ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

Р-2267

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Л.Ш. Шехтер

О ВОССТАНОВЛЕНИИ АМПЛИТУДЫ РЕАКЦИИ $N + N \to \pi + d$

1965

P-2267

Л.Ш. Шехтер

О ВОССТАНОВЛЕНИИ АМПЛИТУДЫ РЕАКЦИИ $N + N \to \pi + d$

Направлено в журнал "Ядерная физика"

Введение

Полное исследование процессов столкновения нуклонов с целью проведения количественного фазового анализа распадается на две группы экспериментов. К первой группе относятся эксперименты по исследованию упругого рассеяния нуклонов. Программа таких опытов для наблюдения всех необходимых поляризационных эффектов к настоящему времени хорошо разработана.

Вторая группа охватывает процессы мезонообразования при столкновениях нуклонов. Среди этих реакций выделяется процесс $N+N\to\pi+d$, приводящий к двухчастичному конечному состоянию.

Исследованию реакции $N+N\to\pi+d$ были посвящены работы /1-4/, однако в первых двух авторы ограничивались рассмотрением только поляризованного пучка протонов. В работе /3/ делался упор на нахождение связей между наблюдаемыми величинами в прямой и обратной реакциях. Кроме того, до сих пор рассматривалась область энергий, в которой было достаточно ограничиться испусканием π -мезона только в s-,p- и d -состояниях.

В настоящей работе рассматриваются вопросы восстановления амплитуды реакции $N+N\to\pi+d$ при любых данных значениях угла и энергии. Выясняется, что для прямого восстановления амплитуды с точностью до общего фазового множителя требуется измерить следующие величины: дифференциальное сечение при неполяризованных пучке и мишени, асимметрию e_1^{LR} при поляризованном пучке и e_2^{LR} – при поляризованной мишени, добавку к сечению I_{pp} при различных ориентациях поляризации пучка и мишени, поляризацию дейтона при неполяризованном, нормально и продольно поляризованном пучке начальных протонов.

1. Матрица реакции

Матрицу реакции $N+N\to\pi+d$ представим в терминах спиновых операторов Паули $\vec{\sigma}_1$ и $\vec{\sigma}_2$, действующих на спиновые функции двух нуклонов, подчинив ее следующим требованиям:

1) при вращениях и отражениях пространства она должна преобразовываться как псевдоскаляр;

2) матрица должна приводить к триплетному спиновому состоянию нуклонов в конце реакции;

3) матрица должна подчиняться принципу Паули.

Наиболее общий вид матрицы перехода:

$$M = \hat{T} M_0 = \hat{T}\{\alpha + \beta_i \sigma_{1i} + \gamma_i \sigma_{2i} + \delta_{ik} \sigma_{1i} \sigma_{2k}\},$$

где $\hat{T} = \frac{1}{4}(3 + \vec{\sigma}_1 \vec{\sigma}_2)$ – триплетный проецирующий оператор, α, β, γ и δ – тензорные величины, составленные из начального и конечного относительных импульсов реакции в системе центра инерции (по индексам i и k происходит суммирование от 1 до 3).

Выберем ортогональную тройку единичных векторов:

$$\vec{\ell} = \frac{\vec{k} + \vec{k}'}{2\cos\frac{\theta}{2}}; \qquad \vec{m} = \frac{\vec{k}' - \vec{k}}{2\sin\frac{\theta}{2}}; \qquad \vec{n} = [\vec{\ell} \times \vec{m}] = \frac{[\vec{k} \times \vec{k}']}{\sin\theta}.$$

Здесь $\vec{k}$ и $\vec{k}'$ – единичные векторы соответственно вдоль импульсов начального падающего нуклона и π-мезона и θ – угол вылета π-мезона в системе центра инерции.

Действие триплетного оператора $\hat{T}$ приводит к тому, что число независимых амплитуд реакции равно шести, и мы получаем следующую матрицу:

$$M = A(\vec{\sigma}_1 + \vec{\sigma}_2)\vec{\ell} + B(\vec{\sigma}_1 + \vec{\sigma}_2)\vec{m} + iC[(\vec{\sigma}_1\vec{\ell})(\vec{\sigma}_2\vec{n}) + (\vec{\sigma}_1\vec{n})(\vec{\sigma}_2\vec{\ell})]$$

$$+ iD[(\vec{\sigma}_1\vec{m})(\vec{\sigma}_2\vec{n}) + (\vec{\sigma}_1\vec{n})(\vec{\sigma}_2\vec{m})] + E[(\vec{\sigma}_1 - \vec{\sigma}_2)\vec{\ell} + i(\vec{\sigma}_1\vec{m})(\vec{\sigma}_2\vec{n}) - i(\vec{\sigma}_1\vec{n})(\vec{\sigma}_2\vec{m})] \quad (1)$$

$$+ F[(\vec{\sigma}_1 - \vec{\sigma}_2)\vec{m} + i(\vec{\sigma}_1\vec{n})(\vec{\sigma}_2\vec{\ell}) - i(\vec{\sigma}_1\vec{\ell})(\vec{\sigma}_2\vec{n})].$$

Амплитуды $A, B, \ldots$, являются функциями энергии и угла θ в системе центра инерции. Первые четыре амплитуды A, B, C и D описывают триплет-триплетные переходы, а остальные две ответственны за переходы синглет-триплет.

Принцип Паули означает антисимметрию полученной матрицы при перестановке пространственных и спиновых переменных начальных нуклонов:

$$M(\vec{k}', \vec{k}) = -M(\vec{k}', -\vec{k})\frac{1 + \vec{\sigma}_1\vec{\sigma}_2}{2} = M(-\vec{k}', \vec{k})\frac{1 + \vec{\sigma}_1\vec{\sigma}_2}{2}.$$

Последнее равенство получено с помощью операции инверсии пространственных координат. Получаем следующие соотношения между амплитудами реакции под углом θ и под углом $(\pi - \theta)$:

$$A(\theta) = -B(\pi - \theta); \qquad C(\theta) = D(\pi - \theta); \qquad E(\theta) = F(\pi - \theta);$$
$$B(\theta) = -A(\pi - \theta); \qquad D(\theta) = C(\pi - \theta); \qquad F(\theta) = E(\pi - \theta). \quad (2)$$

Производя отражение времени, можно получить матрицу обратной реакции $\pi + d \to N + N$. Явный вид ее с точностью до временной четности мезона и отношения начального и конечного относительных импульсов получается при замене в (1): $\vec{k}' \to -\vec{k}$; $\vec{k} \to -\vec{k}'$; $\vec{\sigma} \to -\vec{\sigma}$.

2. Возможные опыты

Возможные опыты отличаются состоянием поляризации пучка и мишени и характером измеряемых величин. Пусть операторы $\vec{\sigma}_1$ и $\vec{\sigma}_2$ действуют в начальном состоянии соответственно на спиновые функции нуклонов пучка и мишени, оператор спина дейтона представим в виде $\vec{S} = \frac{1}{2}(\vec{\sigma}_1 + \vec{\sigma}_2)$. Состояние поляризации дейтона будем описывать неприводимыми тензорами T_{JM} ($J \leq 2$; $-J \leq M \leq J$)[5].

Если пучок и мишень не поляризованы, то дифференциальное сечение реакции равно:

$$I_0 = \frac{1}{4}\,\mathrm{T_r}\, M M^+ = 2(|A|^2 + |B|^2 + |C|^2 + |D|^2) + 4(|E|^2 + |F|^2). \quad (3)$$

Если начальный пучок поляризован, то матрица плотности начального состояния равна $\rho_1 = \frac{1}{4}(1 + \vec{\sigma}_1\vec{P}_1)$ и сечение реакции $I = I_0(1 + I_p)$, где $I_0 I_p = \frac{1}{4}\vec{P}_1\,\mathrm{Tr}\, M\vec{\sigma}_1 M^+$.
Лево-правая асимметрия равна: $e_1^{LR} = \frac{I^L - I^R}{I^L + I^R} = P_1\epsilon_1$,

где

$$I_0\epsilon_1 = \frac{1}{4}\,\mathrm{Tr}\, M(\vec{\sigma}_1\vec{n})M^+ = 2\,\mathrm{Im}\{(A - D)(B + C)^* + 2[(A + D)F^* - (B - C)E^*]\}. \quad (4)$$

Как было указано в работе[3], первый член в выражении для ϵ_1, ответственный за триплет-триплетные переходы, меняет свой знак при замене $\theta \to \pi - \theta$ (см. соотношения (2)), остальные два члена, описывающие переходы типа синглет-триплет, не меняют при этом знака.

Если поляризована мишень, то выражение для $I_0\epsilon_2 = \frac{1}{4}\mathrm{Tr}\, M(\vec{\sigma}_2\vec{n})M^+$ отличается от величины $I_0\epsilon_1$ знаком последних двух членов, т.е. $\epsilon_2(\theta) = -\epsilon_1(\pi - \theta)$. Таким образом, два эксперимента ($\epsilon_1(\theta)$ и $\epsilon_2(\theta)=-\epsilon_1(\pi-\theta)$) позволяют найти отдельно первый член и остальные два члена в выражении (4).

Если поляризованы и пучок, и мишень, то начальная матрица плотности равна: $\rho_1=\frac{1}{4}(1+\vec{\sigma}_1\vec{P}_1)(1+\vec{\sigma}_2\vec{P}_2)$ и в сечении реакции $I=I_0(1+I_{p_1}+I_{p_2}+I_{pp})$ возникает добавочный член $I_0 I_{pp}=\frac{1}{4}P_{1i}P_{2j}\,\mathrm{Tr}\,M\sigma_{1i}\sigma_{2j}M^+$.

Тензор $I_0 I_{\mu\nu}=\frac{1}{4}\,\mathrm{Tr}\,M\sigma_{1\mu}\sigma_{2\nu}M^+$ имеет пять отличных от нуля компонент, которые в выбранном нами ортогональном базисе $\vec{\ell}$, $\vec{m}$, $\vec{n}$ равны:

$$
\begin{aligned}
&I_0 I_{nn}=-4\{|E|^2+|F|^2+\mathrm{Re}\,[(AD^*)-(BC^*)]\};\\
&I_0 I_{mm}=2\{|B|^2+|C|^2-2[|E|^2+|F|^2-\mathrm{Re}(AD^*)]\};\\
&I_0 I_{\ell\ell}=2\{|A|^2+|D|^2-2[|E|^2+|F|^2+\mathrm{Re}\,(BC^*)]\};\\
&I_0 I_{m\ell}=2\mathrm{Re}\,\{(A-D)(B+C)^*+2[(A+D)F^*-(B-C)E^*]\};\\
&I_0 I_{\ell m}=2\mathrm{Re}\,\{(A-D)(B+C)^*-2[(A+D)F^*-(B-C)E^*]\}.
\end{aligned}
\qquad (5)
$$

Эти величины обладают следующими свойствами симметрии при $\theta\to\pi-\theta$:

$$I_{nn}(\theta)=I_{nn}(\pi-\theta);\qquad I_{\ell\ell}(\theta)=I_{mm}(\pi-\theta);$$

$$I_{mm}(\theta)=I_{\ell\ell}(\pi-\theta);\qquad I_{m\ell}(\theta)=I_{m\ell}(\pi-\theta);\qquad I_{\ell m}(\theta)=I_{\ell m}(\pi-\theta).$$

Для того, чтобы найти пять компонент тензора $I_{\mu\nu}$, нужно измерить добавку к сечению I_{pp} при различных ориентациях поляризации пучка и мишени. Компонента I_{nn} измеряется непосредственно, если пучок и мишень поляризованы нормально к плоскости реакции. Введем четыре измеряемых параметра:

$$
\begin{aligned}
&a_1=I_{\mu\nu}(\vec{k}_\Lambda)_\mu(\vec{k}_\Lambda)_\nu;\\
&a_2=I_{\mu\nu}(\vec{k}_\Lambda)_\mu[\vec{n}\times\vec{k}_\Lambda]_\nu;\\
&a_3=I_{\mu\nu}[\vec{n}\times\vec{k}_\Lambda]_\mu(\vec{k}_\Lambda)_\nu;\\
&a_4=I_{\mu\nu}[\vec{n}\times\vec{k}_\Lambda]_\mu[\vec{n}\times\vec{k}_\Lambda]_\nu;
\end{aligned}
$$

где $\vec{k}_\Lambda$ – единичный вектор вдоль лабораторного импульса пучка.

Тогда искомые величины так выражаются через эти параметры:

$$
\begin{aligned}
&I_{\ell\ell}=\tfrac{1}{2}\{a_1(1+\cos\theta)+a_4(1-\cos\theta)+(a_2+a_3)\sin\theta\};\\
&I_{mm}=\tfrac{1}{2}\{a_1(1-\cos\theta)+a_4(1+\cos\theta)-(a_2+a_3)\sin\theta\};\\
&I_{\ell m}=\tfrac{1}{2}\{a_2(1+\cos\theta)-a_3(1-\cos\theta)-(a_1-a_4)\sin\theta\};\\
&I_{m\ell}=\tfrac{1}{2}\{-a_2(1-\cos\theta)+a_3(1+\cos\theta)-(a_1-a_4)\sin\theta\}.
\end{aligned}
$$

Рассмотрим теперь поляризацию дейтонов, возникающих в реакции. Она описывается средними значениями спин-тензоров T_{JM} /5/.

Направим ось oz по лабораторному импульсу вылетающих в результате реакции дейтонов, а ось oy – по нормали $\vec{n}$ к плоскости реакции. Если ввести угол $\Theta=\frac{\theta}{2}-\theta_\Lambda$, где θ_Λ – угол вылета дейтона в лабораторной системе, то единичные векторы $\vec{i}$, $\vec{j}$ и $\vec{q}$ соответственно вдоль осей x, y и z так выражаются через базисные векторы:

$$
\begin{aligned}
&\vec{i}=\vec{\ell}\sin\Theta+\vec{m}\cos\Theta;\\
&\vec{j}=\vec{n};\\
&\vec{q}=\vec{\ell}\cos\Theta-\vec{m}\sin\Theta.
\end{aligned}
$$

Если пучок и мишень не поляризованы, то поляризация дейтона задается величинами $\langle T_{JM}\rangle^0$:

$$I_0\langle T_{JM}\rangle^0=\tfrac{1}{4}\,\mathrm{Tr}\,MM^+T_{JM}.$$

Введем поляризационный тензор $I_0N_{\mu\nu}=\frac{1}{4}\,\mathrm{Tr}\,MM^+\sigma_{1\mu}\sigma_{2\nu}$. Он имеет пять отличных от нуля компонент. Воспользуемся симметрией при отражении в плоскости реакции (см., например, /8/), которая для нашей реакции означает:

$$R_d\,M(\vec{\sigma}_1\vec{n})(\vec{\sigma}_2\vec{n})=M.$$

Здесь R_d – оператор поворота на угол π вокруг нормали $\vec{n}$ для спина единица, равный $R_d=e^{i(\vec{S}\vec{n})\pi}=1-2(\vec{S}\vec{n})^2=-(\vec{\sigma}_1\vec{n})(\vec{\sigma}_2\vec{n})$. Получаемое таким образом требование инвариантности $(\vec{\sigma}_1\vec{n})(\vec{\sigma}_2\vec{n})M(\vec{\sigma}_1\vec{n})(\vec{\sigma}_2\vec{n})=-M$ приводит к соотношению $N_{nn}=-I_{nn}$. Кроме того, из-за тождества $\hat{T}\sigma_{1\mu}\sigma_{2\nu}\hat{T}=\hat{T}\sigma_{1\nu}\sigma_{2\mu}\hat{T}$ ($\hat{T}$ – триплетный проецирующий оператор), получаем:

$$\mathrm{Tr}\,MAM^+\sigma_{1\mu}\sigma_{2\nu}=\mathrm{Tr}\,M_0AM_0^+\hat{T}\sigma_{1\mu}\sigma_{2\nu}\hat{T}=\mathrm{Tr}\,MAM^+\sigma_{1\nu}\sigma_{2\mu},$$

где A – произвольная матрица. Поэтому $N_{\ell m}=N_{m\ell}$.

Замечая, что в силу полноты ортогональной тройки $\ell_\mu \ell_\nu + m_\mu m_\nu + n_\mu n_\nu = \delta_{\mu\nu}$ и что $\mathrm{Tr}\, M M^+ (\vec{\sigma}_1 \vec{\sigma}_2) = \mathrm{Tr}\, M_0 M_0^+ \hat{T} (\vec{\sigma}_1 \vec{\sigma}_2) \hat{T} = \mathrm{Tr}\, M M^+$, находим еще одно соотношение:

$$N_{\ell\ell} + N_{mm} = 1 - N_{nn} = 1 + I_{nn}\,.$$

Таким образом, тензор $N_{\mu\nu}$ дает лишь две новые величины:

$$\tfrac{1}{2} I_0 (N_{\ell\ell} - N_{mm}) = |A|^2 + |D|^2 - |B|^2 - |C|^2 + 2\mathrm{Re}\,[(AD^*) + (BC^*)] - 4(|E|^2 - |F|^2)\,; \qquad (6)$$

$$\tfrac{1}{2} I_0 N_{\ell m} = \tfrac{1}{2} I_0 N_{m\ell} = \mathrm{Re}\,\{(A+D)(B-C)^* - 4(EF^*)\}.$$

При указанном выше выборе осей отличны от нуля следующие компоненты поляризации дейтона:

$$I_0 \langle i T_{1\pm1} \rangle^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} I_0 \langle S_y \rangle^\circ = -\sqrt{3}\,\mathrm{Im}\,[(A+D)(B-C)^* + 4(EF^*)]\,;$$

$$I_0 \langle T_{20} \rangle^\circ = \frac{1}{2\sqrt{2}} \{ \tfrac{1}{2} I_0 (1 + 3I_{nn}) + \frac{3}{2} I_0 (N_{\ell\ell} - N_{mm}) \cos 2\Theta - 3 I_0 N_{\ell m} \sin 2\Theta \}\,; \qquad (7)$$

$$I_0 \langle T_{2\pm1} \rangle^\circ = \mp \frac{\sqrt{3}}{2} I_0 \{ \tfrac{1}{2} (N_{\ell\ell} - N_{mm}) \sin 2\Theta + N_{\ell m} \cos 2\Theta \}\,;$$

$$I_0 \langle T_{2\pm2} \rangle^\circ = \frac{\sqrt{3}}{4} \{ \tfrac{1}{2} I_0 (1 + 3I_{nn}) - \tfrac{1}{2} I_0 (N_{\ell\ell} - N_{mm}) \cos 2\Theta + I_0 N_{\ell m} \sin 2\Theta \}\,.$$

Итак, знание поляризации дейтона при неполяризованных пучке и мишени дает нам три новые величины: $I_0 \langle S_y \rangle^\circ$, $\tfrac{1}{2} I_0 (N_{\ell\ell} - N_{mm})$ и $\tfrac{1}{2} I_0 N_{\ell m}$, причем для измерения последних двух величин нужно измерить $\langle T_{2\pm1} \rangle^\circ$ и одну из компонент $\langle T_{20} \rangle^\circ$ или $\langle T_{2\pm2} \rangle^\circ$.

Для измерения поляризации полученных в реакции дейтонов необходимо произвести последующее рассеяние их на мишени-анализаторе. Лакин [5] показал, что угловое распределение при рассеянии поляризованных дейтонов на неполяризованной мишени имеет вид:

$$I(\theta_2, \Phi) = I_0(\theta_2) [1 + \langle T_{20} \rangle K(\theta_2) + 2(\langle i T_{11} \rangle L(\theta_2) - \langle T_{21} \rangle M(\theta_2)) \cos \Phi$$

$$+ 2 \langle T_{22} \rangle N(\theta_2) \cos 2\Phi]\,.$$

Здесь величины I_0, K, L, M и N – полиномы от $\cos \theta_2$,

$(\theta)_2$ – угол анализирующего рассеяния,

Φ – азимутальный угол, отсчитываемый от плоскости первой реакции.

Для разделения компонент $\langle T_{21} \rangle$ и $\langle T_{11} \rangle$ необходимо измерить угловое распределение при рассеянии дейтонов, прошедших предварительно через магнитное поле. Если

магнитное поле направлено перпендикулярно к плоскости первой реакции (по оси oy), то величина $\langle i T_{1\pm1} \rangle$ не изменится, а оси тензора второго ранга повернутся в плоскости реакции. Это приведет к замене $\langle T_{2M} \rangle$ на $\langle T_{2M} \rangle'$, которые равны [6]:

$$\langle T_{20} \rangle' = (1 - \frac{3}{2} \sin^2 \omega) \langle T_{20} \rangle - \sqrt{\frac{3}{2}} \sin 2\omega \langle T_{21} \rangle + \sqrt{\frac{3}{2}} \sin^2 \omega \langle T_{22} \rangle\,;$$

$$\langle T_{21} \rangle' = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} \sin 2\omega \langle T_{20} \rangle + \cos 2\omega \langle T_{21} \rangle - \tfrac{1}{2} \sin 2\omega \langle T_{22} \rangle\,;$$

$$\langle T_{22} \rangle' = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} \sin^2 \omega \langle T_{20} \rangle + \tfrac{1}{2} \sin 2\omega \langle T_{21} \rangle + \tfrac{1}{2} (1 + \cos^2 \omega) \langle T_{22} \rangle\,.$$

Здесь ω – угол поворота тензора поляризации дейтона в магнитном поле относительно направления движения.

Измеряя угловое распределение дейтонов при анализирующем рассеянии без магнитного поля и с магнитным полем, можно определить отдельно все компоненты поляризации дейтона для данной энергии и угла исследуемой реакции (см. [6]).

Дальнейшие сведения о реакции может дать измерение поляризации дейтона при использовании поляризованного пучка.

Пусть имеется пучок нормально поляризованных протонов: $\vec{P}_1 = P_1 \vec{n}$. Тогда поляризация дейтонов:

$$I \langle T_{JM} \rangle = I_0 \langle T_{JM} \rangle^\circ + P_1 I \langle T_{JM} \rangle_n\,,$$

где

$$I \langle T_{JM} \rangle_n = \tfrac{1}{4} \mathrm{Tr}\, M (\vec{\sigma}_1 \vec{n}) M^+ T_{JM}\,.$$

Если ввести поляризационный тензор $I_0 K^{(1)}_{n\beta\gamma} = \tfrac{1}{4} \mathrm{Tr}\, M (\vec{\sigma}_1 \vec{n}) M^+ \sigma_{1\beta} \sigma_{2\gamma}$, то для него тем же способом, что и для $N_{\mu\nu}$, находим соотношения:

$$K^{(1)}_{nnn} = -\epsilon_2\,; \qquad K^{(1)}_{n\ell\ell} + K^{(2)}_{nmm} = \epsilon_1 + \epsilon_2\,; \qquad K^{(1)}_{n\ell m} = K^{(1)}_{nm\ell}\,.$$

При нормально поляризованном начальном пучке протонов новые компоненты поляризации не возникают, а старые получают добавки. Опять изложенным методом можно отделить компоненты поляризации с помощью магнитного поля.

Измерение поляризации дейтона при нормально поляризованном пучке дает 3 новые величины:

$$-\tfrac{1}{4} I \langle S_y \rangle_n = \mathrm{Re}\,[(A+D) E^* + (B-C) F^*]\,;$$

$$\frac{1}{8} I_0 (K^{(1)}_{n\ell\ell} - K^{(1)}_{nmm}) = \mathrm{Im}\,[(A+D) F^* + (B-C) E^*]\,; \qquad (8)$$

$$-\tfrac{1}{4} I_0 K^{(1)}_{n\ell m} = \mathrm{Im}\,[(A+D) E^* - (B-C) F^*]\,.$$

В следующем разделе будет показано, что приведенных выше экспериментов недостаточно для прямого восстановления матрицы реакции. Можно измерить поляризацию дейтонов при продольно поляризованном начальном пучке протонов. Пусть $\vec{P}_1 = P_1 \vec{k}_\Lambda$ где k_Λ – лабораторный импульс пучка. Тогда

$$I_0 \langle T_{JM} \rangle = I_0 \langle T_{JM} \rangle^0 + P_1 \, I_0 \langle T_{JM} \rangle_k ,$$

где

$$I_0 \langle T_{JM} \rangle_k = \tfrac{1}{4} \, \mathrm{Tr}\, M \, (\vec{\sigma}_1 \vec{\ell}\,) M^+ \, T_{JM} \mathrm{Cos}\,\frac{\theta}{2} - \tfrac{1}{4} \, \mathrm{Tr}\, M \, (\vec{\sigma}_1 \vec{m}\,) M^+ \, T_{JM} \, \mathrm{Sin}\,\frac{\theta}{2} .$$

Возникнут новые компоненты поляризации дейтона: $\langle T_{10} \rangle_k$, $\langle T_{1\pm 1} \rangle_k$, $\langle i\, T_{2\pm 1} \rangle_k$, $\langle i\, T_{2\pm 2} \rangle_k$.

Измерение $\mathrm{Sin}\,\phi$ и $\mathrm{Sin}\,2\phi$ асимметрии при анализирующем рассеянии дает соответственно значения $[\,G(\theta_2) \langle T_{1\pm 1} \rangle_k + H(\theta_2) \langle i T_{2\pm 1} \rangle_k\,]$ и $\langle i T_{2\pm 2} \rangle_k$, где $G(\theta_2)$ и $H(\theta_2)$ – полиномы от $\mathrm{Cos}\,\theta_2$ (θ_2 – угол анализирующего рассеяния) (см. /11/). Новые компоненты поляризации выражаются через амплитуды реакции следующим образом:

$$\begin{aligned} I_0 \langle T_{1\pm 1} \rangle_k = \mp\sqrt{3}\, \{ & [\,|A|^2 - |D|^2 - 2\,\mathrm{Re}\,(B+C)F^*\,]\, \mathrm{Sin}\,\Theta\, \mathrm{Cos}\,\frac{\theta}{2} \\ & - [\,|B|^2 - |C|^2 - 2\,\mathrm{Re}(A-D)E^*\,]\, \mathrm{Cos}\,\Theta\, \mathrm{Sin}\,\frac{\theta}{2} + \mathrm{Re}\,[\,(A-D)(B-C)^* + 2(B+C)E^*\,]\, \mathrm{Cos}\,\Theta\, \mathrm{Cos}\,\frac{\theta}{2} \\ & - \mathrm{Re}\,[\,(A+D)(B+C)^* + 2\,(A-D)F^*\,]\, \mathrm{Sin}\,\Theta\, \mathrm{Sin}\,\frac{\theta}{2} \} ; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_0 \langle i\, T_{2\pm 2} \rangle_k = \mp\frac{\sqrt{3}}{2}\, \{ & -2\,\mathrm{Im}\,[\,(A-D)(B-C)^* + 2(B+C)E^*\,]\, \mathrm{Sin}\,\Theta\, \mathrm{Cos}\,\frac{\theta}{2} \\ & + 4\,\mathrm{Im}\,[\,(AD^*) - (B+C)F^*\,]\, \mathrm{Cos}\,\Theta\, \mathrm{Cos}\,\frac{\theta}{2} - 4\,\mathrm{Im}\,[\,(BC^*) + (A-D)E^*\,]\, \mathrm{Sin}\,\Theta\, \mathrm{Sin}\,\frac{\theta}{2} \\ & + 2\,\mathrm{Im}\,[\,(A+D)(B+C)^* - 2(A-D)F^*\,]\, \mathrm{Cos}\,\Theta\, \mathrm{Sin}\,\frac{\theta}{2} \} ; \end{aligned} \qquad (9)$$

$$\begin{aligned} I_0 \langle i\, T_{2\pm 1} \rangle_k = \frac{\sqrt{3}}{2}\, \{ & -2\,\mathrm{Im}\,[\,(A-D)(B-C)^* + 2(B+C)E^*\,]\, \mathrm{Cos}\,\Theta\, \mathrm{Cos}\,\frac{\theta}{2} \\ & - 4\,\mathrm{Im}\,[\,(AD^*) - (B+C)F^*\,]\, \mathrm{Sin}\,\Theta\, \mathrm{Cos}\,\frac{\theta}{2} - 4\,\mathrm{Im}\,[\,(BC^*) + (A-D)E^*\,]\, \mathrm{Cos}\,\Theta\, \mathrm{Sin}\,\frac{\theta}{2} \\ & - 2\,\mathrm{Im}\,[\,(A+D)(B+C)^* - 2(A-D)F^*\,]\, \mathrm{Sin}\,\Theta\, \mathrm{Sin}\,\frac{\theta}{2} \} . \end{aligned}$$

3. Восстановление матрицы реакции

Искомая матрица содержит шесть комплексных амплитуд. Так как все измеряемые величины квадратичны по M, то общая фаза не может быть восстановлена. Таким образом, нужно найти 11 действительных величин (модули и фазы амплитуд). Однако из-за билинейного характера зависимости наблюдаемых величин от элементов матрицы реакции для однозначного восстановления требуется выполнить больше опытов при данном угле и энергии /7/.

Удобнее определять следующие комбинации амплитуд:

$$u = A - D = |u|\, e^{i\alpha} ; \qquad t = B + C = |t|\, e^{i\omega} ;$$

$$v = A + D = |v|\, e^{i\beta} ; \qquad E = |E|\, e^{i\sigma} ;$$

$$w = B - C = |w|\, e^{i\gamma} ; \qquad F = |F|\, e^{i\tau} .$$

Так как общая фаза не восстанавливается, будем считать $\alpha = 0$.

Описанные в предыдущем разделе эксперименты (кроме последнего) позволяют нам определить величины:

$$A_1 = I_0 = |u|^2 + |w|^2 + |v|^2 + |t|^2 + 4(|E|^2 + |F|^2) ;$$

$$A_2 = \frac{I_0}{4}(\epsilon_1 + \epsilon_2) = -u\,|t|\, \mathrm{Sin}\,\omega ;$$

$$A_3 = \frac{I_0}{8}(\epsilon_1 - \epsilon_2) = |v||F|\, \mathrm{Sin}\,(\beta-\tau) - |w||E|\, \mathrm{Sin}(\gamma-\sigma) ;$$

$$A_4 = I_0 I_{nn} = |u|^2 - |v|^2 + |t|^2 - |w|^2 - 4(|E|^2 + |F|^2) ;$$

$$A_5 = \frac{I_0}{2}(I_{mm} + I_{\ell\ell}) = |w|^2 + |v|^2 - 4(|E|^2 + |F|^2) ;$$

$$A_6 = \frac{I_0}{2}(I_{\ell\ell} - I_{mm}) = |u|^2 - |t|^2 ;$$

$$A_7 = \frac{I_0}{4}(I_{m\ell} + I_{\ell m}) = u\,|t|\, \mathrm{Cos}\,\omega ;$$

$$A_8 = \frac{I_0}{8}(I_{m\ell} - I_{\ell m}) = |v||F|\, \mathrm{Cos}(\beta-\tau) - |w||E|\, \mathrm{Cos}(\gamma-\sigma) ;$$

$$A_9 = \frac{-I_0}{2} \langle Sy \rangle^0 = |v||w|\, \mathrm{Sin}\,(\beta-\gamma) + 4|E||F|\, \mathrm{Sin}\,(\sigma-\tau) ;$$

$$A_{10} = \frac{I_0}{2}(N_{\ell\ell} - N_{mm}) = |v|^2 - |w|^2 - 4(|E|^2 - |F|^2) ;$$

$$A_{11} = \frac{I_0}{2} N_{\ell m} = |v||w|\, \mathrm{Cos}\,(\beta-\gamma) - 4|E||F|\, \mathrm{Cos}(\sigma-\tau) ;$$

$$A_{12} = \frac{-I_0}{4} \langle Sy \rangle_n = |v||E|\, \mathrm{Cos}\,(\beta-\sigma) + |w||F|\, \mathrm{Cos}\,(\gamma-\tau) ;$$

$$A_{13} = \frac{-I_0}{4} K^{(1)}_{n\ell m} = |v||E|\, \mathrm{Sin}\,(\beta-\sigma) - |w||F|\, \mathrm{Sin}\,(\gamma-\tau) ;$$

$$A_{14} = \frac{I_0}{8}(K^{(1)}_{n\ell\ell} - K^{(1)}_{nmm}) = |v||F|\, \mathrm{Sin}\,(\beta-\tau) + |w||E|\, \mathrm{Sin}\,(\gamma-\sigma) .$$

Найдем сначала модули амплитуд. Два из них находятся сразу:

$$|u|^2 = u^2 = \tfrac{1}{4}(A_1 + A_4 + 2A_6);$$

$$|t|^2 = \tfrac{1}{4}(A_1 + A_4 - 2A_6).$$

Чтобы найти остальные модули, выразим, используя A_1, A_4, A_5, A_{10}, три из них через четвертый:

$$|E|^2 = \frac{1}{16}(A_1 - A_4 - 2A_5) - |F|^2;$$

$$|v|^2 = \tfrac{1}{4}(A_1 - A_4 + 2A_{10}) - 4|F|^2;$$

$$|w|^2 = \tfrac{1}{2}(A_5 - A_{10}) + 4|F|^2.$$

Чтобый найти $|F|^2$, используем A_3, A_{14} и A_8:

$$A_8 = \sqrt{|v|^2|F|^2 - \tfrac{1}{4}(A_3 + A_{14})^2} - \sqrt{|w|^2|E|^2 - \tfrac{1}{4}(A_{14} - A_3)^2}.$$

Подставляя в это выражение значения модулей, получаем квадратное уравнение для $|F|^2$, решение которого позволяет определить все модули.

Фаза ω: $\quad \sin\omega = -\dfrac{A_2}{u|t|}; \quad \cos\omega = \dfrac{A_7}{u|t|};$

$$\sin(\beta - \tau) = \tfrac{1}{2}(A_3 + A_{14})\frac{1}{|v||F|};$$

$$\sin(\gamma - \sigma) = \tfrac{1}{2}(A_{14} - A_3)\frac{1}{|w||E|}.$$

С помощью A_8 находим одновременно знаки $\cos(\beta-\tau)$ и $\cos(\gamma-\sigma)$.

Используя далее выражения для A_9 и A_{11}, находим:

$$\cos(\beta-\gamma) = \frac{A_9 L + A_{11} M}{L^2 + M^2}; \qquad \sin(\beta-\gamma) = -\frac{A_{11} L - A_9 M}{L^2 + M^2},$$

где

$$L = 4|E||F|(ad - bc); \qquad a = \sin(\beta-\tau); \qquad b = \cos(\beta-\tau);$$

$$M = |v||w| - 4|E||F|(ac + bd); \qquad c = \sin(\gamma-\sigma); \qquad d = \cos(\gamma-\sigma).$$

Итак, выписанные уравнения позволяют определить все шесть модулей и фазы ω, $(\beta-\tau)$, $(\gamma-\sigma)$ и $(\beta-\gamma)$. Выражения для A_{12} и A_{13} не дают новых сведений о фазах. Для точного нахождения всех фаз нужно использовать измерение поляризации дейтонов при продольно поляризованном пучке протонов (см. (9)).

В заключение выражаю благодарность С.М.Биленькому и Р.М.Рындину за руководство работой и Л.И.Лапидусу за обсуждения.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Поляризационные тензоры

Вся информация о реакции $N+N\to\pi+d$ может быть сформулирована с помощью поляризационных тензоров. В этом приложении мы введем эти тензоры и приведем их выражения через элементы матрицы реакции.

Простейшие из тензоров $I_0\epsilon_{1\mu} = \tfrac{1}{4}\mathrm{Tr}\, M\sigma_{1\mu}M^+$ и $I_0\epsilon_{2\mu} = \tfrac{1}{4}\mathrm{Tr}\, M\sigma_{2\mu}M^+$ в силу инвариантности при вращении и отражениях координат имеют по одной компоненте (в нашем базисе вдоль вектора $\vec{n}$): $\epsilon_{1n} = \epsilon_1$; $\epsilon_{2n} = \epsilon_2$. (см. (4)).

Выражения для тензоров $I_0 I_{\mu\nu} = \tfrac{1}{4}\mathrm{Tr}\, M\sigma_{1\mu}\sigma_{2\nu}M^+$ и $I_0 N_{\mu\nu} = \tfrac{1}{4}\mathrm{Tr}\, MM^+\sigma_{1\mu}\sigma_{2\nu}$, имеющих по 5 компонент, и связи между их компонентами также были приведены в разделе 2.

Вектор, задающий векторную часть поляризации дейтона при неполяризованных пучке и мишени $I_0 L_\mu = \tfrac{1}{4}\mathrm{Tr}\, MM^+S_\mu$, имеет одну компоненту $L_n = \langle S_y\rangle^0$ (см. (7)).

Два тензора $I_0 D^{(1)}_{\alpha\beta} = \tfrac{1}{4}\mathrm{Tr}\, M\sigma_{1\alpha}M^+S_\beta$ и $I_0 D^{(2)}_{\alpha\beta} = \tfrac{1}{4}\mathrm{Tr}\, M\sigma_{2\alpha}M^+S_\beta$, имеющие каждый по пять компонент, дают векторную часть поляризации дейтона при поляризованном пучке или мишени. В силу симметрии при отражении в плоскости реакции

$$I_0 D^{(1)}_{nn} = -I_0 D^{(2)}_{nn} = -4\,\mathrm{Re}\,[(A+D)E^* + (B-C)F^*].$$

Остальные компоненты:

$$I_0 D^{(1)}_{\ell\ell} = 2[|A|^2 - |D|^2 - 2\,\mathrm{Re}(B+C)F^*]; \qquad I_0 D^{(2)}_{\ell\ell} = 2[|A|^2 - |D|^2 + 2\,\mathrm{Re}(B+C)F^*];$$

$$I_0 D^{(1)}_{mm} = 2[|B|^2 - |C|^2 - 2\,\mathrm{Re}(A-D)E^*]; \qquad I_0 D^{(2)}_{mm} = 2[|B|^2 - |C|^2 + 2\,\mathrm{Re}(A-D)E^*];$$

$$I_0 D^{(1)}_{\ell m} = 2\,\mathrm{Re}\,[(A-D)(B-C)^* + 2(B+C)E^*]; \qquad I_0 D^{(2)}_{\ell m} = 2\,\mathrm{Re}\,[(A-D)(B-C)^* - 2(B+C)E^*];$$

$$I_0 D^{(1)}_{m\ell} = 2\,\mathrm{Re}\,[(A+D)(B+C)^* + 2(A-D)F^*]; \qquad I_0 D^{(2)}_{m\ell} = 2\,\mathrm{Re}\,[(A+D)(B+C)^* - 2(A-D)F^*].$$

Следующий тензор $I_0 D_{\alpha\beta\gamma} = \tfrac{1}{4}\mathrm{Tr}\, M\sigma_{1\alpha}\sigma_{2\beta}M^+S_\gamma$ имеет 13 ненулевых компонент, причем существуют соотношения:

$$D_{nnn} = -L_n ; \qquad D_{\ell\ell n} = D_{mmn} ; \qquad D_{\ell mn} = -D_{m\ell n} ;$$

$$I_0 D_{\ell\ell n} = -2\,\mathrm{Im}\,[(A+D)(B-C)^* - 4(EF^*)] ; \qquad I_0 D_{mn\ell} = 4\,\mathrm{Im}\,[(AD^*) - (B+C)F^*] ;$$

$$I_0 D_{\ell mn} = -4\,\mathrm{Im}\,[(A+D)E^* + (B-C)F^*] ; \qquad I_0 D_{nm\ell} = 4\,\mathrm{Im}\,[(AD^*) + (B+C)F^*] ;$$

$$I_0 D_{\ell n\ell} = 2\,\mathrm{Im}\,[(A+D)(B+C)^* - 2(A-D)F^*] ; \qquad I_0 D_{\ell nm} = 4\,\mathrm{Im}\,[(BC^*) + (A-D)E^*] ;$$

$$I_0 D_{n\ell\ell} = 2\,\mathrm{Im}\,[(A+D)(B+C)^* + 2(A-D)F^*] ; \qquad I_0 D_{n\ell m} = 4\,\mathrm{Im}\,[(BC^*) - (A-D)E^*] ;$$

$$I_0 D_{mnm} = 2\,\mathrm{Im}\,[(A-D)(B-C)^* + 2(B+C)E^*] ; \qquad I_0 D_{nmm} = 2\,\mathrm{Im}\,[(A-D)(B-C)^* - 2(B+C)E^*] .$$

Два тензора $I_0 K^{(1)}_{\alpha\beta\gamma} = \frac{1}{4}\,\mathrm{Tr}\, M\sigma_{1\alpha} M^+ \sigma_{1\beta}\,\sigma_{2\gamma}$ и $I_0 K^{(2)}_{\alpha\beta\gamma} = \frac{1}{4}\,\mathrm{Tr}\, M\sigma_{2\alpha} M^+ \sigma_{1\beta}\,\sigma_{2\gamma}$ дают тензорную часть поляризации дейтона в случае поляризованного пучка или мишени. Они имеют по 13 ненулевых компонент, часть которых сводится к предыдущим тензорам:

$$K^{(1)}_{nnn} = -\epsilon_2 ; \qquad K^{(2)}_{nnn} = -\epsilon_1 ;$$

$$K^{(1)}_{\ell\ell n} = K^{(1)}_{\ell n\ell} = -D_{mnm} ; \qquad K^{(2)}_{\ell n\ell} = K^{(2)}_{\ell\ell n} = -D_{nmm} ;$$

$$K^{(1)}_{mmn} = K^{(1)}_{mnm} = -D_{\ell n\ell} ; \qquad K^{(2)}_{mnm} = K^{(2)}_{mmn} = -D_{n\ell\ell} ;$$

$$K^{(1)}_{\ell mn} = K^{(1)}_{\ell nm} = D_{mn\ell} ; \qquad K^{(2)}_{\ell nm} = K^{(2)}_{\ell mn} = D_{nm\ell} ;$$

$$K^{(1)}_{m\ell n} = K^{(1)}_{mn\ell} = D_{\ell nm} ; \qquad K^{(2)}_{mn\ell} = K^{(2)}_{m\ell n} = D_{n\ell m} .$$

Новыми являются лишь три величины: $K^{(1)}_{n\ell\ell} = K^{(2)}_{nmm}$; $K^{(1)}_{n\ell m} = K^{(1)}_{nm\ell} = -K^{(2)}_{n\ell m} = -K^{(2)}_{nm\ell}$ и $K^{(1)}_{nmm} = K^{(2)}_{n\ell\ell}$, связанные соотношением $K^{(1)}_{n\ell\ell} + K^{(1)}_{nmm} = \epsilon_1 + \epsilon_2$. Выражения для этих величин были приведены в тексте (8).

Тензор, дающий тензорную часть поляризации дейтона при поляризованном пучке и мишени $I_0 K_{\alpha\beta\gamma\omega} = \frac{1}{4}\,\mathrm{Tr}\, M\sigma_{1\alpha}\,\sigma_{2\beta}\, M^+ \sigma_{1\gamma}\,\sigma_{2\omega}$, имеет всего 41 ненулевую компоненту. Однако из-за соотношений

$$K_{nnnn} = -1 ;$$

$$K_{nn\ell\ell} = N_{mm} ; \qquad K_{nm n\ell} = K_{nm\ell n} = D^{(2)}_{\ell m} ; \qquad K_{\ell\ell nn} = I_{mm} ;$$

$$K_{n\ell n\ell} = K_{n\ell\ell n} = -D^{(2)}_{mm} ; \qquad K_{\ell n\ell n} = K_{\ell nn\ell} = -D^{(1)}_{mm} ; \qquad K_{\ell mnn} = -I_{m\ell} ;$$

$$K_{nmnm} = K_{nmmn} = -D^{(2)}_{\ell\ell} ; \qquad K_{mnmn} = K_{mnnm} = -D^{(1)}_{\ell\ell} ; \qquad K_{m\ell nn} = -I_{\ell m} ;$$

$$K_{n\ell nm} = K_{n\ell mn} = D^{(2)}_{m\ell} ; \qquad K_{\ell nmn} = K_{\ell nnm} = D^{(1)}_{m\ell} ; \qquad K_{mmnn} = I_{\ell\ell} ;$$

$$K_{nn\ell m} = K_{nnm\ell} = -N_{\ell m} ; \qquad K_{mn\ell n} = K_{mnn\ell} = D^{(1)}_{\ell m} ; \qquad K_{nnmm} = N_{\ell\ell}$$

новая информация при измерении этого тензора – 6 величин:

$$I_0 K_{\ell\ell\ell\ell} = -I_0 K_{mmmm} = 2(|A|^2 + |D|^2 - |B|^2 - |C|^2) + 4(|E|^2 - |F|^2) ;$$

$$I_0 K_{\ell m\ell m} = -I_0 K_{m\ell m\ell} = I_0 K_{\ell mm\ell} = -I_0 K_{m\ell\ell m} = 4\,\mathrm{Re}\,[(A+D)E^* - (B-C)F^*] ;$$

$$I_0 K_{\ell\ell\ell m} = I_0 K_{mmm\ell} = I_0 K_{\ell\ell m\ell} = I_0 K_{mm\ell m} = 2\,\mathrm{Re}\,[(A+D)(B-C)^* + 4(EF^*)] ;$$

$$I_0 K_{\ell m\ell\ell} = I_0 K_{m\ell mm} = 2\,\mathrm{Re}\,\{(A-D)(B+C)^* - 2[(A+D)F^* + (B-C)E^*]\} ;$$

$$I_0 K_{m\ell\ell\ell} = I_0 K_{\ell mmm} = 2\,\mathrm{Re}\,\{(A-D)(B+C)^* + 2[(A+D)F^* + (B-C)E^*]\} ;$$

$$I_0 K_{\ell\ell mm} = -I_0 K_{mm\ell\ell} = 4[-|E|^2 + |F|^2 - \mathrm{Re}\,(AD^*) - \mathrm{Re}\,(BC^*)] ,$$

связанных двумя соотношениями:

$$K_{\ell\ell\ell\ell} + K_{\ell\ell mm} = I_{\ell\ell} - I_{mm} ;$$

$$K_{\ell m\ell\ell} + K_{\ell mmm} = I_{\ell m} + I_{m\ell} .$$

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

Обратная реакция

Применяя операцию обращения времени, можно связать наблюдаемые величины в прямой и обратной реакциях. Часть таких соотношений уже была ранее получена в работе /3/. Здесь удобнее привести их в терминах поляризационных тензоров в прямой и обратной реакциях.

Обращение времени приводит к соотношению между матрицами прямой и обратной реакций:

$$p\,\overset{\approx}{M}(\vec k', \vec k) = p'\, u'^{-1}_T M_{обр}(-\vec k, -\vec k')\, u'_T\, \eta_T ;$$

где знак $\approx$ означает транспонирование,

η_T – множитель, по модулю равный единице,

p и p' – величины относительных импульсов соответственно начального и конечного состояний,

u_T, u'_T – унитарные матрицы, удовлетворяющие условию

$$u_T\, \overset{\approx}{\vec\sigma}_{1,2}\, u^{-1}_T = -\vec\sigma_{1,2} ;$$

$$u'_T\, \overset{\approx}{S}_i\, u'^{-1}_T = -S_i .$$

При обращении времени $\vec n \to -\vec n$; $\vec\ell \to -\vec\ell$; $\vec m \to \vec m$;

Нам потребуется применять еще вращение около вектора $\vec m$ на угол π. При этом вращении

$$M(\vec k', \vec k) = u'^{-1}_R\, M(-\vec k, -\vec k')\, u_R ,$$

где u_R и u'_R – унитарные матрицы, причем их явный вид для частиц со спином 1/2: $u_R = e^{i\frac{\vec\sigma\vec m}{2}\pi} = i(\vec\sigma_1 \vec m)$; и для спина единица: $u_R = e^{i(\vec S\vec m)\pi} = -(\vec\sigma_1\vec m)(\vec\sigma_2\vec m)$. Векторы базиса при таком вращении меняются следующим образом: $\vec n \to -\vec n$, $\vec\ell \to -\vec\ell$, $\vec m \to \vec m$.

1) Неполяризованное сечение обратной реакции равно: $I'_0 = \frac{1}{3}\mathrm{Tr}\, M_{обр}(\vec k', \vec k) M^+_{обр}(\vec k', \vec k)$. Пользуясь отмеченными выше операциями, получаем:

$$4 I_0 = \frac{p'^2}{p^2} 3 I'_0 .$$

2) Поляризация нуклонов в конечном состоянии обратной реакции на неполяризованной дейтериевой мишени $I'_0\epsilon'_1 = \frac{1}{3}\mathrm{Tr}\, M_{обр} M^+_{обр}(\vec\sigma_1\vec n)$ и $I'_0\epsilon'_2 = \frac{1}{3}\mathrm{Tr}\, M_{обр} M^+_{обр}(\vec\sigma_2\vec n)$ связана с асимметрией в прямой реакции: $\epsilon'_1 = \epsilon_1$; $\epsilon'_2 = \epsilon_2$.

3) Знание тензора корреляции поляризации нуклонов конечного состояния обратной реакции $I'_0 C_{\mu\nu} = \frac{1}{3}\mathrm{Tr}\, M_{обр} M^+_{обр}\sigma_{1\mu}\sigma_{2\nu}$ дает ту же информацию, что и измерение компонент тензора $I_0 I_{\mu\nu}$ в прямой реакции

$$C_{nn} = I_{nn}; \qquad C_{\ell\ell} = I_{\ell\ell}; \qquad C_{\ell m} = -I_{\ell m};$$

$$C_{mm} = I_{mm}; \qquad C_{m\ell} = -I_{m\ell} .$$

4) Вклад в асимметрию обратной реакции от векторной части поляризации дейтериевой мишени $I'_0 L'_n = \frac{1}{3}\mathrm{Tr}\, M_{обр}(\vec S\vec n)\sigma M^+_{обр}$ связан с векторной поляризацией дейтонов в прямой реакции $L'_n = L_n$.

5) Тензор $I'_0 N'_{\mu\nu} = \frac{1}{3}\mathrm{Tr}\, M_{обр}\sigma_{1\mu}\sigma_{2\nu} M^+_{обр}$ описывает вклад тензорной поляризации дейтериевой мишени в сечение обратной реакции.

Соотношения между компонентами тензоров обратной реакции, возникающие из-за симметрии, аналогичны рассмотренным соотношениям в прямой реакции. Для тех компонент, которые не сводятся такими соотношениями к предыдущим тензорам, получим связи с тензорами прямой реакции:

$$N_{\ell\ell} = N_{\ell\ell} ;$$

$$N'_{mm} = N_{mm}; \qquad N'_{\ell m} = N'_{m\ell} = -N_{\ell m} .$$

6) Компоненты тензоров $I'_0 R^{(1)}_{\alpha\beta} = \frac{1}{3}\mathrm{Tr}\, M_{обр} S_\alpha M^+_{обр}\sigma_{1\beta}$ и $I'_0 R^{(2)}_{\alpha\beta} = \frac{1}{3}\mathrm{Tr}\, M_{обр} S_\alpha M^+_{обр}\sigma_{2\beta}$ сводятся к компонентам тензоров $D^{(1)}_{\alpha\beta}$ и $D^{(2)}_{\alpha\beta}$ прямой реакции.

$$R^{(1)}_{nn} = -R^{(2)}_{nn} = D^{(1)}_{nn} ;$$

$$R^{(1)}_{\ell\ell} = D^{(1)}_{\ell\ell}; \qquad R^{(2)}_{\ell\ell} = D^{(2)}_{\ell\ell};$$

$$R^{(1)}_{mm} = D^{(1)}_{mm}; \qquad R^{(2)}_{mm} = D^{(2)}_{mm};$$

$$R^{(1)}_{\ell m} = -D^{(1)}_{\ell m}; \qquad R^{(2)}_{\ell m} = -D^{(2)}_{\ell m};$$

$$R^{(1)}_{m\ell} = -D^{(1)}_{m\ell}; \qquad R^{(2)}_{m\ell} = -D^{(2)}_{m\ell} .$$

7) Измерение компонент тензора $I'_0 C_{\alpha\beta\gamma} = \frac{1}{3}\mathrm{Tr}\, M_{обр} S_\alpha M^+_{обр}\sigma_{1\beta}\sigma_{2\gamma}$ дает ту же информацию, что и знание тензора $D_{\alpha\beta\gamma}$ прямой реакции.

$$C_{n\ell\ell} = C_{nmm} = D_{\ell\ell n}; \qquad C_{mmn} = D_{mnm};$$

$$C_{n\ell m} = -C_{nm\ell} = -D_{\ell mn}; \qquad C_{mnm} = D_{nmm};$$

$$C_{\ell\ell n} = D_{\ell n\ell}; \qquad C_{\ell mn} = -D_{mn\ell}; \qquad C_{m\ell n} = -D_{\ell nm};$$

$$C_{\ell n\ell} = D_{n\ell\ell}; \qquad C_{\ell nm} = -D_{nm\ell}; \qquad C_{mn\ell} = -D_{n\ell m} .$$

8) Два тензора, дающие вклад в поляризацию конечных нуклонов обратной реакции от тензорного типа поляризации дейтериевой мишени, связаны с тензорами $K^{(1)}_{\alpha\beta\gamma}$ и $K^{(2)}_{\alpha\beta\gamma}$ прямой реакции. Эти тензоры равны:

$$I'_0\, Q_{\alpha\beta\gamma} = \frac{1}{3}\,\mathrm{Tr}\, M_{обр}\,\sigma_{1\alpha}\,\sigma_{2\beta}\, M^{+}_{обр}\,\sigma_{1\gamma} \qquad I'_0\, Q^{(2)}_{\alpha\beta\gamma} = \frac{1}{3}\,\mathrm{Tr}\, M_{обр}\,\sigma_{1\alpha}\,\sigma_{2\beta}\, M^{+}_{обр}\,\sigma_{2\gamma} \;;$$

$$Q^{(1)}_{m\ell n} = Q^{(1)}_{\ell mn} = -Q^{(2)}_{\ell mn} = -Q^{(2)}_{m\ell n} = -K^{(1)}_{nm\ell} \;;$$

$$Q^{(1)}_{\ell\ell n} = Q^{(2)}_{mmn} = K^{(1)}_{n\ell\ell} \;; \qquad Q^{(1)}_{mmn} = Q^{(2)}_{\ell\ell n} = K^{(1)}_{nmm} \;.$$

9) Последний тензор $I'_0\, C_{\alpha\beta\gamma\omega} = \frac{1}{3}\,\mathrm{Tr}\, M_{обр}\,\sigma_{1\alpha}\,\sigma_{2\beta}\, M^{+}_{обр}\,\sigma_{1\gamma}\,\sigma_{2\omega}$ дает вклад в корреляцию поляризации нуклонов от тензорной поляризации дейтериевой мишени. Его компоненты, не сводящиеся к предыдущим тензорам, выражаются через компоненты тензора $K_{\alpha\beta\gamma\omega}$ прямой реакции:

$$C_{\ell m\ell m} = -C_{m\ell m\ell} = C_{m\ell\ell m} = -C_{\ell mm\ell} = K_{\ell m\ell m} \;;$$

$$C_{\ell m\ell\ell} = C_{m\ell\ell\ell} = C_{m\ell mm} = C_{\ell mmm} = -K_{\ell\ell\ell m} \;;$$

$$C_{\ell\ell\ell\ell} = -C_{mmmm} = K_{\ell\ell\ell\ell} \;; \qquad C_{\ell\ell m\ell} = C_{mm\ell m} = -K_{m\ell\ell\ell} \;;$$

$$C_{\ell\ell\ell m} = C_{mmm\ell} = -K_{\ell m\ell\ell} \;; \qquad C_{mm\ell\ell} = -C_{\ell\ell mm} = K_{\ell\ell mm} \;.$$

ПРИЛОЖЕНИЕ 3

Разложение амплитуд реакции по парциальным волнам

Разложим введенные нами амплитуды реакции A,B, ... по парциальным волнам. Элементы S -матрицы перехода с данным полным моментом J из состояния (s,ℓ) в состояние (s',ℓ') вводятся так же, как в работе /9/, с поправкой /10/.

Законы сохранения момента и четности допускают следующие переходы:

синглетные (pp) –состояния, ℓ – четное, $J = \ell \to \ell' = \ell \pm 1$;

триплетные (pp) –состояния, ℓ – нечетное, $\begin{cases} J = \ell \to \ell' = \ell \pm 1 \;; \\ J = \ell \pm 1 \to \ell' = \ell \pm 1 \;. \end{cases}$

Получаем следующие разложения:

$$\begin{aligned} 8A = \sum_{\substack{J=1\\(нечет)}}^{\infty} \sqrt{2J+1}\,\Big\{ & \sqrt{J+1}\,\Big[\cos\tfrac{\theta}{2}\, P_{J-1}(\theta) - \tfrac{1}{J}\sin\theta\,\sin\tfrac{\theta}{2}\, P'_{J-1}(\theta)\Big] S^{J}_{1J-1,\,1J} \\ & + \sqrt{J}\,\Big[\cos\tfrac{\theta}{2}\, P_{J+1}(\theta) + \tfrac{1}{J+1}\sin\theta\,\sin\tfrac{\theta}{2}\, P'_{J+1}(\theta)\Big] S^{J}_{1J+1,\,1J} \Big\} \\ + \sum_{\substack{J=2\\(четн)}}^{\infty} \sqrt{2J+1}\,\Big\{ & \sqrt{J+1}\,\Big[\cos\tfrac{\theta}{2}\, P_{J}(\theta) + \tfrac{1}{J}\sin\theta\,\sin\tfrac{\theta}{2}\, P'_{J}(\theta)\Big] S^{J}_{1J,\,1J-1} \\ & + \sqrt{J}\,\Big[\cos\tfrac{\theta}{2}\, P_{J}(\theta) - \tfrac{1}{J+1}\sin\theta\,\sin\tfrac{\theta}{2}\, P'_{J}(\theta)\Big] S^{J}_{1J,\,1J+1} \Big\} \;; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 8B = \sum_{\substack{J=1\\(нечет)}}^{\infty} \sqrt{2J+1}\,\Big\{ & \sqrt{J+1}\,\Big[-\sin\tfrac{\theta}{2}\, P_{J-1}(\theta) - \tfrac{1}{J}\sin\theta\,\cos\tfrac{\theta}{2}\, P'_{J-1}(\theta)\Big] S^{J}_{1J-1,\,1J} \\ & + \sqrt{J}\,\Big[\tfrac{1}{J+1}\sin\theta\,\cos\tfrac{\theta}{2}\, P'_{J+1}(\theta) - \sin\tfrac{\theta}{2}\, P_{J+1}(\theta)\Big] S^{J}_{1J+1,\,1J} \Big\} \\ + \sum_{\substack{J=2\\(четн)}}^{\infty} \sqrt{2J+1}\,\Big\{ & \sqrt{J+1}\,\Big[\tfrac{1}{J}\sin\theta\,\cos\tfrac{\theta}{2}\, P'_{J}(\theta) - \sin\tfrac{\theta}{2}\, P_{J}(\theta)\Big] S^{J}_{1J,\,1J-1} \\ & - \sqrt{J}\,\Big[\tfrac{1}{J+1}\sin\theta\,\cos\tfrac{\theta}{2}\, P'_{J}(\theta) + \sin\tfrac{\theta}{2}\, P_{J}(\theta)\Big] S^{J}_{1J,\,1J+1} \Big\} \;; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 8C = -\sin\theta \sum_{\substack{J=1\\(нечет)}}^{\infty} \sqrt{2J+1}\,\Big\{ & \tfrac{1}{J}\Big[\tfrac{1}{\sqrt{J+1}}\sin\theta\,\sin\tfrac{\theta}{2}\, P''_{J-1}(\theta) - \sqrt{J+1}\cos\tfrac{\theta}{2}\, P'_{J-1}(\theta)\Big] S^{J}_{1J-1,\,1J} \\ & + \tfrac{1}{J+1}\Big[\tfrac{1}{\sqrt{J}}\sin\theta\,\sin\tfrac{\theta}{2}\, P''_{J+1}(\theta) + \sqrt{J}\cos\tfrac{\theta}{2}\, P'_{J+1}(\theta)\Big] S^{J}_{1J+1,\,1J} \Big\} \\ + \sin\theta \sum_{\substack{J=2\\(четн)}}^{\infty} \sqrt{2J+1}\,\Big\{ & \tfrac{1}{J\sqrt{J+1}}\Big[\sin\theta\,\sin\tfrac{\theta}{2}\, P''_{J}(\theta) + (J-1)\cos\tfrac{\theta}{2}\, P'_{J}(\theta)\Big] S^{J}_{1J,\,1J-1} \\ & + \tfrac{1}{\sqrt{J(J+1)}}\Big[\sin\theta\,\sin\tfrac{\theta}{2}\, P''_{J}(\theta) - (J+2)\cos\tfrac{\theta}{2}\, P'_{J}(\theta)\Big] S^{J}_{1J,\,1J+1} \Big\} \;; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 8D = -\sin\theta \sum_{\substack{J=1\\(нечет)}}^{\infty} \sqrt{2J+1}\,\Big\{ & \tfrac{1}{J}\Big[\tfrac{1}{\sqrt{J+1}}\sin\theta\,\cos\tfrac{\theta}{2}\, P''_{J-1}(\theta) + \sqrt{J+1}\sin\tfrac{\theta}{2}\, P'_{J-1}(\theta)\Big] S^{J}_{1J-1,\,1J} \\ & + \tfrac{1}{J+1}\Big[\tfrac{1}{\sqrt{J}}\sin\theta\,\cos\tfrac{\theta}{2}\, P''_{J+1}(\theta) - \sqrt{J}\sin\tfrac{\theta}{2}\, P'_{J+1}(\theta)\Big] S^{J}_{1J+1,\,1J} \Big\} \\ + \sin\theta \sum_{\substack{J=2\\(четн)}}^{\infty} \sqrt{2J+1}\,\Big\{ & \tfrac{1}{J\sqrt{J+1}}\Big[\sin\theta\,\cos\tfrac{\theta}{2}\, P''_{J}(\theta) - (J-1)\sin\tfrac{\theta}{2}\, P'_{J}(\theta)\Big] S^{J}_{1J,\,1J-1} \\ & + \tfrac{1}{(J+1)\sqrt{J}}\Big[\sin\theta\,\cos\tfrac{\theta}{2}\, P''_{J}(\theta) + (J+2)\sin\tfrac{\theta}{2}\, P'_{J}(\theta)\Big] S^{J}_{1J,\,1J+1} \Big\} \;; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 8E = \sum_{\substack{J=0\\(четн)}}^{\infty} \sqrt{2J+1}\,\Big\{ & \Big[\sin\theta\,\sin\tfrac{\theta}{2}\sqrt{\tfrac{1}{J}}\, P'_{J-1}(\theta) - \sqrt{J}\cos\tfrac{\theta}{2}\, P_{J-1}(\theta)\Big] S^{J}_{1J-1,\,0J} \\ & + \Big[\sin\theta\,\sin\tfrac{\theta}{2}\sqrt{\tfrac{1}{J+1}}\, P'_{J+1}(\theta) + \sqrt{J+1}\cos\tfrac{\theta}{2}\, P_{J+1}(\theta)\Big] S^{J}_{1J+1,\,0J} \Big\} \;; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 8F = \sum_{\substack{J=0\\(четн)}}^{\infty} \sqrt{2J+1}\,\Big\{ & \Big[\sin\theta\,\cos\tfrac{\theta}{2}\sqrt{\tfrac{1}{J}}\, P'_{J-1}(\theta) + \sqrt{J}\sin\tfrac{\theta}{2}\, P_{J-1}(\theta)\Big] S^{J}_{1J-1,\,0J} \\ & + \Big[\sin\theta\,\cos\tfrac{\theta}{2}\sqrt{\tfrac{1}{J+1}}\, P'_{J+1}(\theta) - \sqrt{J+1}\sin\tfrac{\theta}{2}\, P_{J+1}(\theta)\Big] S^{J}_{1J+1,\,0J} \Big\} \;; \end{aligned}$$

Здесь θ – угол вылета мезона в системе центра инерции,

$P_\ell(\theta)$ – полиномы Лежандра,

$P'_\ell(\theta)$ и $P''_\ell(\theta)$ – соответственно первая и вторая производные от полиномов Лежандра по аргументу $z = \cos\theta$.

Л и т е р а т у р а

1. L.Wolfenstein. Phys. Rev., 98, 766 (1955).
2. F. Mandel and T.Regge. Phys. Rev., 99, 1478 (1955).
3. Л.И. Лапидус. ЖЭТФ, 33, 204 (1957).
4. Л.М. Сороко. Препринт ОИЯИ, Р-186, Дубна, 1958.
5. W.Lakin. Phys. Rev., 98, 139 (1955).
6. J.Button, R.Mermod. Phys. Rev., 118, 1333 (1960).
7. C.Schumacher, A.Bethe. Phys. Rev., 121, 1534 (1961).
8. С.М. Биленький, Л.И. Лапидус, Р.М. Рындин. УФН, 84в, 2, 243 (1964).
9. J.Blatt, L.Bidenham. Rev. Mod. Phys., 24, 258 (1952).
10. R.Huby. Proc. Phys. Soc., A 67, 1103 (1954)).
11. Поляризация нуклонов, стр. 403. Госатомиздат. Москва, 1962.

Рукопись поступила в издательский отдел
10 июля 1965 г.