ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

Р - 2338

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Нгуен Ван Хьеу и Фам Куи Ты

О СТРУКТУРЕ ВЕРШИННЫХ ЧАСТЕЙ В СИММЕТРИЯХ SL (6) И $\tilde{U}(12)$

1965

Р - 2338

Нгуен Ван Хьеу и Фам Куи Ты

О СТРУКТУРЕ ВЕРШИННЫХ ЧАСТЕЙ В СИММЕТРИЯХ SL (6) И $\tilde{U}$(12)

Направлено в ЯФ

В ряде работ [1-7] были предложены группы симметрии $SL(6)$ и $\tilde{\tilde{U}}(12)$ в качестве релятивистских обобщений симметрии $SU(6)$. В настоящей работе мы изучаем связь между этими группами, а также между их представлениями. Полученные результаты затем применяем к изучению структуры вершин в этих симметриях.

Напомним, что генераторами группы $SL(6)$ является 71 матрица

$$\lambda^i, \quad \sigma_{\mu\nu}, \quad \lambda^i\sigma_{\mu\nu}, \quad \gamma_5 \quad \text{и} \quad \lambda^i\gamma_5 \qquad i = 1,2,\ldots, 8$$

$$\sigma_{\mu\nu} = \frac{\gamma_\mu\gamma_\nu - \gamma_\nu\gamma_\mu}{2i} \qquad \mu,\nu = 1,2,3,4 \quad ,$$

в то время как группа $\tilde{\tilde{U}}(12)$ имеет следующие 143 генератора:

$$\lambda^i, \sigma_{\mu\nu}, \lambda^i\sigma_{\mu\nu}, \gamma_5, \lambda^i\gamma_5, \gamma_\mu, \lambda^i\gamma_\mu, \gamma_\mu, \lambda^i\gamma_\mu, \gamma_\mu\gamma_5, \lambda^i\gamma_\mu\gamma_5 .$$

Это означает, в частности, что группа $SL(6)$ является подгруппой группы $\tilde{\tilde{U}}(12)$ и каждое неприводимое представление группы $\tilde{\tilde{U}}(12)$, вообще говоря, содержит некоторые неприводимые представления группы $SL(6)$. Мы проиллюстрируем это заключение четырьмя простыми примерами: 6-плет, 36-плет, 56-плет и 70-плет.

В симметрии $SL(6)$ состояния 6-плета (кварка) характеризуются спинорами ϕ^A и $\chi^{\dot{A}}$, образующими различные представления группы $SL(6)$, а в симметрии $\tilde{\tilde{U}}(12)$ состояния 6-плета характеризуются одним неприводимым представлением $\psi^{\mathfrak{A}}$. Это неприводимое представление группы $\tilde{\tilde{U}}(12)$ распадается на два неприводимых представления группы $SL(6)$: ϕ^A и $\chi^{\dot{A}}$.

$$\Psi^{\mathfrak{A}} = \begin{pmatrix} \phi^A \\ \chi^{\dot{A}} \end{pmatrix} . \qquad (1)$$

В симметрии $SL(6)$ состояния 35-плета описываются спинорами ϕ_B^A, $\phi_{\dot{B}}^A$, $\phi_B^{\dot{A}}$ и $\phi_{\dot{B}}^{\dot{A}}$, связанными между собой волновыми уравнениями, причем

$$\phi_A^A = \phi_{\dot{A}}^{\dot{A}} = 0 . \qquad (2)$$

С другой стороны, т.к. присоединенное представление $\Phi_{B}^{\mathcal{A}}$ группы $\tilde{U}(12)$ описывает не 35-плет, а 36-плет, как это было отмечено в работе /11/, то естественно связать это представление не со спинорами 35-плета группы $SL(6)$, а со спинорами $\tilde{\phi}_{B}^{\ A}$, $\tilde{\phi}_{B}^{\ \dot{A}}$, $\tilde{\phi}_{\dot{B}}^{\ A}$ и $\tilde{\phi}_{\dot{B}}^{\ \dot{A}}$, описывающими 36-плет группы $L(6)$, для которых

$$\tilde{\phi}_{A}^{\ A} \neq 0 , \quad \tilde{\phi}_{\dot{A}}^{\ \dot{A}} \neq 0 . \tag{3}$$

Как было показано в работе /6/, спиноры $\tilde{\phi}_{B}^{\ A}$, $\tilde{\phi}_{\dot{B}}^{\ A}$, $\tilde{\phi}_{B}^{\ \dot{A}}$, и $\tilde{\phi}_{\dot{B}}^{\ \dot{A}}$ выражаются через физические волновые функции нонета векторных мезонов $(\xi_\mu)^{\alpha}_{\beta}$ и нонета псевдоскалярных мезонов $(\phi)^{\alpha}_{\beta}$ следующим образом:

$$\tilde{\phi}_{B}^{\ A} = -\tfrac{1}{2}\left(\frac{i\hat{p}}{m}\right)^{a}_{\ c}(\sigma_\mu)^{c}_{\ b}\,(\xi_\mu)^{\alpha}_{\beta} + \tfrac{1}{2}\delta^{a}_{b}\,(\phi)^{\alpha}_{\beta} ,$$
$$\tilde{\phi}_{B}^{\ \dot{A}} = \tfrac{1}{2}(\sigma_\mu)^{\dot{a}}_{\ b}(\xi_\mu)^{\alpha}_{\beta} - \tfrac{1}{2}\left(\frac{i\hat{p}}{m}\right)^{\dot{a}}_{\ b}(\phi)^{\alpha}_{\beta} \tag{4}$$

и аналогично для $\tilde{\phi}_{\dot{B}}^{\ \dot{A}}$ и $\tilde{\phi}_{\dot{B}}^{\ A}$, причем

$$(\xi_\mu)^{\alpha}_{\alpha} \neq 0 , \quad (\phi)^{\alpha}_{\alpha} \neq 0 . \tag{5}$$

Неприводимое представление $\Phi_{B}^{\mathcal{A}}$ группы $\tilde{U}(12)$, рассматриваемое как представление подгруппы $L(6)$, является приводимым и распадается на четыре неприводимых представления $\tilde{\phi}_{B}^{\ A}$, $\tilde{\phi}_{\dot{B}}^{\ A}$, $\tilde{\phi}_{B}^{\ \dot{A}}$, $\tilde{\phi}_{\dot{B}}^{\ \dot{A}}$:

$$\Phi_{\mathcal{B}}^{\mathcal{A}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \tilde{\phi}_{B}^{\ A} & \tilde{\phi}_{\dot{B}}^{\ A} \\ \tilde{\phi}_{B}^{\ \dot{A}} & \tilde{\phi}_{\dot{B}}^{\ \dot{A}} \end{pmatrix} . \tag{6}$$

Подставляя выражения (4) в правую часть соотношения (6) и вводя матрицы Дирака

$$\gamma_\mu = \begin{pmatrix} 0 & (\sigma_\mu)^{a}_{\ \dot{b}} \\ (\sigma_\mu)^{\dot{a}}_{\ b} & 0 \end{pmatrix} , \tag{7}$$

мы получим известное выражение для $\Phi_{\mathcal{B}}^{\mathcal{A}}$ (см. /7/)

$$\Phi_{\mathcal{B}}^{\mathcal{A}} = \frac{1}{2\sqrt{2}}\left\{\left[\left(1-\frac{i\hat{p}}{m}\right)\gamma_5\right]^{(a\dot{a})}_{(b\dot{b})}(\phi)^{\alpha}_{\beta} + \left[\left(1-\frac{i\hat{p}}{m}\right)\gamma_\mu\right]^{(a\dot{a})}_{(b\dot{b})}(\xi_\mu)^{\alpha}_{\beta}\right\} . \tag{8}$$

Рассмотрим теперь 56-плет, описываемый в симметрии $\tilde{U}(12)$ симметричным спинором $\Psi^{\{\mathcal{A}\mathcal{B}\mathcal{C}\}}$, а в симметрии $SL(6)$ спинорами $\phi^{\{ABC\}}$, $\phi^{\{AB\}\dot{C}}$, $\phi^{A\{\dot{B}\dot{C}\}}$ и $\phi^{\{\dot{A}\dot{B}\dot{C}\}}$, связанными волновыми уравнениями. Спинор $\Psi^{\{\mathcal{A}\mathcal{B}\mathcal{C}\}}$ рассматриваемый как представление группы $SL(6)$ или $L(6)$, распадается на представления $\phi^{\{ABC\}}$, $\phi^{\{AB\}\dot{C}}$, $\phi^{A\{\dot{B}\dot{C}\}}$ и $\phi^{\{\dot{A}\dot{B}\dot{C}\}}$. Причем $\phi^{\{ABC\}}$ и $\phi^{\{\dot{A}\dot{B}\dot{C}\}}$ входят в $\Psi^{\{\mathcal{A}\mathcal{B}\mathcal{C}\}}$ по одному разу, а $\phi^{\{AB\}\dot{C}}$ и $\phi^{A\{\dot{B}\dot{C}\}}$ входят в $\Psi^{\{\mathcal{A}\mathcal{B}\mathcal{C}\}}$ по три раза. Мы имеем, например;

$$\Psi^{\{\mathcal{A}\mathcal{B}\mathcal{C}\}} = \begin{cases} \phi^{\{ABC\}} , & \text{если} \quad \mathcal{A} = A , \ \mathcal{B} = B , \ \mathcal{C} = C , \\ \phi^{\{\dot{A}\dot{B}\dot{C}\}} , & \text{если} \quad \mathcal{A} = \dot{A} , \ \mathcal{B} = \dot{B} , \ \mathcal{C} = \dot{C} , \\ \phi^{\{AB\}\dot{C}} , & \text{если} \quad \mathcal{A} = A , \ \mathcal{B} = B , \ \mathcal{C} = \dot{C} , \\ \phi^{\{AC\}\dot{B}} , & \text{если} \quad \mathcal{A} = A , \ \mathcal{B} = \dot{B} , \ \mathcal{C} = C , \end{cases}$$

и т.д.

Спиноры $\phi^{\{ABC\}}$, $\phi^{\{\dot{A}\dot{B}\dot{C}\}}$, $\phi^{\{AB\}\dot{C}}$ и $\phi^{A\{\dot{B}\dot{C}\}}$ выражаются через физические волновые функции октета со спином 1/2 и декуплета со спином 3/2 следующим образом:

$$\phi^{\{ABC\}} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\frac{i\hat{p}}{m}\right)^{cd}(\sigma_\mu)^{b}_{\ d}\,\phi_{\mu}^{a,\alpha\beta\gamma} + \frac{1}{3\sqrt{2}}\{e^{ab}\,\epsilon^{\alpha\beta\delta}\,\phi_{\delta}^{c,\gamma} +$$
$$+ e^{bc}\,\epsilon^{\beta\gamma\delta}\,\phi_{\delta}^{a,\alpha} + e^{ac}\,\epsilon^{\alpha\gamma\delta}\,\phi_{\delta}^{b,\beta}\} ;$$
$$\tag{9}$$
$$\phi^{\{AB\}\dot{C}} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\sigma_\mu)^{b\dot{c}}\,\phi_{\mu}^{a,\alpha\beta\gamma} + \frac{1}{3\sqrt{2}}\{e^{ab}\,\epsilon^{\alpha\beta\delta}\,\chi_{\delta}^{\dot{c},\gamma} +$$
$$+ \left(\frac{i\hat{p}}{m}\right)^{b\dot{c}}\epsilon^{\beta\gamma\delta}\,\phi_{\delta}^{a,\alpha} + \left(\frac{i\hat{p}}{m}\right)^{a\dot{c}}\epsilon^{\alpha\gamma\delta}\,\phi_{\dot{\delta}}^{b,\beta}\}$$

и аналогично для $\phi^{A\{\dot{B}\dot{C}\}}$ и $\phi^{\{\dot{A}\dot{B}\dot{C}\}}$, где ϕ^{α}_{β}, χ^{α}_{β}, $\phi_{\mu}^{\alpha\beta\gamma}$ и $\chi_{\mu}^{\alpha\beta\gamma}$ – двухкомпонентные спиноры и спин-тензоры в физических волновых функциях октета и декуплета:

$$\Psi^{\alpha}_{\beta} = \begin{cases} \phi_{\beta}^{1,\alpha} \\ \phi_{\beta}^{\dot{2},\alpha} \\ \chi_{\beta}^{1,\alpha} \\ \chi_{\beta}^{2,\alpha} \end{cases} , \quad \Psi_{\mu}^{\alpha\beta\gamma} = \begin{cases} \phi_{\mu}^{1,\alpha\beta\gamma} \\ \phi_{\mu}^{2,\alpha\beta\gamma} \\ \chi_{\mu}^{1,\alpha\beta\gamma} \\ \chi_{\mu}^{2,\alpha\beta\gamma} \end{cases} \tag{10}$$

Совокупность всех соотношений (9) эквивалентна выражению для $\Psi^{\{\mathfrak{A}\mathfrak{B}\mathfrak{C}\}}$, данному в работе [7]:

$$\Psi^{\{\mathfrak{A}\mathfrak{B}\mathfrak{C}\}} = \frac{1}{2\sqrt{2}}[(1-\frac{i\hat{p}}{m})\gamma_\mu C]^{(b\dot{b},\,o\dot{o})}\Psi_\mu^{(a\dot{a}),\alpha\beta\gamma} +$$

$$+\frac{1}{6\sqrt{2}}\{[(1-\frac{i\hat{p}}{m})\gamma_5 C)]^{(a\dot{a},\,b\dot{b})}\epsilon^{\alpha\beta\delta}\Psi_\delta^{(o\dot{o}),\gamma}+[(1-\frac{i\hat{p}}{m})\gamma_5 C]^{(b\dot{b},o\dot{o})}\epsilon^{\beta\gamma\delta}\Psi^{(a\dot{a}),\alpha}+ \tag{11}$$

$$+[(1-\frac{i\hat{p}}{m})\gamma_5 C]^{(o\dot{o},a\dot{a})}\epsilon^{\gamma\tau\delta}\Psi_\delta^{(b\dot{b}),\beta}\}\ .$$

Отметим, что если γ_μ выбрано в виде (38), то матрица зарядового сопряжения запишется так:

$$C = \begin{pmatrix} e_b^a & 0 \\ 0 & e_{\dot{b}}^{\dot{a}} \end{pmatrix}, \tag{12}$$

где $e_b^a = e^{ab}$, $e_{\dot{b}}^{\dot{a}} = e^{\dot{a}\dot{b}}$.

Аналогично неприводимое представление $\Psi^{[\mathfrak{A}\mathfrak{B}]\mathfrak{C}}$ группы $\tilde{U}(12)$, удовлетворяющее тождеству

$$\Psi^{[\mathfrak{A}\mathfrak{B}]\mathfrak{C}} + \Psi^{[\mathfrak{B}\mathfrak{C}]\mathfrak{A}} + \Psi^{[\mathfrak{C}\mathfrak{A}]\mathfrak{B}} = 0, \tag{13}$$

распадается на неприводимые представления x/ $\phi^{[AB]C}$, $\phi^{[AB]\dot{C}}$, $\phi^{[A\dot{B}]C}$, $\phi^{[\dot{A}\dot{B}]C}$, $\phi^{[A\dot{B}]\dot{C}}$ и $\phi^{[\dot{A}\dot{B}]\dot{C}}$ группы SL(6), описывающие состояние 70-плета, причем $\phi^{[AB]C}$ и $\phi^{[\dot{A}\dot{B}]\dot{C}}$ удовлетворяют соотношению типа (13) и входят в $\Psi^{[\mathfrak{A}\mathfrak{B}]\mathfrak{C}}$ по одному разу. $\phi^{[A\dot{B}]C}$ и $\phi^{[A\dot{B}]\dot{C}}$ – по два раза, а $\phi^{[\dot{A}\dot{B}]C}$ и $\phi^{[AB]\dot{C}}$ – по одному разу.

Спиноры $\phi^{[AB]C}$, $\phi^{[AB]\dot{C}}$ ... выражаются через двухкомпонентные спиноры ϕ_β^α, χ_β^α и спин-тензоры $\phi_{\mu,\beta}^\alpha$ в физических волновых функциях октета и спиноры $\phi^{\alpha\beta\gamma}$, $\chi^{\alpha\beta\gamma}$ в физических функциях декуплета следующим образом:

---

x/ Скобки в $\phi^{[A\dot{B}]C}$ и $\phi^{[\dot{A}B]C}$ означают, что эти стороны антисимметричны по A и B в системе покоя, а не в любой системе.

$$\phi^{[AB]C} = \frac{1}{6}\epsilon^{\alpha\beta\gamma}(\Psi^{a} e^{bc} + \Psi^{b} e^{ac}) + \frac{1}{\sqrt{6}}(\epsilon^{\beta\gamma\delta}\Psi^{a,a}_{\delta} e^{bc} + \epsilon^{\gamma a\delta}\Psi^{b,\beta}_{\delta} e^{ac}) +$$

$$+ \frac{1}{\sqrt{2}}\Psi^{c,\alpha\beta\gamma} e^{ab} + \tfrac{1}{2}\epsilon^{\alpha\beta\delta}\left(-\frac{i\hat{p}}{m}\right)^{c}_{d}(\sigma_{\mu})^{bd}\Psi^{a,\gamma}_{\mu,\delta}, \qquad (14)$$

$$\phi^{[\dot{A}B]C} = \frac{1}{6}\epsilon^{\alpha\beta\gamma}\left[\left(\frac{i\hat{p}}{m}\right)^{\dot{c}b}\Psi^{a} + \left(\frac{i\hat{p}}{m}\right)^{\dot{c}a}\Psi^{b}\right] +$$

$$+ \frac{1}{\sqrt{6}}\left[\epsilon^{\beta\gamma\delta}\left(\frac{i\hat{p}}{m}\right)^{\dot{c}b}\Psi^{a,\alpha} + \epsilon^{\gamma a\delta}\left(\frac{i\hat{p}}{m}\right)^{\dot{c}a}\Psi^{b,\beta}_{\delta}\right] + \frac{1}{\sqrt{2}}\chi^{\dot{c},\alpha\beta\gamma} e^{\dot{a}b} + \tfrac{1}{2}\epsilon^{\alpha\beta\delta}(\sigma_{\mu})^{\dot{c}b}\Psi^{a,\gamma}_{\mu,\delta}$$

и т.д. . . .

Первое соотношение в сущности есть формула разложения волновых функций 70-плета $SU(6)$, данная в работе /8/. Совокупность всех формул (14) эквивалентна следующему выражению для $\Psi^{[\mathfrak{A}\mathfrak{B}]\mathfrak{C}}$, данному в работе /9/:

$$\Psi^{[\mathfrak{A}\mathfrak{B}]\mathfrak{C}} = \tfrac{1}{2}\left[\left(1-\frac{i\hat{p}}{m}\right)\gamma_{\mu}C\right]^{(a\dot{a},b\dot{b})}\epsilon^{\alpha\beta\delta}\Psi^{(c\dot{c}),\gamma}_{\mu,\delta} +$$

$$+ \frac{1}{\sqrt{2}}\left[\left(1-\frac{i\hat{p}}{m}\right)\gamma_{5}C\right]^{(a\dot{a},b\dot{b})}\Psi^{(c\dot{c}),\alpha\beta\gamma} + \frac{1}{\sqrt{6}}\left\{\left[\left(1-\frac{i\hat{p}}{m}\right)\gamma_{5}C\right]^{(b\dot{b},c\dot{c})}\epsilon^{\beta\gamma\delta}\Psi^{(a\dot{a}),\alpha}_{\delta} +\right.$$

$$\left.+\left[\left(1-\frac{i\hat{p}}{m}\right)\gamma_{5}C\right]^{(a\dot{a},c\dot{c})}\epsilon^{\gamma a\delta}\Psi^{b\dot{b},\beta}_{\delta}\right\} + \frac{1}{6}\epsilon^{\alpha\beta\gamma}\left\{\left[\left(1-\frac{i\hat{p}}{m}\right)\gamma_{5}C\right]^{a\dot{a},c\dot{c}}\Psi^{b\dot{b}} + \right. \qquad (15)$$

$$\left.+\left[\left(1-\frac{i\hat{p}}{m}\right)\gamma_{5}C\right]^{(b\dot{b},c\dot{c})}\Psi^{a\dot{a}}\right\}.$$

Амплитуда рассеяния или матричные элементы токов, инвариантные относительно группы $\tilde{U}(12)$, содержат явно спиноры этой группы $\Psi^{\{\mathfrak{A}\mathfrak{B}\mathfrak{C}\}}$, $\Psi^{\{\mathfrak{A}\mathfrak{B}\}\mathfrak{C}}$, $\Phi^{\mathfrak{A}}_{\mathfrak{B}}$ и т.д., а амплитуды рассеяния или матричные элементы токов в симметрии $SL(6)$ содержат явно спиноры группы $SL(6)$: $\phi^{\{ABC\}}$, $\phi^{\{\dot{A}BC\}}$ ..... $\phi^{[AB]C}$ ... ϕ^{A}_{B} ... Найденная связь между спинорами этих групп позволяет выразить амплитуды рассеяния и матричные элементы токов, инвариантные относительно группы $SL(6)$, через волновые функции $\Psi^{\{\mathfrak{A}\mathfrak{B}\mathfrak{C}\}}$, $\Psi^{\{\mathfrak{A}\mathfrak{B}\}\mathfrak{C}}$, $\Phi^{\mathfrak{A}}_{\mathfrak{B}}$ и т.д., т.е. через спиноры группы $\tilde{U}(12)$. Мы проиллюстрируем это двумя примерами.

Рассмотрим прежде всего выражения для матричных элементов токов $J^{A}_{\dot{B}}$ и $J'^{\dot{A}}_{B}$ для 56-плета. Эти матричные элементы преобразуются как соответствующие спиноры относительно группы SL(6) и являются билинейными комбинациями волновых функций $\phi^{\{ABC\}}$, $\phi^{\{AB\dot{C}\}}$, $\phi^{\{A\dot{B}\dot{C}\}}$ и $\phi^{\{\dot{A}\dot{B}\dot{C}\}}$. Применяя метод работы [10], мы получили выражения этих матричных элементов токов:

$$J^{A}_{\dot{B}} = \sum_{i=1}^{9} f_i (I_i)^{A}_{\dot{B}}\,, \qquad J'^{\dot{A}}_{B} = \sum_{i=1}^{9} f_i (I'_i)^{\dot{A}}_{B}\,, \tag{16}$$

где

$$(I_1)^{A}_{\dot{B}} = \bar{\phi}_{\dot{B}CD}\,\phi^{ACD} + \bar{\phi}_{B\dot{C}\dot{D}}\,\phi^{A\dot{C}\dot{D}},$$

$$(I_2)^{A}_{\dot{B}} = \bar{\phi}_{\dot{B}\dot{C}D}\,\phi^{AD\dot{C}},$$

$$(I_3)^{A}_{\dot{B}} = \bar{\phi}_{CDE}\,\phi^{ACD}(i\hat{P})^{E}_{\dot{B}} + \bar{\phi}_{\dot{B}\dot{C}\dot{D}}\,\phi^{\dot{C}\dot{D}\dot{E}}(i\hat{Q})^{A}_{\dot{E}},$$

$$(I_4)^{A}_{\dot{B}} = \bar{\phi}_{CE\dot{D}}\,\phi^{AC\dot{D}}(i\hat{P})^{E}_{\dot{B}} + \bar{\phi}_{C\dot{B}\dot{D}}\,\phi^{C\dot{E}\dot{D}}(i\hat{Q})^{A}_{\dot{E}},$$

$$(I_5)^{A}_{\dot{B}} = \bar{\phi}_{\dot{C}\dot{D}E}\,\phi^{A\dot{C}\dot{D}}(i\hat{P})^{E}_{\dot{B}} + \bar{\phi}_{\dot{B}CD}\,\phi^{CD\dot{E}}(i\hat{Q})^{A}_{\dot{E}},$$

$$(I_6)^{A}_{\dot{B}} = \bar{\phi}_{CDE}\,\phi^{CDE}(i\hat{P}+i\hat{Q})^{A}_{\dot{B}} + \bar{\phi}_{\dot{C}\dot{D}\dot{E}}\,\phi^{\dot{C}\dot{D}\dot{E}}(i\hat{P}+i\hat{Q})^{A}_{\dot{B}}, \tag{17}$$

$$(I_7)^{A}_{\dot{B}} = \bar{\phi}_{\dot{C}DE}\,\phi^{\dot{C}DE}(i\hat{P}+i\hat{Q})^{A}_{\dot{B}} + \bar{\phi}_{\dot{C}\dot{D}E}\,\phi^{\dot{C}\dot{D}E}(i\hat{P}+i\hat{Q})^{A}_{\dot{B}},$$

$$(I_8)^{A}_{\dot{B}} = \bar{\phi}_{CDE}\,\phi^{CD\dot{F}}(i\hat{Q})^{A}_{\dot{F}}(i\hat{P})^{E}_{\dot{B}} + \bar{\phi}_{\dot{C}\dot{D}E}\,\phi^{\dot{C}\dot{D}\dot{F}}(i\hat{Q})^{A}_{\dot{F}}(i\hat{P})^{E}_{\dot{B}},$$

$$(I_9)^{A}_{\dot{B}} = \bar{\phi}_{\dot{C}DE}\,\phi^{D\dot{C}\dot{F}}(i\hat{Q})^{A}_{\dot{F}}(i\hat{P})^{E}_{\dot{B}},$$

где P и Q – 4-импульсы начального и конечного состояния, а $(I'_i)^{\dot{A}}_{B}$ получается из $(I_i)^{A}_{\dot{B}}$ при помощи пространственного отражения.

Для удобства введем новые величины:

$$J^{\mathfrak{A}}_{\mathfrak{B}} = \begin{pmatrix} 0 & J^{A}_{\dot{B}} \\ J'^{\dot{A}}_{B} & 0 \end{pmatrix}, \qquad I^{\mathfrak{A}}_{\mathfrak{B}} = \begin{pmatrix} 0 & I^{A}_{\dot{B}} \\ I'^{\dot{A}}_{B} & 0 \end{pmatrix}, \tag{18}$$

тогда

$$J^{\mathfrak{A}}_{\mathfrak{B}} = \sum_{i=1}^{9} f_i\,(I_i)^{\mathfrak{A}}_{\mathfrak{B}}\,. \tag{19}$$

Легко доказать, что 9 независимых амплитуд $(I_i)^{\mathfrak{A}}_{\mathfrak{B}}$ можем выразить через следующие комбинации, билинейные по Ψ и содержащие матрицы γ_5 четное число раз:

$$(I_i)^{\mathfrak{A}}_{\mathfrak{B}}\,h = \sum_{j=1}^{9} a_{ij}\,(M_j)^{\mathfrak{A}}_{\mathfrak{B}}\,, \tag{20}$$

$$(M_1)^{\mathfrak{A}}_{\mathfrak{B}} = \bar{\Psi}_{\mathfrak{B}\mathfrak{C}\mathfrak{D}}\,\Psi^{\mathfrak{A}\mathfrak{C}\mathfrak{D}},$$

$$(M_2)^{\mathfrak{A}}_{\mathfrak{B}} = \bar{\Psi}_{\mathfrak{B}\mathfrak{C}\mathfrak{D}}\,\Psi^{\mathfrak{A}\mathfrak{C}'\mathfrak{D}'}(\gamma_5)^{\mathfrak{C}}_{\mathfrak{C}'}(\gamma_5)^{\mathfrak{D}}_{\mathfrak{D}'},$$

$$(M_3)^{\mathfrak{A}}_{\mathfrak{B}} = \bar{\Psi}_{\mathfrak{B}\mathfrak{C}\mathfrak{D}}\,\Psi^{\mathfrak{C}\mathfrak{D}\mathfrak{E}}(i\hat{Q})^{\mathfrak{A}}_{\mathfrak{E}} + \bar{\Psi}_{\mathfrak{C}\mathfrak{D}\mathfrak{E}}\,\Psi^{\mathfrak{A}\mathfrak{C}\mathfrak{D}}(i\hat{P})^{\mathfrak{E}}_{\mathfrak{A}},$$

$$(M_4)^{\mathfrak{A}}_{\mathfrak{B}} = \bar{\Psi}_{\mathfrak{B}\mathfrak{C}\mathfrak{D}}\,\Psi^{\mathfrak{C}\mathfrak{D}'\mathfrak{E}}(i\hat{Q})^{\mathfrak{A}'}_{\mathfrak{E}}(\gamma_5)^{\mathfrak{A}}_{\mathfrak{A}'}(\gamma_5)^{\mathfrak{D}}_{\mathfrak{D}'} + \bar{\Psi}_{\mathfrak{E}\mathfrak{D}'\mathfrak{E}}\,\Psi^{\mathfrak{A}\mathfrak{C}\mathfrak{D}}(i\hat{P})^{\mathfrak{E}}_{\mathfrak{B}'}(\gamma_5)^{\mathfrak{B}'}_{\mathfrak{B}}(\gamma_5)^{\mathfrak{D}'}_{\mathfrak{D}}, \tag{21}$$

$$(M_5)^{\mathfrak{A}}_{\mathfrak{B}} = \bar{\Psi}_{\mathfrak{B}\mathfrak{E}\mathfrak{D}}\,\Psi^{\mathfrak{C}'\mathfrak{D}\mathfrak{E}}(i\hat{Q})^{\mathfrak{A}}_{\mathfrak{E}}(\gamma_5)^{\mathfrak{D}}_{\mathfrak{D}'}(\gamma_5)^{\mathfrak{C}}_{\mathfrak{C}'} + \bar{\Psi}_{\mathfrak{C}'\mathfrak{D}'\mathfrak{E}}\,\Psi^{\mathfrak{A}\mathfrak{C}\mathfrak{D}}(i\hat{P})^{\mathfrak{E}}_{\mathfrak{B}}(\gamma_5)^{\mathfrak{C}'}_{\mathfrak{C}}(\gamma_5)^{\mathfrak{D}'}_{\mathfrak{D}},$$

$$(M_6)^{\mathfrak{A}}_{\mathfrak{B}} = \bar{\Psi}_{\mathfrak{C}\mathfrak{D}\mathfrak{E}}\,\Psi^{\mathfrak{C}\mathfrak{D}\mathfrak{E}}(i\hat{P}+i\hat{Q})^{\mathfrak{A}}_{\mathfrak{B}},$$

$$(M_7)^{\mathfrak{A}}_{\mathfrak{B}} = \bar{\Psi}_{\mathfrak{C}\mathfrak{D}\mathfrak{E}}\,\Psi^{\mathfrak{C}'\mathfrak{D}'\mathfrak{E}}(i\hat{P}+i\hat{Q})^{\mathfrak{A}}_{\mathfrak{B}}(\gamma_5)^{\mathfrak{C}}_{\mathfrak{C}'}(\gamma_5)^{\mathfrak{D}}_{\mathfrak{D}'},$$

$$(M_8)^{\mathfrak{A}}_{\mathfrak{B}} = \bar{\Psi}_{\mathfrak{C}\mathfrak{D}\mathfrak{E}}\,\Psi^{\mathfrak{C}\mathfrak{D}\mathfrak{F}}(i\hat{Q})^{\mathfrak{A}}_{\mathfrak{F}}(i\hat{P})^{\mathfrak{E}}_{\mathfrak{B}},$$

$$(M_9)^{\mathfrak{A}}_{\mathfrak{B}} = \bar{\Psi}_{\mathfrak{CDE}}\Psi^{\mathfrak{EL'F}}(i\hat{Q})^{\mathfrak{A}}_{\mathfrak{F}}(i\hat{p})^{\mathfrak{E}}_{\mathfrak{B}}(\gamma_5)^{\mathfrak{E}}_{\mathfrak{E}'}(\gamma_5)^{\mathfrak{D}}_{\mathfrak{L}'} .$$

Отсюда следует, что токи в теории $SL(6)$ можно представить в виде

$$J^{\mathfrak{A}}_{\mathfrak{B}} = \sum_{i=1}^{9} F_i (M_i)^{\mathfrak{A}}_{\mathfrak{B}} . \qquad (22)$$

Между коэффициентами F_i в (52) и f_i в (50) имеются простые соотношения

$$\begin{aligned} &F_1 = \tfrac14(2f_1 + f_2), \quad F_4 = \tfrac12(f_3 - f_5), \quad F_7 = \tfrac12(f_6 - f_7),\\ &F_2 = \tfrac14(2f_1 - f_2), \quad F_5 = \tfrac14(f_3 - f_4 + f_5), \quad F_8 = \tfrac14(2f_8 + f_9),\\ &F_3 = \tfrac14(f_3 + f_4 + f_5), \quad F_6 = \tfrac14(f_6 + f_7), \quad F_9 = \tfrac14(2f_8 - f_9) . \end{aligned} \qquad (23)$$

Отметим, что среди девяти комбинаций M_i, участвующих в выражении $J^{\mathfrak{A}}_{\mathfrak{B}}$, только четыре, а именно, M_1, M_3, M_6 и M_8, инвариантны относительно преобразования группы $\tilde{U}(12)$, а остальные инвариантны только относительно группы $SL(6)$. Эти токи были рассмотрены в работе /11/.

Отметим, что в формулы (16) и (17) входят явно матрицы $(\sigma_\mu{}')^{\dot a}_{b}$ и $(\sigma_\mu)^{a}_{\dot b}$, а в формулы (22) и (23) входят матрицы Дирака. Поскольку техника матриц Дирака хорошо известна, то весьма удобно пользоваться формулами (22) и (23). Кроме того, в формулах (22) и (23) явно выделены члены, инвариантные относительно группы $\tilde{U}(12)$, и это оказывается весьма удобным при сравнении предсказаний симметрии $\tilde{U}(12)$ и $SL(6)$.

Переходим к рассмотрению вершинной части процесса распада 70-плета в 56-плет и 36-плет $L(6)$. Вершинная часть этого процесса является трилинейной комбинацией волновых функций $\phi^{\{ABC\}}\ldots$, $\phi^{[AB]C}\ldots$, и $\phi^{A}_{B}\ldots$ Из соображений инвариантности и уравнений для этих волновых функций следует, что она имеет следующий вид:

$$\Gamma(p,q) = \sum_{i=1}^{12} g_i \Gamma_i , \qquad (24)$$

где[x]

$$\Gamma_1 = \bar{\phi}_{\{BCD\}}\phi^{[AB]C}\overset{\approx}{\phi}{}^{D}_{A} - \bar{\phi}_{\{\dot B\dot C\dot D\}}\phi^{[\dot A\dot B]\dot C}\overset{\approx}{\phi}{}^{\dot D}_{\dot A} ,$$

$$\Gamma_2 = \bar{\phi}_{\{BC\dot D\}}\phi^{[AB]C}\overset{\approx}{\phi}{}^{\dot D}_{A} - \bar{\phi}_{\{\dot B\dot C D\}}\phi^{[\dot A\dot B]\dot C}\overset{\approx}{\phi}{}^{D}_{\dot A} ,$$

$$\Gamma_3 = \bar{\phi}_{\{BCD\}}\phi^{[\dot AB]C}\overset{\approx}{\phi}{}^{D}_{\dot A} - \bar{\phi}_{\{\dot B\dot C\dot D\}}\phi^{[A\dot B]\dot C}\overset{\approx}{\phi}{}^{\dot D}_{A} ,$$

---

[x] Скобки $\{\dot ABC\}$ (или $[\dot AB]C$), например, означают, что существует симметрия (или антисимметрия) между A и B только в системе покоя, а не в любой системе.

$$\Gamma_4 = \bar{\phi}_{\{\dot ABD\}}\phi^{[\dot AB]C}\overset{\approx}{\phi}{}^{D}_{C} - \bar{\phi}_{\{A\dot B\dot D\}}\phi^{[A\dot B]\dot C}\overset{\approx}{\phi}{}^{\dot D}_{\dot C} ,$$

$$\Gamma_5 = \bar{\phi}_{\{\dot ACD\}}\phi^{[\dot AB]C}\overset{\approx}{\phi}{}^{D}_{B} - \phi_{\{A\dot C\dot D\}}\phi^{[A\dot B]\dot C}\overset{\approx}{\phi}{}^{\dot D}_{\dot B} ,$$

$$\Gamma_6 = \bar{\phi}_{\{BC\dot D\}}\phi^{[\dot AB]C}\overset{\approx}{\phi}{}^{\dot D}_{\dot A} - \bar{\phi}_{\{\dot B\dot CD\}}\phi^{[A\dot B]\dot C}\overset{\approx}{\phi}{}^{D}_{A} ,$$

$$\Gamma_7 = \bar{\phi}_{\{\dot AB\dot D\}}\phi^{[\dot AB]C}\overset{\approx}{\phi}{}^{\dot D}_{C} - \bar{\phi}_{\{AB\dot D\}}\phi^{[A\dot B]\dot C}\overset{\approx}{\phi}{}^{D}_{\dot C} ,$$

$$\Gamma_8 = \bar{\phi}_{\{\dot AC\dot D\}}\phi^{[\dot AB]C}\overset{\approx}{\phi}{}^{\dot D}_{B} - \bar{\phi}_{\{A\dot CD\}}\phi^{[A\dot B]\dot C}\overset{\approx}{\phi}{}^{D}_{\dot B} ,$$

$$\Gamma_9 = \bar{\phi}_{\{\dot ACD\}}\phi^{[\dot A\dot B]C}\overset{\approx}{\phi}{}^{D}_{\dot B} - \bar{\phi}_{\{A\dot C\dot D\}}\phi^{[AB]\dot C}\overset{\approx}{\phi}{}^{\dot D}_{B} , \qquad (25)$$

$$\Gamma_{10} = \bar{\phi}_{\{\dot AC\dot D\}}\phi^{[\dot A\dot B]C}\overset{\approx}{\phi}{}^{\dot D}_{\dot B} - \bar{\phi}_{\{A\dot CD\}}\phi^{[AB]\dot C}\overset{\approx}{\phi}{}^{D}_{B} ,$$

$$\Gamma_{11} = \bar{\phi}_{\{\dot ABC\}}\phi^{[\dot AB]C}\overset{\approx}{\phi}{}^{D}_{D} - \bar{\phi}_{\{A\dot B\dot C\}}\phi^{[A\dot B]\dot C}\overset{\approx}{\phi}{}^{\dot D}_{\dot D} ,$$

$$\Gamma_{12} = \bar{\phi}_{\{\dot AB\dot C\}}\phi^{[\dot AB]\dot C}\overset{\approx}{\phi}{}^{D}_{D} - \bar{\phi}_{\{A\dot BC\}}\phi^{[A\dot B]C}\overset{\approx}{\phi}{}^{\dot D}_{\dot D} .$$

Как и в случае матричных элементов токов для 56-плета, можно показать, что $\Gamma(p,q)$ в теории симметрии $L(6)$ может выражаться через трилинейные комбинации волновых функций в теории $\tilde{U}(12)$ с участием нечетного числа матриц γ_5

$$\Gamma = \sum_{i=1}^{12} G_i \Lambda_i , \qquad (26)$$

где Λ_i имеют вид:

$$\Lambda_1 = \mathfrak{L}^{\mathfrak{A}'\mathfrak{BCD}}_{\mathfrak{ACDB}}(\gamma_5)^{\mathfrak{A}}_{\mathfrak{A}'} , \quad \Lambda_2 = \mathfrak{L}^{\mathfrak{AB}'\mathfrak{CD}}_{\mathfrak{ACDB}}(\gamma_5)^{\mathfrak{B}}_{\mathfrak{B}'} ,$$

$$\Lambda_3 = \mathfrak{L}^{\mathfrak{ABC}'\mathfrak{D}}_{\mathfrak{ACDB}}(\gamma_5)^{\mathfrak{E}}_{\mathfrak{E}'} , \quad \Lambda_4 = \mathfrak{L}^{\mathfrak{ABCD}'}_{\mathfrak{ACDB}}(\gamma_5)^{\mathfrak{D}}_{\mathfrak{D}'} ,$$

$$\Lambda_5 = \mathfrak{L}^{\mathfrak{A}'\mathfrak{B}'\mathfrak{C}'\mathfrak{D}}_{\mathfrak{ACDB}}(\gamma_5)^{\mathfrak{A}}_{\mathfrak{A}'}(\gamma_5)^{\mathfrak{B}}_{\mathfrak{B}'}(\gamma_5)^{\mathfrak{C}}_{\mathfrak{C}'} . \qquad (27)$$

$$\Lambda_6 = \mathfrak{L}^{\mathfrak{A}'\mathfrak{B}'\mathfrak{C}'\mathfrak{D}'}_{\mathfrak{A}\mathfrak{C}\mathfrak{D}\mathfrak{B}} (\gamma_5)^{\mathfrak{D}}_{\mathfrak{D}'} (\gamma_5)^{\mathfrak{B}}_{\mathfrak{B}'} (\gamma_5)^{\mathfrak{C}}_{\mathfrak{C}'} ,$$

$$\Lambda_7 = \mathfrak{L}^{\mathfrak{A}'\mathfrak{B}'\mathfrak{C}'\mathfrak{D}'}_{\mathfrak{A}\mathfrak{C}\mathfrak{D}\mathfrak{B}} (\gamma_5)^{\mathfrak{C}}_{\mathfrak{C}'} (\gamma_5)^{\mathfrak{D}}_{\mathfrak{D}'} (\gamma_5)^{\mathfrak{A}}_{\mathfrak{A}'} ,$$

$$\Lambda_8 = \mathfrak{L}^{\mathfrak{A}'\mathfrak{B}'\mathfrak{C}'\mathfrak{D}'}_{\mathfrak{A}\mathfrak{C}\mathfrak{D}\mathfrak{B}} (\gamma_5)^{\mathfrak{D}}_{\mathfrak{D}'} (\gamma_5)^{\mathfrak{A}}_{\mathfrak{A}'} (\gamma_5)^{\mathfrak{B}}_{\mathfrak{B}'} ,$$

$$\Lambda_9 = \mathfrak{L}^{\mathfrak{A}'\mathfrak{B}\mathfrak{C}\mathfrak{D}}_{\mathfrak{A}\mathfrak{B}\mathfrak{D}\mathfrak{C}} (\gamma_5)^{\mathfrak{A}}_{\mathfrak{A}'} .$$

$$\Lambda_{10} = \mathfrak{L}^{\mathfrak{A}\mathfrak{B}'\mathfrak{C}'\mathfrak{D}'}_{\mathfrak{A}\mathfrak{B}\mathfrak{D}\mathfrak{C}} (\gamma_5)_{\mathfrak{B}'} (\gamma_5)_{\mathfrak{C}'} (\gamma_5)_{\mathfrak{D}'} .$$

$$\Lambda_{11} = \mathfrak{L}^{\mathfrak{A}'\mathfrak{B}\mathfrak{C}\mathfrak{D}}_{\mathfrak{A}\mathfrak{B}\mathfrak{C}\mathfrak{D}} (\gamma_5)^{\mathfrak{A}}_{\mathfrak{A}'} .$$

$$\Lambda_{12} = \mathfrak{L}^{\mathfrak{A}\mathfrak{B}'\mathfrak{C}'\mathfrak{D}'}_{\mathfrak{A}\mathfrak{B}\mathfrak{C}\mathfrak{D}} (\gamma_5)^{\mathfrak{B}}_{\mathfrak{B}'} (\gamma_5)^{\mathfrak{C}}_{\mathfrak{C}'} (\gamma_5)^{\mathfrak{D}}_{\mathfrak{D}'} .$$

где

$$\mathfrak{L}^{\mathfrak{A}\mathfrak{B}\mathfrak{C}\mathfrak{D}}_{\mathfrak{E}\mathfrak{F}\mathfrak{G}\mathfrak{H}} = \bar{\Psi}_{\mathfrak{E}\mathfrak{F}\mathfrak{G}} \Psi^{\mathfrak{A}\mathfrak{B}\mathfrak{C}} \Phi^{\mathfrak{D}}_{\mathfrak{H}} .$$

Между коэффициентами G_i в (27) и g_i (24) существуют простые соотношения:

$$G_1 = \frac{1}{8} \sum_{i=1}^{8} g_i ,$$

$$G_2 = \frac{1}{8}(g_1 - g_2 + g_3 + g_4 - g_5 - g_6 + g_7 - g_8) ,$$

$$G_3 = \frac{1}{8}(g_1 + g_2 - g_3 + g_4 - g_5 + g_6 - g_7 - g_8) ,$$

$$G_4 = \frac{1}{8}(g_1 + g_2 + g_3 - g_4 + g_5 - g_6 - g_7 - g_8) ,$$

$$G_5 = \frac{1}{8}(g_1 - g_2 - g_3 + g_4 + g_5 - g_6 - g_7 + g_8) , \qquad (28)$$

$$G_6 = \frac{1}{8}(g_1 - g_2 - g_3 - g_4 + g_5 + g_6 + g_7 - g_8) ,$$

$$G_7 = \frac{1}{8}(g_1 + g_2 - g_3 - g_4 - g_5 - g_6 + g_7 + g_8) ,$$

$$G_8 = \frac{1}{8}(g_1 - g_2 + g_3 - g_4 - g_5 + g_6 - g_7 + g_8) ,$$

$$G_9 = \tfrac{1}{2}(g_9 + g_{10}) ,$$

$$G_{10} = \tfrac{1}{2}(g_{10} - g_9) ,$$

$$G_{11} = \tfrac{1}{2}(g_{11} + g_{12}) ,$$

$$G_{12} = \tfrac{1}{2}(g_{11} - g_{12}) .$$

Отметим, что комбинации в (57) инвариантны только относительно группы $SL(6)$

и неинвариантны относительно группы $\tilde{U}(12)$, так как все они содержат матрицу γ_5 один из генераторов группы $\tilde{U}(12)$.

Рассмотрим, наконец, одночастичные вершины, связанные с распадами

$$\pi^+ \longrightarrow \mu^+ + \nu , \qquad (29)$$

$$\rho^0 \longrightarrow e^+ + e^- , \mu^+ + \mu^- , \qquad (30)$$

$$\omega \longrightarrow e^+ + e^- , \mu^+ + \mu^- , \qquad (31)$$

$$\phi \longrightarrow e^+ + e^- , \mu^+ + \mu^- . \qquad (32)$$

Покажем, что в симметрии $SL(6)$ или $\tilde{U}(12)$ матричные элементы всех этих процессов выражаются через одну неизвестную константу.

В универсальной $V-A$ – теории слабых взаимодействий матричный элемент лептонного распада псевдоскалярного мезона

$$(PS)^+ \rightarrow \ell^+ + \nu \qquad (I)$$

имеет вид

$$M_I = \frac{G}{\sqrt{2}} \bar{u}_\nu \gamma_\mu (1 + \gamma_5) v_\ell < 0 | j^A_\mu | (PS) > , \qquad (33)$$

где j^A_μ – аксиальный ток. Из соображений инвариантности следует, что

$$< 0 | j^A_\mu | (PS) > = \frac{ik_\mu}{m_{PS}} f^{PS} \phi , \qquad (34)$$

где k, m_{PS} и ϕ – импульс, масса и волновая функция псевдоскалярных мезонов, а f^{PS} – некоторая константа. Вероятность распада (I) равна

$$W_I = \frac{G^2}{2\pi} m_{PS} \left(\frac{m_\ell}{m_{PS}}\right)^2 \left[1 - \left(\frac{m_\ell}{m_{PS}}\right)^2\right] | f^{PS} |^2 , \qquad (35)$$

где m_ℓ –масса заряженного лептона в распаде (I). Что касается распада векторного мезона

$$V \rightarrow \ell^+ + \ell^- , \qquad (II)$$

то в низшем порядке по электромагнитному взаимодействию мы имеем матричный элемент

$$M_{II} = e^2 \bar{u}_\ell \gamma_\mu u_\ell \frac{1}{m_v^2} < 0 | j^e_\mu | V > , \qquad (36)$$

$$<0|j^{\circ}_{\mu}|V> = f^{V}\xi_{\mu}\ , \tag{37}$$

где m_V и ξ_μ –масса и волновая функция векторного мезона, а f^V – некоторая константа. Вероятность распада (II) равна

$$W_{II} = \frac{4\pi a^2}{3}\frac{1}{m_V^3}\left[1+2\left(\frac{m_\ell}{m_V}\right)\right]\left[1-4\left(\frac{m_\ell}{m_V}\right)^2\right]|f^V|^2\ . \tag{38}$$

В теории симметрии $SL(6)$ электромагнитный ток j°_{μ} в (36) и аксиальный ток слабых взаимодействий j^A_μ в (35) являются различными компонентами ковариантных токов $J^A_{\dot B}$ и $J^{\dot A}_B$, $A=(a,\alpha)$, $a=1,2$, $\alpha=1,2,3$, преобразующихся как соответствующие спиноры группы $SL(6)$ (подробно см. работу /10/). Мы будем нормировать последние ковариантные токи так, чтобы электромагнитный ток j°_{μ} выражался через $J^A_{\dot B}$ и $J^{\dot A}_B$ соотношением

$$j^{\circ}_{\mu} = (\lambda^{\circ})^{\beta}_{\alpha}\tfrac12[(\sigma_\mu)^{\dot b}_{a}J^A_{\dot B}+(\sigma_\mu)^{b}_{\dot a}J^{\dot A}_{B}]\ , \tag{39}$$

где λ° –матрица заряда в унитарной симметрии. Тогда аксиальный ток имеет вид:

$$j^A_\mu = g(\lambda^W)^{\beta}_{\alpha}\tfrac12[(\sigma_\mu)^{\dot b}_{a}J^A_{\dot B}-(\sigma_\mu)^{b}_{\dot a}J^{\dot A}_{B}]\ , \tag{40}$$

где g – некоторая безразмерная константа, а λ^W – некоторая матрица, характеризующая структуру аксиального тока j^A_μ в унитарной симметрии. Для процессов слабых взаимодействий с $\Delta S=0$ мы имеем

$$(\lambda^W)^{\beta}_{\alpha} = \delta^{\beta}_{1}\delta^{2}_{\alpha} \quad \text{или} \quad (\lambda^W)^{\beta}_{\alpha} = \delta^{\beta}_{2}\delta^{1}_{\alpha}\ . \tag{41}$$

Как известно, матричный элемент аксиального тока между состояниями нуклонов с одним и тем же импульсом равен /10/

$$<N|j^A_\mu|N> = \frac{5}{3}g\bar u\gamma_\mu\gamma_5 u\ , \tag{42}$$

в то время как на опыте вместо $\frac{5}{3}g$ мы имеем 1,2. Таким образом,

$$g \approx \frac{3}{5}\cdot 1{,}2 \approx 0{,}7\ . \tag{43}$$

В симметрии $SL(6)$ π -мезоны и векторные мезоны ρ , ω и ϕ принадлежат 35–плету с волновыми функциями $\tilde\phi^A_{\dot B}$ и $\tilde\phi^{\dot A}_B$, выражающимися через физические волновые функции векторного нонета $(\xi_\mu)^{\alpha}_{\beta}$ и псевдоскалярного октета $(\phi)^{\alpha}_{\beta}$ следующим образом /6/:

$$\tilde\phi^A_{\dot B} = \tfrac12(\sigma_\mu)^{a}_{\dot b}(\xi_\mu)^{\alpha}_{\beta} + \tfrac12\left(\frac{i\hat p}{m}\right)^{a}_{\dot b}(\phi)^{\alpha}_{\beta}\ ,$$
$$\tilde\phi^{\dot A}_{B} = \tfrac12(\sigma_\mu)^{\dot a}_{b}(\xi_\mu)^{\alpha}_{\beta} - \tfrac12\left(\frac{i\hat p}{m}\right)^{\dot a}_{b}(\phi)^{\alpha}_{\beta}\ . \tag{44}$$

Из соображений инвариантности следует, что

$$<0|J^A_{\dot B}|\tilde\phi> = F\tilde\phi^A_{\dot B}\ , \quad <0|J^{\dot A}_{B}|\tilde\phi> = F\tilde\phi^{\dot A}_{B}\ . \tag{45}$$

Подставляя выражения (44) и (45) в матричные элементы токов (39) и (40), мы получим:

$$<0|j^{\circ}_{\mu}|V> = F(\lambda^{\circ})^{\alpha}_{\beta}(\xi_\mu)^{\beta}_{\alpha}\ , \tag{46}$$

$$<0|j^A_\mu|PS> = Fg\frac{ip_\mu}{m_{PS}}(\lambda^W)^{\alpha}_{\beta}(\phi)^{\beta}_{\alpha}\ . \tag{47}$$

В частности, константа f^{PS} для распада (1) равна:

$$f^{PS} = gF\ , \tag{48}$$

а константы f^V для распадов (2)–(4) равны

$$f^V_\rho = \frac{1}{\sqrt2}F\ , \tag{49}$$

$$f^V_\omega = \frac{1}{3\sqrt2}F\ , \tag{50}$$

$$f^V_\phi = \frac{1}{3}F\ . \tag{51}$$

Соотношения типа (46) и (47) также можно получить из симметрии $\tilde U(12)$. В этом случае мы имеем

$$<0|j^{\circ}_{\mu}|V> = F'(\lambda^{\circ})^{\alpha}_{\beta}(\gamma_\mu)^{a}_{b}\Phi^{\beta b}_{\alpha a}\ , \tag{52}$$

$$<0|j^A_\mu|PS> = F'g(\lambda^W)^{\alpha}_{\beta}(\gamma_\mu\gamma_5)^{a}_{b}\Phi^{\beta b}_{\alpha a}\ . \tag{53}$$

Подставляя в эти соотношения выражение (8) волновой функции $\Phi^{\beta b}_{\alpha a}$, a , b = 1,2,3,4, мы снова получим (46) и (47) с $F=\sqrt2 F'$. Таким образом, в данном случае следствия симметрий $SL(6)$ и $\tilde U(12)$ совпадают.

В случае точной симметрии массы псевдоскалярных мезонов и векторных мезонов m_{PS} и m_V равны между собой. В действительности, из-за нарушения симметрии эти массы не равны, и в выражениях (35) следует взять физические массы соответствующих частиц, так как эти массы возникают за счет чисто кинематических причин. Что касается соотношений (48-51) между константами, то мы предположим, что нарушение симметрии не меняет эти соотношения существенно. Тогда мы получаем ряд соотношений между вероятностями распадов (29)-(32).

Если разница масс векторных мезонов не учитывается, то из (49)-(51) мы получим следующие соотношения между вероятностями распадов (30)-(32):

$$\frac{W(\rho \to e^+e^-, \mu^+\mu^-)}{W(\omega \to e^+e^-, \mu^+\mu^-)} = 9, \tag{54}$$

$$\frac{W(\rho \to e^+e^-, \mu^+\mu^-)}{W(\phi \to e^+e^-, \mu^+\mu^-)} = \frac{9}{2}, \tag{55}$$

а при учете разницы масс мы имеем

$$\frac{W(\rho \to e^+e^-, \mu^+\mu^-)}{W(\omega \to e^+e^-, \mu^+\mu^-)} = 8, \tag{56}$$

$$\frac{W(\rho \to e^+e^-, \mu^+\mu^-)}{W(\phi \to e^+e^-, \mu^+\mu^-)} = 1. \tag{57}$$

Из соотношений (35), (38), (43), (48) и (49) мы получим:

$$\frac{W(\rho \to e^+e^-, \mu^+\mu^-)}{W(\pi \to \mu\nu)} = \frac{4}{3}\cdot 10^{10} \tag{58}$$

и, следовательно, для вероятностей распадов (30) и (32) имеем

$$W(\rho \to e^+e^-, \mu^+\mu^-) = 5{,}3\cdot 10^{17}\ \mathrm{sec}^{-1}, \tag{59}$$

$$W(\omega \to e^+e^-, \mu^+\mu^-) = 6{,}6\cdot 10^{16}\ \mathrm{sec}^{-1}, \tag{60}$$

$$W(\phi \to e^+e^-, \mu^+\mu^-) = 5{,}3\cdot 10^{17}\ \mathrm{sec}^{-1}. \tag{61}$$

Отметим, что соотношения (54) и (55) являются следствиями симметрии U(3) (а не SU(3)) для нонета векторных мезонов и только соотношение (58) является новым следствием симметрии SL(6) . В работе [12] были рассмотрены распады (30)-

(32) с учетом нарушения унитарной симметрии. Если пренебречь нарушением унитарной симметрии и считать косинус угла $\phi-\omega$ -смешивания равным $\sqrt{\frac{2}{3}}$, как это получается в симметрии SU(6), то из данных в [12] соотношений мы получим соотношения (54),(55) или (56)(57) соответственно, в зависимости от того, учитываются кинематические следствия разности масс частиц или нет.

В заключение авторы выражают глубокую благодарность М.А. Маркову, О.С.Парасюку, Я.А. Смородинскому и Ю.В. Цехмистренко за интерес к работе и ценные замечания.

Литература

1. B.Sakita, Phys. Rev., 136B, 1756 (1964).
2. T.Fulton and T.Wess. Phys. Lett., 14, 57 (1965).
3. V.G.Kadyshevski, R.M.Muradyan, A.N.Tavkhelidze and I.T.Todorov. Phys. Lett., 15, 180 (1965).
4. H.Bacry and T.Nuyts, CERN, preprint, 1964.
5. W.Ruhl. Phys. Lett., 14, 346 (1965).
6. Нгуен Ван Хьеу, ЯФ, 2, вып. 9 (1965).
7. R.Delbourgo, A.Salam and T.Strathdee. Proc. Roy. Soc. A284, 146 (1965).
8. Као Ти и Л.Г. Ткачев. Препринт ОИЯИ, Р-2130, Дубна, 1965.
9. R.Delbourgo and M.A.Rashid. Preprint Trieste, 1965.
10. Нгуен Ван Хьеу и Я.А. Смородинский, ЯФ, 2, вып. 10 (1965).
11. П. Винтернитц, А.А. Макаров, Нгуен Ван Хьеу, Л.Г. Ткачев, М. Углирж. Препринт ОИЯИ, Е-2194, Дубна, 1965.
12. Дао Вонг Дык и Нгуен Ван Хьеу. ЯФ, 2, вып. 10 (1965).

Рукопись поступила в издательский отдел
14 августа 1965 г.