

18

2.5.

К-61

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Лаборатория высоких энергий

P-250

А.А.КОЛОМЕНСКИЙ, А.Б.КУЗНЕЦОВ, Н.В.РУБИН

ПОВОРОТНО-ФОКУСИРУЮЩАЯ СИСТЕМА ДЛЯ ВВОДА ЧАСТИЦ  
В СИНХРОФАЗОТРОН

г. Дубна, 1958 год

# ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Лаборатория высоких энергий

P-250

А.А.КОЛОМЕНСКИЙ, А.Б.КУЗНЕЦОВ, Н.Б.РУБИН

18  
K-61

ПОВОРОТНО-ФОКУСИРУЮЩАЯ СИСТЕМА ДЛЯ ВВОДА ЧАСТИЦ  
В СИНХРОФАЗОТРОН

Объединенный институт  
ядерных исследований  
БИБЛИОТЕКА

г. Дубна, 1958 год

Б.С.  
U-259

Рассматривается поворотной-фокусирующая система, которая может быть применена для впуска частиц в синхрофазотрон, а также для других целей. На основе полученных результатов предложена специальная система и рассчитан выпуск частиц в синхрофазотрон ОИЯИ [1].

## § 1. Введение

Инжекция частиц в синхрофазотроне представляет собой важную и трудную проблему, от правильного решения которой зависит вся работа ускорителя. Для того, чтобы впуск и последующий захват в ускорительный режим происходили достаточно эффективно, параметры пучка на входе в ускоритель должны удовлетворять некоторым жестким требованиям в отношении поперечных размеров и углового разброса. Так, в синхрофазотроне ОИЯИ угловая расходимость должна быть не больше  $\pm 15'$ , а размер  $\sim 5-7$  см./см. например [2].

Выходящий из ускорителя - инжектора пучок может в принципе удовлетворять такого рода требованиям. Однако поскольку от ускорителя - инжектора до основного ускорителя имеется, как правило, значительное расстояние и необходим поворот пучка на определенный угол, то параметры пучка при впуске могут существенно измениться в худшую сторону. Поэтому для того, чтобы перевести фазовый объем, соответствующий пучку, выходящему из инжектора, в фазовый объем пучка, захватываемого в ускорительный режим, необходима некоторая промежуточная ионно-оптическая система.

Направлять частицы на конечном участке впускной системы для вывода их на заданную орбиту в ускорителе целесообразно с помощью поворотного цилиндрического конденсатора - инфлектора. Поворот пучка перед этим, если он необходим, в зависимости от геометрии установки может осуществляться либо тоже под действием электрического поля, либо /в случае большого угла поворота/ с помощью магнитного поля специального секторного магнита. Последний случай имеет место в синхрофазотроне ОИЯИ, где полный угол поворота пучка должен составлять  $90^\circ$ , что связано с геометрией ядра магнита основного ускорителя и с рядом других причин. Ввиду специфических требований к параметрам пучка при впуске секторный магнит должен иметь возможности больше полезных степеней свободы.

В данной работе предложена и рассчитана специальная поворотной-фокусирующая система, одним из основных элементов которой является секторный магнит с обычной "градиентной", а также "краевой" фокусировкой, причем последняя имеет принципиальное значение.

Дело в том, что без принятия специальных мер, например, без использования краевой фокусировки, поворот пучка в одиночном магните только с "градиентной" фокусировкой сопровождается, вообще говоря, появлением дополнительной угловой расходимости и размытием этого пучка, обусловленными энергетическим разбросом частиц, выходящих из инжектора, а также тем, что поперечное сечение пучка имеет конечные размеры. Таким образом, сгусток частиц на входе в вакуумную камеру может оказаться размазанным в горизонтальной и вертикальной плоскостях как по углам, так и по размерам поперечного сечения. Правда, степень размытия пучка может быть и не очень большой, что зависит, естественно, от угла поворота, показателя спада магнитного поля и начальных параметров пучка. Предложенная система не только поворачивает пучок, но также в достаточной степени фокусирует его по обоим направлениям и дает малую дисперсию.

В осуществленном варианте инжекционной системы синхрофазотрона ОИЯИ протоны с энергией 9 МэВ, выходящие из линейного ускорителя, проходят сначала ряд юстировочных и фокусирующих устройств /двойной магнитный корректор, юстировочные конденсаторы, сильнофокусирующие квадрупольные линзы/, а затем попадают в основные элементы системы ввода: поворотнo-фокусирующий магнит с "краевой" и "градиентной" фокусировкой и цилиндрический конденсатор. В магните осуществляется поворот пучка частиц на  $75^\circ$  по дуге радиуса  $z_0 = 100$  см, а в конденсаторе, радиус кривизны которого  $R_0 = 16$  м, частицы доворачиваются еще на  $15^\circ$ . Магнит сконструирован так, что показатель поля  $\mathcal{N}$  и, так называемые, "краевые углы"  $\beta, \tau$  /см. ниже/ могут меняться в широких пределах, что позволяет осуществлять различные варианты впуска и облегчает настройку системы на оптимум.

Задачу, которая рассматривается в данной работе, можно сформулировать в следующем виде. В некоторой плоскости заданы свойства частиц, а именно, распределение плотности по его поперечному сечению, угловой разброс в вертикальной и горизонтальной плоскостях, а также энергетический разброс частиц в этом пучке. Положение по отношению к инжектору этой плоскости, которую назовем "начальной" плоскостью, может выбираться из соображений удобства, а геометрические характеристики пучка могут меняться в широких пределах с помощью магнитных или электрических линз. Пучок частиц, выходящий из "начальной" плоскости, необходимо повернуть на некоторый угол и перевести в "конечную" плоскость, соответствующую входу в камеру синхрофазотрона, причем это нужно сделать так, чтобы характеристики пучка удовлетворяли указанным выше требованиям.

## § 2. Общие оптические свойства поворотнo-фокусирующей системы

Будем рассматривать случай, когда поворотнo-фокусирующая система имеет плоскость симметрии. Обозначим через  $X$  и  $Z$  расстояния по нормали от плоской кривой / $X$  - в плоскости кривой,  $Z$  - перпендикулярно этой плоскости/, по которой через

нашу систему движется "центральная" частица с кинетической энергией  $W_0$ . Угол между траекторией данной частицы и указанной центральной траекторией /оптической осью/ в плоскости последней обозначим  $\chi$ , в перпендикулярной плоскости -  $\zeta$ . Рассмотрение будем вести в линейном приближении, так что, если  $l$  - длина вдоль оптической оси, то  $\chi = \frac{dx}{dl}$ ,  $\zeta = \frac{dz}{dl}$ . Расстояние вдоль оптической оси от начальной плоскости до левого края поворотной-фокусирующей системы обозначим через  $S$ , а расстояние от правого края системы до конечной плоскости - через  $T$  /пучок считаем идущим слева направо/. Поскольку, вообще говоря, свойства ионно-оптической системы в направлениях  $X$  и  $Z$  различны, то удобно в общем случае различать  $S^x$  и  $S^z$ , а также  $T^x$  и  $T^z$ . Переменные  $x, z, \chi, \zeta$ , в соответствующей начальной плоскости обозначим индексом  $S$ , а в конечной плоскости - индексом  $T$ .

Уравнения, описывающие преобразование пучка частиц от начальной плоскости к конечной в линейном приближении имеют, очевидно, следующий вид:

$$\chi_T = a_{11}^x \chi_S + a_{12}^x X_S + a_{13}^x W_S \quad /a/$$

$$X_T = a_{21}^x \chi_S + a_{22}^x X_S + a_{23}^x W_S \quad /b/$$

$$W_T = a_{31} \chi_S + a_{32} X_S + a_{33} W_S \quad /в/ \quad /2.1/$$

$$\zeta_T = a_{11}^z \zeta_S + a_{12}^z Z_S \quad /a'/$$

$$Z_T = a_{21}^z \zeta_S + a_{22}^z Z_S \quad /b'/$$

Через  $W$  здесь обозначено относительное отклонение кинетической энергии частицы  $W$  от кинетической энергии центральной частицы  $W_0$ , то есть  $W = \frac{W - W_0}{W_0}$ . Поскольку поворот пучка осуществляется в плоскости симметрии поля  $Z^0 = 0$ , а рассмотрение ведется в линейном приближении, то в идеальном случае  $Z$ -движение не зависит от  $W$ , и движения частиц по  $X$  и по  $Z$  не связаны.

Перепишем уравнение /2.1/, введя для краткости записи величины  $\Upsilon$  и  $\Psi$ , которые будут обозначать соответственно либо  $X$  и  $\chi$ , либо  $Z$  и  $\zeta$ .

$$\Upsilon_T = a_{11} \Upsilon_S + a_{12} \Upsilon_S + a_{13} W_S \quad /a/$$

$$\Upsilon_T = a_{21} \Upsilon_S + a_{22} \Upsilon_S + a_{23} W_S \quad /b/ \quad /2.2/$$

$$W_T = a_{31} \Upsilon_S + a_{32} \Upsilon_S + a_{33} W_S \quad /в/$$

В уравнении /2.2в/ вместо  $\psi_s$  и  $Y_s$  поставлено  $X_s$  и  $X_s$ , так как преобразование энергии связано только с  $X$ -движением. Принимая, что левый и правый края поворотнo-фокусирующей системы перпендикулярны к оптической оси<sup>x/</sup>, получим очевидные преобразования

$$\psi_L = \psi_s, \quad \psi_T = \psi_n, \quad /a/$$

$$Y_L = \int \psi_s + Y_s, \quad Y_T = \int \psi_n + Y_n, \quad /б/ \quad /2.3/$$

$$W_L = W_s, \quad W_T = W_n, \quad /в/$$

где индекс "Л" - означает левый край системы, а "П" - правый. Обозначая через  $\alpha_{ij}$  члены матрицы преобразования собственно поворотнo-фокусирующей системы, т.е. преобразования:

$$\psi_n = \alpha_{11} \psi_L + \alpha_{12} Y_L + \alpha_{13} W_L, \quad /а/$$

$$Y_n = \alpha_{21} \psi_L + \alpha_{22} Y_L + \alpha_{23} W_L, \quad /б/ \quad /2.4/$$

$$W_n = \alpha_{31} \psi_L + \alpha_{32} Y_L + \alpha_{33} W_L, \quad /в/$$

будем иметь

$$a_{11} = \alpha_{11} + \alpha_{12} S, \quad a_{12} = \alpha_{12}, \quad a_{13} = \alpha_{13}, \quad /а/$$

$$a_{21} = \alpha_{21} + \alpha_{22} S + \alpha_{21} T + \alpha_{12} S T, \quad a_{22} = \alpha_{22} + \alpha_{12} T, \quad a_{23} = \alpha_{23} + \alpha_{13} T, \quad /б/ \quad /2.5/$$

$$a_{31} = \alpha_{31} + \alpha_{32} S, \quad a_{32} = \alpha_{32}, \quad a_{33} = \alpha_{33}. \quad /в/$$

Положим пока  $W = 0$  и рассмотрим некоторые оптические характеристики системы для случаев, когда детерминанты

$$D = \begin{vmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} \end{vmatrix} \neq 0, \quad D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} \neq 0. \quad /2.6/$$

Неравенство /2.6/ является ограничением на свободу выбора коэффициентов  $\alpha_{ij}$  и  $a_{ij}$ .

Если предположить, что в начальной плоскости помещен источник, то расстояние от правого края поворотнo-фокусирующей системы до изображения этого источника определится как решение уравнения

$$a_{21} = \alpha_{21} + \alpha_{22} S + \alpha_{21} T + \alpha_{12} S T = 0. \quad /2.7/$$

<sup>x/</sup> Как будет указано дальше случай, когда границы поворотнo-фокусирующей системы не перпендикулярны к оптической оси, сводится, вообще говоря, при линейном рассмотрении к тому, который здесь рассматривается.

Это соотношение имеет простой физический смысл и означает, что частицы, вышедшие из одной точки с разными углами, собираются в одной точке, то есть  $\psi_T$  определяется только через  $\psi_S$  и не зависит от  $\psi_S$ . Если, наоборот, в плоскости T задано изображение, то уравнение /2.7/ определяет  $S_T$  - расстояние от соответствующего источника до поворотно-фокусирующей системы. Из /2.7/ находим

$$T_S = -\frac{d_{21} + d_{22} S}{d_{11} + d_{12} S}, \quad S_T = -\frac{d_{21} + d_{11} T}{d_{22} + d_{12} T} \quad /2.8/$$

Левый фокус системы получается при  $T \rightarrow \infty$  в формуле для  $S_T$ , и правый фокус - при  $S \rightarrow \infty$  в формуле для  $T_S$ . Таким образом,

$$T_\infty = -\frac{d_{22}}{d_{12}}, \quad S_\infty = -\frac{d_{11}}{d_{12}}. \quad /2.9/$$

Отметим, что при  $T = T_\infty$  коэффициент  $a_{22} = 0$ , т.е.  $\psi_T$  не зависит от  $\psi_S$  - параллельные пучки сводятся в одну точку; а при  $S = S_\infty$  коэффициент  $a_{11} = 0$ , т.е.  $\psi_T$  не зависит от  $\psi_S$ : частицы, вышедшие из одной точки при  $S = S_\infty$ , выходят из правого края системы параллельными.

Итак, в точке изображения  $a_{21} = 0$ , а в фокусах-либо  $a_{11} = 0$  /левый фокус/, либо  $a_{22} = 0$  /правый фокус/.

Мы покажем дальше, что в силу линейности уравнений и условий /2.6/ наша система удовлетворяет законам геометрической оптики. Поскольку в них используются понятия фокусных расстояний  $f_1$  и  $f_2$ , отсчитываемых от своих главных плоскостей, введем эти понятия. При этом будем исходить из построений, показанных на рис.1.

Луч В, выходящий параллельно оптической оси АА проходит, не преломляясь, до правой главной плоскости, а затем идет в фокус  $f_2$ . Луч С, идущий из левого фокуса, доходит, не преломляясь, до левой главной плоскости, а затем идет параллельно оптической оси. Расстояния  $S_\infty, T_\infty, f_1, f_2$  снабжены на рисунке стрелками, которые обозначают направления отсчета расстояний:  $S_\infty$ , например, отсчитывается от левого фокуса до левого края линзы, а  $T_\infty$  - от правого края до правого фокуса. Соответствующие расстояния считаем положительными, если стрелка направлена слева направо /т.е. по ходу луча/ и отрицательным, если справа налево. На рисунке 1 принято в качестве примера такое расположение фокусов и главных плоскостей, что все величины  $S_\infty, T_\infty, f_1, f_2$  положительны.

Согласно построению находим, что для луча В  $\frac{y_S}{f_2} = -\psi_{T_\infty} |_{\psi_S=0} = -d_{12} y_S / \text{см.}$  уравнения /2.2a/, /2.5//,

$$f_2 = -\frac{1}{d_{12}} \quad /2.10/$$

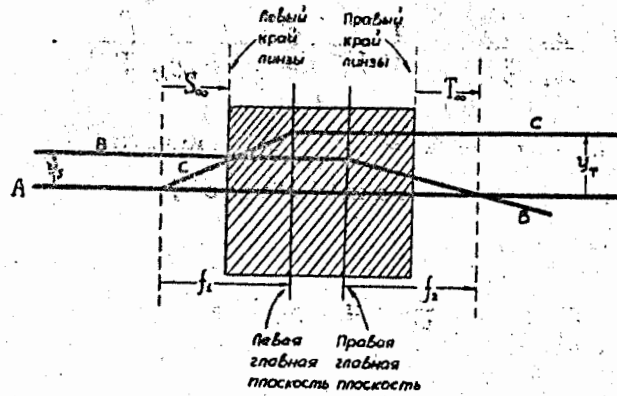


Рис. 1. Построения для нахождения  $f_1$  и  $f_2$  при заданных  $S_\infty$  и  $T_\infty$ .

Далее: для луча C  $\frac{y_T}{f_1} = \psi_{S_\infty} |_{y_T=0}$ . Из уравнения /2.26/ для этого луча /рис.1/ найдем

$$\psi_{S_\infty} = \frac{y_T}{d_{21} + d_{11}T + d_{22}S_\infty + d_{12}S_\infty T} = -y_T \frac{d_{12}}{D}$$

Таким образом,

$$f_1 = -\frac{D}{d_{12}}$$

Используя /2.8/, /2.9/, /2.10/ и /2.11/ непосредственной проверкой убеждаемся, что для нашей системы выполняется основной закон геометрической оптики—уравнение Ньютона:

$$(S - S_\infty)(T - T_\infty) = f_1 f_2$$

или

$$(S_T - S_\infty)(T - T_\infty) = f_1 f_2.$$

/2.12/



Используя уравнение /2.12/ или геометрические построения с помощью кардинальных точек: фокусов, главных точек, узловых точек [3], нетрудно найти в любом случае положение изображения. При этом надо учесть следующее: если изображение получается правее правого края линзы, то оно действительно, если левее - то оно называется мнимым изображением, т.е. мы получим точку пересечения не самих траекторий, а их касательных продолжений.

До сих пор предполагалось, что  $d_{12} \neq 0$ . При  $d_{12} = 0$  смысл такого понятия как фокус теряется, что следует из выражений /2.9/, /2.10/, /2.11/. При этом /см. /2.2/ и /2.5// параллельный пучок после прохождения системы остается параллельным. Однако, если частицы вышли из одной точки, то они после линзы, вообще говоря, собираются в одну точку /хотя изображение может быть мнимым/. Другими словами, при  $d_{12} = 0$  понятие изображения по-прежнему имеет смысл. При этом выражения для  $S_T$  и  $T_S$  получаются более простыми:

$$T_S = -\frac{1}{a_{11}}(d_{21} \pm d_{22} S), \quad S_T = -\frac{1}{a_{22}}(d_{21} + d_{11} T). \quad /2.13/$$

Наша цель состоит в том, чтобы сделать по возможности меньшими величины  $Y_T$  и  $\Psi_T$ . В принципе для каждого конкретного случая при заданных значениях  $Y_S$ ,  $\Psi_S$ ,  $S$ ,  $T$  и при заданном числе независимых параметров поворотной-фокусирующей системы всегда можно найти условия, при которых мы получим наилучший результат в смысле поставленных выше требований. Однако, как правило, нахождение этих условий сопряжено с громоздкими, хотя и несложными расчетами. В то же время для практических целей обычно достаточно выбрать один из нескольких крайних вариантов, когда те или иные коэффициенты в уравнении /2.2/ равны нулю. При этом следует учесть, что чем больше независимых параметров имеется у поворотной-фокусирующей системы, тем, вообще говоря, большее количество коэффициентов в этом уравнении удастся свести к нулю. Если, как мы до сих пор считали, детерминант /2.6/ отличен от нуля, то применительно к коэффициентам, соответствующим отсутствию энергетического разброса, можно, следовательно, различать случаи:

1/ Нулю равняется либо  $a_{21}$ , либо  $a_{12}$ , либо оба вместе.

а/  $a_{21} = 0$ . Не фиксируя еще параметров поворотной-фокусирующей системы, мы выбираем такую связь  $S$  и  $T$ , чтобы в точке  $T$  находилось изображение источника, помещенного на расстоянии  $S$  от левого края поворотной-фокусирующей системы. Для этого случая справедлива теорема, которая известна в оптике под названием теоремы Лагранжа-Гельмгольца;

$$Y_T \cdot (\Delta \Psi_T) = \mathcal{D} Y_S (\Delta \Psi_S) \quad /2.14/$$

Здесь  $\Delta \psi_s$  и  $\Delta \psi_{Ts}$  — максимальные угловые растворы частиц соответственно в источнике и изображении,  $y_s$  и  $y_{Ts}$  — как обычно, отклонения от оптической оси источника и изображения. Произведение  $y_s (\Delta \psi)$  называют иногда "аксептансом", а соотношение /2.14/ — законом преобразования аксептанса. /2.14/ нетрудно получить из /2.2/ при  $a_{21} = 0$  и  $\omega = 0$  по сделанному выше предположению/.

б/  $a_{12} = 0$ . Поскольку  $a_{12} = d_{12}$ , то  $d_{12} = 0$ , т.е. здесь вводится ограничение на оптику: параллельные пучки превращаются после поворотно-фокусирующей системы опять в параллельные. Этот случай удобно применять при трансформации пучка со сравнительно небольшим угловым раствором на довольно значительное расстояние / $T$ -велико/, так как при этом /см. формулы /2.2/, /2.4/ и /2.5/ при  $\omega = 0$ / поперечный размер пучка в начальной плоскости не приводит к размытию углов на выходе из системы и, соответственно, к большому размеру пучка на большом  $T$  / при  $a_{12} = 0$  коэффициент  $a_{22}$  не зависит от  $T$  /, в то же время те части  $\psi_T$  и  $y_T$ , которые обязаны наличием  $\psi_s$ , невелики, так как по предположению  $\psi_s$  мало.

в/ Случай  $a_{12} = 0$  удобно сочетать с  $a_{21} = 0$ , поскольку равенство нулю еще одного коэффициента полезно, и в то же время это не меняет оставшихся коэффициентов  $a_{11}$  и  $a_{22}$ , так как в рассматриваемом случае они не зависят от  $T$  и от  $S$  и равны:

$$a_{11} = d_{11} \quad a_{22} = d_{22} = \frac{D}{d_{11}}$$

Итак, при  $a_{12} = a_{21} = 0$ ,

$$\psi_{Ts} = d_{11} \psi_s, \tag{2.15/}$$

$$y_{Ts} = \frac{D}{d_{11}} y_s.$$

Сделанные выше замечания относительно целесообразности использования случая  $a_{21} = 0$  при больших  $T$  и малых  $\psi_s$  носят, конечно, качественный характер, но они отражают ход мыслей авторов, приведший их к рассмотрению именно этого случая применительно к синхротрону ОИЯИ.

- 2/ Нулю равняется либо  $a_{22}$ , либо  $a_{11}$ , либо оба коэффициента вместе.
- а/  $a_{22} = 0$ , т.е.  $T$  выбирается таким, что оно совпадает с правым фокусом системы.
- б/  $a_{11} = 0$ . Здесь  $S$  совпадает с левым фокусом системы.
- в/  $a_{11} = a_{22} = 0$ . При этом

$$\psi_{T\infty} = d_{12} y_{s\infty},$$

$$y_{T\infty} = -\frac{D}{d_{12}} \psi_{s\infty}.$$

Случаи /2/ имеют хорошо известные особенности, и мы их ради краткости комментировать не будем, тем более, что в условиях рассматриваемой задачи они не имеют практического значения.

### 3. Поворотнo-фокусирующая система в виде секторного магнита

#### с "градиентной" и "краевой" фокусировкой

Рассмотрим отдельно секторный магнит с цилиндрически симметричным полем, обладающий градиентной и краевой фокусировкой.

Поскольку движение частиц в магните такого типа отчасти рассматривалось ранее, хотя и для других целей /см. например, [4], [5]/, то, не вдаваясь в подробности, приведем сразу необходимые нам окончательные соотношения, определяющие оптические свойства этой системы. Введем следующие обозначения /см. рис.2/: через  $\mathcal{L}$  обозначим радиусы

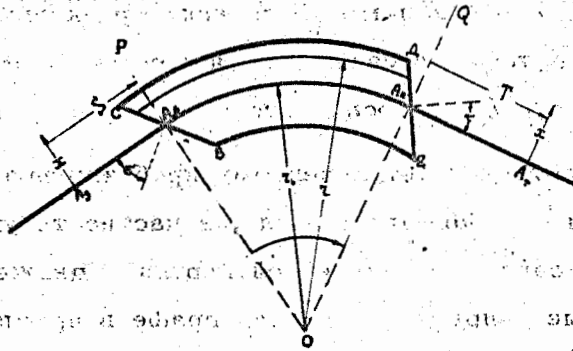


Рис. 2. Схема магнита с градиентной и краевой фокусировкой.

дуг окружностей с центром  $O$ , на каждой из которых магнитное поле не зависит от азимута внутри магнита, показатель изменения по радиусу магнитного поля, который считаем постоянным, обозначим через  $n$ , так что в линейном приближении  $H_z = H_0(1 - n \frac{z}{z_0})$ , где  $H_z$  - вертикальная компонента магнитного поля,  $x = z - z_0$ , а  $z_0$  - радиус центральной дуги окружности, определяемой из соотношения  $W_0 = \sqrt{(e H_0 z_0)^2 + E_0^2} - E_0$  /здесь  $E_0$  - энергия покоя,  $e$  - заряд частицы/ Угол между лучами  $OP$  и  $OQ$ , соединяющими центр  $O$  и точки пересечения краев магнита  $BC$  и  $DE$  с дугой центральной окружности, обозначим  $\varphi_0$ . Траекторию  $A_s, A_n, A_t$  считаем оптической осью,  $\sigma$  и  $\tau$  - углы между соответствующими нормальными к краям магнита и оптической осью в точках  $A_n$  и  $A_t$ . Эти углы считаются положительными, если центральная траектория на входе в магнит или, соответственно, на выходе из него и центр  $O$  лежат по одну сторону от нормалей к краям. Если же они лежат по разные стороны, то углы считаются отрицательными. На рисунке для примера взято, что  $\sigma < 0, \tau > 0$ .

Выражения для  $d_{ij}$  применительно к рассматриваемой системе, которые ниже будут выписаны, отвечают следующей приближенной трактовке движения частиц. На участке от начальной плоскости до плоскости  $OP$  /см.рис.2/ на частицы не действуют никакие силы - траектория прямолинейна, затем в этой плоскости /если движение совершается не по центральной траектории/ скачком меняется как вертикальный, так и горизонтальный углы, а координаты остаются неизменными. Аналогичная картина имеет место и на выходе из магнита в плоскости  $OQ$ , после которой траектория прямолинейна.

Указанная трактовка соответствует линейному приближению при рассмотрении движения параксиальных частиц и справедлива, если, в частности углы  $\sigma$  и  $\tau$  не очень близки к  $90^\circ$ . Пользуясь описанной приближенной картиной движения, мы можем применять все выводы, полученные в предыдущем параграфе в предположении, что границы системы перпендикулярны к оптической оси, так как  $OP$  и  $OQ$  на рис.2 перпендикулярны к этой оси.

Следует, конечно, сказать, что в виду наличия рассеянного поля около магнита, движение частиц будет более сложным, но это можно учесть, введя на основе эксперимента некоторый эффективный угол поворота  $\varphi_{эф}$ , а также  $\sigma_{эф}$  и  $\tau_{эф}$ . Однако для дальнейшего это в принципе несущественно, и мы на этом останавливаться не будем.

Итак, выпишем коэффициенты

$$d_{11}^x = C_x + \frac{S_x}{\alpha_x} \operatorname{tg} \tau; \quad d_{12}^x = \frac{1}{z_0} \left[ C_x (\operatorname{tg} \sigma + \operatorname{tg} \tau) - \frac{S_x}{\alpha_x} (\alpha_x^2 - \operatorname{tg} \sigma \operatorname{tg} \tau) \right]; \quad d_{15}^x = \frac{E_0 + W_0}{2E_0 + W_0} \left[ \frac{S_x}{\alpha_x} + \frac{1 - C_x}{\alpha_x^2} \operatorname{tg} \tau \right]; \quad /a/$$

$$d_{21}^x = z_0 \frac{S_x}{\alpha_x}; \quad d_{22}^x = C_x + \frac{S_x}{\alpha_x} \operatorname{tg} \sigma; \quad d_{23}^x = \frac{E_0 + W_0}{2E_0 + W_0} \frac{1 - C_x}{\alpha_x^2}; \quad /б/$$

$$d_{31} = 0; \quad d_{32} = 0; \quad d_{33} = 1 \quad /в/ \quad /3.1/$$

$$d_{11}^x = c_x - \frac{s_x}{x_x} \operatorname{tg} \tau; \quad d_{12}^x = \frac{1}{x_0} [-c_x (\operatorname{tg} \sigma + \operatorname{tg} \tau) - \frac{s_x}{x_x} (x_x^2 - \operatorname{tg} \sigma \operatorname{tg} \tau)] / a'$$

$$d_{21}^x = x_0 \frac{s_x}{x_x}; \quad d_{22}^x = c_x - \frac{s_x}{x_x} \operatorname{tg} \sigma. \quad 16'$$

Здесь

$$x_x = \sqrt{1-n}, \quad x_z = \sqrt{n}; \quad s_x = \sin x_x \varphi_0, \quad s_z = \sin x_z \varphi_0;$$

$$c_x = \cos x_x \varphi_0, \quad c_z = \cos x_z \varphi_0.$$

Непосредственной проверкой убеждаемся, что детерминанты  $D_x$  и  $D_z$  равны единице т.е.

$$D_x = \begin{vmatrix} d_{11}^x & d_{12}^x \\ d_{21}^x & d_{22}^x \end{vmatrix} = 1; \quad D_z = \begin{vmatrix} d_{11}^z & d_{12}^z \\ d_{21}^z & d_{22}^z \end{vmatrix} = 1.$$

/3.2/

Рассмотрим применительно к  $X$  и  $Z$  - движениям случай, на который мы уже выше обращали внимание /случай /1/ § 2/; именно:

$$a_{12}^x = 0 /a/$$

$$a_{21}^x = 0 /b/$$

/3.3.1/

$$a_{12}^z = 0 /a'/$$

$$a_{21}^z = 0 /b'/$$

Наша система обладает в общем случае семью степенями свободы:  $n, \sigma, \tau, S^x, S^z, T^x, T^z$ . В соответствии с условиями инъекции в синхрофазотроне ОИЯИ примем, что  $T^x$  и  $T^z$  заданы, так что остается 5 параметров  $n, \sigma, \tau, S^x, S^z$ .

Поскольку в /3.3/ задано только 4 условия, то мы имеем возможность распорядиться еще одним коэффициентом /мы не можем, правда, положить равным нулю любой из коэффициентов  $a_{11}^x, a_{22}^x; a_{11}^z, a_{22}^z$ , так как тогда детерминант  $D_x$  или  $D_z$  из /2.6/ равнялся бы нулю, что невозможно/. В качестве 5-го условия возьмем такое, чтобы по возможности уменьшить влияние энергетического разброса.

В а р и а н т 1

Положим

$$a_{13}^x = 0.$$

/3.4/

При этом энергетический разброс в пучке не приводит к появлению углового разброса на выходе из поворотно-фокусирующей системы и, соответственно, к сильному размыванию пучка по X на большом Г. /В дальнейшем мы рассмотрим и другой возможный случай  $a_{23} = 0$ , когда частицы с разными энергиями собираются на заданном Г в одну точку/.

Обратимся к уравнениям /3.3/ и /3.4/. Уравнения /3.3a/, /3.3a'/ и /3.4/ сводятся в силу /2.5/ соответственно к следующим:

$$d_{x,12}^* = 0; \quad d_{y,12}^* = 0; \quad d_{z,13}^* = 0.$$

/3.5/

Из третьего уравнения /3.5/ и /3.1/ следует, что

$$\text{tg } \tau = - \frac{S_x \mathcal{L}_x}{1 - C_x}.$$

/3.6/

Подставляя это выражение в первое уравнение /3.5/ и разрешая последнее относительно  $\text{tg } \sigma$ , получаем:

$$\text{tg } \sigma = \text{tg } \tau = - \frac{S_x \mathcal{L}_x}{1 - C_x}.$$

/3.7/

Учитывая /3.7/, из второго уравнения /3.5/ получим две системы уравнений

$$\text{tg } \sigma = \text{tg } \tau = - \frac{S_x \mathcal{L}_x}{1 - C_x} = - \frac{S_z \mathcal{L}_z}{1 + C_z},$$

/a/

/3.8/

$$\text{tg } \sigma = \text{tg } \tau = - \frac{S_x \mathcal{L}_x}{1 - C_x} = - \frac{S_z \mathcal{L}_z}{1 + C_z}$$

/б/

/3.9/

Практическое значение имеет только один корень /в пространстве  $n, \sigma, \tau$ / первой системы уравнений /3.8a/. В дальнейшем при рассмотрении аналогичных уравнений будет также приниматься во внимание только один главный корень.

На рис. 3 приведены графики зависимостей  $n = n(\varphi_0)$ ,  $\sigma = \sigma(\varphi_0)$ ,  $\tau = \tau(\varphi_0)$  /сплошные кривые/, получающихся при выполнении этих трех уравнений для случая сравнительно больших значений  $\varphi_0$ . В случае синхрофазотрона ОИЯИ значение угла поворота в

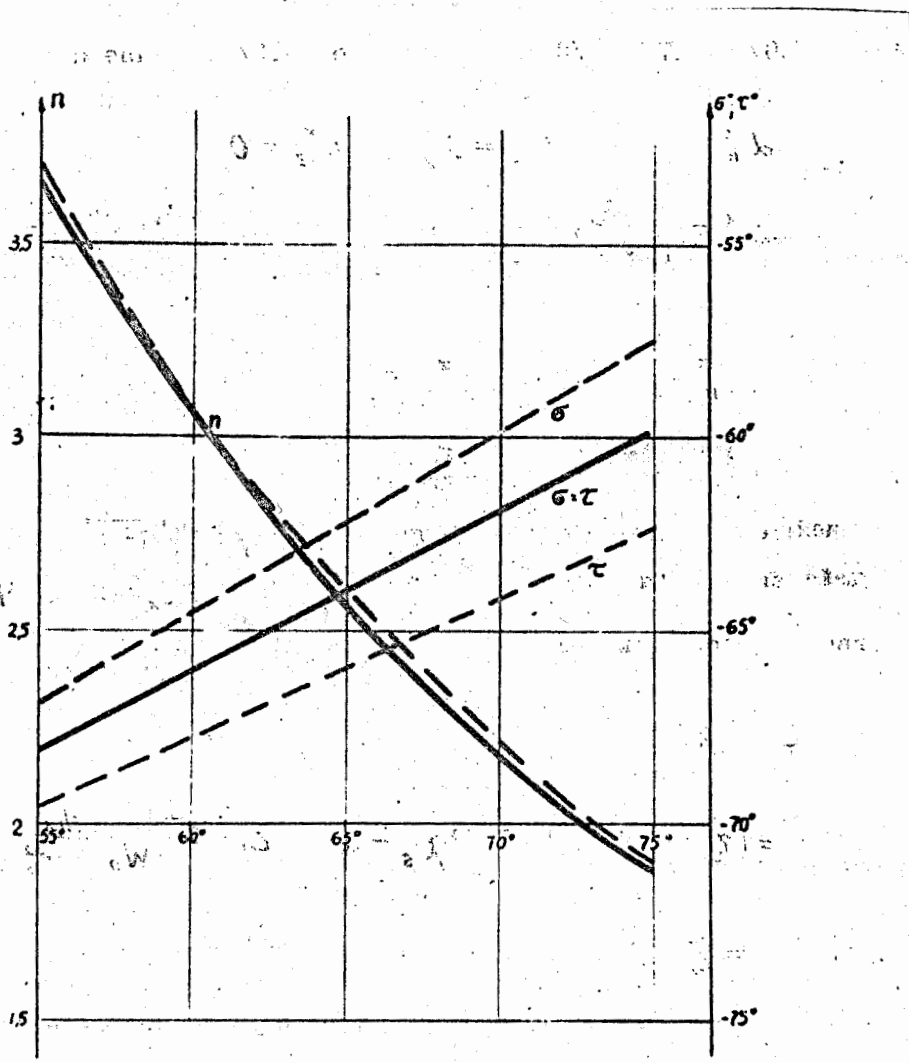


Рис. 3. Графики зависимостей  $n(\varphi_0), b(\varphi_0), \tau(\varphi_0)$ , определяемых уравнениями /3.7/ и /3.8/ /сплошные кривые/ и /3.21/ и /3.22/ при

$$\frac{\Sigma_0}{T_x} = 0,2 \text{ /пунктирные кривые/}.$$

магнитном поле  $\varphi_0$  равняется 75°. Как видно из графиков, при этом значении  $\varphi_0$  получаются  $n = 1,88$ , и  $b = \tau = -59^{\circ}50'$ <sup>x/</sup>. Эти значения и были взяты за основу для поворотно-фокусирующей системы синхрофазотрона ОИЯИ<sup>xx/</sup>.

<sup>x/</sup> В почти совпадающих "первом" корне уравнения /3.86// и "втором" корне уравнений /3.8/a//  $n = -12$ , а  $b = \tau \approx 75^{\circ}$  при том же  $\varphi_0$ .

<sup>xx/</sup> Здесь пока не учитывается роль поворотного конденсатора, но, как мы увидим ниже, указанные параметры не очень существенно изменяются из-за присутствия этого элемента инжекционной оптики. Сделаем еще одно замечание. Эффективные значения  $\varphi_0$ ,  $b$  и  $\tau$ , а также  $n$ , о которых мы упоминали выше, не совпадают, конечно, с указанными значениями, но, как показали дополнительные расчеты и эксперимент, они не очень сильно отличаются от приведенных идеальных.

Используя /3.6/, /3.7/ и /3.8/, на основе /3.1/ получаем:

$$d_{11}^x = -1, \quad d_{12}^x = 0, \quad d_{13}^x = 0, \quad /a/$$

$$d_{21}^x = z_0 \frac{sh x}{x}, \quad d_{22}^x = -1, \quad d_{23}^x = \frac{E_0 + W_0}{2E_0 + W_0} \frac{ch x - 1}{x^2}, \quad /b/$$

/3.9/

$$d_{11}^z = 1, \quad d_{12}^z = 0, \quad /a'/$$

$$d_{21}^z = z_0 \frac{S_z}{x_z}, \quad d_{22}^z = 1. \quad /b'/$$

Здесь и в дальнейшем введены обозначения  $\bar{x}_x = \frac{x}{x_0} = \sqrt{n-1}$  / в рассматриваемом случае  $\bar{x}_x$  - действительная величина/,  $sh x = sh \bar{x}_x \psi_0$ ,  $ch x = ch \bar{x}_x \psi_0$ .

Соответственно этому имеем

$$\chi_T = -\chi_S, \quad /a/$$

$$\chi_T = (z_0 \frac{sh x}{x} - S^x - T^x) \chi_S - x_S + z_0 \frac{E_0 + W_0}{2E_0 + W_0} \frac{ch x - 1}{x^2} \psi, \quad /b/$$

/3.10/

$$z_T = z_S, \quad /a'/$$

$$z_T = (z_0 \frac{S_z}{x_z} + S^z + T^z) z_S + z_S. \quad /b'/$$

/b'/

Оставшиеся два условия /3.36/ и /3.36'/, позволяют определить те  $S^x$  и  $S^z$ , при которых частицы, вышедшие из одной точки с одинаковой энергией соберутся в одну точку на расстояниях  $T^x$  и  $T^z$  от правого края поворотной системы. Именно:

$$S_T^x = z_0 \frac{sh x}{x} - T^x, \quad S_T^z = -z_0 \frac{S_z}{x_z} - T^z. \quad /3.11/$$

Таким образом, окончательно при выполнении условий /3.3/ и /3.4/ получаем:

$$\chi_T = -\chi_S, \quad /a/$$

$$\chi_T = -\chi_S + z_0 \frac{E_0 + W_0}{2E_0 + W_0} \frac{ch x - 1}{x^2} \psi, \quad /b/$$

/3.12/

$$z_T = z_S, \quad /a'/$$

$$z_T = z_S, \quad /b'/$$



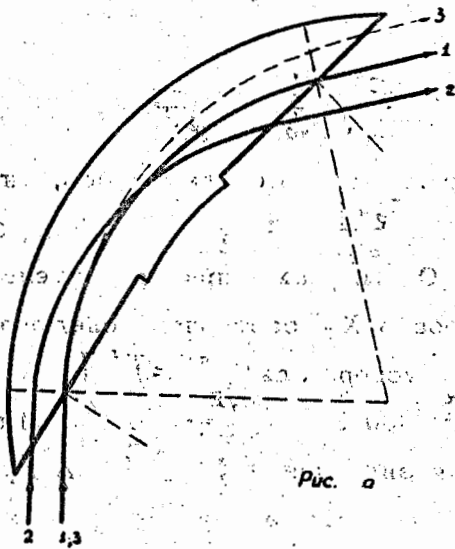


Рис. а

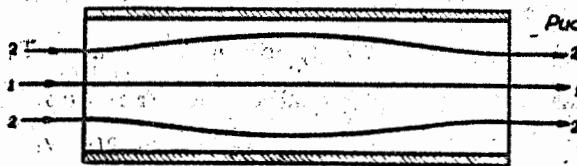


Рис б

Рис. 4. Траектории частиц в плоскости оптической оси /а/ и в перпендикулярной плоскости /б/ для случая, соответствующего уравнениям /3.10/ или /3.12/.

На рис. 4а приведены три траектории в плоскости оптической оси, отвечающие уравнениями /3.10/ или /3.12/: одна /1-1/ - оптическая ось; вторая /2-2/ - траектория частицы, идущей параллельно оптической оси до поворотной системы и имеющей энергию  $W_0$ . Пунктирная траектория /3-3/ принадлежит частице с энергией, меньшей, чем  $W_0$ .

На рис. 4б приведены траектории в плоскости, перпендикулярной к оптической оси /1-1/. Здесь для простоты также взяты траектории /2-2/, имеющие нулевые начальные углы /  $\zeta_s = 0$  /.

Пример синхрофазотрона ОИЯИ

Единственным коэффициентом в /3.12/, не равным нулю или единице /по модулю/, является

$$a_{23}^x = \frac{\delta X_T}{8W} = \tau_0 \frac{E_0 + W_0}{2E_0 + W_0} \frac{ch_x - 1}{x_x^2}$$

Для синхрофазотрона ОИЯИ, где, как уже отмечалось, энергия инжекции  $W_0 \ll E_0$  и  $\tau_0 = 100$  см, коэффициент  $\tau_0 \frac{E_0 + W_0}{2E_0 + W_0} \approx \frac{1}{2} \tau_0 = 50$  см, а  $\frac{ch_x - 1}{x_x^2}$  при  $\varphi_0 = 75^\circ$  и  $n = 1,88$  равняется  $\sim 1$ , так, что  $a_{23}^x \approx 50$  см. Даже при сравнительно большом энергетическом разбросе в 2%  $\Delta W = 0,02$  /разброс в  $X_T$  составляет следовательно всего 1 см. Имея в виду, что для рассматриваемого ускорителя  $T^x = T^z = T = 500$  см<sup>x/</sup>, получим следующие значения для  $S_T^x$  и  $S_T^z$ :  $S_T^x = -330$  см,  $S_T^z = -570$  см. Иными словами, приемлимые с точки зрения работы ускорителя значения  $\Delta X_T, \Delta Z_T$  могут быть получены, если предварительная оптическая система создает в указанных точках при удалении поворотной системы /значения  $S$  - отрицательны, источник - мнимый/ такую конфигурацию пучка, что разброс параметров  $X_s, Z_s$  не будет превосходить соответствующего допустимого разброса этих параметров на заданном  $T$ , а разброс величины  $X_s$  будет меньше допустимого  $\Delta X_T$  на  $50 \Delta W$  см. Например, если требуется, чтобы  $\Delta X_T$  и  $\Delta Z_T$  были не больше 7 см, а  $\Delta X_s$  и  $\Delta Z_s$  не больше 30' /см. Введение/, то такие параметры пучка в начальных плоскостях как  $\Delta X_s, \Delta Z_s, \Delta Z_s$  не должны превосходить соответствующих указанных значений, а  $\Delta X_s$  при энергетическом разбросе в 2% не должно быть больше 6 см. Заметим, что в случае, когда за начальную плоскость выбрана такая, которой отвечают  $S^x = S^z = 0$  /это удобнее с точки зрения экспериментального определения параметров пучка/, то параметры пучка в этой плоскости должны быть меньше рассмотренных выше, поскольку теперь  $a_{21}^x \neq 0, a_{21}^z \neq 0$ , и размеры пучка на заданном  $T$  определяются не только его размерами на входе в систему и энергетическим разбросом, но и угловым разбросом в пучке.

Для синхрофазотрона ОИЯИ в этом случае будет:

$$|\Delta X_T \text{ (см)}| = 330 |\Delta X_s \text{ (рад.)}| + |\Delta X_s \text{ (см)}| + 50 |\Delta W|,$$

$$|\Delta Z_T \text{ (см)}| = 570 |\Delta Z_s \text{ (рад.)}| + |\Delta Z_s \text{ (см)}|. \quad /3.13/$$

Если принять, что  $|\Delta X_{s=0}| = |\Delta Z_{s=0}| = 30'$ , то при  $\Delta W = 0,02$  (2%) должно быть  $|\Delta X_{s=0}| \leq 3$  см,  $|\Delta Z_{s=0}| \leq 2$  см.

x/ Указанные значения отвечают примерно точке выхода частиц на требуемую орбиту в ускорителе. Влиянием на пучок инфлекторных пластин мы пока пренебрегли.

Д о п у с к и

Приведенные выше результаты были получены для идеальной системы. Однако ввиду того, что к характеристикам пучка на выходе системы предъявляются строгие требования, необходимо установить, какие допуски на возмущения различных параметров нужно выдержать для выполнения этих требований.

Найдем допуски применительно к рассмотренному случаю, когда  $Q_{12}^x = Q_{12}^z = 0$ ,  $Q_{21}^x = Q_{21}^z = 0$ ,  $Q_{13}^x = 0$ . Определим приращения, которые получают поперечный размер и угловой разброс в пучке при наличии отклонений в наших пяти параметрах  $n, \theta, \tau, S_T^x, S_T^z$  от расчетных значений. Дифференцируя /2.5/ и, соответственно, /3.1/ по указанным параметрам и используя /2.1/, получаем:

Для X- движения:

$$\Delta \chi_T = \frac{sh_x \bar{x}_x \psi_0}{2 \bar{x}_x} \left[ \frac{T^x S^x}{z_0 (ch_x - 1)} \chi_s - \frac{2}{z_0 (ch_x - 1)} \chi_s + \frac{1}{\bar{x}_x^2} \frac{E_0 + W_0}{2E_0 + W_0} \omega \right] \delta n - \quad /а/$$

$$- \frac{1}{\cos^2 \theta} \left[ \frac{S_T^x}{z_0} \chi_s + \frac{\chi_s}{z_0} \right] \delta \theta + \frac{1}{\cos^2 \tau} \left[ \frac{T^x}{z_0} \chi_s - \frac{\chi_s}{z_0} + \frac{ch_x - 1}{\bar{x}_x^2} \frac{E_0 + W_0}{2E_0 + W_0} \omega \right] \delta \tau,$$

$$\Delta \chi_T = \frac{1}{2 \bar{x}_x} \left\{ \left[ \frac{sh_x - \bar{x}_x \psi_0}{ch_x - 1} \cdot \frac{S_T^{x^2} + T^{x^2}}{z_0} + z_0 \frac{\bar{x}_x \psi_0 ch_x - sh_x}{\bar{x}_x^2} \right] \chi_s - \quad /б/ \quad /3.14/$$

$$- \frac{sh_x - \bar{x}_x \psi_0}{ch_x - 1} \cdot \frac{T^x - S_T^x}{z_0} \chi_s + \left[ z_0 \frac{\bar{x}_x \psi_0 sh_x - 2ch_x + 2}{\bar{x}_x^2} + T^x \frac{sh_x - \bar{x}_x \psi_0}{\bar{x}_x^2} \right] \frac{E_0 + W_0}{2E_0 + W_0} \omega \right\} \delta n +$$

$$+ \frac{1}{\cos^2 \theta} \frac{S_T^x}{z_0} (S_T^x \chi_s + \chi_s) \delta \theta + \frac{1}{\cos^2 \tau} \frac{T^x}{z_0} (T^x \chi_s - \chi_s + z_0 \frac{ch_x - 1}{\bar{x}_x^2} \frac{E_0 + W_0}{2E_0 + W_0} \omega) \delta \tau - \chi_s \delta S_T^x.$$

Для Z- движения:

$$\Delta z_T = \frac{S_z + \chi_z \psi_0}{2 \chi_z} \left[ \frac{T^z - S^z}{z_0} z_s - \frac{2}{1 + C_z} \frac{z_s}{z_0} \right] \delta n - \frac{1}{\cos^2 \theta} \left[ \frac{S_T^z}{z_0} z_s + \frac{z_s}{z_0} \right] \delta \theta + \frac{1}{\cos^2 \tau} \left[ \frac{T^z}{z_0} z_s - \frac{z_s}{z_0} \right] \delta \tau, \quad /а/$$

$$\Delta z_T = \frac{1}{2 \chi_z} \left\{ \left[ \frac{S_z + \chi_z \psi_0}{1 + C_z} \frac{S_T^{z^2} + T^{z^2}}{z_0} + z_0 \frac{\chi_z \psi_0 C_z - S_z}{\chi_z^2} \right] z_s + \frac{S_z + \chi_z \psi_0}{1 + C_z} \frac{S_T^z - T^z}{z_0} z_s \right\} \delta n + \quad /б/ \quad /3.15/$$

$$+ \frac{1}{\cos^2 \theta} \frac{S_T^z}{z_0} (S_T^z z_s + z_s) \delta \theta + \frac{1}{\cos^2 \tau} \frac{T^z}{z_0} (T^z z_s - z_s) \delta \tau + z_s \delta S_T^z.$$

В применении к синхрофазотрону ОИЯИ будем иметь:

$$\delta \chi_T = (1,7 \chi_s - 0,004 \chi_s + 0,1 \omega) \delta n + (13 \chi_s - 0,04 \chi_s) \delta \theta + (20 \chi_s - 0,04 \chi_s + 2 \omega) \delta \tau, \quad /а/$$

$$\delta z_T = (800 \chi_s - 1,7 \chi_s + 57 \omega) \delta n + (4500 \chi_s - 13 \chi_s) \delta \theta + (10^4 \chi_s - 20 \chi_s + 980 \omega) \delta \tau - \chi_s \delta S_T^x, \quad /б/$$

$$\delta z_r = (14z_s - 0,026Z_s)\delta n + (23z_s - 0,04Z_s)\delta\sigma + (20z_s - 0,04Z_s)\delta\tau, \quad /a'/ \quad /3.16/$$

$$\delta Z_r = (7400z_s - 14Z_s)\delta n + (1,3 \cdot 10^4 z_s - 23Z_s)\delta\sigma + (10^4 z_s - 20Z_s)\delta\tau + z_s \delta S_r^2 (\delta') \quad /b'/$$

Здесь углы измеряются в "радианах", размеры - в "см".  $\omega$  - безразмерная величина.

Подставляя вместо  $\chi_s, \chi_r, \omega, z_s, Z_s$ , максимальные разбросы этих величин  $\Delta\chi_s, \Delta\chi_r, \Delta\omega, \Delta z_s, \Delta Z_s$  в начальной плоскости и заменяя везде в формулах /3.16/ минусы на плюсы /т.е. производя суммирование модулей/, мы получим дополнительные максимальные разбросы  $\delta\chi_r, \delta\chi_r, \delta z_r, \delta Z_r$  параметров пучка за счет отклонений параметров /  $\delta n, \delta\sigma, \delta\tau, \delta S^x, \delta S^z$  / поворотной-фокусирующей системы от расчетных значений. Имея в виду, что в условиях инжекционной системы синхротрона ОИЯИ могут быть получены в рассматриваемой начальной плоскости следующие параметры пучка:

$$\Delta\chi_s = \Delta Z_s = 2 \text{ см}, \quad \Delta\chi_r = \Delta z_s = 3 \cdot 10^{-3} \quad /немного больше 10', \text{ и} \\ \Delta\omega = 0,02 \quad \text{находим}$$

$$|\delta\chi_r| = 0,019|\delta n| + 0,15|\delta\sigma| + 0,22|\delta\tau| \quad , \quad /a/$$

$$|\delta\chi_r| = 8,5|\delta n| + 49|\delta\sigma| + 110|\delta\tau| + 0,005|\delta S_r^x|, \quad /b/$$

/3.17/

$$|\delta z_r| = 0,12|\delta n| + 0,19|\delta\sigma| + 0,18|\delta\tau| \quad , \quad /a'/$$

$$|\delta Z_r| = 65|\delta n| + 110|\delta\sigma| + 90|\delta\tau| + 0,005|\delta S_r^z|. \quad /b'/$$

Поскольку при принятой настройке системы

$$|\Delta\chi_r| = |\Delta\chi_s| + |\delta\chi_r| \quad /a/$$

$$|\Delta\chi_r| = |\Delta\chi_s| + 50|\Delta\omega| + |\delta\chi_r| \quad /b/ \quad /3.18/$$

$$|\Delta z_r| = |\Delta z_s| + |\delta z_r| \quad /a'/$$

$$|\Delta Z_r| = |\Delta Z_s| + |\delta Z_r| \quad /b'/$$

то, считая  $|\Delta x_r| = |\Delta z_r| = 7 \text{ см}$ ,  $|\Delta x_r| = |\Delta z_r| = 3\theta^1 = 8,7 \cdot 10^{-3}$ , получаем, что  $|\delta' x_r|$ ,  $|\delta' x_r|$ ,  $|\delta' z_r|$ ,  $|\delta' z_r|$  должны удовлетворять следующим неравенствам:  $|\delta' x_r| \leq 4 \text{ см}$ ,  $|\delta' z_r| \leq 5 \text{ см}$ ,  $|\delta' x_r| \leq 5,7 \cdot 10^{-3}$ ,  $|\delta' z_r| \leq 5,7 \cdot 10^{-3}$ . Примем округленно для верхней границы дополнительных поперечных размеров величину 4 см и для дополнительных угловых разбросов  $4 \cdot 10^{-3}$ . Зная, таким образом, максимальные левые части в четырех уравнениях /3.17/, можно найти допуски.

Следует, конечно, отметить, что задача решается неоднозначно. Можно поэтому в зависимости от желания делать допуск на некоторые величины сравнительно "мягким", а на другие - более "жестким".

Из /3.17/ видно, что некоторая данная ошибка в  $n$  влияет на  $z_r$  и  $z_r$  примерно в 7 раз сильнее, чем на  $x_r$  и  $x_r$ , а ошибки в  $\sigma$ ,  $\tau$  и  $\delta$  влияют на параметры горизонтальной и вертикальной проекций движения примерно одинаково.

Принимая наихудший вариант, запишем на основе /3.17/ и /3.18/ соответственно для ошибок в размерах и углах следующие соотношения:

$$4 \geq 65|\delta n| + 110|\delta\sigma| + 110|\delta\tau| + 0,005|\delta\delta|; \quad /3.19/$$

$$4 \cdot 10^{-3} \geq 0,12|\delta n| + 0,19|\delta\sigma| + 0,22|\delta\tau|$$

Полагая  $|\delta n| \leq 0,02$ , а  $|\delta\sigma| = |\delta\tau|$ , из 2-го уравнения /3.19/ получаем  $|\delta\sigma| = |\delta\tau| \leq 4 \cdot 10^{-3} \approx 15'$ . Соответственно из 1-го уравнения /3.19/ находим  $|\delta\delta| \approx 360 \text{ см}$ . Как видно, допуски на  $n$ ,  $\sigma$  и  $\tau$  являются весьма жесткими.

### 2-й вариант

Рассмотрим другой простой случай: вместо  $a_{13}^x = 0$  положим  $a_{23}^x = 0$ , то есть потребуем, чтобы горизонтальный размер выходного пучка не зависел бы от энергетического разброса. При этом 4 уравнения /3.3/ оставим прежними.

Таким образом, необходимо выбрать параметры так, чтобы удовлетворялись уравнения:

$$a_{12}^x = a_{12}^z = 0, \quad a_{21}^x = a_{21}^z = 0, \quad a_{23}^x = 0. \quad /3.20/$$

Из последнего уравнения /3.20/ находим

$$\text{tg } \tau = -\frac{z_0}{T^x} - \frac{S_x x_x}{1 - C_x x_x}. \quad /3.21/$$

Характерно, что теперь необходимый  $tg \tau$  зависит не только от  $n$  при данном  $\psi_0$ , но также и от отношения  $\frac{T_x}{T_0}$ . Выражая теперь  $tg \beta$  через  $tg \tau$  соответственно их уравнений  $A_{12}^* = 0$  и  $A_{12}^z = 0$  и приравнявая результаты, получим соотношения:

$$tg \beta = \frac{Z_x S_x - C_x tg \tau}{C_x + \frac{S_x}{Z_x} tg \tau} = \frac{Z_x S_x + C_x tg \tau}{-C_x + \frac{S_x}{Z_x} tg \tau} \quad /3.22/$$

Из трех уравнений /3.21/ и /3.22/ можно найти  $n$ ,  $\beta$ ,  $\tau$  при данных  $\psi_0$  и  $\frac{z_0}{T_x}$ . На рис. 3 приведены графики /пунктирные кривые/ зависимостей  $n(\psi_0), \beta(\psi_0), \tau(\psi_0)$

при  $\frac{z_0}{T_x} = 0,2$ , что отвечает случаю инжекционной системы синхрофазотрона ОИЯИ. Заметим, что если  $\frac{z_0}{T_x}$  мало, то полученные значения упомянутых параметров будут мало отличаться от найденных в предыдущем варианте. При  $\frac{z_0}{T_x} \rightarrow 0$  выражение /3.21/ для  $tg \tau$  переходит, очевидно, в /3.7/.  $tg \beta$  при  $\frac{z_0}{T_x} \rightarrow 0$  также, конечно, стремится к значению, даваемому формулой /3.8/. Это становится очевидным, если подставить в первое уравнение /3.22/ выражение  $tg \tau$  из /3.21/ и произвести разложение по  $\frac{z_0}{T_x}$ . В линейном приближении по  $\frac{z_0}{T_x}$  получим:

$$tg \beta \approx \frac{z_0}{T_x} - \frac{S_x Z_x}{1 - C_x} \quad /3.23/$$

Подставляя в равенство  $tg \beta = \frac{Z_x S_x + C_x tg \tau}{-C_x + \frac{S_x}{Z_x} tg \tau}$  из /3.22/ вместо  $tg \tau$  его приближенное выражение

$$tg \tau \approx tg \beta - 2 \frac{z_0}{T_x}, \quad /3.24/$$

полученное из /3.21/ и /3.23/, и производя разложение, найдем приближенную связь между  $tg \beta$  и параметрами вертикального движения, аналогичную соотношению /3.8/:

$$tg \beta \approx \frac{z_0}{T_x} - \frac{S_x Z_x}{1 + C_x} \quad /3.25/$$

Приближенное /в линейном приближении по  $\frac{z_0}{T_x}$ / уравнение для определения  $n$ , как видно из /3.23/ и /3.25/ в точности совпадает с соотношением /3.8/, т.е. значение  $n$ , получаемое в данном случае при малых  $\frac{z_0}{T_x}$ , хорошо согласуется с тем, которое было найдено в предыдущем варианте.

Запишем теперь выражения  $S_T^x$  и  $S_T^z$ . При этом мы опять воспользуемся гипер-

болическими функциями для уравнений горизонтального движения, поскольку в нашей рабочей точке  $n > 1$ .

Используя /2.13/ и соотношения /3.21/, /3.23/, /3.24/ и /3.25/, получаем:

$$\int_T^x = -z_0 \frac{sh_x}{x_x} (ch_x + \frac{sh_x}{x_x} tg \bar{t}) - (ch_x + \frac{sh_x}{x_x} tg \bar{t})^2 T^x = z_0 \frac{sh_x}{x_x} (1 + \frac{sh_x}{x_x} \frac{z_0}{T^x}) - (1 + \frac{sh_x}{x_x} \frac{z_0}{T^x})^2 T^x,$$

$$\int_T^z = -z_0 \frac{sh_z}{x_z} (c_z - \frac{sh_z}{x_z} tg \bar{t}) - (c_z - \frac{sh_z}{x_z})^2 T^z = -z_0 \frac{sh_z}{x_z} (1 + \frac{sh_z}{x_z} \frac{z_0}{T^x}) - (1 + \frac{sh_z}{x_z} \frac{z_0}{T^x})^2 T^z \quad /3.26/$$

Параметры пучка в точках изображения будут в данном случае характеризоваться соотношениями:

$$\chi_T = \chi_s (ch_x + \frac{sh_x}{x_x} tg \bar{t}) - W \frac{E_0 + W_0}{2E_0 + W_0} \frac{z_0}{T^x} \frac{ch_x - 1}{x_x^2} = -\chi_s (1 + \frac{sh_x}{x_x} \frac{z_0}{T^x}) - W \frac{E_0 + W_0}{2E_0 + W_0} \frac{z_0}{T^x} \frac{ch_x - 1}{x_x^2}, \quad /6/$$

$$\chi_T = \chi_s (ch_x + \frac{sh_x}{x_x} tg \bar{t}) = -\chi_s \frac{1}{1 + \frac{sh_x}{x_x} \frac{z_0}{T^x}} \approx \chi_s (1 - \frac{sh_x}{x_x} \frac{z_0}{T^x}); \quad /6/ \quad /3.27/$$

$$\zeta_T = \zeta_s (c_z - \frac{sh_z}{x_z} tg \bar{t}) \approx \zeta_s (1 + \frac{sh_z}{x_z} \frac{z_0}{T^x}), \quad /6'/$$

$$z_T = z_s (c_z - \frac{sh_z}{x_z} tg \bar{t}) \approx z_s (1 - \frac{sh_z}{x_z} \frac{z_0}{T^x}). \quad /6'/$$

Сравнение формул /3.27/ с /3.12/ показывает, что применительно к впуску в синхротрон ОИЯИ в данном 2-м варианте будут несколько хуже угловые характеристики пучка, чем в 1-м варианте, но зато размеры пучка будут меньше.

#### § 4. Поворотнo-фокусирующий магнит и "короткий" цилиндрический конденсатор

Как уже ранее указывалось, на последнем участке системы ввода, как правило, применяется электрическое поле цилиндрического конденсатора-инфлектора. При этом конденсатор берется обычно "короткий", т.е. такой, в котором фокусирующее действие электрического поля на выбранной длине является слабым /длина такого конденсатора значительно меньше длины волны колебаний, испытываемых в конденсаторе частицами/. В связи с этим в настоящем параграфе мы и рассмотрим систему, состоящую из поворотно-фокусирующего магнита и "короткого" цилиндрического конденсатора.

Исходя из известных уравнений движения частиц в электрическом поле, нетрудно получить в линейном приближении следующие выражения для вертикальных и горизонтальных углов и отклонений, а также энергий частиц на выходе из конденсатора при

заданных начальных условиях и начальной энергии на входе:

$$\chi_n = \chi_{\perp} \cos \sqrt{2 - \beta_0^2} \theta_0 + \chi_{\parallel} \cdot 0 + \omega_{\perp} \frac{E_0 + W_0}{2E_0 + W_0} \sqrt{2 - \beta_0^2} \sin \sqrt{2 - \beta_0^2} \theta_0, \quad /a/$$

$$\chi_n = \chi_{\perp} \frac{R_0}{\sqrt{2 - \beta_0^2}} \sin \sqrt{2 - \beta_0^2} \theta_0 + \chi_{\parallel} + \omega_{\perp} \frac{E_0 + W_0}{2E_0 + W_0} R_0 (1 - \cos \sqrt{2 - \beta_0^2} \theta_0), \quad /б/$$

/4.1/

$$\omega_n = \chi_{\perp} \left( - \frac{2E_0 + W_0}{E_0 + W_0} \frac{\sin \sqrt{2 - \beta_0^2} \theta_0}{\sqrt{2 - \beta_0^2}} \right) + \chi_{\parallel} \cdot 0 + \omega_{\perp} \cos \sqrt{2 - \beta_0^2} \theta_0, \quad /в/$$

$$z_n = z_{\perp} + z_{\parallel} \cdot 0, \quad /а'/$$

$$z_n = z_{\perp} R_0 \theta_0 + z_{\parallel}, \quad /б'/$$

Здесь  $\theta_0$  - угловой растров конденсатора,  $R_0$  - некоторый фиксированный радиус, проведенный из центра кривизны конденсатора, скажем, центральный радиус;  $x = R - R_0$ ,  $R$  - радиус - вектор,  $W_0$  - энергия равновесной частицы, т.е. такой, для которой справедливо соотношение:

$$W_0 \frac{2E_0 + W_0}{E_0 + W_0} = e \mathcal{E} R.$$

В последней формуле  $\mathcal{E}$  - напряженность электрического поля конденсатора на дуге радиуса  $R$ . Отметим, что для цилиндрического конденсатора произведение  $\mathcal{E} R$  - величина постоянная. Ввиду этого дуга любой окружности с центром, находящимся в центре кривизны конденсатора, может быть траекторией равновесной частицы, т.е. в данном случае отсутствует выделенная равновесная траектория. /Это видно из уравнения /4.1/: именно, если  $\omega_{\perp} = 0$ ,  $\chi_{\parallel} = 0$ , то при любых  $\theta_0$  и  $\chi_{\perp}$  будем иметь  $\chi_n = \chi_{\perp}$ . Величина  $\beta_0$ , входящая в /4.1/ - относительная /по отношению к скорости света/ скорость равновесной частицы, т.е.  $\beta_0 = \frac{\sqrt{W_0(2E_0 + W_0)}}{E_0 + W_0}$ .

Если ограничиться в уравнениях /а/, /б/, /в/, из /4.1/ лишь членами первого и второго порядков относительно  $\sqrt{2 - \beta_0^2} \theta_0$ , т.е. перейти к случаю "короткого" конденсатора, то они, очевидно, будут иметь вид:

$$\chi_n = \chi_{\perp} \left( 1 - \frac{2 - \beta_0^2}{2} \theta_0^2 \right) + \chi_{\parallel} \cdot 0 + \omega_{\perp} \frac{E_0 + W_0}{2E_0 + W_0} (2 - \beta_0^2) \theta_0, \quad /а/$$

$$\chi_n = \chi_{\perp} R_0 \theta_0 + \chi_{\parallel} + \omega_{\perp} \frac{E_0 + W_0}{2E_0 + W_0} R_0 \frac{2 - \beta_0^2}{2} \theta_0^2, \quad /б/ \quad /4.2/$$

$$\omega_n = \chi_{\perp} \left( - \frac{2E_0 + W_0}{E_0 + W_0} \theta_0 \right) + \chi_{\parallel} \cdot 0 + \omega_{\perp} \left( 1 - \frac{2 - \beta_0^2}{2} \theta_0^2 \right), \quad /в/$$



Запишем теперь матрицу преобразования  $v_{ij}$  параметров пучка от начальной плоскости к конечной при действии как поворотного магнита, так и находящегося на некотором расстоянии после него "короткого" цилиндрического конденсатора. При этом будем считать, что указанные плоскости расположены так же как и в случае, рассмотренном в предыдущем параграфе, а выход из конденсатора совпадает с конечной плоскостью.

Исходя из /2.1/, /2.5/ и /4.2/, нетрудно получить:

$$\begin{aligned}
 v_{11}^x &= \left(1 - \frac{2-\beta_0^2}{2} \theta_0^2\right) a_{11}^x, & v_{12}^x &= \left(1 - \frac{2-\beta_0^2}{2} \theta_0^2\right) a_{12}^x, & v_{13}^x &= \left(1 - \frac{2-\beta_0^2}{2} \theta_0^2\right) a_{13}^x + \frac{E_0+W_0}{2E_0+W_0} (2-\beta_0^2) \theta_0, \\
 v_{21}^x &= a_{21}^x, & v_{22}^x &= a_{22}^x, & v_{23}^x &= a_{23}^x + \frac{R_0}{2} \frac{E_0+W_0}{2E_0+W_0} (2-\beta_0^2) \theta_0^2, \\
 v_{31}^x &= -\frac{2E_0+W_0}{E_0+W_0} \theta_0 a_{11}^x, & v_{32}^x &= -\frac{2E_0+W_0}{E_0+W_0} \theta_0 a_{12}^x, & v_{33}^x &= 1 - \frac{2E_0+W_0}{E_0+W_0} \theta_0 a_{13}^x - \frac{2-\beta_0^2}{2} \theta_0^2.
 \end{aligned}$$

/4.3/

Матрица для вертикального движения остается, очевидно, прежней:  $v_{ij}^z = a_{ij}^z$ .

Рассмотрим, как и в предыдущем параграфе, случай, когда

$$v_{12}^x = v_{12}^z = 0, \quad v_{21}^x = v_{21}^z = 0, \tag{4.4}$$

а пятым уравнением является либо  $v_{13}^x = 0$  /1-й вариант/, либо  $v_{23}^x = 0$  /2-й вариант/.

1-й вариант

Из уравнения  $v_{13}^x = 0$ , означающего, что угол траектории частицы на выходе из конденсатора не зависит от энергетического разброса, находим:

$$\operatorname{tg} \tau = -\frac{\beta_x \alpha_x}{1 - c_x} - \frac{\alpha_x^2}{1 - c_x} (2 - \beta_0^2) \theta_0. \tag{4.5}$$

Первые два уравнения /4.4/ дают, очевидно, соотношения, совпадающие с /3.22/.

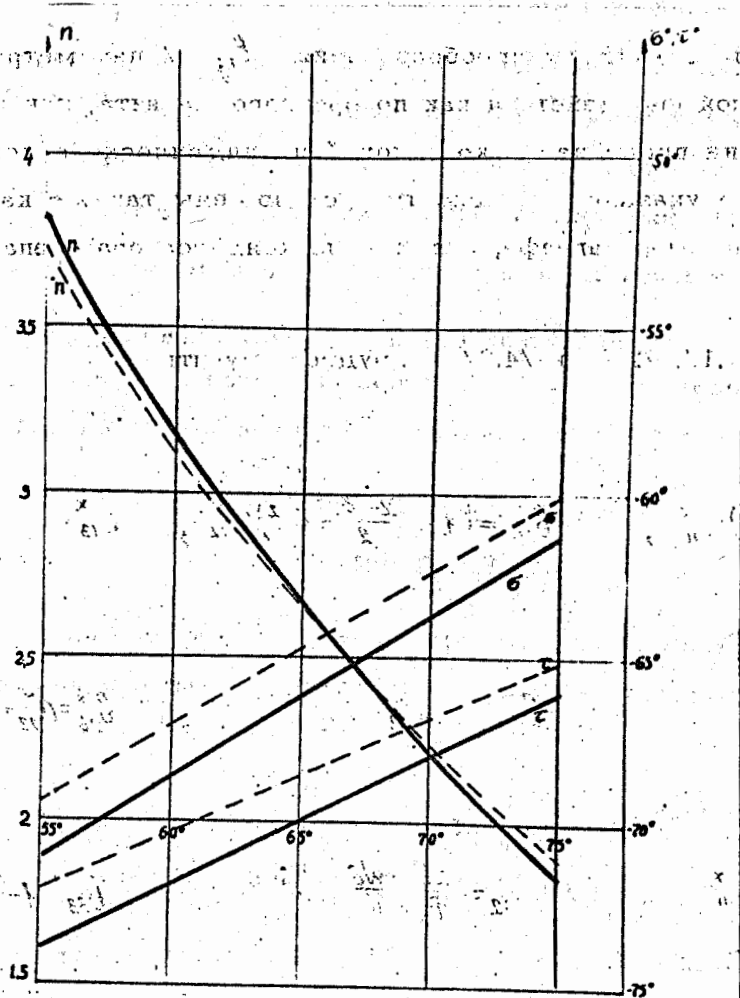


Рис. 5. Графики зависимостей  $n(\varphi)$ ,  $\sigma(\varphi)$ ,  $\tau(\varphi)$ , определяемых уравнениями /4.5/ и /3.22/ при  $\theta_0 = 15^\circ$  /сплошные кривые/ и /4.6/ и /3.22/ при  $\theta_0 = 15^\circ$ ,  $\frac{\Sigma a}{T^2} = 0,2$ ,  $\frac{R_0}{T^2} = 3,3$  /пунктирные кривые/.

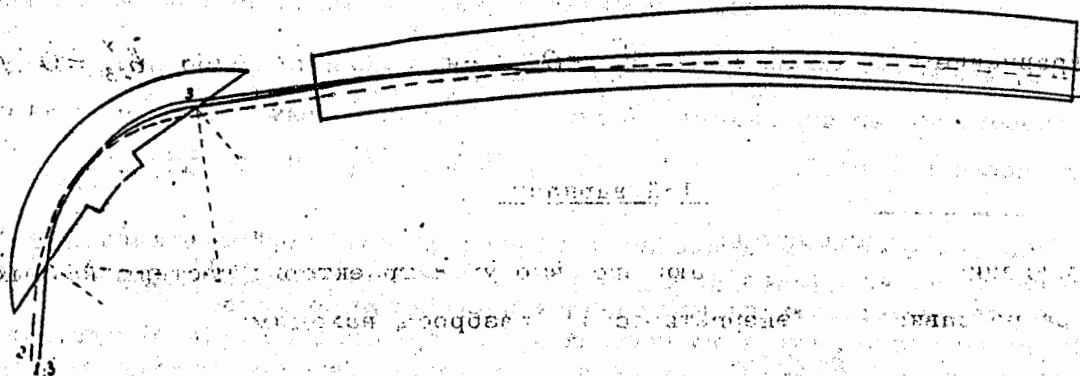


Рис. 6. Траектории частиц в плоскости оптической оси при значениях  $n, \sigma, \tau$ , определяемых уравнениями /3.22/ и /4.5/.

Уравнения /4.5/ и /3.22/ определяют соответствующие рассматриваемому случаю значения  $n$ ,  $\beta$ ,  $\tau$ . Зависимости этих значений от  $\varphi_0$  при  $\theta_0 = 15^\circ$  в нерелятивистском приближении в формуле /4.5/ полагаем  $\beta = 0$ , которое отвечает случаю инжекции в синхрофазотроне ОИЯИ, показаны на рис. 5 /сплошные кривые/.

На рис. 6 приведены траектории в плоскости оптической оси для рассматриваемого случая. Траектория /1-1/ - оптическая ось, пунктирная линия /2-2/ - траектория частицы, движущейся до поворотной системы параллельно оптической оси и имеющей равновесную энергию. Линия /3-3/ - траектория частицы с энергией, большей, чем равновесная.

### 2-й вариант

При  $\beta_{23}^x = 0$  частицы с одинаковыми начальными условиями в начальной плоскости, но имеющие различающиеся энергии, собираются на выходе из конденсатора в одну точку.

Из уравнения  $\beta_{23}^x = 0$  получаем

$$\operatorname{tg} \tau = - \frac{s_x x_x}{1 - c_x} - \frac{z_0}{T^x} - \frac{2 - \beta_0^2}{2} \frac{x_x^2}{1 - c_x} \theta_0^2 \frac{R_0}{T^x} \quad /4.6/$$

Используя /4.6/ и /3.22/ находим  $n$ ,  $\beta$ ,  $\tau$ . Соответствующие графики для нерелятивистского приближения даны в виде пунктирных кривых на рис. 5 при  $\frac{z_0}{T^x} = 0,2$ ;  $\theta_0 = 15^\circ = 0,262$ ;  $\frac{R_0}{T^x} = 3,3$  (отвечающих случаю синхрофазотрона ОИЯИ).

### Сводная таблица основных формул

Запишем теперь сводную таблицу основных формул для следующих рассмотренных случаев<sup>x/</sup>, различающихся характером движения частиц, имеющих неравновесную энергию:

1/ Частицы, имеющие различные энергии и одинаковые остальные начальные условия на входе в поворотный магнит, выходят после него параллельными. Обозначим этот случай так: " == после магнита".

При этом мы не будем выписывать коэффициенты преобразования для  $\omega'$ . Возможное изменение энергии частиц в результате прохождения через конденсатор во всех интересующих нас случаях пренебрежимо мало.

Отметим также, что встречающийся в формулах, которые будут приведены ниже, член  $1 - \frac{2 - \beta_0^2}{2} \theta_0^2$  заменен на единицу, так как отличие от единицы этого члена весьма мало.

2/ Частицы с теми же параметрами, что и в первом случае, выходят параллельными

после цилиндрического конденсатора: "   после конденсатора"

3/ Система настроена таким образом, что указанные выше частицы сошлись бы в одну точку на заданном  $T^*$ , если бы отсутствовал конденсатор. В качестве условного обозначения этого случая примем: "   после магнита".

4/ Частицы, отличающиеся на входе в поворотную систему, как и в предыдущих случаях только энергией, сходятся в одну точку на выходе из конденсатора: "   после конденсатора".

Итак:

1/ "   после магнита"

$$\operatorname{tg} \tau = \operatorname{tg} \sigma = - \frac{\bar{x}_x \operatorname{sh} x}{\operatorname{ch} x - 1};$$

$$b_{11}^x = -1, \quad b_{12}^x = 0, \quad b_{13}^x = g \rho \theta_0,$$

$$b_{21}^x = 0, \quad b_{22}^x = -1, \quad b_{23}^x = g \left[ z_0 \frac{\operatorname{ch} x - 1}{\bar{x}_x} + \frac{R_0}{2} \rho \theta_0^2 \right];$$

$$S_{\tau}^x = \frac{z_0}{\bar{x}_x} \operatorname{sh} x - T^x$$

Здесь введены обозначения:  $g = \frac{E_0 + W_0}{2E_0 + W_0}$ ,  $\rho = 2 - \beta_0^2$ . В нерелятивистском случае  $g = \frac{1}{2}$ ,  $\rho = 2$ .

$$b_{11}^z = 1, \quad b_{12}^z = 0,$$

$$b_{21}^z = 0, \quad b_{22}^z = 1;$$

$$S_{\tau}^z = - \frac{z_0}{\bar{x}_z} s_z - T^z.$$

2/ "   после конденсатора"

$\operatorname{tg} \tau = - \frac{\bar{x}_x \operatorname{sh} x}{\operatorname{ch} x - 1} - \rho \frac{\bar{x}_x^2}{\operatorname{ch} x - 1} \theta_0$ .  $\operatorname{tg} \sigma$  определяется формулой /3,22/. Приведенное здесь выражение для  $\operatorname{tg} \tau$  и формула /3,22/ позволяют определить соответствующие  $\eta$ ,  $\sigma$ ,

$$b_{11}^x = -(1 + \rho \frac{\bar{x}_x \beta h_x}{ch_x - 1} \theta_0), \quad b_{12}^x = 0, \quad b_{13}^x = 0$$

$$b_{21}^x = 0, \quad b_{22}^x = -\frac{1}{1 + \rho \frac{\bar{x}_x \beta h_x}{ch_x - 1}}, \quad b_{23}^x = g \left[ z_0 \frac{ch_x - 1}{\bar{x}_x^2} - \rho \theta_0 \left( T^x - \frac{R_0}{2} \theta_0 \right) \right];$$

$$S_r^x = z_0 \frac{\beta h_x}{\bar{x}_x} \left( 1 + \rho \frac{\bar{x}_x \beta h_x}{ch_x - 1} \theta_0 \right) - \left( 1 + \rho \frac{\bar{x}_x \beta h_x}{ch_x - 1} \right)^2 T^x.$$

$$b_{11}^z = C_z - \operatorname{tg} \tau \frac{S_z}{\bar{x}_z}, \quad b_{12}^z = 0$$

$$b_{21}^z = 0, \quad b_{22}^z = \frac{1}{C_z - \operatorname{tg} \tau \frac{S_z}{\bar{x}_z}};$$

$$S_r^z = -z_0 \frac{S_z}{\bar{x}_z} \left( C_z - \operatorname{tg} \tau \frac{S_z}{\bar{x}_z} \right) - \left( C_z - \operatorname{tg} \tau \frac{S_z}{\bar{x}_z} \right)^2 T^z.$$

3/ " > после магнита "

$\operatorname{tg} \tau = -\frac{\bar{x}_x \beta h_x}{ch_x - 1} - \frac{z_0}{T^x}$ ;  $\operatorname{tg} \tau$  определяется формулой 3.22/.

$$b_{11}^x = -\left( 1 + \frac{z_0}{T^x} \frac{\beta h_x}{\bar{x}_x} \right), \quad b_{12}^x = 0, \quad b_{13}^x = -g \frac{z_0}{T^x} \frac{ch_x - 1}{\bar{x}_x^2} + g \rho \theta_0,$$

$$b_{21}^x = 0, \quad b_{22}^x = -\frac{1}{1 - \frac{z_0}{T^x} \frac{\beta h_x}{\bar{x}_x}}, \quad b_{23}^x = \frac{R_0}{2} g \rho \theta_0^2;$$

$$S_r^x = z_0 \frac{\beta h_x}{\bar{x}_x} \left( 1 + \frac{z_0}{T^x} \frac{\beta h_x}{\bar{x}_x} \right) - \left( 1 + \frac{z_0}{T^x} \frac{\beta h_x}{\bar{x}_x} \right)^2 T^x.$$

Параметры  $Z$  - движения определяются общими формулами, которые были написаны применительно к предыдущему случаю.

4/ " > после конденсатора "

$$\operatorname{tg} \tau = -\frac{\bar{x}_x \operatorname{th}_x}{\operatorname{ch}_x - 1} - \frac{z_0}{T^x} - \frac{P}{2} \frac{R_0}{T^x} \frac{\bar{x}_x^2}{\operatorname{ch}_x - 1} \theta_0^2;$$

а  $\operatorname{tg} \delta$  определяется формулой /3.22/.

$$b_{11}^x = -\left(1 + \frac{z_0}{T^x} \frac{\operatorname{th}_x}{\bar{x}_x} + \frac{P}{2} \frac{R_0}{T^x} \frac{\bar{x}_x \operatorname{th}_x}{\operatorname{ch}_x - 1} \theta_0^2\right), \quad b_{12}^x = 0, \quad b_{13}^x = -g \left(\frac{z_0 \operatorname{ch}_x - 1}{T^x \bar{x}_x^2} + \frac{P}{2} \frac{R_0}{T^x} \theta_0^2\right) + g p \theta_0,$$

$$b_{21}^x = 0,$$

$$b_{22}^x = \frac{1}{1 + \frac{z_0}{T^x} \frac{\operatorname{th}_x}{\bar{x}_x} + \frac{P}{2} \frac{R_0}{T^x} \frac{\bar{x}_x \operatorname{th}_x}{\operatorname{ch}_x - 1} \theta_0^2}, \quad b_{23}^x = 0;$$

$$S_T^x = z_0 \frac{\operatorname{th}_x}{\bar{x}_x} \left(1 + \frac{z_0}{T^x} \frac{\operatorname{th}_x}{\bar{x}_x} + \frac{P}{2} \frac{R_0}{T^x} \frac{\bar{x}_x \operatorname{th}_x}{\operatorname{ch}_x - 1} \theta_0^2\right) - \left(1 + \frac{z_0}{T^x} \frac{\operatorname{th}_x}{\bar{x}_x} + \frac{P}{2} \frac{R_0}{T^x} \frac{\bar{x}_x \operatorname{th}_x}{\operatorname{ch}_x - 1} \theta_0^2\right)^2 T^x.$$

Для  $Z$  движения по-прежнему справедливы формулы случая /2/.

### Пример синхрофазотрона ОИЯИ

В приведенной ниже таблице даются соотношения между параметрами пучка частиц в начальной и конечной плоскости, для рассмотренных четырех случаев применительно к синхрофазотрону ОИЯИ.

	1/ " = после магнита"	2/ " = после конденсатора"	3/ " > после магнита"	4/ " > после конденсатора"
параметры системы	$n = 1,88$ $\sigma = \tau = -59^{\circ}50'$	$n = 1,84$ $\sigma = -61^{\circ}20'$ $\tau = -66^{\circ}$	$n = 1,91$ $\sigma = -57^{\circ}30'$ $\tau = -62^{\circ}20'$	$n = 1,88$ $\sigma = -60^{\circ}$ $\tau = -65^{\circ}10'$
X - движение	$\chi_T = -\chi_s + 0,26 \omega$ $\chi_T = -\chi_s + 100 \omega$ $S_T^x = -330 \text{ см}$ $\frac{\partial \chi_T}{\partial \chi_s} \Big _{s=0} = -330 \text{ см}$	$\chi_T = -1,9 \chi_s$ $\chi_T = -0,57 \chi_s - 27 \omega$ $S_T^x = -1500 \text{ см}$ $\frac{\partial \chi_T}{\partial \chi_s} \Big _{s=0} = -780 \text{ см}$	$\chi_T = -1,3 \chi_s + 0,16 \omega$ $\chi_T = -0,75 \chi_s + 56 \omega$ $S_T^x = -660 \text{ см}$ $\frac{\partial \chi_T}{\partial \chi_s} \Big _{s=0} = -400 \text{ см}$	$\chi_T = 1,7 \chi_s + 0,06 \omega$ $\chi_T = -0,58 \chi_s$ $S_T^x = -1200 \text{ см}$ $\frac{\partial \chi_T}{\partial \chi_s} \Big _{s=0} = -680 \text{ см}$
Z - движение	$\zeta_T = \zeta_s$ $Z_T = Z_s$ $S_T^z = -570 \text{ см}$ $\frac{\partial Z_T}{\partial \zeta_s} \Big _{s=0} = 570 \text{ см}$	$\zeta_T = 1,4 \zeta_s$ $Z_T = 0,71 Z_s$ $S_T^z = -1100 \text{ см}$ $\frac{\partial Z_T}{\partial \zeta_s} \Big _{s=0} = 780 \text{ см}$	$\zeta_T = 1,1 \zeta_s$ $Z_T = 0,91 Z_s$ $S_T^z = -690 \text{ см}$ $\frac{\partial Z_T}{\partial \zeta_s} \Big _{s=0} = 620 \text{ см}$	$\zeta_T = 1,2 \zeta_s$ $Z_T = 0,83 Z_s$ $S_T^z = -800 \text{ см}$ $\frac{\partial Z_T}{\partial \zeta_s} \Big _{s=0} = 670 \text{ см}$

Углы в этой таблице выражаются в радианах, относительный энергетический разброс  $\omega$  - в относительных единицах.

В таблицу введены наряду с  $\chi_T$ ,  $\chi_T$ ,  $S_T^x$  и  $\zeta_T$ ,  $Z_T$ ,  $S_T^z$  также величины  $\frac{\partial \chi_T}{\partial \chi_s} \Big|_{s=0}$  и  $\frac{\partial Z_T}{\partial \zeta_s} \Big|_{s=0}$ , т.е. коэффициенты  $b_{21}^x$  при  $S^x = 0$  и, соответственно,  $b_{21}^z$  при  $S^z = 0$ , необходимые для расчета параметров пучка, когда за начальную плоскость принята плоскость входа в магнит, что экспериментально значительно удобнее. Эти коэффициенты во всех рассмотренных нами вариантах имеют следующий вид:

$$b_{21} \Big|_{s=0} = a_{21} \Big|_{s=0} = d_{21} + d_{11} T = -d_{22} S_T = b_{22} S_T. \quad (14.7)$$

то есть они, как и следовало ожидать, пропорциональны  $S_T$ .

Следует отметить, что случай, которым соответствуют очень большие отрицательные значения  $S_T$ , нежелательны, так как ввиду значительного расстояния соответствующей начальной плоскости от предварительной оптической системы трудно получить малые размеры пучка в этой и, следовательно, в конечной плоскости. Если же при этом за начальную принимается плоскость входа в магнит /  $S = 0$  /, то тогда, очевидно, коэффициенты  $b_{z1}|_{s=0}$  будут велики, что из-за некоторого начального углового разброса даст тот же широкий пучок в конечной плоскости. С этой точки зрения случаи /2/ и /4/ кажутся менее выгодными в отношении получения малого "  $x$  " - размера". Однако, при достаточно большом энергетическом разбросе проявляется преимущество этих случаев в смысле получения приемлемых "  $x$  " - размера" и соответствующего угла  $\chi$  на заданном  $T$ .

. Действительно, как и следовало ожидать, "энергетические" коэффициенты /см.таблицу/ в случаях /2/ и /4/ либо равны нулю, либо значительно меньше, чем в /1/ и /3/.

Обратим внимание, что наличие конденсатора ухудшает, вообще говоря, угловые характеристики радиального движения либо за счет энергетического разброса /случай /1/ и /3//, либо за счет углового разброса в начальной плоскости /случай /2/, /4//.

Сравнение результатов, приведенных в таблице, показывает, что радиальная структура пучка на выходе из конденсатора заметно меняется при небольших измерениях параметров магнита, хотя при данных характеристиках:  $\Delta \chi = 3 \cdot 10^{-3}$  и  $\Delta W = 0,02$  значения суммарных углов отличаются мало.

Структура пучка по вертикали во всех 4-х случаях различается незначительно.

Резюмируя, можно сказать, что для идеальной системы при следующих "входных" характеристиках пучка:  $\Delta X_s \approx \Delta Z_s \approx 2 \text{ см}$ ;  $\Delta \chi_s \approx \Delta \zeta_s \approx 3 \cdot 10^{-3} (-10')$ ;  $\Delta W = 0,02$ , заданных в определенных выше начальных плоскостях, можно получить на выходе конденсатора характеристики пучка не хуже, чем  $\Delta \chi_T \approx 20' \div 25'$ ;  $\Delta X_T \approx 3 \text{ см} \div 4 \text{ см}$ ;  $\Delta \zeta_T \approx 10' \div 15'$ ;  $\Delta Z_T \approx 1,5 \text{ см} \div 2 \text{ см}$ . Если приведенные "входные" параметры заданы при  $S' = 0$ , то при тех же  $\Delta \chi_T, \Delta \zeta_T$  будем иметь  $\Delta X_T \approx 3 \text{ см} \div 5 \text{ см}$ ,  $\Delta Z_T \approx 3 \text{ см} \div 4 \text{ см}$ .

Полученные результаты показывают, что пучок может достаточно эффективно захватываться в режим работы синхрофазотрона.

Ввиду того, что к характеристикам пучка на выходе системы предъявляются строгие требования, необходимо выдерживать, как уже указывалось раньше, довольно жесткие допуски на возмущения различных параметров системы, например:  $|\delta n| \leq 0,02$ ,  $|\delta \sigma| \approx |\delta \tau| \leq 15'$ .

Изложенные в настоящей работе результаты послужили основой для выбора параметров и конструкции элементов поворотно-фокусирующей системы синхрофазотрона ОИЯИ, а также для настройки этой системы на оптиум. Применение системы



на практике дало хорошие результаты, согласующиеся с теорией.

Авторы выражают искреннюю благодарность Л.П.Зиновьеву, С.К.Есину, К.П.Мызникову и В.П.Саранцеву, проводившим экспериментальную работу по настройке и эксплуатации поворотной-фокусирующей системы синхрофазотрона ОИЯИ, за полезные дискуссии по вопросам практического применения полученных в данной работе результатов.

#### Л и т е р а т у р а

1. В.И.Векслер, Д.В.Ефремов, А.Л.Миц и др. "Синхрофазотрон на энергию 10 Бэв АН СССР". Атомная энергия 4, 22 /1956/.
2. В.И.Векслер, А.А.Коломенский, В.А.Петухов, М.С.Рабинович "Физические основы сооружения синхрофазотрона на 10 Бэв". Приложение к журналу "Атомная энергия" № 4 /1957/.
3. Г.С.Ландсберг. Оптика, в 68 ГИТТЛ, 1940г.
4. R.M.Sternheimer. Rev. Sci. Instr. 23,629(1952)
5. R.M.Sternheimer. Rev. Sci. Instr. 24,573(1953)

Статья получена издательским отделом 27 октября 1958г.