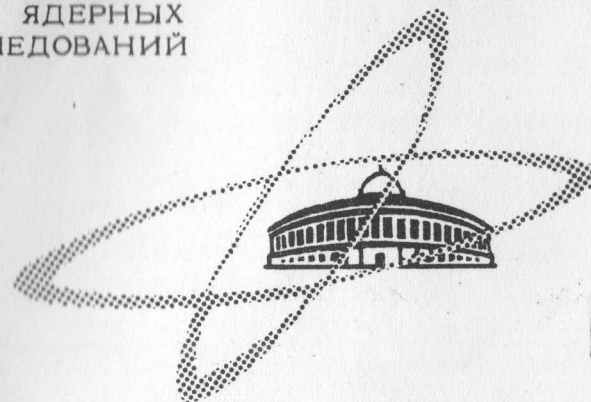


2399

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

P-2399



ЭКЗ. ЧИТ. ЗАЛА

З.М.Иванченко, А.Ф.Лукьянцев, В.И.Мороз,
А.Д.Макаренкова, Г.Н.Тентюкова

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ ЦЕНТР
ЛАБОРАТОРИЯ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

ПРОГРАММА ИДЕНТИФИКАЦИИ КАНАЛОВ РЕАКЦИЙ
(ВАРИАНТЫ 10-10 и 10-20)

1965

P-2399

З.М.Иванченко, А.Ф.Лукьянцев, В.И.Мороз,
А.Д.Макаренкова, Г.Н.Тентюкова

ПРОГРАММА ИДЕНТИФИКАЦИИ КАНАЛОВ РЕАКЦИЙ
(ВАРИАНТЫ 10-10 и 10-20)

ОИЯИ
БИБЛИОТЕКА

О Г Л А В Л Е Н И Е

	Стр.
§ 1. Назначение программы	3
§ 2. Уравнения связи	4
§ 3. Компановка исходного материала для программы	8
§ 4. Блокировки	12
§ 5. Формирование величин для расчетов	13
§ 6. Сопоставление событий возможных гипотез и выбор необходимого числа уравнений	16
§ 7. Минимизация функционала	18
§ 8. Формирование выдачи	21
§ 9. Вариант ввода данных в программу для нейтрального пучка неопределенного импульса	26

§ 1. Назначение программы

Пучок первичных частиц, взаимодействуя с веществом камеры, приводит к различным типам ядерных реакций. При этом сведений о каждом из следов в отдельности оказывается в ряде случаев мало для того чтобы с достаточной надежностью установить, с какой ядерной реакцией мы имеем дело в данном случае. Если же ядерная реакция известна, то применяя принцип максимума правдоподобия, можно подобрать параметры события, наиболее близкие к экспериментально измеренным. Следует отметить, что при этом появляются корреляции между характеристиками разных следов, которые измерялись независимо друг от друга^{x)}.

Настоящая программа предназначена: во-первых, для выделения наиболее вероятной гипотезы о ядерной реакции, имевшей место в данном процессе; во-вторых, для получения уточненных значений параметров отдельных следов на основании наиболее вероятной гипотезы о данном процессе.

При выделении методикой χ^2_{min} одного процесса из совокупности других, на него похожих, нужно учитывать, что χ^2_{min} для фоновых процессов существенно зависит от величин дисперсий измеренных параметров следов. Этот вопрос более подробно рассматривается в последнем параграфе настоящего описания.

Изложенная в^{/2/} общая схема подготовки исходного материала к работе программы идентификации каналов реакций предусматривает измерения для каждого следа заряженной частицы, вышедшей из точки изучаемого взаимодействия, следующих величины:

- K - кривизны (если частица не останавливается в камере), [K] = см⁻¹
- P - импульса (если частица останавливается в камере), [P] = Мэв/с;

^{x)} В программы геометрического восстановления событий в искровых камерах иногда вводят гипотезу о топологии события^{1/}, так как спецификой искровых камер является их управление событиями определенного вида.

β - азимутального угла,

α ($q = \text{tg } \alpha$) - угла подъема винтовой линии

и их среднеквадратичных ошибок в том виде, в каком эти величины формируют геометрические программы 1-3, 1-15, и т.д.^{/3/}.

Зарегистрированные нейтральные частицы (Λ^0 , K^0 , n , γ) должны быть предварительно обработаны по соответствующим программам идентификации (программы №№ 2-2 или 2-3 для Λ^0 и K^0 , 7-1 или 7-2 для γ , 13-1 или 13-2 для n)^{/4,5,10/}.

Принцип последовательной обработки (геометрическая реконструкция заряженных следов, идентификация нейтральных частиц, идентификация всего взаимодействия) использован в известной программе ЦЕРНа^{/8/}, но возможности ЭСМ М-20 не позволяют в настоящее время объединить указанные выше программы.

§ 2. Уравнения связи

Феноменологическая классификация взаимодействий частиц в пузырьковой камере приводит к их разделению на несколько групп:

1) По электрическому заряду первичной (иницирующей) частицы события различаются на взаимодействия в заряженном пучке (положительных или отрицательных частиц) и в нейтральном пучке. Для первых частиц характерно обычно точное (до долей процента) знание импульса налетающей частицы, а для нейтрального - только верхней границы спектра.

2) По числу и электрическому заряду (положительный, отрицательный, нейтральный) зарегистрированных^{х)} вторичных частиц, вылетевших из точки взаимодействия.

3) По наличию вторичных процессов, происшедших с зарегистрированными заряженными или нейтральными частицами (распад Σ^+ , рассеяние заряженной или нейтральной частиц и т.д.).

Для пропановых пузырьковых камер существенно разделение взаимодействий первичной частицы на взаимодействия с протоном и взаимодействия с углеродом.

Настоящий вариант программы предназначен для идентификации событий, происшедших в заряженном пучке (в основном на протоне)^{хх)}.

х) Эта оговорка необходима, так как родившиеся в точке взаимодействия очень медленные вторичные частицы могут иметь столь малый пробег, что они не регистрируются.

хх) Если в событии имеется распад или рассеяние, то такое событие можно идентифицировать по настоящей программе в два этапа.

Для работы программы необходимо задать набор гипотез, с которыми она сравнит исследуемое событие. Разумеется, гипотезы должны составляться с учетом сохранения электрического, барионного и странного зарядов.

Например, в $\pi^- p$ -взаимодействиях в группе двухлучевых реакций без видимых особенностей следов заряженных частиц можно записать:

I. $\pi^- p \rightarrow \pi^- p$ (незарегистрированных частиц нет)

II.

$\rightarrow \pi^- p \pi^0$

$\rightarrow \pi^- p n$

$\rightarrow K^- K^+ \mu$

$\rightarrow K^- p K^0$

$\rightarrow \pi^- K^+ \Sigma^0$

$\rightarrow \pi^- K^+ \Lambda^0$

(одна незарегистрированная частица)

III. $\rightarrow \pi^- p \pi^0 \pi^0$ (две и более незарегистрированные частицы).

Таким образом, события в заряженном пучке разделяются на три группы по числу участвовавших во взаимодействии незарегистрированных частиц.

I - я группа - незарегистрированные частицы не предполагаются,

II - я группа - предполагается одна незарегистрированная частица,

III - я группа - предполагается две и более незарегистрированные частицы.

Программа может дать возможность разделять события, относящиеся к первой и второй группам (относительно третьей группы заключение может быть сделано только путем исключения гипотез, относящихся к первым двум группам).

Рассмотрим уравнения связи, относящиеся к событиям, о которых предполагается, что

1) Все вторичные частицы зарегистрированы, среди зарегистрированных не более одного гамма-кванта.

Из законов сохранения импульса и энергии имеем 4 уравнения связи:

$$f_k = 0, \quad k = 1, 2, 3, 4$$

$$f_1 = P_{Nx} - \sum_i P_{ix} \quad (2.1)$$

$$f_2 = P_{Ny} - \sum_i P_{iy}$$

$$f_3 = P_{Nz} - \sum_i P_{iz}$$

$$f_4 = E_H + E_0 - \sum_i E_i$$

2) Все вторичные частицы зарегистрированы, среди зарегистрированных два гамма-кванта^{х)}.

В этом случае рассматриваем два набора уравнений связи:

$$f_k = 0, \quad K = 1, 2, 3, 4 \quad (2.1)$$

$$f_k = 0, \quad K = 1, \dots, 4 \quad (2.2)$$

$$f_6 = 0, \quad (2.3)$$

$$f_6 = (\vec{P}_{\gamma_1} + \vec{P}_{\gamma_2})^2 + M_{\pi^0}^2 - (P_{\gamma_1} + P_{\gamma_2})^2,$$

где

(это соответствует предположению, что гамма-кванты возникли в процессе $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$).

3) Есть одна нейтральная частица (незарегистрированная), среди зарегистрированных нет гамма-квантов.

В этом случае, исключая из 4-х уравнений сохранения импульса и энергии три неизвестные величины, получим одно уравнение

$$f_6 = 0, \quad (2.4)$$

где

$$f_6 = E_N + E_0 - \sum_i E_i - \sqrt{M_k^2 + (\vec{P}_N - \sum_i \vec{P}_i)^2}.$$

4) Есть одна улетающая частица, отличная от гамма-кванта, среди зарегистрированных есть один гамма-квант.

Аналогично 3) система имеет одно уравнение связи (2.4).

5) Есть улетающий гамма-квант, среди зарегистрированных есть один гамма-квант.

В этом случае рассматриваем два набора уравнений связи:

$$f_6 = 0 \quad (2.4)$$

$$\left. \begin{aligned} f_6 &= 0 \\ f_7 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2.5)$$

и

$$f_7 = [\vec{P}_{\gamma} + (\vec{P}_N - \sum_i \vec{P}_i)]^2 + M_{\pi^0}^2 - [|P_{\gamma}| + |\vec{P}_N - \sum_i \vec{P}_i|]^2$$

(это соответствует предположению, что гамма-кванты возникли в процессе $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$).

6) Есть одна улетающая частица, отличная от гамма-кванта, среди зарегистрированных частиц два гамма-кванта.

^{х)} События с числом гамма-квантов больше двух в первом варианте программы не рассматриваются.

В этом случае рассматривается два набора уравнений связи.

Первый набор:

$$f_6 = 0. \quad (2.4)$$

Второй набор:

$$\left. \begin{aligned} f_6 &= 0 \\ f_7 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2.6)$$

(это соответствует предположению, что гамма-кванты возникли в процессе $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$).

В некоторых случаях можно полагать (изменяя величину m_{π^0} в f_6 и f_7), что на гамма-кванты распался не π^0 , а другой мезон.

Здесь и в дальнейшем приняты следующие обозначения:

M - масса частицы [Мэв/с²],

P - импульс частицы [Мэв/с],

$$P = \begin{cases} P, & \text{для нейтральной частицы или для заряженной, импульс которой измерен по пробегу,} \\ \frac{A}{K\sqrt{1-n^2}}, & \text{для заряженной частицы, импульс которой измерен по кривизне,} \end{cases}$$

K - кривизна,

A = 1 - произвольный масштабный множитель

H - среднее значение магнитного поля (Гс)

$\left. \begin{aligned} \ell \\ n \end{aligned} \right\}$ - направляющие косинусы импульса частицы в точке изучаемого взаимодействия.

Для обозначения используются следующие индексы:

"П" - первичная (пучковая) частица,

"К" - незарегистрированная вторичная частица,

"Г" - зарегистрированная вторичная частица.

Кроме того в некоторых случаях в качестве индексов используются символы соответствующих частиц (γ, π^0).

§ 3. Компановка исходного материала для программы

Исходный материал для работы программы группируется тремя массивами.

1. Управляющая п/к составляется одна на данный экспериментальный материал.

На ней пробивается:

P_H } импульс, среднеквадратичная ошибка импульса и
 ΔP_H^2 } квадрат массы частицы пучка,
 M_H^2 } (при изучении событий в заряженных пучках, программы геометрической реконструкции следу пучковой частицы присваивают № 1),

H - величина магнитного поля, при которой обсчитывалась исходная информация по геометрическим программам,

$(\frac{\Delta H}{H})^2$ - ошибка магнитного поля,

k_H - коэффициент многократного рассеяния в формуле ошибки импульса,

k - коэффициент надежности для расчета ошибки при вычислении импульса по пробегу,

M_p - масса-частицы-мишени,

Q - резерв^{х)},

$A = 1$ - масштабный множитель,

T - коэффициент, входящий в минимизируемый функционал,

S - резерв^{х)}.

2. На перфокартах гипотез располагаются гипотезы, относящиеся к данному типу событий, которые должна обработать данная программа. Для этого предполагается, что известные в настоящее время элементарные частицы (почти все) занумерованы как показано в таблице 1.

Одна гипотеза занимает две ячейки и имеет следующий вид:

000	00	$N_1 a_1$	$N_2 a_2$	$N_3 a_3$	$N_4 a_4$
$\pi_1 \pi_2 \pi_3$	00	$N_5 a_5$	$N_6 a_6$	$N_7 a_7$	N_k

π_1 - признак последней гипотезы;

$\pi_1 = \begin{cases} 1, & \text{гипотеза последняя;} \\ 0, & \text{нет,} \end{cases}$

$\pi_2 = \pi_3 = 0$

х) Эти величины в основных вариантах программы не используются.

$N_j (j \leq 7)$ - условные номера зарегистрированных частиц, входящих в гипотезу,

a_j - число, показывающее, сколько раз частица с условным номером N_j встречается в данной гипотезе,

N_k - условный номер улетевшей нейтральной (вообще - незарегистрированной) частицы, если такая частица предполагается в данной гипотезе (если

$N_k = 0$, то это признак того, что незарегистрированные частицы в данной гипотезе не предполагаются).

Т а б л и ц а 1

Условные номера элементарных частиц, которые входят в запись гипотез о процессах

Частица	Условный номер	Масса Мэв/с ²	Частица	Условный номер	Масса Мэв/с ²
π^+	01	139,59	Σ^0	15	1191,50
K^+	02	493,90	γ	16	0,0
p	03	938,213	e^-	17	0,510976
Σ	04	1189,40	e^+	20	0,510976
π^-	05	139,59	\bar{p}	21	938,213
K^-	06	493,90	\bar{n}	22	939,507
Σ^-	07	1195,96	$\bar{\Lambda}^0$	23	1115,36
π^0	10	135,00	Σ^+	24	1189,40
K^0	11	497,80	Σ^0	25	1191,50
\bar{K}^0	12	497,80	Σ^-	26	1195,96
n	13	939,507	$\bar{\pi}^0$	27	1311,00
Λ^0	14	1115,36	\bar{n}	30	1318,40

3. На каждый след зарегистрированной заряженной или нейтральной частицы, участвующей в исследуемом ядерном процессе, имеются две стандартные перфокарты^{х)},

х) Эти перфокарты могут быть заменены магнитной лентой^{/2/}, на которую записана информация, выданная программой геометрического восстановления. При использовании магнитной ленты признак конца события не ставится.

Управляющая перфокарта (10-й код) Образец

00	000				
	P_1		Импульс первичной частицы	2	
	ΔP_1		Ошибка импул. первичной частицы		
	M_1^2		Квадрат массы (Мэв ²)	4	
	H		Магнитное поле	5	
	$(\frac{\Delta H}{H})^2$		Ошибка магнитного поля	6	
	k		Коефф. многократного рассеян.	7	
	κ		Кoeffициент надежности	8	
	M_p		Масса мишени (Мэв)	9	
	Q		(Резерв)	10	
	A		Масштабный множитель	11	
	T		$T > 0$	12	
	s		(Резерв)		
	000			2	
				3	
				4	
				5	
				6	
				7	
				8	
				9	
				10	
				11	
				12	

Перфокарта набора гипотез Образец

(8-ой код)

	0510	3100		1-ая гипотеза	
				$\pi^- p$	2
	0510	3100		2-ая гипотеза	3
			0100	$\pi^- p (p^2)$	4
	0510	1100		3-ая гипотеза	5
			0130	$\pi^- \pi^+ (n)$	6
	0610	2100		4-ая гипотеза	7
			0130	$K^- K^+ (n)$	8
	0610	3100		5-ая гипотеза	9
			0110	$K^- p (K^0)$	10
	0510	2100		6-ая гипотеза	11
			0150	$\pi^- K^+ (\Sigma^0)$	12
	0510	2100		7-ая гипотеза (последняя)	
4			0140	$\pi^- K^+ (\Lambda^0)$	2
					3
					4
					5
					6
					7
					8
					9
					10
					11
					12

В данном примере рассмотрена часть двухлучевых реакций для $\pi^- p$ взаимодействия (см. пример в § 2).

выданные геометрическими программами 1-3, 1-15 и т.д., или программами идентификации V^0 -событий, гамма-квантов (программы 2-2, 2-3, 7-1 и др.). В конце каждого массива следов события ставится признак конца события - перфокарта "семерка".

4. Управляющая перфокарта и перфокарты гипотез вводятся в машину М-20 вместе с программой считывания программы идентификации с МБ или МЛ.

Ограничение на число следов в событии.

Настоящий вариант программы может обрабатывать события, содержащие до 9 следов (первичный и до 8 вторичных). Среди вторичных следов должно быть не более двух гамма-квантов.

§ 4. Блокировки

При вводе информации в машину производится проверка выполнения некоторых условий. Если эти условия не выполняются, то печатается соответствующий признак, и программа переходит к обработке следующего события.

1. При несовпадении $K\Sigma$ при вводе следов печатается:

++ 05; N пл., № к, № з	№ пл. - номер пленки
КОП; № следа	№ к. - номер кадра
++ 00; 0	№ з. - номер зоны
	№ следа - номер следа

2. При несовпадении номеров событий у 1-го следа с остальными:

++ 06; № к., № з
КОП № следа
++ 00; 0

3. При несовпадении магнитного поля на управляющей перфокарте с расчетным^{х)} (для следов, измеренных по кривизне!), т.е. если $|H_i - H_0| \geq 1$, где $H_i = \left| \frac{10^6 R_i \sqrt{1-p^2}}{300 R_i} \right|$,

печатается:

++ 07; № пл, № к., № з	номер следа
КОП; № следа	
КОП, следа	величина H_i

х) Предусмотрена возможность заблокировать эту проверку.

4. Если в событии обнаружен трек, входящий в V^0 -событие, то печатается признак

++ 10; № пл., № к.: № з
КОП; № сл.
++ 00; 0

§ 5. Формирование величин для расчетов

Поправка на ионизационные потери (введена в программе 10-20).

Из работы^{/10/} можно сделать вывод, что геометрические программы^{/2,3/} дают смещенную оценку импульса.

Для случая, когда

$$L' \ll \frac{P}{300 H} \cdot 10^6$$

величина смещения достаточно точно может быть записана в виде

$$\delta P_j = \left(-\frac{1}{2} \frac{1}{v_j} \frac{dE}{dx} \right) L' \quad \text{где} \quad V_j^2 = \frac{P^2}{P^2 + M_j^2}$$

M_j - масса частицы в сделанной нами гипотезе (Мэв);

L' - длина следа (см),

P - импульс (Мэв/с),

H - средняя величина магнитного поля (гс).

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{a_1}{v_j^2} \left(\ln \frac{v_j^2}{1-v_j^2} - v_j^2 + a_2 \right)$$

$$a_1 = 0,07747$$

$$a_2 = 9,99$$

для пропановой камеры^{х)}

Для идентификации событий, следы которых обсчитывались по геометрическим программам, использующим аппроксимацию следа параболой, смещение δP_j может быть приближенно представлено в виде суммы двух членов, при этом второй член учитывает отличие параболы от окружности

$$\delta P_j = \left(-\frac{1}{2} \frac{1}{v_j} \frac{dE}{dx} \right) L' + \frac{3}{56} \cdot P \left(\frac{300 H L'}{P \cdot 10^6} \right)^2$$

х) Величины a_1 и a_2 были рассчитаны для плотности пропана $0,427 \text{ г/см}^3$ и потенциалов ионизации водорода и углерода $15,6 \text{ м} \cdot 76,4 \text{ эв}^{/12/}$.

Рассмотрим условия, при которых поправки δP_j существенны. Пусть уравнение изучаемого процесса будет

$$f(\vec{P}_1, \dots, \vec{P}_{n_0}) = 0.$$

Тогда в линейном приближении для функции f получим

$$\delta f = \sum_{i=1}^{n_0} \frac{\partial f}{\partial P_i} \delta P_i,$$

где через δf обозначено смещение, возникающее из-за подстановки вместо P_j их смещенных на δP_j оценок. С другой стороны, ошибка Δf записывается в виде

$$\Delta f \approx \sqrt{\sum \left(\frac{\partial f}{\partial P_j}\right)^2 (\Delta P_j)^2}.$$

Полагая для оценки, что

$$\frac{\partial f}{\partial P_j} \approx c; \quad \delta P_j = \delta P, \quad \Delta P_j = \Delta P,$$

получим, что

$$\delta f = c n_0 \delta P$$

$$\Delta f = c \sqrt{n_0} \Delta P.$$

Поправку δP можно не учитывать в том случае, если

$$\delta f \ll \Delta f,$$

что справедливо при условии

$$\delta P \ll \frac{\Delta P}{\sqrt{n_0}}.$$

Поэтому в программу 10-20 введен блок, производящий замену

$$P \text{ на } P_j = P + \delta P_j$$

(здесь "j" - индекс гипотезы о данном следе, которая делается в программе при идентификации определенной реакции). Указанная замена делается для следов заряженных частиц, импульс которых измерен по кривизне (см. п. 2 и 3 настоящего параграфа).

1. Для первичного следа вычисляются

$$K = A \frac{1}{P \sqrt{1-n^2}}$$

$$(\Delta K)^2 = K^2 \left(\frac{\Delta P}{P}\right)^2 \quad (5.1)$$

$$(\Delta q)^2 = (1+q^2)(\Delta \alpha)^2$$

$$\beta = \begin{cases} \arcsin \frac{m}{\sqrt{1-n^2}} \\ \arccos \frac{l}{\sqrt{1-n^2}} \end{cases}$$

$$q = \frac{n}{\sqrt{1-n^2}}.$$

При этом ΔP и P берутся с управляющей перфокарты, а величины $l, m, n, (\Delta \alpha)^2, (\Delta \beta)^2$ - с перфокарты первого следа.

2. Признаками следа, оставленного заряженной вторичной частицей, импульс которой точно измерен по кривизне, на перфокарте являются:

- 1) "000" в III A 3-й строки - след заряженной частицы;
- 2) $P > 0$ - частица имеет положительный заряд;
 $P < 0$ - частица имеет отрицательный заряд;
- 3) $\left| \frac{\Delta P}{P} \right| < \frac{1}{2}$, если знак электрического заряда частицы определен достаточно надежно;
- 4) "+" в 45-м разряде 4-й строки - импульс измерен по кривизне;
- 5) $N_i > 1$ (3-я строка) - след вторичной частицы.

Такой след мог быть оставлен любой заряженной частицей (см. табл. 1); вычисления в программе производятся только для тех условных номеров частиц, которые входят в исследуемые гипотезы. Для каждой предполагаемой частицы, имеющей массу M_j , вычисляются

$$(\Delta P_j)^2 = P_j^2 \left[\left(\frac{\Delta H}{H}\right)^2 + \left(\frac{\sigma a}{a}\right)^2 + \frac{k_H}{v_j^2 (1-n_j^2) L_j'} \right] \quad (5.2)$$

$$v_j^2 = \frac{P_j^2}{M_j^2 + P_j^2} \quad (5.2^x)$$

$$L_j' = L_j \left(1 + \frac{(1-n_j^2)^2}{24} - \frac{L_j^2}{R_j^2} \right), \quad (5.3)$$

а также величины по формулам (5.1).

3. Если в п.2 условие 3) не выполнено, т.е. $\left| \frac{\Delta P}{P} \right| > \frac{1}{2}$, то мы считаем, что импульс заряженной частицы измерен по кривизне не точно, и мы не можем однозначно определить знак заряда данного следа. Мы предполагаем, что такой след мог быть оставлен как положительной, так и отрицательной частицами (см. табл.1), и вычисления ведутся по формулам (5.1, 5.2, 5-2^x), (5.3) для различных масс.

х) Если указанные частицы входят в гипотезы.

4. Признаками следа, оставленного заряженной вторичной частицей, импульс которой измерен по пробегу, на перфокарте является наличие "-" в 45 разряде 4-й строки и выполнение условий 1), 2) пункта 2. В программе предполагается, что след, измеренный по пробегу, может быть оставлен π^+ , π^- , K^+ , K^- , p , \bar{p} , Σ^+ , Σ^- и соответствующие таблицы импульсов в зависимости от длины пробега в пропане введены в программу. Из таблиц находим $P(L')$ при помощи квадратичной интерполяции, а $\Delta P = \kappa |P| + |P_{(L'-\Delta L')} - P_{(L')}|$,

$$(\Delta L')^2 = 2 [\ell^2 (\Delta x)^2 + m^2 (\Delta y)^2 + n^2 (\Delta z)^2], \quad (5.3^x)$$

где величина κ берется с управляющей перфокарты.

5. Признаком нейтральных частиц, зарегистрированных в камере, является отличие на перфокарте от нуля III A третьей строки. Как уже упоминалось в § 1, такие "следы" предварительно обрабатываются по отдельным программам. Если невозможно однозначно установить, с какой нейтральной частицей (Λ^0 , K^0 , γ) имеем дело, то необходимо дать в качестве исходной информации для программы все неразделенные гипотезы Λ^0 , K^0 , γ .

Если вторая цифра во II A 3-й строки равна "0", это означает, что на перфокарте нет величин $(\Delta \alpha)^2$, $(\Delta \beta)^2$ и они вычисляются в настоящей программе по формулам:

$$(\Delta \alpha)^2 = \frac{2}{L^2 (e^2 + m^2)} [\ell^2 n^2 (\Delta x)^2 + m^2 n^2 (\Delta y)^2 + (\ell^2 + m^2)^2 (\Delta z)^2] \quad (5.4)$$

$$(\Delta \beta)^2 = \frac{2}{L^2 (\ell^2 + m^2)^2} [m^2 (\Delta x)^2 + e^2 (\Delta y)^2].$$

q , $(\Delta q)^2$ и β для нейтральных следов вычисляются по формулам (5.1).

§ 6. Составление таблицы возможных гипотез и выбор необходимого числа уравнений

Согласно § 5, мы получаем для события матрицу из возможных гипотез о каждом треке

$$\begin{array}{cccc} & 1 & 2 & j & n_0 \\ \hline & b_1^{(1)} & b_1^{(2)} & b_1^{(j)} & b_1^{(n_0)} \\ & b_2^{(1)} & b_2^{(2)} & b_2^{(j)} & b_2^{(n_0)} \\ & b_{o_1}^{(1)} & b_{o_2}^{(2)} & b_{o_j}^{(j)} & b_{o_0}^{(n_0)} \end{array} \quad (6.1)$$

$b_1^{(j)}$ - условные номера частиц, которые могут быть отнесены к j -тому следу согласно § 5.

Рассматривая гипотезу

$$\left. \begin{array}{l} N_1 a_1 N_2 a_2 N_3 a_3 N_4 a_4 \\ N_5 a_5 N_6 a_6 N_7 a_7 N_K 0 \end{array} \right\} \quad (6.2)$$

заданную с учетом законов сохранения электрического, барионного и странного зарядов, мы должны из матрицы (6.1) выбрать комбинацию, удовлетворяющую гипотезе (6.2). При этом из каждого столбца матрицы (6.1) необходимо выбрать один и только один элемент.

Таким образом, необходимым условием соответствия гипотезы (6.2) исследуемому событию является выполнение равенства

$$n_0 = a_1 + a_2 + \dots + a_7,$$

где n_0 - число следов в обрабатываемом событии. После выборки комбинации на печать выдается обрабатываемая гипотеза с указанием сделанных предположений о каждом из следов:

$$\left. \begin{array}{l} N_1 \\ N_{r1} \\ N_2 \\ N_{r2} \end{array} \right\} , \quad \left. \begin{array}{l} N_n \\ N_{rn} \end{array} \right\} ,$$

где N_i - номер трека, если след оставлен заряженной частицей, или условный номер V^0 - события,

N_n - условные номера частиц согласно таблице 1.

Анализируя запись гипотезы, программа определяет число и вид уравнений связи, как изложено в § 2.

§ 7. Минимизация функционала

После выборки комбинации, удовлетворяющей гипотезе, и установления количества уравнений связи, составляется функционал

$$A^2 = \sum_{i=1}^I \frac{(a_{i\ominus} - a_i)^2}{(\Delta a_i)^2} + T \sum_{j=1}^S \frac{f_j^2}{(\Delta f_j)^2}, \quad (7.1)$$

где: $I = \sum n_0$ - число измеренных переменных,

n_0 - число следов в вершине,

S - число уравнений связи,

$a_{i\ominus}$ - экспериментальные значения параметров

$$a_{1\ominus} = \beta_1, \quad a_{2\ominus} = q_1, \quad a_{3\ominus} = k_1, \quad a_{\infty\ominus} = \beta_2, \quad \dots$$

Δa_i - значения ошибок параметров

f_j - уравнения связи

$$(\Delta f_j)^2 = \sum_{i=1}^I \left(\frac{\partial f_j}{\partial a_i} \right)^2 (\Delta a_i)^2 \quad (7.1^x)$$

$T > 0$ подбирается экспериментальным путем.

Представив минимизируемый функционал таким образом, мы имеем возможность воспользоваться стандартной программой И.Н.Силина "Минимизация квадратичного функционала" (см. /7/). Можно показать, что $(a_{i(T)} - a'_i) \rightarrow 0$, как $1/T$ при $T \rightarrow \infty$ /8,9/, где $a_{i(T)}$ - величины a_i , обращающие A^2 в минимум A_T^2 .

Истинное же значение χ^2_{\min} есть

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^I \frac{(a_{i\ominus} - a'_i)^2}{(\Delta a_i)^2} = \min_{a_i} \chi^2, \quad (7.2)$$

где

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^I \left(\frac{a_{i\ominus} - a_i}{\Delta a_i} \right)^2$$

и a_i удовлетворяют условию

$$f_j(\dots, a_i, \dots) = 0, \quad i = 1, \dots, I, \quad j = 1, \dots, S$$

a'_i - значения параметров, которые дают минимум функционалу χ^2 . Мы получаем их, делая последнюю итерацию по методу Лагранжа, т.е. рассматриваем вспомогательную функцию

$$F = \sum_{i=1}^I \frac{(a_{i\ominus} - a_i)^2}{(\Delta a_i)^2} + \sum_{j=1}^S \lambda_j f_j,$$

где λ_j - множители Лагранжа.

Для условного экстремума χ^2 или абсолютного экстремума F имеем систему из $I + S$ уравнений

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial a_i} = 0, \quad i = 1, \dots, I \\ f_j = 0, \quad j = 1, \dots, S \end{aligned} \right\} \quad (7.3)$$

Разложим f_j в точке минимума функционала A^2 , полученной программой

$$f_j(a'_1, \dots, a'_I) = f_{j(T)} + \sum_{i=1}^I \frac{\partial f_j}{\partial a_i} (a'_i - a_{iT}), \quad j = 1, \dots, S. \quad (7.4)$$

Так как рассматриваются точки, удовлетворяющие уравнениям связи

$$f_j(a_1, \dots, a_I) = 0,$$

то из (7.4) имеем

$$f_{j(T)} = - \sum_{i=1}^I \frac{\partial f_j}{\partial a_i} (a'_i - a_{iT}). \quad (7.5)$$

Из первой группы уравнений системы (7-3) получим:

$$a'_i = a_{i\ominus} - \frac{1}{2} \sum_{j=1}^S \lambda_j \frac{\partial f_j}{\partial a_i} \frac{(\Delta a_i)^2}{2}. \quad (7.6)$$

Подставляя (7,6) в (7,5), получим систему S уравнений с S неизвестными λ_j . Решением этой системы будут величины λ_j

$$\lambda_j = 2 \frac{\det B_j}{\det B}, \quad (7.7)$$

где матрицы B и B_j имеют следующий вид:

$$B = \left| \sum_i \frac{\partial f_k}{\partial a_i} \frac{\partial f_j}{\partial a_i} (\Delta a_i)^2 \right|, \quad k, j = 1, \dots, S$$

Матрица B_j отличается от B заменой столбца с номером j на столбец

$$\left[f_{k(T)} + \sum \frac{\partial f_j}{\partial a_i} (a_{i\ominus} - a_{iT}) \right].$$

Зная λ_j , из (7.6) находим a'_1 и вычисляем точное значение χ^2_{\min} по формуле (7.2).

ЗАМЕЧАНИЕ В функционале (7.1) в исходную матрицу ошибок входят только диагональные члены, т.е. корреляции между параметрами трека не учитываются. В дальнейшем предполагается ввести в функционал матрицу ошибок

$$M^2 = \sum_{i,j} w_{i,j} (a_{i\ominus} - a_i) (a_{j\ominus} - a_j) + T \sum_{k,e} w_{k,e} f_k f_e, \quad (7.8)$$

где $w_{k,e}$ - элемент весовой матрицы; $F = W^{-1}$, F - матрица ошибок, элементы которой вычисляются по формулам

$$(\Delta F_{k,e})^2 = \sum_{i,j} \frac{\partial f_k}{\partial a_i} \frac{\partial f_e}{\partial a_j} \Delta a_i \Delta a_j. \quad (7.9)$$

Исключение заведомо плохих гипотез

Для исключения заведомо плохих гипотез в программе 10-10 вычисляется величина

$$C_S = \sum \frac{f_{j\ominus}^2}{(\Delta f_j)^2}, \quad (7.10)$$

где f_j - уравнение связи

$$f_j(\beta_1, q_1, k_1, \dots, \beta_{n\ominus}, q_{n\ominus}, K_{n\ominus}) = 0, \quad (7.11)$$

$f_{j\ominus}$ - значение функции f_j в экспериментальной точке,

$$f_{j\ominus} = f_j(\beta_{1\ominus}, q_{1\ominus}, K_{1\ominus}, \dots, \beta_{n\ominus}, q_{n\ominus}, K_{n\ominus}), \quad (7.12)$$

$$(\Delta f_j)^2 = \sum_i \left[\left(\frac{\partial f_j}{\partial \beta_i} \right)^2 (\Delta \beta_i)^2 + \left(\frac{\partial f_j}{\partial q_i} \right)^2 (\Delta q_i)^2 + \left(\frac{\partial f_j}{\partial K_i} \right)^2 (\Delta K_i)^2 \right]. \quad (7.13)$$

Величина C_S для случая одного уравнения связи ($S=1$) в линейном приближении совпадает с величиной χ^2_{\min} , а в случае $S>1$ может быть принята приближенно

равной χ^2_{\min} . Полагая ошибки малыми (это соответствует линейному приближению), получим для осуществившейся гипотезы

$$C_S < \chi^2_{S \text{ доверит.}} \quad (7.14)$$

Поэтому минимизация функционала проводится только для тех гипотез, для которых выполнено условие (7.14). Величина $\chi^2_{S \text{ доверит.}}$ выбирается физиком и вводится в программу. Для $S>1$ рекомендуется $\chi^2_{S \text{ доверит.}}$ выбирать с некоторым запасом, так как формула (7.10) для этого случая не точна.

В варианте программы (10-20) величина C_S вычисляется более точно, поэтому $\chi^2_{S \text{ доверит.}}$ можно выбирать с меньшим запасом. Действительно, C_S в этом варианте равно

$$C_S = \chi^2_{S \text{ доверит.}} = \left| \frac{f_{j\ominus}}{\Delta f_j \Delta f_k} \right|^{-1} \left| \frac{f_{k\ominus}}{\Delta f_k} \right| = \chi^2_{S \text{ доверит.}} \text{ лагранж.} \quad (7.15)$$

Так как вычисление $\chi^2_{S \text{ доверит.}}$ предусмотрено в программе, то перед входом

в итерации вычисляется C_S

$$C_S = \chi^2_{S \text{ доверит.}} \text{ лагранж.} \quad (7.16)$$

где, согласно (7-15), $\chi^2_{S \text{ доверит.}}$ берется в экспериментальной точке.

Из сопоставления (7.10) и (7.15) видно, что величины C_S совпадают для $S=1$, а в случае $S>1$ формула (7.10) учитывает только диагональные члены матрицы, приведенной в (7.15). В варианте 10-20 как и в 10-10 условием входа в итерации является выполнение неравенства (7.14). Если неравенство (7.14) не выполняется, то на печать выдаются только величины, предусмотренные в пунктах 1а, б, в, г § 8.

§ 8. Формирование выдачи

1. На печать выдается

а) Для каждого события:

Тест печати

№ пл., № к., № з.,

б) Для каждой гипотезы:

N трека
 N частицы

 N трека
 N частицы

 \cdot
 \cdot
 N трека
 N частицы

где $N_{\text{трека}}$ - номер заряженного трека или номер зарегистрированных нейтральных

$N_{\text{частицы}}$ - гипотеза о следе в виде условного номера частицы.

в) 00; $N_1 a_1 N_2 a_2 N_3 a_3 N_4 a_4$
 00; $N_5 a_5 N_6 a_6 N_7 a_7 N_k$

Исследуемая гипотеза, как она приведена на перфокарте гипотез.

г) По экспериментальным значениям параметров считаются следующие величины:

$$P_{||} = (\sum_i p_i \ell_i) \ell_N + (\sum_i P_i m_i) m_N + (\sum_i P_i n_i) n_N,$$

$$\Delta P_{||}$$

$$P_{\perp} = \sqrt{(\sum_i P_i \ell_i)^2 + (\sum_i P_i m_i)^2 + (\sum_i P_i n_i)^2} - P_{||},$$

$$\Delta P_{\perp},$$

$$P_{\Sigma} = \sqrt{P_x^2 + P_y^2 + P_z^2},$$

$$\Delta P_{\Sigma}$$

$$\ell_{\Sigma} = \frac{P_x}{P_{\Sigma}}$$

$$m_{\Sigma} = \frac{P_y}{P_{\Sigma}}$$

$$n_{\Sigma} = \frac{P_z}{P_{\Sigma}},$$

где

$$P_x = \sum_i P_i \ell_i, \quad P_y = \sum_i P_i m_i, \quad P_z = \sum_i P_i n_i$$

$$E_0 = \sqrt{P_N^2 + M_N^2} + M_D - \sum_i \sqrt{P_i^2 + M_i^2},$$

$$\Delta E_0;$$

$$P_0 = \sqrt{(P_{Nx} - P_x)^2 + (P_{Ny} - P_y)^2 + (P_{Nz} - P_z)^2},$$

$$\Delta P_0$$

$$M_0^2 = E_0^2 - P_0^2,$$

$$\Delta M_0^2,$$

$$|M_0|;$$

д) Для каждой выбранной комбинации стандартной программой /7/ печатаются величины:

N итерации - столько, сколько раз итерации повторялась, если не выполнялись условия сходимости;
 Λ_T^a
 \dots
 $N_{\text{ит}}$
 Λ
 K_i - факторы корреляции;
 K_j
 σ_i - ошибки параметров;
 σ_j
 a_i - параметры, найденные в последней итерации;
 a_j
 k - точность;
 λ - обрезающий множитель;

$$\left. \begin{array}{l} \ell'_1 \\ m'_1 \\ n'_1 \\ P'_1 \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ \ell'_m \\ m'_m \\ n'_m \\ P'_m \\ \dots \\ \dots \\ \dots \end{array} \right\}$$

- точные значения параметров, полученные по методу Лагранжа.

Величина χ^2_{\min} , полученная по методу Лагранжа. Если в гипотезе предполагается нейтральная улетевшая частица, то для нее печатаются:

$$\ell = \frac{P'_x}{P'}$$

$$m' = \frac{P'_y}{P'}$$

$$n' = \frac{P'_z}{P'}$$

$$P' = \sqrt{P'^2_x + P'^2_y + P'^2_z}$$

где

$$P'_x = P'_{Hx} - \sum_i P'_{ix}$$

$$P'_y = P'_{Hy} - \sum_i P'_{iy}$$

$$P'_z = P'_{Hz} - \sum_i P'_{iz}$$

Как уже отмечалось, настоящая программа позволяет заменить экспериментальные параметры оценочными параметрами из минимума функционала χ^2 , ошибки которых, вообще говоря, меньше, чем ошибки экспериментальных параметров. Для получения каких-либо данных, (например, эффективных масс) целесообразно

в качестве исходных данных использовать результаты расчета, получаемые в настоящей программе. Поэтому программа имеет выход не только на печать, но и на магнитную ленту, с которой данные легко могут быть введены в любую последующую программу.

На магнитную ленту записывается для каждой гипотезы:

- 1) № пл., № к., № з
- 2) Гипотеза (2 строки)
- 3) Число уравнений
- 4) Число треков по ША (включая 1-ый)
- 5) Шкала следов по кривизне
- 6) № тр. }
 N_q }
 \vdots }
 $N_{гр}$ }
 N_q }
 χ^2_{\min} }
 } Заголовок гипотезы
- 7) Значения подобранных программой параметров

$$\begin{array}{l} \beta'_1 \\ q'_1 \\ K'_1 \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ \beta'_n \\ q'_n \\ P'_n, K'_n \end{array}$$

- 8) Ошибки параметров и корреляции

$$\begin{array}{l} (\Delta \beta_1)^2 \\ (\Delta q_1)^2 \\ (\Delta K_1)^2 \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ (\Delta \beta_n)^2 \\ (\Delta q_n)^2 \\ (\Delta P_n)^2, (\Delta K_n)^2 \end{array}$$

$$\overline{\Delta K_1 \Delta K_2}$$

$$\overline{\Delta K_1 \Delta K_n}$$

$$\overline{\Delta K_2 \Delta K_3}$$

$$\overline{\Delta K_2 \Delta K_n}$$

$$\overline{\Delta K_{n-1} \Delta K_n}$$

На каждую гипотезу, для которой происходит запись на магнитную ленту, вместе с тем выдается приведенная ниже "отборочная перфокарта".

С помощью этих перфокарт можно организовать перепись с магнитной ленты только "хороших" гипотез, получив таким образом "библиотеку идентифицированных событий".

§ 9. Вариант ввода данных в программу для нейтрального пучка неопределенного импульса

Настоящий вариант программы ограничивается только группой процессов в заряженном пучке, когда импульс налетающей частицы известен достаточно хорошо. Однако программа может работать и в случае нейтрального пучка, т.е. с неопределенной величиной импульса налетающей частицы. В этом случае в качестве исходной информации подкладывается в событие еще перфокарта фиктивного пучкового следа, на которой задаются величины ошибок $(\Delta\alpha)^2$, $(\Delta\beta)^2$ и направляющие косинусы канала ℓ_n , m_n , p_n , как показано на прилагаемом образце.

В заключение авторы выражают благодарность Н.Н.Говоруноу, Е.П.Жидкову, А.М.Моисееву, А.В.Никитину, И.Н.Силину, С.Н.Соколову, Ю.А.Трояну за полезные обсуждения.

Отборочная перфокарта
выдается на каждую гипотезу, для которой происходит запись на магнитную ленту

	№ пл.			№ к.			№ зоны			гипотеза	
	N ₁	a ₁	N ₂	a ₂	N ₃	a ₃	N ₄	a ₄			
	N ₅	a ₅	N ₆	a ₆	N ₇	a ₇	N				2
											3
	N тр		N ₃ М.Л.			N ч					4
	N тр		ℓ зоны			N ч					5
	N тр					N ч					6
	N тр					N ч					7
	---									заголовок	8
										события (n-1 строка)	9
											10
											11
	N тр					N ч					12
										КС	12
											2
											4
											5
											6
											7
											8
											9
											10
											11
											12

N₃ М.Л. номер зоны на магнитной ленте, в которую была записана информация раздела II § 8.

N = { номер следа, если след оставлен заряженной частицей

тр = { номер вилки, если имеем дело со "следом" нейтральной частицы

Л и т е р а т у р а

Ю-й код					
Фиктивный след первичной частицы (см. § 9)					
			000		
			000		2
			000		3
			000		4
			000	0 I II	(Δβ) ²
			000	0 I II	(Δα) ²
			ℓ		
			m		
			n		
			000		
			000		
					κΣ
					2
					3
					4
					5
					6
					7
					8
					9
					10
					11
					12

1. В. Zacharov. "Optimization of magnet trajectories in Analysis of Spark Chamber data" CERN, .9510 | P | cm
(Submitted to Nucl. Instr. and Meths.)
2. В.Ф. Вишнеvский, Ду Юань-цай и др. Препринт ОИЯИ № 1468, Дубна 1963.
3. О.В. Благонравова, З.М. Иванченко и др. "Программа геометрической реконструкции (1-3)". Препринт ОИЯИ № 2005, Дубна 1965.
4. О. Благонравова, Л. Лепилова и др. Препринт ОИЯИ, № 1959, Дубна 1965.
5. А.Ф. Лукьянцев, В.И. Мороз и др. Препринт ОИЯИ Р-1982, Дубна 1965.
6. R. Vock., Препринт CERN, 61-29.
7. С.Н. Соколов, И.Н. Силян. Препринт ОИЯИ, № Д-810, Дубна 1961.
8. В.И. Мороз. Препринт ОИЯИ, Р-1958, Дубна 1965.
9. Е.П. Жидков, А.Ф. Лукьянцев. Препринт ОИЯИ, № Р-1988, Дубна 1965.
10. В.Г. Гришин и др. Препринт ОИЯИ № Р-2277, Дубна 1965.
11. М.И. Соловьев. Диссертация, ОИЯИ, Дубна 1964.
12. Экспериментальная ядерная физика (под редакцией Э. Сегре), ИЛ, Москва.

Рукопись поступила в издательский отдел
20 октября 1965 г.

I - знак порядка, цифра "4" означает "-", цифра "0" - "+"
II - порядок числа