nu m}$  -  $m$ -ый и  $\beta_{\nu n}$  -  $n$ -ый корень уравнений  $J'_\nu(ka) = 0$  и  $J_\nu(kb) = 0$  соответственно. Из факта совпадения частот отсечек соседних гибридных мод очевидно следует существование обратных волн в рассматриваемой структуре<sup>10,11/</sup>.

На рис. 1 показаны дисперсионные кривые нижней моды с  $\nu = 1$  при различных значениях параметра  $\frac{a}{b}$  и  $\xi = 1$ . Для  $\frac{a}{b} > 0,480$  частота отсечки этой моды определяется уравнением (5a), и при  $\frac{a}{b} < 0,480$  - уравнением (5b).

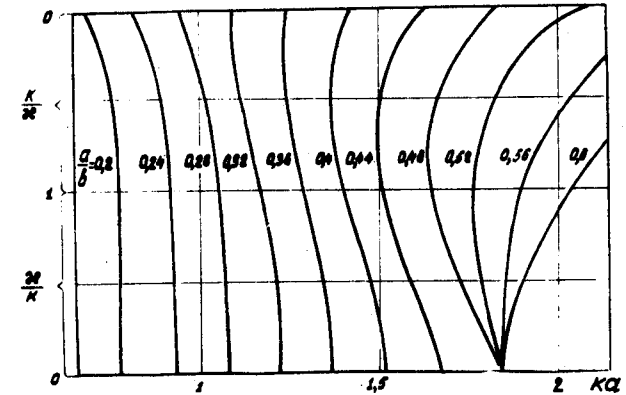


Рис. 1. Дисперсионные кривые для моды  $EH_{11}$ .

Для рассматриваемой моды характер дисперсии различен в трех областях изменения параметра  $a/b$  и частоты  $ka$  (см. рис. 1):

- 1)  $0,552 < a/b < 1$   
 $1,841 < ka < \infty$  (положительная дисперсия),
- 2)  $0,282 < a/b < 0,552$   
 $1 < ka < 1,841$  (смешанная дисперсия),
- 3)  $a/b < 0,282$   
 $ka \leq 1$  (аномальная дисперсия).

На рис. 2 представлены кривые для различных значений параметра  $d/D$ , определяющие условия распространения моды  $EH_{11}$  в наиболее интересном с точки зрения сепарации заряженных частиц случае  $\beta_\phi = 1$ . Здесь же приведены соответствующие экспериментальные точки для волновода с параметрами  $\lambda/D = 4$  (тип колебания  $\pi/2$ ) и  $d/D = 0,8^{1/4}$ . Из этого рисунка и уравнения (4), в частности, видно, что при  $a/\lambda = 0,225$  ( $ka = \sqrt{2}$ ) отношение  $a/b$  не зависит от значения параметра  $d/D$ . В нижнем правом углу рис. 2 даны аналогичные кривые нижней и двух следующих гибридных мод (кривая 1- $EH_{11}$ , 2- $EH_{12}$  и 3- $EH_{13}$ ).

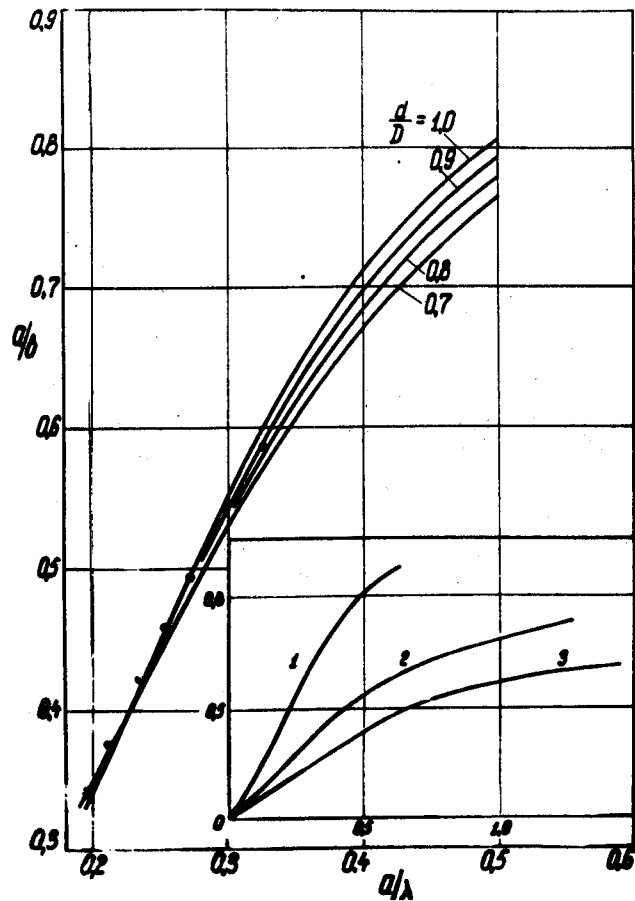


Рис. 2. Условия распространения гибридных волн при  $\nu = 1$  с фазовой скоростью, равной скорости света.

### III. Поля и потоки энергии

Поля в околоосевой области волновода для моды  $EH_{11}$ , распространяющейся с фазовой скоростью  $\beta_\phi = 1$ , имеют вид (фактор  $e^{j(\omega t - kz)}$  опускаем):

$$E_z = E_0 k r \cos \theta, \quad Z_0 H_z = -E_0 k r \sin \theta,$$

$$E_r = E_0 \left[ \left( \frac{ka}{2} \right)^2 + \left( \frac{kr}{2} \right)^2 \right] \cos \theta, \quad Z_0 H_r = E_0 \left[ \left( \frac{ka}{2} \right)^2 - \left( \frac{kr}{2} \right)^2 - 1 \right] \sin \theta, \quad (6)$$

$$E_\theta = E_0 \left[ \left( \frac{ka}{2} \right)^2 - \left( \frac{kr}{2} \right)^2 \right] \sin \theta, \quad Z_0 H_\theta = E_0 \left[ \left( \frac{ka}{2} \right)^2 + \left( \frac{kr}{2} \right)^2 - 1 \right] \cos \theta,$$

где  $r, \theta, z$  - цилиндрические координаты,  $Z_0 = 377$  ом.

Электрическое поле, согласно (6), достигает максимального значения на радиусе диафрагм ( $r=a, \theta=0$ ), причем

$$E_{\text{макс.}} = E_0 ka \sqrt{1 + \left( \frac{ka}{2} \right)^2}. \quad (7)$$

Чтобы получить поток энергии  $P$ , проинтегрируем вектор Пойнтинга по апертуре волновода и для  $\beta_\phi = 1$  найдем:

$$P = E_0^2 \frac{\pi a^2}{8 Z_0} (ka)^2 \left[ \frac{(ka)^2}{3} - 1 \right]. \quad (8)$$

При  $ka = \sqrt{3}$  поток энергии равен нулю. В этом случае апертура волновода разбивается на две области с одинаковыми по величине, но противоположными по знаку потоками энергий  $P_+$  и  $P_-$ .

Для определения границы между областями с разными направлениями парциальных потоков в произвольном случае приравняем нулю усредненный по времени вектор Пойнтинга:

$$\frac{\left( \frac{ka}{2} \right)^2 - \left( \frac{kr}{2} \right)^2}{\left( \frac{ka}{2} \right)^2 + \left( \frac{kr}{2} \right)^2} \sin^2 \theta + \frac{\left( \frac{ka}{2} \right)^2 + \left( \frac{kr}{2} \right)^2 - 1}{\left( \frac{ka}{2} \right)^2 - \left( \frac{kr}{2} \right)^2 - 1} \cos^2 \theta = 0. \quad (9)$$

Из этого уравнения следует, что при  $ka = \sqrt{2}$  граница между потоками энергии разного направления совпадает с апертурой диафрагм, а для  $ka < \sqrt{2}$  уравнение (9) решения не имеет. Данное обстоятельство, а также анализ дисперсионных кривых на рис. 1 позволяют сделать вывод, что в области частот  $ka < \sqrt{2}$  положительный поток  $P_+ = 0$  и существует лишь отрицательный поток энергии  $P_-$ . При  $ka > \sqrt{2}$  отличны от нуля оба парциальных потока. На рис. 3 показано разбиение сечения волновода на области с  $P_+$  и  $P_-$  для  $\beta_\phi = 1$ ,  $\nu = 1$  и различных значений  $a/\lambda$ .

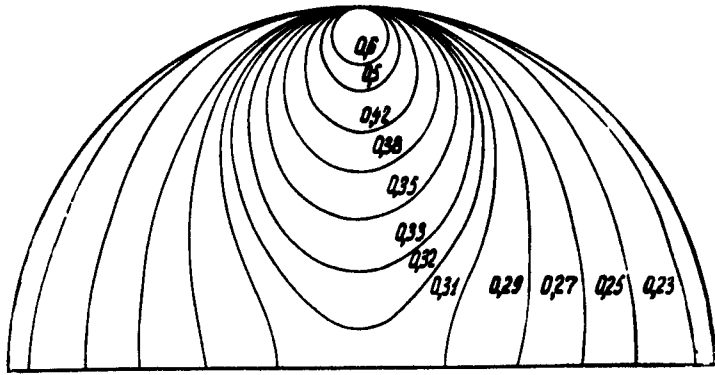


Рис. 3. Области распространения положительного (внешняя область) и отрицательного (внутренняя область) потоков энергии для различных значений  $\frac{a}{\lambda}$ .

#### IV. Групповая скорость

Для получения групповой скорости при  $\beta_\phi = 1$  продифференцируем общее дисперсионное уравнение (1) по  $\kappa$  и затем положим  $\gamma_1 = 0$ . В результате получим следующее уравнение для определения групповой скорости:

$$\frac{d\gamma_1^2}{d\kappa} \Phi \left( \Psi - \frac{\nu}{ka} \right) + \frac{\nu}{ka} \frac{d}{d\kappa} \left[ \Psi + \xi \Phi + (\xi - 1) \frac{\nu}{ka} \right] = 0. \quad (10)$$

Обозначим групповую скорость, выраженную в единицах скорости света, через  $\beta_\Gamma$  и учтем, что при  $\beta_\phi = 1$  имеют место соотношения:

$$k \frac{d\gamma_1^2}{d\kappa} = 2(\beta_\Gamma - 1), \quad \frac{k}{\psi_1} \frac{d\psi_1}{d\kappa} = \left[ \frac{\phi_1}{\psi_1} kb + \frac{\psi_0}{\psi_1} ka - (\nu + 1) \right] \beta_\Gamma, \quad (11)$$

$$\frac{k}{\psi_0} \frac{d\psi_0}{d\kappa} = \left[ \frac{\phi_0}{\psi_0} kb - \frac{\psi_1}{\psi_0} ka + \nu \right] \beta_\Gamma, \quad \frac{k}{\Phi} \frac{d\Phi}{d\kappa} = \beta_\Gamma + (\beta_\Gamma - 1) \frac{(ka)^2}{2(\nu + 1)(\nu + 2)},$$

где функции  $\phi_0$  и  $\phi_1$  равны

$$\phi_0 = J'_\nu(kb) N_\nu(ka) - N'_\nu(kb) J_\nu(ka), \quad \phi_1 = J'_\nu(kb) N_{\nu+1}(ka) - N'_\nu(kb) J_{\nu+1}(ka) \quad (12a)$$

и связаны с  $\psi_0$  и  $\psi_1$  соотношением

$$\phi_1 \psi_0 - \phi_0 \psi_1 = -\frac{4}{\pi^2 ka kb}. \quad (12b)$$

Подставляя (11) в (10) и учитывая уравнение (4), после ряда преобразований получим следующую формулу групповой скорости:

$$\beta_\Gamma = \frac{A}{A + B}, \quad (13)$$

где

$$A = \xi \left[ \frac{(ka)^2}{\nu(\nu+2)} - 1 \right],$$

$$B = \left[ \xi + (1 - \xi) \frac{\nu(\nu+1)}{(ka)^2} \right] \frac{4}{\pi^2 (\nu+1) \psi_1^2} - \xi \left( \frac{ka}{\nu+1} - \frac{\nu}{ka} \right) (\nu+1) + 2\xi - (\nu+1) + \frac{\nu^2(\nu+1)}{(ka)^2},$$

$ka$  и  $kb$  удовлетворяют уравнению (4).

В частности, для  $\nu=1$  и  $\xi=1$  формула (13) значительно упрощается

$$\beta_\Gamma = \frac{\frac{(ka)^2}{3} - 1}{1 - \frac{(ka)^2}{6} + \frac{2}{\pi^2 \psi_1^2}}. \quad (14)$$

На рис. 4 приведена зависимость групповой скорости  $\beta_\Gamma$  от  $a/\lambda$  для  $\nu=1$  и различных  $\xi$  (пунктирные кривые), рассчитанная по формуле (13) с учетом решения уравнения (4).

Из рис. 4 следует, что в области  $0 < a/\lambda < 0,2758$  существуют обратные волны, а в области  $a/\lambda > 0,2758$  — прямые. Значение  $a_0/\lambda = 0,2758$ , соответствующее  $\beta_\Gamma = 0$ , не зависит от параметра  $\xi$ . Максимальная же величина обратной групповой скорости, как и следовало ожидать, падает с уменьшением значения  $\xi$ .

На рис. 4 также приведены величины групповой скорости, рассчитанные Ханом<sup>18/</sup> на основе строгой теории для различных значений параметра  $\lambda/D$  и  $\xi = 0,8$  (сплошные кривые), и результаты экспериментального измерения  $\beta_\Gamma$  для моды  $EH_{11}$  типов колебаний  $\pi/2$ ,  $2\pi/3$  и  $\xi = 0,8$ <sup>17/</sup>. Сравнение всех приведенных данных показывает, что с увеличением параметра  $\lambda/D$  и заданном значении  $\xi$  групповая скорость пересекает ось частот правее, и максимальная величина обратной групповой скорости растет.

Так, например, для  $\frac{\lambda}{D} \rightarrow \infty$  (одноволновое приближение) и  $\frac{\lambda}{D} = 4$  значения

частот, где групповая скорость пересекает ось, равны соответственно  $(\frac{a_2}{\lambda}) = 0,2758$  и  $(\frac{a_1}{\lambda}) = 0,2505$ , т.е. отличаются на 10%. Такая же относительная разница в частотах у этих кривых сохраняется в интересующей нас области  $-0,04 < \beta_r < +0,05$ . Следовательно, в указанном интервале графики групповых скоростей, рассчитанные по строгой теории для  $\lambda/D=4$  и выше и по одноволновому приближению, подобны и смещены по оси частот относительно друг друга.

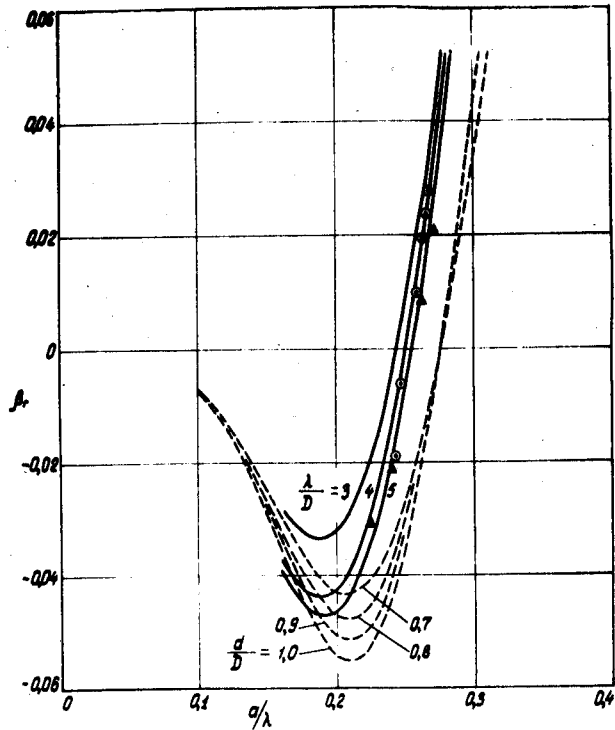


Рис. 4. Зависимость групповой скорости от отношения  $a/\lambda$  при  $\beta_r = 1$ .

Существование областей прямых и обратных волн для моды  $EH_{11}$  позволяет, в отличие от симметричной  $E_{01}$  волны, выбрать, если необходимо, групповую скорость сколь угодно малой, любого знака и иметь при этом конечную апертуру  $2a/\lambda$ . Однако можно доказать, что с уменьшением  $\beta_r$  резко возрастают требования к точности изготовления и поддержания геометрических параметров волновода и стабильности частоты.

Действительно, отклонение фазовой скорости от скорости света, обусловленное ошибками в размерах волновода и частоте, можно представить в виде:

$$\Delta \beta_\phi = \frac{\partial \beta_\phi}{\partial \lambda} [\Delta \lambda + \sum_i \rho_i \Delta q_i], \quad (15)$$

где  $\rho_i$  — относительный "вес" соответствующего геометрического параметра  $q_i$ . Производная  $\frac{\partial \beta_\phi}{\partial \lambda}$  при  $\beta_r = 1$  с уменьшением групповой скорости растет как  $1/\beta_r$  и равна

$$\frac{\partial \beta_\phi}{\partial \lambda} = \frac{1}{\lambda} \left( \frac{1}{\beta_r} - 1 \right). \quad (16)$$

Относительные требования на параметры волновода вытекают из сравнения весовых функций

$$\rho_i = \frac{\partial \beta_\phi}{\partial q_i} / \frac{\partial \beta_\phi}{\partial \lambda},$$

которые находятся аналогично групповой скорости (см. соотношения (10), (11) и (12)).

Однако дифференцирование уравнения (1) в данном случае производится не по  $k$ , а по соответствующему параметру. В результате, для  $\nu=1$ ,  $\xi=1$  и параметров  $a$  и  $b$  имеем

$$\rho_a = \frac{\left(\frac{ka}{2}\right)^2 - 1}{\left[\frac{(ka)^2}{3} - 1\right] \left(\frac{1}{\beta_r} - 1\right) \frac{a}{\lambda}} \quad (17)$$

и

$$\rho_b = \frac{1 - \frac{(ka)^2}{6} - \frac{(ka)^2}{3} - 1}{\left[\frac{(ka)^2}{3} - 1\right] \left(\frac{1}{\beta_r} - 1\right) \frac{b}{\lambda}} \quad (18)$$

где  $a/\lambda$  и  $b/\lambda$  связаны уравнением (4). На рис. 5 дана зависимость этих функций от  $a/\lambda$ .

Как видно из рис. 5, весовая функция параметра  $b$  всегда больше единицы и значительно превышает функцию  $\rho_a$ , т.е. наиболее критичным параметром является радиус волновода  $b$ . Весовая функция  $\rho_a$  при частоте  $ka=2$  обращается в нуль, следовательно, в окрестности данной частоты изменение радиуса диафрагм слабо влияет на фазовую скорость. Определение вклада, обусловленного изменением периода структуры  $D$ , требует использования многоволновой теории, но, как показывает практи-

ка /6,7/, влияние изменения периода структуры (и тем более толщины диафрагмы) на фазовую скорость менее критично по сравнению с радиусом волновода  $b$ .

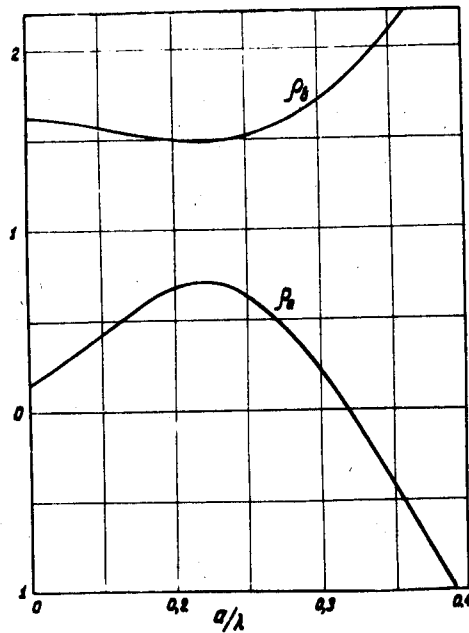


Рис. 5. Весовые функции параметров  $a$  и  $b$  в зависимости от  $a/\lambda$ .

#### V. Отклоняющая сила и эквивалентная напряженность

Поперечно-отклоняющая сила, действующая на заряженную частицу при пролете через волновод, может быть выражена только через продольные компоненты поля

$$\vec{F} = \frac{e}{\kappa} \left\{ \frac{1-\beta\beta_\phi}{1-\beta_\phi^2} \nabla_{\parallel} F_z + \frac{\beta-\beta_\phi}{1-\beta_\phi^2} [i_r \nabla_{\perp} H_z] \right\} e^{i[\omega\kappa(1-\frac{\beta}{\beta_\phi}) + \alpha_0]} \quad (19)$$

где  $\nabla_{\perp} = i \frac{\partial}{\partial r} + i \sigma \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta}$ ;  $i_r, i_\theta, i_z$  - единичные векторы,  $\beta$  - скорость частицы в единицах скорости света,  $\alpha_0$  - начальная фаза влета.

В случае  $\beta_\phi = \beta = 1$  формула (19) значительно упрощается и максимальная величина силы определяется выражением:

$$(\vec{F})_{\perp} = \frac{e}{\kappa} \nabla_{\perp} E_z \quad (20)$$

Подставляя в (20) компоненту  $E_z$  из (6), получим при  $\nu=1$ :

$$(\vec{F}_{\perp})_{\perp} = e E_0 (i_r \cos \theta - i_\theta \sin \theta) \quad (21)$$

Отсюда видно, что поперечная сила при  $\beta_\phi = \beta = 1$  однородна по апертуре, а постоянная  $E_0$  представляет собой эквивалентную отклоняющую напряженность.

Приведем оценку неоднородности силы в случае отклонения фазовой скорости волны от скорости света ( $|\beta_\phi - 1| \ll 1, \beta = 1$ ). Для этого воспользуемся формулами (19) и (20), уравнениями (1) и (4) и выражениями компонент полей  $E_z$  и  $H_z$  при произвольной фазовой скорости. Учитывая условие  $|\beta_\phi - 1| \ll 1$ , после громоздких преобразований получим следующую простую зависимость эквивалентной напряженности от радиуса  $r$ :

$$\frac{E_0(\beta_\phi, 0) - E_0(\beta_\phi, r)}{E_0(\beta_\phi, 0)} = \frac{1}{2} (\beta_\phi - 1) (kr)^2 \quad (22)$$

Поскольку требования на величину отклонения фазовой скорости в волноводе не превышают значений (0,2-0,6)%, то возникающие при этом aberrации, согласно (22), незначительны. С точки зрения характеристики отклоняющей эффективности волновода наиболее удобной является не эквивалентная, а нормированная эквивалентная напряженность

$$\eta = \frac{E_0 \lambda}{\sqrt{P}} \quad (23)$$

В одноволновом приближении, используя формулу потока энергии (8), получим для величины  $\eta$  следующее выражение:

$$\eta = \frac{4}{(ka)^2} \frac{\sqrt{6\pi Z_0}}{|(ka)^2 - 3|} \quad (24)$$

На рис. 6 даны графики  $\eta$  для двух значений параметра  $\xi = 0,8$  и  $1,0$ , а также отношение  $E_0/E_{\max}$  (пунктирная кривая) в зависимости от групповой скорости. На этом же рисунке приведены значения эквивалентной нормированной напряженности, полученные на основе строгой теории для  $\frac{\lambda}{D} = 4$  и  $\xi = 0,8^{1/8}$ .

Незначительное отличие точных данных от одноволнового приближения наблюдается лишь в области очень малых групповых скоростей.



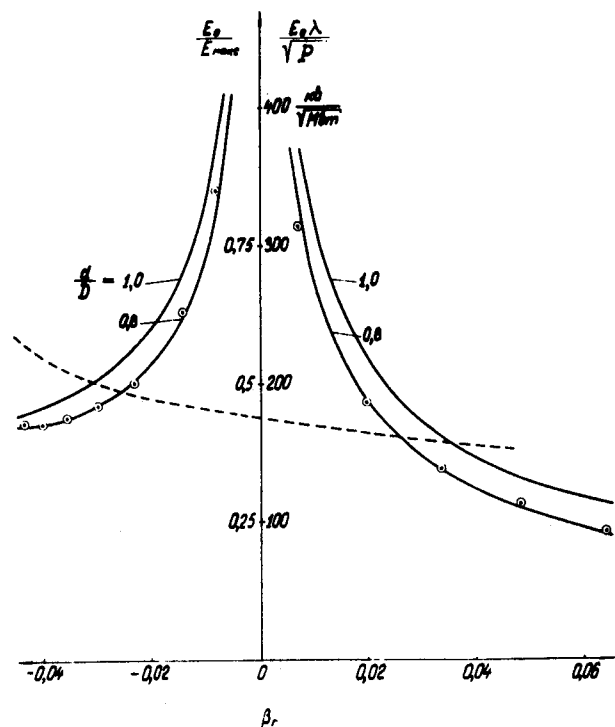


Рис. 6. Нормированная напряженность (сплошные кривые) и отношение  $E_0/E_{\max}$  (пунктирные кривые) как функции групповой скорости.

#### VI. Оптимальные параметры волновода

При пролете через отклоняющий волновод заряженная ультрарелятивистская частица с импульсом  $P_0$  отклоняется на угол

$$\delta = \frac{P_{\perp}}{P_0}, \quad (25)$$

где  $P_{\perp}$  - получаемый ею поперечный импульс.

Для в.ч. сепаратора с двумя отклоняющими системами (схема Панюфского-Шнелла<sup>1,12/</sup>) требуемое отклонение находится из известного условия оптимального использования вертикального аксептанса<sup>х)</sup>

$$\delta_0 = \delta, \quad (26a)$$

$$P_{\perp} = \frac{\sqrt{2}}{6} \frac{a/\lambda}{n} P_0, \quad (26b)$$

где  $2\delta_0$  - начальный угловой разброс частиц в вертикальной плоскости на входе в первый волновод,  $n = \frac{l}{\lambda}$ ,  $l$  - длина волновода.

Используя выражение отклоняющей силы (21) и учитывая затухание амплитуды волны в волноводе, для поперечного импульса найдем:

$$P_{\perp} c = e E_0 e^{-\alpha} \left( \frac{1 - e^{-\alpha}}{\alpha} \right), \quad (27)$$

где  $\alpha = \frac{\pi \eta}{Q \beta_r}$ ,  $Q$  - добротность волновода.

Для дальнейшего удобно ввести нормированный к потоку энергии поперечный импульс

$$\frac{P_{\perp} c}{\sqrt{P}} = \frac{10^{-3}}{\pi} e \eta Q \beta_r (1 - e^{-\alpha}) \left( \frac{\text{МэВ}}{\sqrt{\text{МВт}}} \right), \quad (28)$$

причем величина  $e \eta$  берется в единицах  $\left( \frac{\text{КэВ}}{\sqrt{\text{МВт}}} \right)$ .

На рис. 7 представлена зависимость нормированного импульса от групповой скорости для различных  $\eta$  и  $\xi = 0,8$ , вычисленная по формуле (28) с учетом соотношений (4), (13) и (24). Добротность  $Q$  взята фиксированной и равной  $10^4$ , что соответствует значению, обычно получаемому на практике в диапазоне 10 см.

Как следует из рис. 7, в области очень малых групповых скоростей эффективность отклонения резко падает. Данное обстоятельство объясняется тем, что, несмотря на рост нормированной напряженности  $\eta$  при  $\beta_r \rightarrow 0$ , фактор, связанный с затуханием волны, является более существенным. По обе стороны от значения  $\beta_r = 0$  имеются максимумы для  $\frac{P_{\perp} c}{\sqrt{P}}$ , которые с увеличением  $\eta$  смещаются от оси ординат (в частности, для малых  $\eta$ , например,  $\eta = 10$  максимумы  $\frac{P_{\perp} c}{\sqrt{P}}$  настолько близки к значению  $\beta_r = 0$ , что могут быть показаны в используемом масштабе).

<sup>х)</sup> Недавно Е.В. Монтегю<sup>13/</sup> указал на возможность более эффективного использования аксептансов волновода путем модификации оптической схемы канала. При этом, естественно, изменятся условия (26).

На рис. 7 также даны соответствующие точки для  $\lambda/D = 4$ ,  $\xi = 0,8$  и  $Q = 10^4$ , рассчитанные по многоволновой теории. Сравнение результатов показывает, что в рассматриваемом интервале изменения  $\beta_r$  имеет место совпадение приближенных кривых и точных данных всюду, кроме области очень малых групповых скоростей ( $\beta_r / < 5 \cdot 10^{-3}$ ).

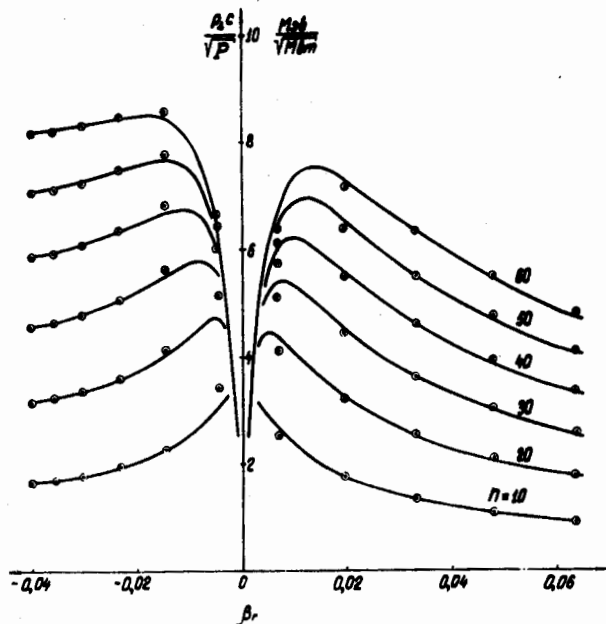


Рис. 7. Кривые нормированного поперечного импульса в зависимости от групповой скорости для различных  $n$ .

Наличие максимумов у кривых поперечного импульса определяет при заданных уровне мощности и длине волновода два оптимальных значения групповой скорости (меньше и больше нуля). Какой из этих оптимальных групповых скоростей отдать предпочтение, можно решить после более точного учета ряда дополнительных факторов, связанных с разницей в аксептансах и в поперечных импульсах, с наличием или отсутствием паразитной моды, обусловленной двузначностью дисперсионной кривой. Однако при таком подходе не решается вопрос об эффективном использовании волновода.

В отличие от линейных ускорителей, в отклоняющих системах в.ч. сепараторов необходимо обеспечить режим работы на предельном по электрической прочности уровне мощности. Только при этих условиях можно достигнуть наибольшей пропускной способности в.ч. сепаратора и, следовательно, высокой интенсивности сепарируемых частиц.

Учет электрической прочности отклоняющей системы является очень сложной проблемой, так как она в значительной степени зависит от технологии изготовления и обработки поверхности, вакуумной гигиены и геометрической конфигурации волновода.

Экспериментальное значение предельной напряженности  $E_{\text{макс}}$  для диафрагмированных волноводов в диапазоне 10 см близко к  $200 \text{ кВ/см}^{14/}$ . Исходя из этой величины, определяем предельную мощность  $P_{\text{макс}}$  и максимально достигаемый поперечный импульс  $(p_{\perp c})_{\text{макс}}$ , выразив поток энергии через  $E_{\text{макс}}$ , согласно соотношениям (7) и (8):

$$P = \frac{(E_{\text{макс}} \lambda)^2}{24 \pi Z_0} \frac{(ka)^2 [(ka)^2 - 3]}{(ka)^2 + 4}. \quad (29)$$

Подставляя в (29) предельное значение  $E_{\text{макс}} \lambda = 2 \text{ Мв}$  и рассматривая в соотношениях (13), (28) и (29) частоту  $ka$  как промежуточную переменную, найдем зависимость  $P_{\text{макс}}$  и  $(p_{\perp c})_{\text{макс}}$  от групповой скорости (см. рис. 8). В рассматриваемой области значений  $\beta_r$  предельная мощность  $P_{\text{макс}}$  практически линейно меняется с групповой скоростью (пунктирные кривые).

Для сравнения в области  $\beta_r < 0$  приведено также значение мощности (заштрихованный треугольник), которую удалось ввести в отклоняющий волновод брукхэвского в.ч. сепаратора<sup>15/</sup>.

Графики предельного поперечного импульса (сплошные кривые) существенно отличаются от соответствующих кривых  $\frac{p_{\perp c}}{\sqrt{P}}$ , показанных на рис. 7. Область малых групповых скоростей, где значения  $(p_{\perp c})_{\text{макс}}$  уменьшаются, на рис. 8 значительно шире. Для  $\beta_r > 0$  и различных фиксированных  $n$  предельный импульс имеет плоские максимумы. На этом же рис. 8 представлена зависимость  $(\frac{a}{a_0})^4$  (кривая 1),

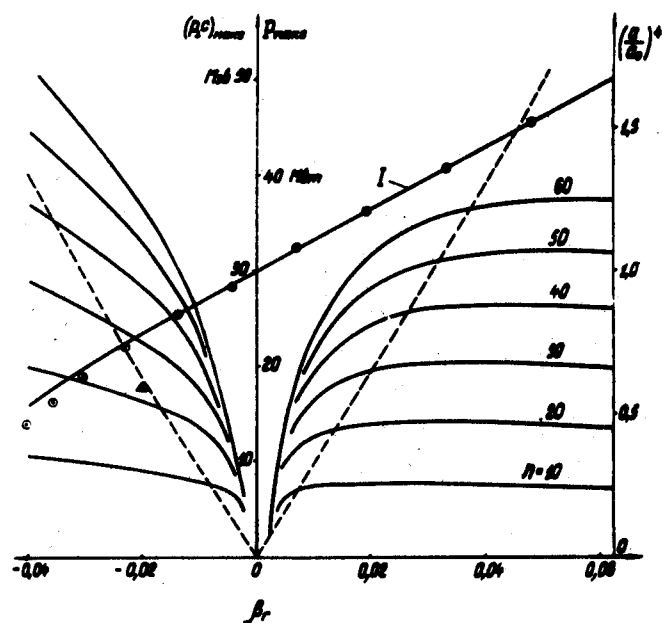


Рис. 8. Предельное значение мощности (пунктирные кривые), поперечного импульса (сплошные кривые) и отношение  $(a/a_0)^4$  (кривая 1) как функции групповой скорости.

где  $a_0$  — радиус диафрагм при  $\beta_g = 0$ . Данная величина при фиксированной длине волновода пропорциональна его пропускной способности (равной произведению вертикального и горизонтального аксептансов):

$$M = 1/3 \left( \frac{a_0}{\lambda} \right)^4 \left( \frac{a}{a_0} \right)^4 \frac{\lambda^2}{n^2} \quad (30)$$

Точками обозначены значения  $(a/a_0)^4$ , полученные по строгой теории для  $\lambda/D=4$  и  $\xi=0,8$ . В области  $-0,02 < \beta < 0,08$  наблюдается хорошее согласие результатов одноволнового приближения и строгой теории. В этом интервале изменения групповой скорости величина  $(a/a_0)^4$  с очень высокой степенью точности описывается линейной функцией

$$\left( \frac{a}{a_0} \right)^4 = 11\beta + 1.$$

Используя результаты, приведенные на рис. 8, можно произвести однозначный выбор оптимальных параметров волновода как отклоняющей системы.

В качестве примера рассмотрим область  $\beta_g > 0$ . Наличие плоских максимумов у кривых  $(p_{\perp})_{\max}$  при заданном  $a$  обеспечивает относительно свободный выбор групповой скорости. Однако стремление к уменьшению рабочего уровня мощности (пунктирная кривая на рис. 8) приводит к необходимости снижения  $\beta_g$ . В качестве компромисса можно выбрать значения  $(p_{\perp})_{\max}$  на уровне 0,85 от максимумов соответствующих кривых в сторону малых групповых скоростей. Этим точкам будут однозначно соответствовать значения  $P_{\max}$ ,  $\beta_g$  и  $M$ , которые можно представить теперь как функции длины волновода  $a$ .

Зависимости  $(p_{\perp})_{\max}$  (сплошная кривая),  $P_{\max}$ ,  $\beta_g$  и  $\frac{M}{\lambda^2}$  (пунктирные кривые) от  $a$  даны на рис. 9. Для окончательного выбора рабочей точки на этих кривых необходимо задать продольный импульс  $p_{\parallel}$  сепарированных частиц и воспользоваться условием (286). Величину  $a/\lambda$  в правой части уравнения (286) можно считать постоянной, так как  $a/\lambda$  слабо  $\left( \frac{a}{\lambda} = \sqrt{11\beta + 1} \right)$  зависит от  $\beta_g$ . Положим  $\frac{a}{\lambda} = \frac{a_0}{\lambda} = 0,2758$ , занижая тем самым на несколько процентов апертуру волновода. При этом предположении, согласно (286),  $p_{\perp}$  и  $a$  для фиксированного значения продольного импульса  $p_{\parallel}$  будут связаны гиперболическим законом. Точки пересечения гипербол с кривой  $(p_{\perp})_{\max}$  на рис. 9 определяют рабочую точку (оптимальный поперечный импульс и длину волновода), а пересечения пунктирной прямой, проведенной из рабочей точки, с кривыми  $P_{\max}$ ,  $\beta_g$  и  $\frac{M}{\lambda^2}$  дают рабочие значения этих параметров. Кривые оптимальных параметров в зависимости от величины продольного импульса частиц, вычисленные по данной схеме, приведены на рис. 10.

Сравним области  $\beta_g > 0$  и  $\beta_g < 0$ . Например, для  $\beta_g > 0$  и продольного импульса  $p_{\parallel} = 10$  ГэВ/с оптимальными параметрами являются  $\beta_g = 0,0185$ ,  $P_{\max} = 20,5$  Мвт,  $(p_{\perp})_{\max} = 20,4$  мэВ,  $a = 31,7$  и  $M/\lambda^2 = 0,238$  мкстер (см. рис. 10). Для этих же значений поперечного импульса и уровня мощности в области  $\beta_g < 0$  соответствующие параметры равны:  $\beta_g = -0,0217$ ,  $a = 25,5$  и  $M/\lambda^2 = 0,228$  мкстер. Такое же положение имеет место и для других продольных импульсов, откуда следует практическая равнозначность обеих областей групповых скоростей.

Строгая теория вносит поправку  $\approx 10\%$  в значения оптимальных параметров  $p_{\perp}$ ,  $P$ ,  $\beta_g$  и уменьшает величину пропускной способности приблизительно на 40%. Если учесть, что в определении пробных условий имеется значительная неопределенность, то обеспечиваемую одноволновым приближением точность можно считать вполне удовлетворительной.

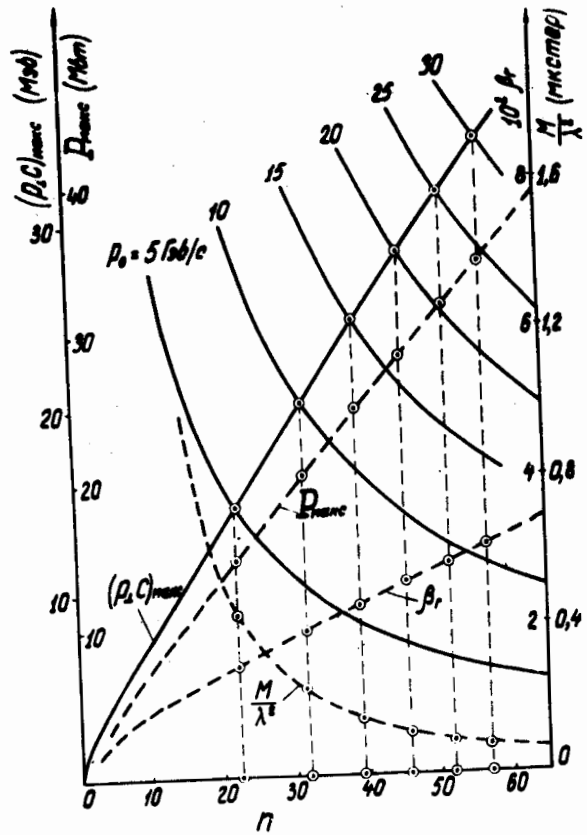


Рис. 8. Оптимальные параметры отклоняющего волновода в зависимости от продольного импульса сепарируемых частиц.

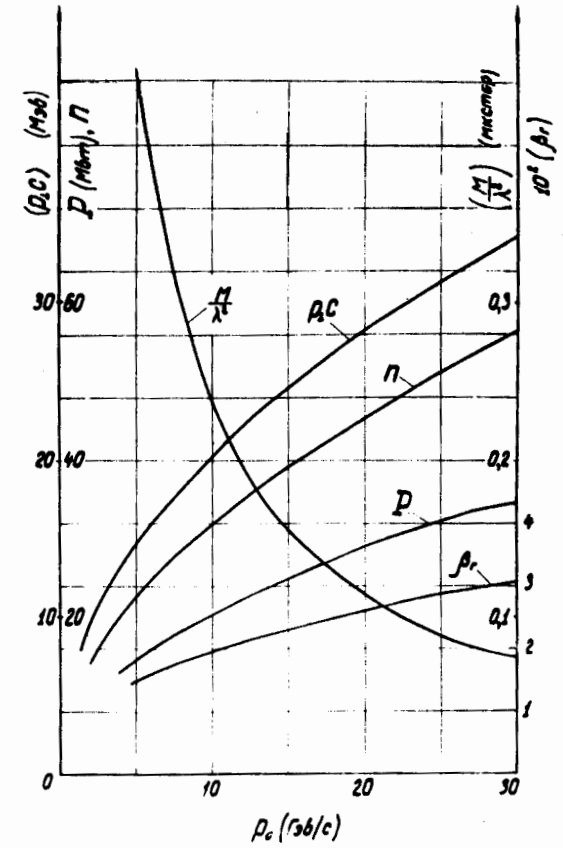


Рис. 10. Оптимальные параметры отклоняющего волновода в зависимости от продольного импульса сепарируемых частиц.

### Л и т е р а т у р а

1. В.А.Вагня, В.И.Котов, И.Н.Семенюшкин. УФН, 82, 707, 1964.
2. P.Bramham, R.D.Fortune, E.Keil, M.Lengeler, B.W.Montague, W.W.Neale. Phys. Let., 15, 290 (1965).
3. M.Y.Garault. Compt. Rend., 254, 843 (1962); 254, 1391 (1962); 255, 2920 (1962).
4. M.Y.Garault. CERN 64-43, Geneva, 1964.
5. H.Hahn. Rev., Sci. Instr., 34, 1094 (1963).
6. O.H.Altenmueller, R.R.Larsen, G.A.Loew. Rev. Sci. Instr., 35, 438 (1964)
  
7. P.Bramham, CERN AR (Int. P Sep) 63-4, Geneva, 1963.
8. H.Hahn. ENL AADD-54, Brookhaven, 1964.
9. H.G.Herward, M.Bell. CERN 63-33, Geneva 1963.
10. В.А.Вагня, В.И.Котов, М.М.Офицеров. Преприят ОИЯИ Р-2274, 1965.
11. P.Clarricoats. Proc. IEE, 110, 261 (1963).
12. W.Schnell. CERN 61-5, Geneva, 1965.
13. B.W.Montague. . Международная конференция по ускорителям. Фраскати, 1965.
14. R.P.Borghi, A.L.Eldredge, G.A.Loew, R.B.Neal. SLAC-PUB-71, Stanford, 1965.
  
15. H.Hahn, H.J.Hajama, H.W.L.Foelsche. Международная конференция по ускорителям. Фраскати, 1965.

Рукопись поступила в издательский отдел  
18 декабря 1965 г.