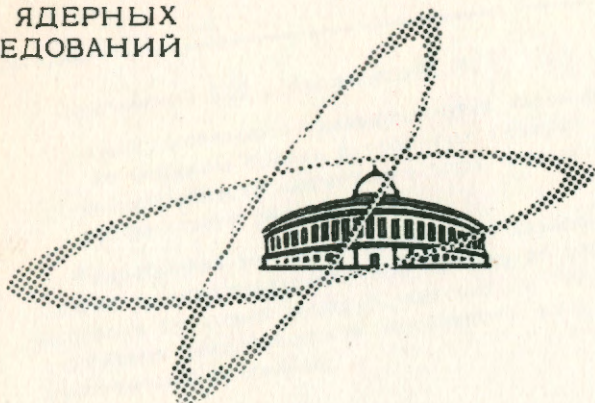


Экз. Чит. зала

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

P-2467



В.Ф.Вишневский, И.М.Иванченко

ВОСПРОИЗВЕДЕНИЕ
КИНЕМАТИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ
ЧАСТИЦ ПО СНИМКАМ СЛЕДОВ
В ТРЕКОВЫХ КАМЕРАХ С УЧЕТОМ
НЕОДНОРОДНОСТИ МАГНИТНОГО ПОЛЯ,
ПОТЕРЬ ЭНЕРГИИ
И КУЛОНОВСКОГО РАССЕЯНИЯ

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ ЦЕНТР
ЛАБОРАТОРИЯ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

1965

P-2487

В.Ф.Вишневский, И.М.Иванченко

ВОСПРОИЗВЕДЕНИЕ
КИНЕМАТИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ
ЧАСТИЦ ПО СНИМКАМ СЛЕДОВ
В ТРЕКОВЫХ КАМЕРАХ С УЧЕТОМ
НЕОДНОРОДНОСТИ МАГНИТНОГО ПОЛЯ,
ПОТЕРЬ ЭНЕРГИИ
И КУЛОНОВСКОГО РАССЕЯНИЯ

Направлено в ПТЭ

научно-техническая
библиотека
ОИЯИ

Импульс и другие параметры, определяющие траекторию движения частицы в магнитном поле, находятся обычно путем минимизации суммы квадратов отклонений траектории, вычисленной без учета рассеяния, от экспериментальных точек, восстановленных в пространстве по измерениям следов на снимках. Точный вид такой траектории для случаев однородного поля находится просто. Если же поле неоднородно, задача сильно усложняется, поэтому целесообразно решать ее приближенно.

Приближенное решение задачи о движении заряженной частицы в неоднородном магнитном поле, без учета рассеяния, нетрудно получить, разбив траекторию на ряд конечных отрезков, на каждом из которых поле можно считать постоянным. Уменьшая длину отрезков, можно, естественно, получить и очень точное решение, однако, в практике увеличивать точность разумно лишь до тех пор, пока определяющими не станут ошибки за счет рассеяния и неточности измерений магнитного поля и координат точек на треках по снимкам.

Неоднородность полей, используемых в работах с трековыми камерами, как правило, не превышает 10% на расстояниях ≈ 1 м, а точность измерения полей составляет величину $\approx 0,1\%$. Поэтому нет смысла брать отрезки короче нескольких см, т.е. короче тех, на которые треки обычно разбиваются при измерениях, поскольку возможная в принципе точность определения кинематических параметров частицы уже обеспечивается.

Расчет траектории сильно упрощается, если, как это бывает в подавляющем большинстве случаев, поле существенно неоднородно лишь по абсолютному значению, а по направлению неоднородность невелика, и во всех точках рабочего пространства можно пренебречь поперечной составляющей относительно некоторого усредненного направления (ось Z). В этом случае картину можно рассматривать в проекции на плоскость xu , тогда участки аппроксимирующей кривой будут представляться в виде отрезков окружностей с разными (определяемыми средней напряженностью поля на каждом участке) радиусами.

Наибольшее приближение к действительной траектории будет достигнуто, очевидно, в том случае, когда отрезки окружностей аппроксимирующей кривой плавно переходят один в другой, т.е. когда центры кривизны соседних отрезков лежат на одной прямой (рис. 1). Подбор кривой в этом случае может быть осуществлен методом наименьших квадратов по отклонениям расчетной кривой от экспериментальных точек в радиальных направлениях. Эти отклонения можно выразить через координаты центра ξ , ν и радиус R_1 первого отрезка и координаты экспериментальных точек. Таким образом, подбор кривой (без учета потерь энергии и кулоновского рассеяния) сводится к поискам таких значений ξ_1 , ν_1 и R_1 , которые обеспечивают минимум суммы

$$M = \sum_{j=1}^n \frac{[\Delta R_j(R_1, \xi_1, \nu_1)]^2}{\sigma_j^2 \text{изм.}} \quad (1)$$

где n - число экспериментальных точек, а $\sigma_j^2 \text{изм.}$ - дисперсия ошибок измерения координат j -той точки.

Угол α между кривой и плоскостью xu может быть определен как и обычно, если развернуть кривую и подбирать наклон методом наименьших квадратов по отклонениям в направлении оси Z . Необходимые для этой операции длины отрезков ℓ_j в каждом участке могут быть выражены через $R_j = R_j(\alpha)$, подбираемые при минимизации функционала (1).

Описанная процедура позволяет также просто учесть влияние потерь энергии на ионизацию. Приблизительно, но достаточно точно, это можно сделать, если определить потери на каждом отрезке траектории как функцию длины отрезка и импульса в его начале и ввести соответствующие поправки в значения радиусов кривизны последующих отрезков.

Кулоновское рассеяние можно учесть, если, как это обычно делается, вместо $\sigma_j^2 \text{изм.}$ ввести в функционал (1) величину $\sigma_j^2 = \sigma_j^2 \text{изм.} + \sigma_j^2 \text{расс.}$, где $\sigma_j^2 \text{расс.}$ - дисперсия отклонений частицы от расчетной кривой на расстоянии $L_j = \frac{\ell_1 + \ell_2 + \dots + \ell_j}{\cos \alpha}$ за счет рассеяния /1/.

Указанная операция, однако, не учитывает то обстоятельство, что отклонение частицы за счет рассеяния на первых участках существенным образом определяет отклонение на последующих /2/, то есть не учитывает корреляций между величинами $\sigma_j^2 \text{расс.}$ и $\sigma_k^2 \text{расс.}$ ($k < j$). Чтобы учесть корреляции, нужно записать функционал уже в виде:

$$M' = \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^{j-1} S_{jk}^{-1} \Delta R_j \Delta R_k \quad (2)$$

где S_{jk}^{-1} - матрица, обратная матрице ошибок координат.

Матрица ошибок координат получается суммированием матрицы рассеяния и матрицы ошибок, возникающих за счет неточностей измерения и восстановления пространственных координат. Матрица кулоновского рассеяния получена в работе /3/ и имеет (в несколько более удобной записи) вид:

$$F_{jk} = \frac{\theta_a^2}{6} \sum_{k=2}^j [L_{k-1,k}^3 + \frac{3}{2} L_{k-1,k}^2 (L_{k,j} + L_{k,j-1}) + 3L_{k-1,k} L_{k,j} L_{k,j-1}],$$

где $L_{k-1,k}$ - расстояние от $(k-1)$ -ой точки до k -ой, а $\theta_a^2 = 21 / (vP)^2 \chi_0^2$. Здесь v - скорость, P - импульс частицы в начале трека (в Мэв) и χ_0 - радиационная длина.

Величина ΔR_j , входящая в (2), имеет вид:

$$\Delta R_j = R_{j-1} - \sqrt{(x_j - \xi_{j-1})^2 + (y_j - \nu_{j-1})^2},$$

где R_{j-1} - радиус кривизны, а ξ_{j-1} , ν_{j-1} - координаты центра $(j-1)$ -го отрезка аппроксимирующей кривой и x_j , y_j - координаты j -той точки, восстановленной в пространстве по измерениям на снимке. Функциональные переменные ΔR_j зависят от искомых параметров нелинейно.

Обозначим вектор параметров $\vec{a} = (a_1, a_2, \dots, a_m)$. Для нахождения искомых параметров строим итерационный процесс типа /4/

$$\vec{a}^{(\ell+1)} = \vec{a}^{(\ell)} + \Delta \vec{a}^{(\ell)},$$

где ℓ - номер итерации ($\ell = 0, 1, 2, \dots$). Значение $\Delta \vec{a}^{(\ell)}$ ищем, решая систему,

$$\sum_{k=1}^n G_{ik} [\vec{a}^{(\ell)}] \Delta a_k^{(\ell)} = y_i \quad (i=1, 2, \dots, m).$$

Отсюда

$$\Delta a_i^{(\ell)} = \sum_{k=1}^n G_{ik}^{-1} y_i,$$

где

$$G_{ik} = \sum_{j=1}^n S_{jj}^{-1} \left[\frac{\partial(\Delta R_j)}{\partial a_i} \frac{\partial(\Delta R_j)}{\partial a_k} \right]$$

$$y_i = \sum_{j=1}^n S_{jj}^{-1} \left[\frac{\partial(\Delta R_j)}{\partial a_i} \Delta R_j \right].$$

Матрица ошибок искомых параметров:

$$\sigma_{ik}^2 = G_{ik}^{-1}.$$

Недостающий параметр, характеризующий наклон трека к плоскости xu , находим, приближая проекцию трека на плоскость zL при помощи прямой из условия минимума функционала

$$M = \sum_{j=1}^n S_{z_j}^{-1} \Delta z_j \Delta z_j^T, ,$$

где $S_{z_j}^{-1}$ — матрица, обратная матрице ошибок координат по оси Z . Функциональные переменные Δz_j в данном случае зависят от искомого параметра линейно и находятся при первой итерации.

Авторы выражают благодарность И.Н.Силину за обсуждения.

Л и т е р а т у р а

1. Д.Росси, К.Грейзен. Взаимодействие космических лучей с веществом. ИЛ, Москва, 1948.
2. L.Micheida, Report 386/V1 Institut of Nuclear Research, Warsawa, 1963.
3. И.М.Граменицкий, Л.А.Тихонова, П.В.Шляпников. Препринт ОИЯИ Р-2146, Дубна 1965 г.
4. С.Н.Соколов, И.Н.Силин. Препринт ОИЯИ Д-810, Дубна 1961.

Рукопись поступила в издательский отдел
24 ноября 1965 г.

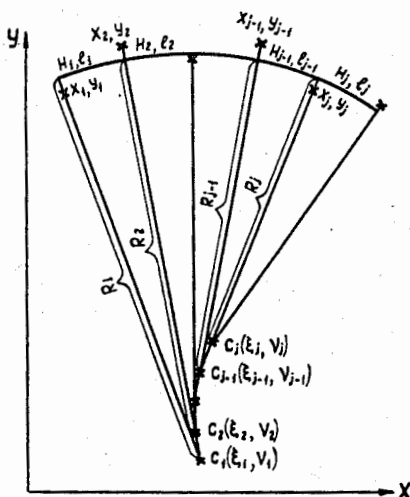


Рис. 1