

6

C-65

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Лаборатория ядерных проблем

226

Л. М. Сороко

P-226

**Поляризационные эффекты при образовании
мезонов нуклонами**

Обзор

Дубна, 1958 г.

6
С-65

Л. М. Сороко

P-226

**Поляризациянные эффекты при образовании
мезонов нуклонами**

О б з о р

Объединенный институт
ядерных исследований
БИБЛИОТЕКА

О г л а в л е н и е

1. Основные результаты теорий образования мезонов нуклонами вблизи порога.
2. Резонансная феноменологическая теория образования мезонов нуклонами при энергии 400 + 900 Мэв.
3. Применение общей теории ядерных реакций к процессам соударения нуклонов, сопровождающимся испусканием мезона.
4. Полное количество опытов, необходимых для решения проблемы соударения протона с протоном в области энергии 400 + 900 Мэв.
5. Возможные опыты по исследованию процесса $p + p \rightarrow d + \pi^+$.
6. Возможные опыты по исследованию процессов $p + p \rightarrow \pi + N + N$.

В данном обзоре изложены основные результаты некоторых феноменологических теорий образования мезонов нуклонами и рассмотрены возможные эксперименты по изучению неупругих соударений нуклонов в области энергии $400 + 900$ Мэв.

Появление интенсивных неупругих процессов соударений нуклонов, которые в данной области энергии сопровождаются, главным образом, испусканием одного мезона, приводит к усложнению проблемы исследования нуклонных соударений.

Детальное изучение неупругих соударений нуклонов может быть сделано при условии выполнения необходимой совокупности экспериментов подобно тому, как это требуется при исследовании упругого рассеяния нуклонов в области несколько более низких энергий. По своему многообразию эксперименты по изучению неупругих процессов более сложны, чем при упругом рассеянии, поскольку неупругие соударения сопровождаются испусканием преимущественно трех частиц: мезона и двух нуклонов.

Упругие и неупругие процессы связаны взаимно не только требованиями унитарности, которым должна удовлетворять матрица рассеяния, описывающая эти процессы. Связь между ними возникает также благодаря сильному взаимодействию мезона с нуклоном в конечном состоянии, что оказывается весьма важным обстоятельством при построении различных феноменологических теорий. При обсуждении программы экспериментов по исследованию неупругих соударений нуклонов используются результаты феноменологических теорий образования мезонов нуклонами, наиболее хорошо оправдавшихся на опыте.

I. Основные результаты теорий образования мезонов нуклонами вблизи порога

В настоящее время еще не удалось создать теорию процессов образования мезонов нуклонами, на основе которой можно было бы дать количественное объяснение всем известным экспериментальным данным. Такую теорию, по-видимому, нельзя построить сейчас, поскольку еще не осуществлены до конца все те эксперименты, проведение которых необходимо для получения полных сведений об исследуемых процессах. Лишь некоторые, наиболее характерные результаты, полученные в ряде экспериментов, удалось проанализировать путем феноменологических построений. При этом за основу принималась определенная модель процесса, и ставилась ограниченная задача выявить наиболее важные свойства процессов образования мезонов нуклонами.

Первоначально рассматривалась область энергии налетающего нуклона, непосредственно примыкающая к порогу образования мезонов. В ряде работ (К. Watson, К. Brueckner, 1951) весьма успешно был проведен частичный анализ процессов, с помощью которого были установлены основные характеристики процессов образования мезонов нуклонами, наиболее важными из которых являются следующие:

1) Вся совокупность данных о процессах образования мезонов можно полностью охарактеризовать исходя из предложения о справедливости гипотезы зарядовой инвариантности набором трех независимых амплитуд переходов (van Nove, Marschak, Pais, 1952).

2) Испускание мезона происходит преимущественно в p -состоянии относительно двух вторичных нуклонов, причем основную роль играет резонансное взаимодействие мезона с нуклоном в состоянии $T=3/2$; $J=3/2$. Этот вывод следует из анализа как углового распределения наиболее характерной реакции $p+p \rightarrow d+\pi^+$, так и из зависимости полного сечения от энергии.

3) Существенное значение имеет взаимодействие нуклонов в конечном состоянии. Наиболее наглядно влияние его видно на примере процессов $p+p \rightarrow d+\pi^+$ и $p+p \rightarrow n+p+\pi^+$. Эффект этот вызван тем, что мезон, имея малую массу, быстро покидает область пространства, в котором вторичные нуклоны продолжают еще некоторое время взаимодействовать между собой. Поскольку это взаимодействие, осуществляемое только в S -состояниях вторичных нуклонов, проявляется наиболее интенсивно при весьма малых относительных энергиях двух нуклонов, то в результате значительно возрастает вероятность образования дейтрона, а спектр мезонов стягивается к высокоэнергетическому краю.

Все эти свойства принимались во внимание также и другими феноменологическими теориями, развитыми позднее.

Наряду с феноменологическим подходом, анализ процессов образования мезонов производился путем вычисления матричных элементов переходов с помощью теории возмущения при определенных видах взаимодействия между мезоном и нуклоном. Здесь возникали большие принципиальные затруднения, свойственные теории возмущения для сильного взаимодействия. Помимо этого теория возмущения не позволяла рассматривать проблему связанных состояний нуклонов, которая возникала в случае процесса $p+p \rightarrow d+\pi^+$.

В последующих работах пытались обойти вторую трудность путем учета взаимодействия нуклонов с помощью феноменологических потенциалов. Результаты расчетов при этом оказывались весьма чувствительными к виду волновых функций, выбираемых для системы нуклонов до и после соударений.

Два важных усовершенствования позволили дать обоснование такому методу рассмотрения. А именно, было показано, что все операции с волновыми функциями нуклонов вполне допустимы в рамках теории поля (G.Chew, 1954 A; F.Low, 1955). С другой стороны, вычисления ядерных потенциалов методом мезонной теории с обрезанием дало возможность использовать при вычислении матричного элемента перехода волновые функции, более достоверные, чем те, которые строились на основе феноменологического, обычно не вполне однозначного анализа процессов упругого рассеяния нуклонов.

В результате был построен некоторый вариант теории (D.Geffen, 1955, D.Lichtenberg, 1955), который излагается ниже на примере процесса $p+p \rightarrow d+\pi^+$. Матричный элемент этого процесса можно записать в виде:

$$M = \langle \psi_f | T | \psi_i \rangle, \quad (I)$$

где ψ_f и ψ_i - нерелятивистские волновые функции, описывающие состояние двух нуклонов до и после испускания мезона. Такой вид записи матричного элемента связан с некоторыми приближениями. Приближение состоит в том, что обмен мезонами между двумя нуклонами заменяется эффективным потенциалом, действующим между этими нуклонами. В свою очередь эффективный потенциал вычисляется приближенно посредством метода теории с обрезанием (G.Chew, 1954 в).

Волновые функции ψ_f и ψ_i в (I) должны удовлетворять уравнению Шредингера с эффективным потенциалом. Выбор последнего должен производиться с тем условием, чтобы получить необходимые свойства дейтрона, а также чтобы описывались процессы рассеяния двух нуклонов при соответствующих энергиях.

В качестве оператора T выбирают простейший инвариантный оператор, являющийся нерелятивистски инвариантной функцией оператора спина нуклона $\vec{\sigma}$, изотопического спина $\vec{\tau}$, а также оператора $\vec{\nabla}$. Зависимость оператора T от мезонной волновой функции $\vec{\phi}$, которая является псевдоскаляром, должна быть линейной. Относительного одного из нуклонов волновая функция ϕ принимается плоской волной. Запись оператора T в виде:

$$T = \alpha \left[\sum_{i=1,2} \vec{\sigma}^{(i)} \vec{\nabla}_i [\vec{\tau}^i \cdot \vec{\phi}^{(i)}] \right] + \beta \left[\sum_{i=1,2} [\vec{\tau}^i \cdot \vec{\phi}^{(i)}] \vec{\sigma}^{(i)} \nabla_i \right] \quad (2)$$

согласуется с представлениями мезонной теории. Так, например, (Chew, Goldberger, Steinberger, Yang, 1951) в псевдоскалярной теории с псевдоскалярной связью оператор T имеет вид:

$$\left(\frac{g}{mc} \right) \left[\vec{\sigma} \cdot \vec{q} + i \hbar \frac{E_q}{M} \vec{\sigma} \cdot \vec{\nabla} \right].$$

Параметры α и β в (2) должны быть определены путем сравнения с результатами эксперимента и могут оказаться зависящими от энергии. Первое слагаемое в T , пропорциональное α , описывает испускание мезона в S -состоянии, а β слагаемое приводит преимущественно к P -состоянию. Эффективное сечение процесса испускания мезона в S -состоянии, как показывают результаты эксперимента, очень мало, откуда следует, что $|\alpha| \gg |\beta|$.

Если произвести интегрирование по координате центра инерции дейтрона, а также суммирование по изотопическому спину, то получается следующее выражение для матричного элемента:

$$\begin{aligned} M = & \sqrt{4\pi \tau_D} \langle \vec{\tau}^{-1} [u(\tau) + \delta^{-1/2} S_{12} w(\tau)] \chi_1^m | \\ & | i \alpha \cos\left(\frac{\vec{q} \cdot \vec{\tau}}{2}\right) (\vec{\sigma}_1 - \vec{\sigma}_2) \vec{q} + \alpha \sin\left(\frac{\vec{q} \cdot \vec{\tau}}{2}\right) (\vec{\sigma}_1 + \vec{\sigma}_2) \vec{q} - \\ & - \beta \cos\left(\frac{\vec{q} \cdot \vec{\tau}}{2}\right) (\vec{\sigma}_1 + \vec{\sigma}_2) \vec{\nabla} + i \beta \sin\left(\frac{\vec{q} \cdot \vec{\tau}}{2}\right) (\vec{\sigma}_1 + \vec{\sigma}_2) \vec{\nabla} | \\ & | \psi_p \rangle (2\pi)^3 \delta(\vec{k} + \vec{q}), \end{aligned} \quad (3)$$

где $r_D = \hbar \sqrt{M \epsilon_D} = 4,31 \cdot 10^{-13}$ см ; $\vec{r} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2$ - относительная координата нуклонов ;
 $u(r), w(r)$ - S - и D - волновые функции дейтрона ; $S_{12} = 3(\vec{\sigma}_1 \vec{n})(\vec{\sigma}_2 \vec{n}) - \vec{\sigma}_1 \vec{\sigma}_2$; $\vec{n} = \frac{\vec{r}}{r}$.

В одном из состояний нуклоны связываются в дейтрон, который имеет положительную четность и полный момент $J=1$. Учитывая законы сохранения этих величин, можно определить разрешенные состояния двух нуклонов. Ограничиваются обычно S - и p - состояниями испускаемого мезона, что эквивалентно разложению $\sin(\frac{q\vec{r}}{2})$ и $\cos(\frac{q\vec{r}}{2})$ по сферическим гармоникам с отбрасыванием членов $\sim q^2$ и выше. Эффективный параметр такого разложения оказывается равным (q/k_0) , здесь \vec{k}_0 - волновой вектор налетающего нуклона. Значение этого параметра при энергии нуклона ~ 500 Мэв равно всего около 1/5. Следовательно, пренебрежение членами $(q/k_0)^2$ и более высоких степеней (q/k_0) приводит к ошибке в несколько процентов, что сравнимо с погрешностями, связанными с пренебрежением релятивистскими эффектами.

Вычисление матричного элемента при $\beta=0$ дает

$$|M|^2 = \left(\frac{16\pi}{r_D}\right) k_0^{-2} \left\{ \left(\frac{q}{k_0}\right)^2 |\alpha|^2 \left[F_0^2 + \frac{1}{2} F_2^2 - \sqrt{2} \cdot F_0 \cdot F_0' \cos(\delta_2 - \delta_0) + \right. \right. \\ \left. \left. + \left[\frac{1}{2} F_2^2 + \sqrt{2} \cdot F_0 \cdot F_2 \cos(\delta_2 - \delta_0) \right] 3 \cos^2 \theta \right] \right\}, \quad (4)$$

где δ_0 и δ_2 - сдвиги фаз рассеяния в 1S_0 и 1D_2 - состояниях двух протонов. Радиальные интегралы F^i в (4) определяются следующим образом

$$F_0 = \int_0^\infty u_0(x) u(x) j_0\left(\frac{qx}{2k_0}\right) dx ; \\ F_0' = \int_0^\infty u_0(x) w(x) j_0\left(\frac{qx}{2k_0}\right) dx ; \\ F_2 = \int_0^\infty u_2(x) w(x) j_0\left(\frac{qx}{2k_0}\right) dx ,$$

где $x = k_0 r$. Волновые функции S - и D - состояний дейтрона нормированы условием

$$\int [u^2(r) + w^2(r)] dr = r_D .$$

Функции u_0 и u_2 двух протонов нормированы условием поведения на бесконечности:

$$u_\ell \sim \sin\left(kr - \frac{\ell\pi}{2} + \delta_\ell\right) .$$

Из (4) видно, что член $\sim \cos^2 \theta$ в угловой зависимости может возникнуть только в том случае, если учитывается D - состояние дейтрона. Может показаться, что значение интеграла F_2 очень мало по сравнению с F_0 . Однако, это не так. Как видно из рис. I волновая функция D -состояния двух протонов $u_2(x)$ имеет большую протяженность, чем $u_0(x)$, благодаря чему максимумы $u_2(x)$ и $w_D(x)$ располагаются почти при одном и том же x . Это приводит к тому, что $F_2 \approx F_0$. При вычислении радиальных интегралов и сдвигов фаз δ_0 и δ_2 был использован синглетный потенциал в форме Ястрова с непроницаемым сердечником.

Другие потенциалы не дают необходимого согласия с экспериментальными данными в области энергии от 340 Мэв до 515 Мэв.

Эффект взаимодействия мезона с нуклоном в состоянии $T = 3/2$; $J = 3/2$ в данном рассмотрении не принимается во внимание. Кроме того данный подход все еще имеет тот недостаток, что результаты расчета оказываются весьма чувствительными к виду волновых функций, используемых для системы нуклонов в начальном и конечном состояниях.

В несколько модифицированном варианте теории (D.V. Lichtenberg, 1957) эффект взаимодействия мезона с нуклоном удалось учесть путем построения волновой функции, описывающей процесс рассеяния мезона, испущенного первым нуклоном на втором нуклоне. Такими свойствами обладает волновая функция

$$\psi = \delta(\vec{q} - \vec{k}) + e^{-i\vec{k}\vec{r}} \frac{(k|T|q)}{\omega_q - \omega_k + i\varepsilon}, \quad (5)$$

где \vec{q} - импульс мезона, \vec{k} - импульс нуклона, \vec{r} - координата нуклона, а $(k|T|q)$ - матричный элемент вне энергетической поверхности, который описывает процесс рассеяния $\vec{k} \rightarrow \vec{q}$. Если учесть только рассеяние в состоянии $T = 3/2$; $J = 3/2$, то $(k|T|q) = P_{33} t_{kq}$, где P_{33} - проецирующий оператор для состояния $T = 3/2$; $J = 3/2$, а t_{kq} - функция k и q . В случае процесса $p + p \rightarrow d + \pi^+$ эффект рассеяния мезона на нуклоне необходимо учитывать только в тех матричных элементах, которые связаны с начальным 4D_2 - состоянием. Действительно, мезон не может находиться в состоянии $T = 3/2$; $J = 3/2$ по отношению к одному из нуклонов, если полный момент системы равен нулю (1S_0). Как и в предыдущей теории, возникает вклады от S - и D - состояний дейтрона.

Матричный элемент имеет с точностью до постоянных множителей такой же вид, как и (4), но вместо радиального интеграла F_2 входит член

$$F_2 + \sqrt{2} \cdot F,$$

состоящий из известного уже радиального интеграла F_2 и "интеграла рассеяния" F , который равен

$$F = \frac{\omega_q^{1/2}}{q} \int dk \frac{k^3 t_{kq} I(p,k)}{(\omega_q - \omega_k + i\varepsilon) \omega_k^{1/2}}, \quad (6)$$

где $I(p,k) = \int u_2(r) u(r) j_2(kr) dr$.

Чтобы оценить энергетическую зависимость F , обычно полагают

$$t_{kq} = -\Delta \frac{kq}{(\omega_k \omega_q)^{1/2}} \times \begin{cases} \frac{1}{\omega_q} & \omega_q > \omega_k \\ \frac{1}{\omega_k} & \omega_q < \omega_k \end{cases},$$

где Δ - константа. Если пронормировать t_{kq} на энергетической поверхности, то

$$t_{kq} \rightarrow t_{qq} = -(\pi q \omega_q)^{-1} e^{i\delta} \sin \delta,$$

где δ - сдвиг фазы рассеяния в $T=3/2$; $J=3/2$ - состоянии. Для $q < \mu$ можно приближенно считать

$$e^{i\delta} \sin \delta \sim \delta = 0,24 \left(\frac{q}{\mu}\right)^3. \quad (7)$$

Тогда $\Delta = 0,24 \frac{\omega_q}{\pi \mu^3}$.

Согласно предыдущей оценке

$$\Delta = 0,24 \frac{1}{\pi \mu^2}. \quad (8)$$

Вблизи порога различие между $\Delta = \text{const}$ и $\Delta \sim \omega_q$ обнаружить очень трудно.

Результаты всех приведенных расчетов удовлетворительно согласуются с экспериментальными данными. Наибольший интерес среди выводов этой теории представляет тот факт, что вклад от тензорных сил и вклад от взаимодействия мезона с нуклоном имеют почти одинаковую величину. Расчеты, выполненные до этого, пренебрегали некоторыми из этих эффектов, либо сразу двумя. По своей величине любой из этих эффектов оказывается достаточным для объяснения экспериментальных данных.

Отметим еще следующее свойство процесса $p + p \rightarrow d + \pi^+$. Переход ${}^1S_0 \rightarrow {}^3S_1$ в нуклонной системе оказывается сравнительно маловероятным, однако роль его сводится к тому, чтобы изменить вид углового распределения. Если сдвиг фазы $\delta_0 < 0$, то $F_0 > 0$, и угловое распределение становится более анизотропным, чем $\frac{1}{3} + \cos^2 \theta$, что хорошо согласуется с экспериментом. Величина члена F_2 , связанного с переходом ${}^1D_2 \rightarrow {}^3D_1$ чувствительна к виду волновой функции в D - состоянии двух протонов. С возрастанием энергии F_2 уменьшается, и чувствительность к $u_2(r)$ исчезает. Однако, если сдвиг фазы δ_2 велик и отрицателен, то F_2 может и не уменьшаться с энергией. Член F_2 , обусловленный взаимодействием мезона с нуклоном, дает наиболее интенсивный переход ${}^1D_2 \rightarrow {}^3S_1$.

Ранее проводившийся феноменологический анализ реакции $p + p \rightarrow d + \pi^+$ основывался на возможности аппроксимировать энергетическую зависимость сечения соотношением

$$\sigma = aq + bq^3,$$

где q - импульс мезона. Первый член по предположению возникает от S - состояния мезона, а второй - от p - состояния. Константы a и b находятся из эксперимента.

Важным результатом рассмотренных выше теорий оказался тот, что испускание мезона в p - состоянии обусловлено несколькими членами, причем ни один из них после исключения множителей по степеням q не остается независимым от q . Кроме этого в выражении для сечения возникает множитель $\frac{1}{p^3}$, где p - импульс нуклона. Одна степень $\frac{1}{p}$ учитывает относительную скорость падающего нуклона. Еще две степени обязаны выбору нормировочного коэффициента волновой функции протонов, который при возведении в квадрат дает $\frac{1}{p^2}$. Множитель $\frac{1}{p^3}$ приводит к тому, что образование в p - состоянии увеличивается с энергией менее быстро, чем $\sim q^3$.

Учитывая этот результат, феноменологический анализ вблизи порога следует производить, исходя из выражения

$$\sigma = \left(\frac{p_0}{p}\right)^3 (a'q + b'q^3), \quad (9)$$

где p_0 - относительный импульс протона при энергии, равной пороговой, а a' и b' - новые константы (F. Crawford et al., 1957). Необходимо также иметь в виду, что нет оснований считать новые константы a' и b' действительно независимыми от энергии. По-видимому, утверждать можно обратное, поскольку некоторые варианты расчетов указывают на то, что параметр b' немного уменьшается с повышением энергии.

Изложенные выше варианты теорий процессов образования мезонов нуклонами основаны на весьма многих допущениях. Поэтому все эти попытки можно расценивать как некоторые феноменологические построения, которые оказываются в достаточной степени удовлетворительными только вблизи порога образования мезонов.

Наиболее удачной попыткой построения феноменологической теории процессов образования мезонов при более высоких энергиях следует признать резонансную модель образования мезонов нуклонами (S. Mandelstam, 1958) с помощью которой путем введения трех численных параметров объясняется большое количество экспериментальных данных, полученных в достаточно широкой области энергии налетающего нуклона - от 400 до 900 Мэв.

2. Резонансная феноменологическая теория образования мезонов нуклонами при энергиях 400 + 900 Мэв

Основное предположение рассматриваемой резонансной модели (S. Mandelstam, 1958) состоит в том, что процесс образования мезонов нуклонами связан с небольшим числом состояний по моменту количества движения, а матричный элемент для каждого из них является постоянной величиной за исключением множителей, обусловленных взаимодействием мезона с нуклоном и нуклонов между собой в конечном состоянии.

Для объяснения большинства экспериментальных данных по образованию мезонов при энергиях налетающего нуклона 400 + 900 Мэв оказывается достаточным введение всего трех численных параметров. Исключение представляет область вблизи порога, где становятся существенными нерезонансные процессы, что заставляет вводить другие дополнительные параметры.

Как известно, парциальный анализ процессов образования мезонов нуклонами вблизи порога основывается на учете S - и P - состояний мезона относительно системы нуклонов, которые связаны с переходами

$$\left. \begin{array}{l} {}^3P_1 \rightarrow {}^3S_1 s_1 \\ {}^1S_0 \rightarrow {}^3S_1 p_0 \\ {}^1D_2 \rightarrow {}^3S_1 p_2 \end{array} \right\} S p \text{- переходы} \quad (10)$$

$${}^3P_0 \rightarrow {}^1S_0 s_0 \} S s \text{- переход}$$

При первых трех переходах может быть испущен дейтрон. В случае π^0 -мезона разрешенным является только четвертый переход, однако кроме него возможны также $P\rho$ -переходы. Следует отметить, что для SS -перехода мезон и нуклон могут находиться частично в резонансном состоянии $T=3/2$; $J=3/2$. Причиной этого является движение системы центра масс двух вторичных нуклонов, а также конечные размеры области взаимодействия между нуклонами. Благодаря этому взаимный S -разлет нуклонов дает с некоторой вероятностью P -состояние нуклона относительно центра инерции, а, следовательно, и относительно мезона, который испускается в S -состоянии. Переходы с таким механизмом проявления резонансных свойств взаимодействия мезона и нуклона называются "смещенными" переходами.

В области энергии налетающего нуклона ~ 600 Мэв, для которой построена данная резонансная модель, необходимо учитывать вторую возможность классификации трех частиц. В этой классификации вместо подсистемы двух нуклонов рассматривается подсистема из мезона и одного нуклона. По предположению, подсистема из мезона и нуклона может находиться только в одном состоянии, ${}^2P_{3/2}$ - р-состоянии с полным моментом $J=3/2$ и изотопическим спином $T=3/2$. Второй нуклон по отношению к центру масс этой подсистемы может находиться либо в S -, либо в р-состоянии. Эти две возможности принято называть: образование мезона при S -разлете и P -разлете резонансной подсистемы и второго нуклона, соответственно.

Весьма важным результатом рассматриваемой модели явилось доказательство P -разлета.

При такой классификации направление вылета частиц задается относительным импульсом \vec{q} мезона и одного нуклона, а также импульсом \vec{p} другого нуклона.

Образование мезона при S -разлете происходит только через одно состояние. Момент количества движения конечного состояния складывается из углового момента взаимодействующей подсистемы мезона и нуклона и из спинового момента второго нуклона, что дает полный момент $J=1$ и $J=2$ и положительную четность ($\Pi+$). Случай $J=1$ неосуществим, и единственным начальным состоянием оказывается синглет 1D_2 -состояние.

Для P -разлета количество переходов больше. Кроме момента количества движения резонансной подсистемы и спина второго нуклона, у второго нуклона имеется также орбитальный момент, так что полный момент количества движения принимает значения $J=0, 1, 2, 3$, а четность отрицательна ($\Pi-$). Возможными оказываются переходы из триплетных P - и F -состояний начальной системы.

Введенную таким образом классификацию переходов необходимо сопоставить с классификацией, используемой при феноменологическом анализе процессов образования мезонов нуклонами вблизи порога.

Легко видеть, что S -разлет дает переход ${}^1D_2 \rightarrow ({}^3S_1\rho)_2$, а также переходы класса Ps . Благодаря особенностям взаимодействия нуклонов при весьма малых энергиях преобладать должен переход с испусканием нуклонов в S -состоянии.

Т а б л и ц а 2.

ИЗОТОПСЛИНОВАЯ ГРУППА ПЕРЕХОДОВ		G ₁₁									
		S _s		S _d		P _s		P _p			
KЛАСС ПЕРЕХОДОВ	KОНЕЧНОЕ СОСТОЯНИЕ	¹ S ₀ s ₀	¹ S ₀ d ₂	¹ S ₀ d ₂	³ P ₀ s ₀	³ P ₂ s ₂	³ P ₁ p ₀	³ P _{0,1,2} p ₁	³ P _{1,2} p ₂	³ P _{1,2} p ₂	³ P ₂ p ₃
		G _{2,3/2}	S-разлет	² P _{3/2} s ₂			-	¹ D ₂			
P-разлет	² P _{3/2,1} p ₀		³ P ₀	-	-		³ P ₀	-	-	-	-
	² P _{3/2,1} p ₁		-	-	-		-	³ P ₁	-	-	-
	² P _{3/2,2} p ₁		-	-	-		-	-	³ P ₂	³ F ₂	-
	² P _{3/2,1} p ₂		-	³ P ₂	³ F ₂		-	-	-	-	³ F ₃
	² P _{3/2,2} p ₂		-	-	-		-	-	-	-	-
² P _{3/2,2} p ₃	-	-	-		-	-	-	-	-	³ F ₃	

Введенные таким образом три параметра находят следующим образом:

- 1) параметр S-разлета находится из сечения процесса $p+p \rightarrow d+\pi^+$ вблизи порога;
- 2) один из параметров P-разлета находится из сечения реакции $p+p \rightarrow d+\pi^+$ при высоких энергиях, для чего используются данные об угловом распределении этого процесса;
- 3) второй параметр P-разлета определяется из полного сечения образования π^+ -мезона в реакции $p+p \rightarrow n+p+\pi^+$ при энергии 660 Мэв.

Данная теория учитывает интерференцию между различными матричными элементами, когда мезон образуется в отдельности на двух нуклонах, но не учитывает возможности одновременного взаимодействия мезона с двумя нуклонами, другими словами, множественного процесса.

Резонансные свойства системы мезона и нуклона в состоянии $T = 3/2$; $J = 3/2$ могут проявиться только при столкновении нуклонов в состояниях с изотопическим спином $T=1$. Поэтому вероятность образования мезонов при столкновении нуклонов в состояниях с изотопическим спином $T=0$ должна обращаться в нуль. В действительности, как показывает эксперимент (Д.М.Казаринов, Д.Н.Симонов, 1958г.) это не имеет места. Однако, отсюда не следует делать вывода о несостоятельности данной модели. Действительно, помимо сильного взаимодействия в состояниях $T = 3/2$; $J = 3/2$; которое проявляется в области небольших энергий мезона, наблюдается сильное взаимодействие также в $T = 1/2$; но при более высоких энергиях. Оба эти взаимодействия должны в одинаковой степени проявляться в процессах рассеяния нуклонов.

Взаимодействие $T = 1/2$ может при этом проявляться в состояниях системы двух нуклонов как с $T = 1$, так и с $T = 0$. Дальнейшее усовершенствование резонансной модели потребует введения еще двух или по крайней мере одного дополнительного параметра.

Резонансная модель охватывает следующие процессы образования мезона при соударении протона с протоном:

$$p+p \rightarrow d+\pi^+ \quad (I)$$

$$p+p \rightarrow n+p+\pi^+ \quad (II)$$

$$p+p \rightarrow p+p+\pi^0 \quad (III)$$

Каждый из трех введенных параметров следующим образом определяет величину матричного элемента:

$$M = g(P) f(q) a, \quad (14)$$

где a - численный параметр, $f(q)$ - множитель, учитывающий резонансное взаимодействие мезона с нуклоном, $g(P)$ - множитель, учитывающий взаимодействие двух нуклонов, если они находятся в S - состоянии, q - относительный импульс мезона и нуклона, P - относительный импульс двух нуклонов.

Дифференциальное сечение при этом равно

$$\frac{dG}{d\Omega} = |M|^2 S(Q) \eta, \quad (15)$$

где $S(Q)$ - фазовый объем, учитывающий нормировку волновой функции испускаемого мезона, а Q - импульс мезона. Множитель η учитывает свойства унитарности S - матрицы, и может быть назван поправкой, обусловленной реабсорбцией реально испущенного мезона.

Множитель $f(q)$, учитывающий взаимодействие мезона с нуклоном, получен в пренебрежении всеми возможными виртуальными процессами. В таком приближении взаимодействие мезона с нуклоном оказывается возможным описать множителем

$$\frac{1}{q^2} e^{i\delta} \sin \delta, \quad (16)$$

где δ - сдвиг фазы состояния $T = 3/2$; $J = 3/2$ при данном импульсе q . Зависимость от энергии величины δ устанавливается с помощью формулы Чу-Лоу (G. Chew, F. Low, 1956).

Учет взаимодействия нуклонов производится после того, как учтено взаимодействие мезона с нуклоном. Поправочный множитель $g(P)$ определяется как отношение волновой функции нуклонов в начале координат для некоторого эффективного потенциала к волновой функции свободного движения (А.Б.Мигдал, 1955). Однако, нуклонный потенциал имеет отталкивающий сердечник и процесс образования будет происходить непосредственно вне этого сердечника. В этом случае поправочный множитель равен отношению градиентов на расстоянии, равном радиусу сердечника, с притягивающей частью потенциала и без таковой. Соответствующие вычисления можно провести в приближении эффективной длины. (G. Kovacs, 1956). В качестве нуклонного потенциала использовался потенциал Гаммеля, Христиана и Талера.

Соотношения (14) и (15) отражают лишь схему расчета. В действительности, чтобы найти сечение образования мезонов от (p-p)-соударений, необходимо произвести рассмотрение по различным угловым моментам и изотопическому спину.

При анализе по изотопическому спину следует учитывать три процесса:

- 1) $p+p \rightarrow (\pi^+p) + n$; мезон образуется первым нуклоном и с ним же взаимодействует ; импульс второго нуклона при этом равен $\vec{P} - \frac{1}{2}\vec{Q}$;
- 2) $p+p \rightarrow (\pi^+n) + p$; импульс второго нуклона равен $-\vec{P} - \frac{1}{2}\vec{Q}$;
- 3) $p+p \rightarrow \pi^0 + p + p$; два вторичных нуклона тождественны.

Матричный элемент в изотопическом пространстве для первого процесса равен

$$\alpha \left(\begin{matrix} 3/2 & 1/2 & 3/2 & -1/2 \\ 3/2 & 1/2 & 1 & 1 \end{matrix} \right) \left(\begin{matrix} 1 & 1/2 & 1 & 1/2 \\ 1 & 1/2 & 3/2 & 1/2 \end{matrix} \right) = -\sqrt{\frac{3}{4}} \alpha = a;$$

для второго процесса

$$\alpha \left(\begin{matrix} 3/2 & 1/2 & 1/2 & 1/2 \\ 3/2 & 1/2 & 1 & 1 \end{matrix} \right) \left(\begin{matrix} 1 & 1/2 & 1 & -1/2 \\ 1 & 1/2 & 3/2 & 1/2 \end{matrix} \right) = -\frac{\alpha}{3};$$

и для третьего процесса

$$\alpha \left(\begin{matrix} 3/2 & 1/2 & 1/2 & 1/2 \\ 3/2 & 1/2 & 1 & 1 \end{matrix} \right) \left(\begin{matrix} 1 & 1/2 & 0 & 1/2 \\ 1 & 1/2 & 3/2 & 1/2 \end{matrix} \right) = -\frac{\sqrt{2}}{3} \alpha.$$

Если мезон образуется у второго нуклона, а взаимодействует с первым нуклоном, то матричные элементы для тех же процессов равны соответственно:

$$-\frac{a'}{3}; \quad a'; \quad -\frac{\sqrt{2}}{3} a',$$

где a' - константа, отличная от a , поскольку эти две группы процессов осуществляются с различными вероятностями.

Таким образом сечения каждого из этих трех процессов оказываются равными:

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= \left(a \mp \frac{1}{3} a' \right)^2; \\ \sigma_2 &= \left(a' \mp \frac{1}{3} a \right)^2; \\ \sigma_3 &= \left(\frac{\sqrt{2}}{3} a \pm \frac{\sqrt{2}}{3} a' \right)^2. \end{aligned} \tag{I7}$$

Верхний знак относится к синглетному состоянию нуклонов, а нижний - к триплетному.

Если пренебречь интерференцией между a и a' , то

$$\begin{aligned} \sigma_1' &= a^2 + \frac{1}{9} a'^2; \\ \sigma_2' &= a'^2 + \frac{1}{9} a^2; \\ \sigma_3' &= \frac{2}{9} a^2 + \frac{2}{9} a'^2, \end{aligned}$$

а отношение сечений

$$\frac{\sigma_1' + \sigma_2'}{\sigma_3'} = \frac{\sigma_1' + \sigma_2'}{\sigma_3'} = 5,$$

как это было показано Писли (D. Peaslee, 1954).

В данной теории учет интерференционных членов приводит к меньшему значению отношения σ_+/σ_0 , которое согласуется с результатами эксперимента лучше, чем значение $\sigma_+/\sigma_0' = 5$.

В теории делается различие между импульсами \vec{p}, \vec{q} , где \vec{p} - импульс второго нуклона, а \vec{q} - относительный импульс мезона и первого нуклона, и импульсами \vec{p}', \vec{q}' , когда \vec{p}' является импульсом первого нуклона. После учета взаимодействия мезона и нуклона переходят к переменным \vec{P}, \vec{Q} , где \vec{P} - относительный импульс нуклонов, а \vec{Q} импульс мезона. На рис.2 приведены векторные диаграммы импульсов, а также указаны углы между векторами для случая, когда импульс второго нуклона N_2 равен $\vec{p} = \vec{P} - \frac{1}{2} \vec{Q}$.

Окончательное выражение получается после интегрирования по \vec{P} и \vec{Q} . Частичное интегрирование производят сначала по \vec{Q} - при постоянном угле θ между \vec{P} и \vec{Q} , так что p и q остаются при этом неизменными. Затем производится интегрирование по Q и $\cos \theta$.

Частично интегрированное сечение состоит из трех членов, соответствующих a^2 , aa' и a'^2 . Как видно из таблиц I и 2, при S -разлете осуществляется один возможный переход, а при P -разлете - пять, если переходами из начальных F - состояний пренебречь. Коэффициент пропорциональности для S -разлета обозначается a , а для P -разлета $b_{j,j'}$, где J - полный момент, а j - суммарный момент резонансной подсистемы и спина нуклона.

Величины F , через которые выражаются сечения, получаются путем умножения величин $I(Q, \theta)$ на эмпирические численные параметры a и $b_{j,j'}$. Множитель $f(q)$, учитывающий эффект взаимодействия мезона с нуклоном, а также фазовый объем $S(Q)$, включены в $I(Q, \theta)$.

Приведенная ниже таблица 3 схематически показывает, с какими состояниями нуклонов в начале и конце связаны соответствующие величины F , которые кроме индексов (J, j) различаются мультиплетностями нуклонных состояний; S - обозначает синглет, t - триплет.

Т а б л и ц а 3 .

Начальное состояние		1D_2	3P_0	3P_1	3P_2
Эмпирические константы, связанные с данным переходом		a	b_{01}	$b_{11}; b_{12}$	$b_{21}; b_{22}$
S -разлет	Триплетные состояния	${}^3S_1 p$ (b_{10})	X		
		${}^3P_2 s$ (b_{11})			
P -разлет	Синглетные состояния	X		${}^4S_0 s$ (b_{11})	${}^4S_0 d$ (b_{11})
				${}^4P_1 p$ (b_{10})	${}^4P_1 p$ (b_{10})
	Триплетные состояния	X		${}^3S_1 s$ } (b_{10}) ${}^3S_1 d$ }	${}^3S_1 d$ (b_{10})
	${}^3P_1 p$ (b_{11})			${}^3P_{0,1,2}$ (b_{11})	${}^3P_{1,2} p$ (b_{11})
И н д е к с ы F		F_0^t	$F_{10}^s; F_{10}^t$	$F_{11}^s; F_{11}^t$	$F_{12}^s; F_{12}^t$

Сечения процессов (I2) и (I3) определяются значениями F и соотношениями (I7). При этом членам a^2 , aa' и a'^2 соответствуют величины F, F' и F'' . Учитывая также соотношение

$F''(\theta) = F(-\theta)$, можно вычислить сечения σ_{π^+} и σ_{π^-} с помощью следующих выражений:

$$\begin{aligned} \sigma_{\pi^+} &= (\sigma_1 + \sigma_2)^s + (\sigma_1 + \sigma_2)^t + (\sigma_1 + \sigma_2)^{t'} + (\sigma_1 + \sigma_2)^{s'} = \\ &= \left(\frac{20}{9} F^s - \frac{4}{3} F^{s'} \right) + \left(\frac{20}{9} F^t + \frac{4}{3} F^{t'} \right); \end{aligned} \quad (18)$$

а также

$$\sigma_{\pi^0} = \frac{4}{9} (F^s + F^{s'}) + \frac{4}{9} (F^t - F^{t'}). \quad (19)$$

Уместно подчеркнуть при этом то обстоятельство, что в данной теории учтен эффект интерференции нуклонных состояний. Это одна из важнейших детализаций теории. Предыдущие рассмотрения, в особенности те, которые исходили из конкретной изобарной модели, (S. Varschay, 1957, S. Lindenbaum, R. Sternheimer, 1957) не в состоянии были учесть эти интерференционные эффекты. Наиболее существенное предположение изобарной модели состоит в том, что мезон испускается возбужденным нуклоном. Это эквивалентно тому, что мезон может образоваться только у того нуклона, с которым и взаимодействует в дальнейшем.

Угловое распределение мезонов относительно пучка нуклонов нельзя непосредственно определить с помощью F , поскольку интегрирование по направлению импульса мезона \overline{Q} в выражениях F уже выполнено. Можно, тем не менее, вычислить коэффициент перед полиномом Лежандра второй степени $P_2(\cos \Theta)$, где Θ - угол между импульсом мезона и направлением движения падающего нуклона. Аналогичным приемом можно вычислить угловые корреляции, а также комбинации угловых, импульсных и корреляционных распределений.

Число параметров P -разлета уменьшается с пяти до двух. Новые параметры выбираются так, чтобы вероятность P -разлета, сопровождающегося испусканием дейтрона, зависела только от одного из введенных двух параметров. Учитывая малую величину одного из членов суммы, определяющей величину F , новые параметры можно ввести следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} b_{1a} &= \frac{\sqrt{5} b_{11} - b_{12}}{\sqrt{6}}; \\ b_{1b} &= \frac{b_{11} + \sqrt{5} b_{12}}{\sqrt{6}}; \\ b_{2a} &= \frac{b_{21} + b_{22}}{\sqrt{2}}; \\ b_{2b} &= \frac{b_{21} - b_{22}}{\sqrt{2}} \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

В этих новых обозначениях сечение процесса (II) с образованием дейтрона зависит только от b_{1b} и b_{2b} . Новые два параметра P -разлета вводятся по схеме

$$\left. \begin{aligned} |v_{01}| &= |v_{1a}| = |v_{2a}| = v_a; \\ |v_{1e}| &= |v_{2e}| = v_e. \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

Детальное рассмотрение экспериментальных данных, полученных в подавляющем большинстве в Лаборатории ядерных проблем Объединенного института ядерных исследований, позволяет сделать вывод о том, что трехпараметрическая теория дает хорошее объяснение изученным характеристикам процессов образования мезонов нуклонами в широкой области энергии, за исключением области вблизи порога, где преобладают Ss - переходы в образовании мезонов и требуется введение дополнительного параметра.

Полные сечения реакции $p+p \rightarrow d+\pi^+$ согласуются с теорией в области энергии от 300 Мэв до ~ 900 Мэв, если сделать пренебрежение P -разлетом. Учитывая ошибки эксперимента и неопределенности в выборе параметра v_e , можно утверждать, что P - разлет при энергии протона ~ 600 Мэв осуществляется с вероятностью не более 17%.

Для реакции $p+p \rightarrow n+p+\pi^+$ вероятность P -разлета весьма велика. При этом S - и P - разлеты оказываются равновероятными при энергии ~ 550 Мэв, а при энергии 800 Мэв вероятность P -разлета в 2,5 раза превышает вероятность S -разлета.

Характеристики процесса $p+p \rightarrow \pi^0+p+p$ согласуются с предсказаниями теории без введения каких-либо дополнительных параметров. Обнаружено, что при S -разлете имеется сильная интерференция, приводящая к весьма малой вероятности перехода ${}^1D_2 \rightarrow {}^3P_2 s_2$. Этим переходом оказывается возможным полностью пренебречь во всей рассматриваемой области энергии. Теория учитывает "смещенные" Ss - и Sd -переходы, которые дают одинаковые вклады, однако, при энергиях, весьма близких к порогу, необходимо дополнительно увеличивать вклад Ss -перехода. "Смещенные" переходы и Pp - переходы имеют равные вероятности при энергии около 400 Мэв.

Таким образом, распространив основные принципы феноменологических теорий процессов образования мезонов нуклонами для малых энергий на область более высоких энергий, удастся с помощью изложенной выше резонансной модели объяснить основные экспериментальные данные вплоть до энергии ~ 900 Мэв. Однако, вследствие неполноты экспериментальных данных, теория вынуждена делать ряд допущений и упрощений, правильность которых в настоящее время проверить пока что нельзя. Другими словами, от теории ускользают некоторые детали явления, выяснение которых станет возможным только после выполнения необходимых экспериментов по каждому из рассмотренных процессов.

Вопрос о том, какие еще эксперименты предстоит выполнить, обсуждается в следующих разделах.

3. Применение общей теории ядерных реакций к процессам соударения нуклонов, сопровождающихся испусканием мезона

Хорошо известно, что для получения исчерпывающей информации о процессах взаимодействия нуклонов требуется проведение ряда опытов более сложной природы, чем обычные измерения дифференциальных сечений рассеяния. К таким опытам относятся: измерение асимметрии процесса на поляризованном пучке нуклонов с целью определения состояний поляризации рассеянных нуклонов, наблюдение различного рода изменений спиновых состояний нуклонов при повторных процессах рассеяния, а также опыты по корреляциям спиновых состояний рассеянных нуклонов.

Исследование процессов рассеяния нуклонов при энергиях от 400 до 900 Мэв с целью проведения количественного фазового анализа распадается на две независимые группы экспериментов. К первой группе относятся эксперименты по исследованию упругого рассеяния нуклонов и проведение цикла опытов по наблюдению всех необходимых поляризационных эффектов. Программа таких опытов в настоящее время хорошо разработана (Л.Д.Пузиков, Р.М.Рынди, Я.А.Сморodinский, 1957 год).

Исследования по второй группе экспериментов, охватывающих интенсивные процессы образования мезонов, приобретают большое значение. Однако, программа этих экспериментов до конца еще не составлена.

Прежде чем перейти к обсуждению некоторых возможных экспериментов по исследованию процессов образования мезонов нуклонами рассмотрим некоторые общие свойства процесса рассеяния двух бесспиновых частиц.

Известно, что парциальное сечение упругого рассеяния для ℓ - волны равно

$$k^2 \sigma_y = \pi (2\ell + 1) |\beta_\ell - 1|^2, \quad (22)$$

где $\beta = e^{i2\delta_\ell}$, δ_ℓ - сдвиг фазы на бесконечности, k - волновое число, σ_y - упругое парциальное сечение.

Если упругое рассеяние сопровождается неупругими процессами, обусловленными поглощением, то $|\beta| < 1$. При этом отношение интенсивностей расходящейся и сходящейся волн равно $|\beta_\ell|^2$.

Это эквивалентно тому, что при наличии поглощения сдвиги фаз следует считать не вещественными, а комплексными величинами, так что

$$\delta_\ell = \delta_\ell^{Re} + i\delta_\ell^{Im} \equiv x + iy.$$

Если происходит поглощение, то $y = \delta_\ell^{Im} > 0$, а парциальное сечение упругого рассеяния и неупругих процессов равны соответственно:

$$k^2 \sigma_y = 4\pi (2\ell + 1) e^{-2y} \frac{\text{ch } 2y - \cos 2x}{2};$$

$$k^2 \sigma_{ny} = \pi (2\ell + 1) (1 - |\beta_\ell|^2) = 4\pi (2\ell + 1) e^{-2y} \frac{\text{sh } 2y}{2}.$$

Упругое сечение σ_y можно разбить на два слагаемых. Одно из них, равное

$$k^2 \sigma_y^{(1)} = 4\pi (2l+1) \frac{(1 - \cos 2x)}{2} \quad (23)$$

зависит только от действительной части сдвига фаз, а другое

$$k^2 \sigma_y^{(2)} = 4\pi (2l+1) \left[\cos 2x \frac{(1 - e^{-2y})}{2} - \frac{(1 - e^{-4y})}{4} \right] \quad (24)$$

определяется как x , так и y , но обращается в нуль при $y=0$, то есть, когда отсутствуют неупругие процессы.

Первое из слагаемых, независимое от y , можно назвать "чисто" упругим рассеянием. Второе слагаемое - упругое рассеяние за счет поглощения называется "упругим от неупругого". Второе слагаемое определяет рассеяние, по характеру эквивалентное дифракционному рассеянию, и переходит в дифракционное рассеяние при сильном поглощении рассеивающим центром и вступлении в игру достаточно большого количества волн.

В самом общем случае простой дифракционной картины не должно наблюдаться, так что дифракционно рассеянные частицы могут быть распределены в широкой области углов. В качестве примера, поясняющего это утверждение, рассмотрим такой случай. Допустим, что рассеивающий центр поглощает только волну $l=0$, а остальные волны не рассеиваются и не поглощаются. Неупругий процесс будет сопровождаться упругим рассеиванием того же происхождения, что и дифракционное рассеяние, однако угловое распределение частиц окажется изотропным.

Возникновение интенсивного поглощения рассеивающим центром приводит к существенному усложнению характера упругого рассеяния. Если решается задача путем наблюдения упругого процесса - определить действительные части сдвигов фаз, то для этого необходимо иметь данные об интенсивности поглощения соответствующих волн, которые определяются модулем $|\beta_e|$.

Сделаем некоторые геометрические пояснения к вышесказанному. Рассмотрим плоскость комплексного переменного z и окружность единичного радиуса с центром в начале координат. (Рис.3). Амплитуда сходящейся волны изобразится вектором $z_0=1$. Воздействие рассеивающего центра сводится к повороту вектора z и к уменьшению его длины. Если амплитуду расходящейся волны обозначить через z , то амплитуда рассеянной волны равна $\Delta z = z - z_0$. При этом $z = |z| \cdot e^{i2x}$; $|z| = e^{-2y}$, а соотношение (22) запишется в виде

$$k^2 \sigma_y = \pi (2l+1) |\Delta z|^2 \quad (25)$$

Амплитуда рассеянной волны Δz имеет две компоненты. Одна из них, Δz_1 приводит только к повороту вектора z и характеризует "чисто упругое рассеяние". Вторая компонента, Δz_2 - сокращает длину вектора z . Степень сокращения характеризует интенсивность неупругого рассеяния. Так как в общем случае $|\Delta z| \neq |\Delta z_1|$, то возникает дополнительный вклад в упругое рассеяние, вызванный неупругими процессами. Этот дополнительный вклад может быть как положительным, так и отрицательным. В одном частном случае, когда $|\Delta z| = |\Delta z_1|$, то есть, когда длины векторов Δz и Δz_1 одинаковы, этот дополнительный вклад обращается в нуль.

Все вышесказанное относится к процессам, в которых участвуют только бесспиновые частицы. При соударении нуклонов возникает аналогичная по характеру, но более сложная по своему многообразию картина взаимосвязи упругих и неупругих процессов. Точное описание этой картины можно сделать с помощью матрицы рассеяния, к изложению свойств которой мы и перейдем (Blatt, Biedenharn, 1952).

Матрица рассеяния S описывает процессы с N открытыми каналами вида

$$A + b \rightarrow C + d. \quad (26)$$

Каналом называется как процесс упругого рассеяния, так и различные схемы неупругих процессов.

Начальное состояние системы двух частиц задается индексом канала α , то есть, наименованием частиц в начале, орбитальным моментом l , а также полным спином S , получающимся при векторном сложении спинов частиц A и b . В конечном состоянии система описывается индексом канала α' , указывающим наименование испускаемых частиц, их спины, внутреннюю четность, а также полным спином S' канала и орбитальным моментом l' . Моменты S и l образуют полный момент J , который сохраняется при столкновении. Полная четность Π также сохраняется.

Рассмотрим состояние с заданным полным моментом J и z -компонентой M . Спиновая и угловая зависимость волновой функции с полным моментом J и z -компонентой $J_z = M$, орбитальным моментом l и спином S определяется

$$Y_{JlS}^M = \sum_{m_l, m_s} (l s m_l m_s | l s J M) Y_{l m_l}(\theta, \varphi) \chi_{s m_s}. \quad (27)$$

Наиболее общий вид волновой функции в канале α со спином S , полным моментом J и проекцией M представляет суперпозицию сходящейся и расходящейся сферических волн, которую на бесконечности можно записать в виде

$$\Psi_{\alpha S}^M(JM) = \frac{1}{r\sqrt{v}} Y_{JlS}^M \left\{ A_{\alpha sl}^{JM} e^{-i(k_\alpha r - \frac{l\pi}{2})} - B_{\alpha sl}^{JM} e^{i(k_\alpha r - \frac{l\pi}{2})} \right\}. \quad (28)$$

Матрица рассеяния S устанавливает соотношение между коэффициентами $A_{\alpha sl}^{JM}$ и $B_{\alpha sl}^{JM}$:

$$B_{\alpha' s' l'}^{JM} = \sum_{\alpha} \sum_S \sum_l S_{\alpha' s' l'; \alpha sl}^J A_{\alpha sl}^{JM}. \quad (29)$$

Согласно этому определению S -матрица должна быть унитарной для сохранения нормировки волновой функции во времени, и симметричной - в силу теоремы обратимости. Элементы S -матрицы не зависят от M , поскольку вращением системы пространственных координат можно изменить M , однако такое преобразование не повлияет на вероятность процесса.

Получим выражение для амплитуды реакции в канале α . Падающую плоскую волну разложим по сферическим функциям:

$$e^{ikz} \chi_{s m_s} = \sqrt{4\pi} \sum_{l=0}^{\infty} i^l \sqrt{2l+1} \cdot \sqrt{\frac{\pi}{2kr}} J_{l+1/2}(kr) Y_{l,0}(\theta) \chi_{s m_s},$$

где

$$Y_{l,0}(\theta) \chi_{s m_s} = \sum_{J=|l-s|}^{l+s} \sum_{M=-J}^J (l s 0 m_s | l s J M) Y_{JlS}^M. \quad (30)$$

Используя асимптотический вид функций Бесселя $J_{l+1/2}$ для $kr \gg l$ получим для канала α, s :

$$e^{ikz} \chi_{s, m_s} \sim \frac{i\sqrt{\pi}}{kr} \sum_{J=0}^{\infty} \sum_{M=-J}^J \sum_{l=|J-s|}^{J+s} (ls, m_s | ls, JM) i^l \sqrt{2l+1} \times \\ \times Y_{J, l, s}^M \left\{ e^{-i(kr - \frac{l\pi}{2})} - e^{i(kr - \frac{l\pi}{2})} \right\}. \quad (31)$$

Сравнивая (28) и (31), видим, что амплитуда сходящейся волны определяется

$$\left. \begin{aligned} A_{\alpha s l}^{JM} &= \frac{i}{k} \sqrt{\pi v_{\alpha}} (ls, m_s | ls, JM) i^l \sqrt{2l+1} && \text{в канале } \alpha s \\ A_{\alpha s l}^{JM} &= 0 && \text{в остальных каналах} \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

Амплитуда расходящейся волны при этом равна

$$B_{\alpha' s' l'}^{JM} = \frac{i}{k} \sqrt{\pi v_{\alpha'}} \sum_{l=|J-s|}^{J+s} (ls, m_s | ls, JM) i^l \sqrt{2l+1} \cdot S_{\alpha' s' l'; \alpha s l}^{JM}. \quad (33)$$

Суммирования по α и s здесь нет, так как сходящаяся сферическая волна имеется только в канале (α, s) .

Волновая функция, описывающая один из каналов процесса (26) имеет следующий вид:

$$\Psi(\alpha', s') = \frac{i}{k} \sqrt{\frac{v_{\alpha'}}{v_{\alpha}}} \frac{1}{r_{\alpha'}} \sum_{J=0}^{\infty} \sum_{l=|J-s|}^{J+s} \sum_{l'=|J-s'|}^{J+s'} (ls, m_s | ls, JM) i^l \sqrt{2l+1} \\ e^{i(k_{\alpha'} r_{\alpha'} - \frac{l'\pi}{2})} (\delta_{\alpha'\alpha} \delta_{s's} \delta_{l'l} - S_{\alpha' s' l'; \alpha s l}^J) \cdot Y_{J, l', s'}^M.$$

Амплитуда реакции, которая определяет эффективное сечение с помощью соотношения

$$k_{\alpha'}^2 \frac{d\sigma_{\alpha' s' m'_s; \alpha s m_s}}{d\Omega} = |q_{\alpha' s' m'_s; \alpha s m_s}(\theta, \varphi)|^2, \quad (34)$$

равняется

$$q_{\alpha' s' m'_s; \alpha s m_s}(\theta, \varphi) = \sum_{J=0}^{\infty} \sum_{l=|J-s|}^{J+s} \sum_{l'=|J-s'|}^{J+s'} i^{l-l'} \sqrt{\pi} \sqrt{2l+1} \times \\ \times (ls, m_s | ls, JM) (l' s' m'_s | l' s' JM) \times \\ \times (\delta_{\alpha'\alpha} \delta_{s's} \delta_{l'l} - S_{\alpha' s' l'; \alpha s l}^J) \cdot Y_{J, l', s'}^M(\theta, \varphi). \quad (35)$$

При каждом значении J и Π имеется \mathcal{N}^2 элементов S -матрицы, где \mathcal{N} - число возможных каналов. Матрица рассеяния должна быть унитарной и симметричной. Эти условия могут быть удовлетворены, если S -матрицу записать в виде:

$$S^{J\Pi} = \exp(2i Q^{J\Pi}), \quad (36)$$

где $Q^{J\Pi}$ - эрмитовская и симметричная матрица, т.е. Q - действительная и симметричная.

Q - матрица соответствует матрице преобразования вращения в действительном пространстве \mathcal{N} - измерений.

Условие симметричности S -матрицы выполняется, если элементы S -матрицы умножить на $i^{l-l'}$ (R. Nisby, 1951).

Q -матрицу можно записать в виде

$$Q^{J\Pi} = U_{J\Pi}^{-1} \Delta_{J\Pi} U, \quad (37)$$

где Δ - действительная диагональная матрица, а $U_{\mathcal{N}}$ - унитарная действительная матрица. Диагональные элементы Δ представляют собой "собственные сдвиги фаз".

Таким образом, окончательно матрицу рассеяния можно записать в виде:

$$S^{\mathcal{N}} = (U_{\mathcal{N}}^{-1}) \exp(2i\Delta_{\mathcal{N}}) U_{\mathcal{N}}. \quad (38)$$

Для ее задания требуется \mathcal{N} собственных сдвигов фаз, определяющих $\Delta_{\mathcal{N}}$, а также $\frac{1}{2}\mathcal{N}(\mathcal{N}-1)$ независимых действительных параметров, используемых при определении вращения $U_{\mathcal{N}}$ в \mathcal{N} -мерном пространстве. Следовательно, S -матрица имеет $\frac{1}{2}\mathcal{N}(\mathcal{N}+1)$ действительных независимых параметров.

Имеется прямой метод построения U . Это достигается с помощью формулы Келли для ортогональных преобразований:

$$U_{\mathcal{N}} = \frac{B_{\mathcal{N}} - 1}{B_{\mathcal{N}} + 1}, \quad (39)$$

где B - действительная антисимметричная \mathcal{N} -матрица.

Тогда

$$S^{\mathcal{N}} = \frac{B_{\mathcal{N}} + 1}{B_{\mathcal{N}} - 1} \exp(2i\Delta_{\mathcal{N}}) \frac{B_{\mathcal{N}} - 1}{B_{\mathcal{N}} + 1}. \quad (40)$$

В качестве иллюстрации этого метода запишем наиболее общую S -матрицу для процессов с двумя каналами. Матрицы Δ и B запишутся в виде

$$\Delta = \begin{pmatrix} \delta_1 & 0 \\ 0 & \delta_2 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 0 & \beta \\ -\beta & 0 \end{pmatrix},$$

откуда

$$S = \begin{pmatrix} \frac{(\beta^2 - 1)e^{i2\delta_1} + 4\beta^2 e^{i2\delta_2}}{(1 + \beta^2)^2} & \frac{2\beta(\beta^2 - 1)(e^{i2\delta_1} - e^{i2\delta_2})}{(1 + \beta^2)^2} \\ \frac{2\beta(\beta^2 - 1)(e^{i2\delta_1} - e^{i2\delta_2})}{(1 + \beta^2)^2} & \frac{4\beta^2 e^{i2\delta_1} + (\beta^2 - 1)e^{i2\delta_2}}{(1 + \beta^2)^2} \end{pmatrix}.$$

Такова наиболее общая S -матрица для процессов с двумя каналами, выраженная через три действительных параметра: δ_1 и δ_2 - собственные сдвиги фаз, - и параметр β .

При $\beta = 0$ S -матрица переходит в

$$S = \begin{pmatrix} e^{i2\delta_1} & 0 \\ 0 & e^{i2\delta_2} \end{pmatrix},$$

что представляет собой частный случай несвязанных между собой каналов, причем в каждом из них осуществляется только упругое рассеяние.

Аналогично можно записать S -матрицу для $\mathcal{N} \geq 3$. На примере $\mathcal{N} = 3$ можно проиллюстрировать свойство унитарности S -матрицы, которое выражается условием $S^{\dagger}S = I$, где I - единичная матрица.

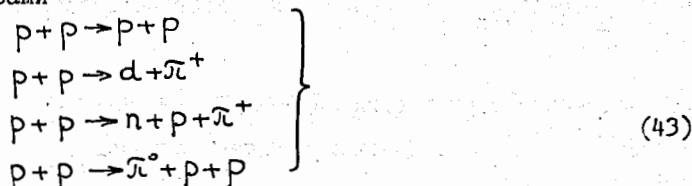
Если S -матрицу для $\mathcal{N} = 3$ записать в виде

$$S = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} \\ S_{12} & S_{22} & S_{23} \\ S_{13} & S_{23} & S_{33} \end{pmatrix}, \quad (41)$$

то требования унитарности запишутся следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} |S_{11}|^2 + |S_{12}|^2 + |S_{13}|^2 &= 1; & S_{11}^* S_{12} + S_{12}^* S_{22} + S_{13}^* S_{23} &= 0; \\ |S_{12}|^2 + |S_{22}|^2 + |S_{23}|^2 &= 1; & S_{11}^* S_{13} + S_{12}^* S_{23} + S_{13}^* S_{33} &= 0; \\ |S_{13}|^2 + |S_{23}|^2 + |S_{33}|^2 &= 1; & S_{12}^* S_{13} + S_{22}^* S_{23} + S_{23}^* S_{33} &= 0; \end{aligned} \right\} \quad (42)$$

Изложенный выше формализм S -матрицы для реакций со многими каналами можно применить к процессам образования мезонов нуклонами. Соударения протона с протоном, рассматриваемые как пример, связаны со следующими процессами



К первым двум процессам указанный формализм можно применить непосредственно. Случай с тремя частицами более сложен. Для того чтобы задать спиновую и угловую часть волновой функции трех частиц в конце необходимо ввести две подсистемы. Последнее можно осуществить одним из двух способов.

В первом способе одну из подсистем образуют два нуклона. Такое разбиение позволяет складывать спиновые моменты нуклонов в пределах одной подсистемы, и отдельно складывать орбитальные моменты. Таким образом в индекс канала для реакций с тремя частицами должна входить также характеристика сложной подсистемы: полный момент, а также спиновой и орбитальный моменты. Указанное введение двух подсистем обычно называется (ℓs) -схемой. Наиболее удобно это делать при анализе экспериментов, в которых регистрируется мезон. С другой стороны, в опытах по наблюдению только нуклона, удобнее пользоваться (jj) -схемой введения двух подсистем, когда в одну из подсистем входит мезон и один из нуклонов. Необходимо отметить, что представление спиновой и угловой функции по (ℓs) -схеме или по (jj) -схеме соответствуют двум возможным разложениям полной волновой функции трех частиц по произведениям собственных функций каждой из подсистем. Какое из этих представлений окажется наиболее удобным, то есть, будет содержать наименьшее количество членов, можно выяснить только опытом.

Рассмотрим в качестве примера начальное состояние двух протонов 1D_2 . Возможными каналами для этого состояния, если ограничиться учетом опускания мезона только в S - и P -состояниях, а нуклонов в S - и P -состояниях, окажутся следующие:

- 1) упругое $(p-p)$ -рассеяние в состоянии 1D_2 ;
 - 2) процесс $p+p \rightarrow d+\pi^+$, осуществляемый при переходе ${}^1D_2 \rightarrow [({}^3S_1)P]_2$,
- где $({}^3S_1)$ сокращенно изображает основное состояние дейтрона;

3) процесс образования π^+ -мезона $p+p \rightarrow n+p+\pi^+$ с вылетом несвязанных нуклонов в состоянии 3S_1 , осуществляемый при переходе ${}^1D_2 \rightarrow ({}^3S_1 p)_2$;

4) процесс образования π^0 -мезона $p+p \rightarrow \pi^0+p+p$, осуществляемый при переходе ${}^1D_2 \rightarrow ({}^3P_2 s)_2$.

Из феноменологического анализа процессов образования мезонов при энергии ~ 600 Мэв, следует, что последний переход весьма маловероятен, и его можно не принимать во внимание. Таким образом, остаются только три канала, элементы S -матрицы для которых обозначим: S_{11} , S_{12} и S_{13} . При этом, как это следует из (4I):

$$|S_{11}|^2 + |S_{12}|^2 + |S_{13}|^2 = 1.$$

Матрица рассеяния для рассматриваемого состояния 1D_2 ($T=2; \Pi+$) охватывает также следующие процессы:

упругое рассеяние π^+ -мезона на дейтроне в состоянии $[({}^3S_1)p]_2$; $\pi^+ + d \rightarrow \pi^+ + d$;

неупругое рассеяние π^+ -мезона на дейтроне с разлетом нуклонов в 3S_1 -состоянии; $\pi^+ + d \rightarrow \pi^+ + n + p$, а также

упругое рассеяние трех частиц $\pi^+ + n + p \rightarrow \pi^+ + n + p$, когда нуклоны слева и справа находятся в состоянии 3S_1 . Соответствующие элементы S -матрицы обозначаются S_{22} , S_{23} и S_{33} .

Амплитуда упругого рассеяния, как это следует из (35) определяется модулем $|1 - S_{ii}|$, а любого из неупругих $|S_{ij}|$, ($i \neq j$). Наблюдение неупругих процессов путем осуществления всех необходимых опытов позволит определить значения $|S_{ij}|$ ($i \neq j$). При этом кроме процессов, происходящих при соударении протонов, следует охватить также процессы соударения π^+ -мезонов с дейтронами. Когда $|S_{ij}|$ будут определены, можно, используя соотношения унитарности (42), найти значения $|S_{ii}|$ и затем производить фазовый анализ упругого рассеяния.

Более конкретная формулировка такой проблемы возможна при условии, если удастся указать те состояния, в которых существенное значение имеют неупругие процессы. При решении этого вопроса следует воспользоваться результатами феноменологической теории образования мезонов нуклонами. Именно, необходимо учесть основные факторы, влияющие на вероятность различных неупругих процессов. Как уже упоминалось выше, такими факторами являются:

1) резонансное взаимодействие мезона с нуклоном в состоянии ${}^2P_{3/2}$, ($T=3/2$) ;

2) второй нуклон относительно резонансной подсистемы испытывает только S - и P -разлет; кроме переходов, в которых нуклоны находятся в S -состояниях, D -разлетом можно пренебречь; из таблицы 2 и 3 следует, что в этих предположениях достаточно учесть неупругие процессы из начальных состояний: 1S_0 ; 1D_2 ; ${}^3P_{0,1,2}$; ${}^3F_{2,3}$.

В остальных состояниях процессами образования мезонов можно полностью пренебречь.

Помимо этого необходимо принять во внимание также следующие результаты.

Вероятность переходов ${}^3P_1 \rightarrow {}^3S_1 s_1$ и ${}^3P_1 \rightarrow {}^3S_1 d_1$ должна быть малой, так как при этих переходах изменяется четность состояния подсистемы нуклонов. В случае, если орбитальный момент подсистемы нуклонов изменяется больше, чем на $\Delta l = 1$, а также меняется четность состояния нуклонов, то такими переходами, как, например:

$${}^3F_2 \rightarrow {}^3S_1 d_2 \quad \text{и} \quad {}^3F_3 \rightarrow {}^3S_1 d_3$$

можно полностью пренебречь. Эти малообоснованные соображения пока что хорошо согласуются с экспериментальными данными.

Если рассматривать все перечисленные соображения в качестве нестрогих правил отбора, то можно построить явный вид S -матрицы для перечисленных процессов образования мезонов, а также упругих процессов. При этом пренебрегается упругим рассеянием в состояниях 3H_6 , а также с более высокими моментами.

Индексы элементов S -матрицы при каждом значении полного момента J и полной четности Π вводятся по следующей схеме.

Индекс "1" отвечает системе двух протонов.

Индекс "2" отвечает системе $(\pi^+ + d)$.

Следующие индексы относятся к системе трех частиц $\pi + N + N$.

Индекс "3" - если нуклоны находятся в триплетных состояниях с изотопическим спином $T_{NN}=0$.

Индекс "4" - если нуклоны находятся в триплетных состояниях с изотопическим спином $T_{NN}=1$.

Индекс "5" - если нуклоны находятся в синглетных состояниях с изотопическим спином $T_{NN}=0$.

Индекс "6" - если нуклоны находятся в триплетных состояниях с изотопическим спином $T_{NN}=1$.

При построении матрицы S^{0+} для $J=0$ и $\Pi+$ необходимо учесть только процесс (pp)-рассеяния в состоянии 4S_0 , который определяется одним действительным параметром - сдвигом фазы. При этом процессами образования мезона $p+p \rightarrow d+\pi^+$ и $p+p \rightarrow \pi^+ + n + p$, связанными с переходами ${}^4S_0 \rightarrow [({}^3S_1)_p]_0$ и ${}^4S_0 \rightarrow ({}^3S_1 p)_0$ в первом приближении можно пренебречь ввиду малой вероятности D -разлета.

Матрица S^{2+} для $J=2$ и $\Pi+$ уже была построена (4I). Количество действительных параметров, определяющих полностью S^{2+} , равняется 6.

Матрица S^{0-} охватывает процессы:

1) упругое (pp)-рассеяние в состоянии 3P_0 - элемент S_{11} ;

2) процесс образования мезона $p+p \rightarrow \pi^+ + n + p$ (σ_{10}), происходящий при переходе ${}^3P_0 \rightarrow ({}^4P_1 p)_0$ - элемент S_{15} ;

3) процесс: $p+p \rightarrow \pi^0 + p + p$, переход ${}^3P_0 \rightarrow ({}^3P_1 p)_0 - S_{16}$.

Пренебрегается процессом $p+p \rightarrow \pi^+ + p + p$, ${}^3P_0 \rightarrow {}^1S_0 S_0$.

S^{0-} - матрица имеет вид:

$$S^{0-} = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{15} & S_{16} \\ S_{15} & S_{55} & S_{56} \\ S_{16} & S_{56} & S_{66} \end{pmatrix} \quad (44)$$

$\mathcal{N} = 3$. Количество действительных параметров, определяющих S^{0-} , равно 6.

S^{1-} - матрица для $J=1$ и Π^- - учитывает процессы:

1) упругое (pp) - рассеяние в состоянии 3P_1 S_{11} ;

2) процесс $p+p \rightarrow \pi^+ + n + p$ (G_{10}) ; ${}^3P_1 \rightarrow {}^4P_1 p_0$ S_{15} ;

3) процесс $p+p \rightarrow \pi^0 + p + p$, переходы

$${}^3P_1 \rightarrow {}^3P_0 p_1 \quad S_{16a}$$

$${}^3P_1 \rightarrow {}^3P_1 p_1 \quad S_{16b}$$

$${}^3P_1 \rightarrow {}^3P_2 p_1 \quad S_{16c}$$

Пренебрегаем процессами:

$$p+p \rightarrow d + \pi^+ \quad {}^3P_1 \rightarrow {}^3S_1 S_1$$

$$p+p \rightarrow d + \pi^+ \quad {}^3P_1 \rightarrow {}^3S_1 d_1,$$

а также аналогичными переходами при $p+p \rightarrow \pi^+ + n + p$ (G_{10}).

Окончательно получаем:

$$S^{1-} = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{15} & S_{16a} & S_{16b} & S_{16c} \\ S_{15} & S_{55} & S_{56a} & S_{56b} & S_{56c} \\ S_{16a} & S_{56a} & S_{6a6a} & S_{6a6b} & S_{6a6c} \\ S_{16b} & S_{56b} & S_{6a6b} & S_{6b6b} & S_{6b6c} \\ S_{16c} & S_{56c} & S_{6a6c} & S_{6b6c} & S_{6c6c} \end{pmatrix} \quad (45)$$

$\mathcal{N} = 5$. Количество действительных параметров = 15.

При построении матрицы для $J=2$, Π^- - необходимо учесть упругие процессы:

1) ${}^3P_2 \rightarrow {}^3P_2$ S_{1a1a}

2) ${}^3P_2 \rightarrow {}^3F_2$ S_{1a1b}

3) ${}^3F_2 \rightarrow {}^3F_2$ S_{1b1b} ,

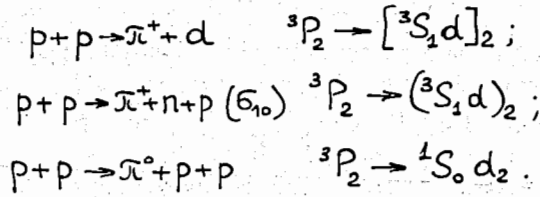
а также неупругие:

4) $p+p \rightarrow \pi^+ + p + n$ (G_{10}) ${}^3P_2 \rightarrow {}^4P_1 p_2$ S_{1a5a}

5) $p+p \rightarrow \pi^0 + p + p$ ${}^3P_2 \rightarrow {}^3P_1 p_2$ S_{1a6a}

${}^3P_2 \rightarrow {}^3P_2 p_2$ S_{1a6b} .

Пренебрегается процессами



В результате получаем:

$$S^{2-} = \begin{pmatrix} S_{1515} & S_{151a} & 0 & 0 & 0 \\ S_{151a} & S_{1a1a} & S_{1a5} & S_{1a6a} & S_{1a65} \\ 0 & S_{1a5} & S_{55} & S_{56a} & S_{565} \\ 0 & S_{1a6a} & S_{56a} & S_{6a6a} & S_{6a65} \\ 0 & S_{1a65} & S_{565} & S_{6a65} & S_{6565} \end{pmatrix} \quad (46)$$

$\mathcal{N} = 5$. Некоторые из перекрестных процессов отсутствуют. Количество действительных параметров равно 12.

Остальные S -матрицы охватывают только процессы упругого рассеяния. Матрица S^{4-} при этом имеет следующий вид:

$$S^{4-} = \begin{pmatrix} S_{1a1a} & S_{1a15} \\ S_{1a15} & S_{1515} \end{pmatrix}$$

и определяется тремя действительными параметрами.

Таким образом, проблема исследования процессов рассеяния протонов протонами, процессов образования мезонов в этих соударениях, а также некоторых из сопутствующих процессов, может быть сведена к определению 45 действительных параметров. В таблице 4 указаны количества искомых параметров для каждого из учитываемых состояний J и Π .

Т а б л и ц а 4.

J	0		I	2		3	4		5	Всего
	+	-	-	+	-	-	+	-	-	
Π	I	6	I5	6	I2	I	I	3	I	45

Ниже мы перейдем к рассмотрению возможностей некоторых опытов, связанных с изучением указанных процессов.

Программа опытов по упругому рассеянию протонов обсуждалась во многих работах, однако в них сдвиги фаз считались действительными величинами. (R. Ohme, 1955; А.Г.Зимин, 1957, Л.Д.Пузиков, Р.М.Рындин, Я.А.Смородинский, 1957). Теперь, естественно, необходимо обобщить это рассмотрение на более общий случай и определить количественно влияние на результаты экспериментов уменьшение модулей $|S_{ii}|$, которое должно быть особенно заметным для состояний 3P_0 ,

${}^3P_1, {}^3P_2$ и 1D_2 .

Поскольку, однако, этот вопрос представляет собой самостоятельную, пока еще не выполненную задачу, то упругие процессы не обсуждаются в настоящем обзоре, а возможные опыты рассматриваются только для процессов $p+p \rightarrow d+\pi^+$ и $p+p \rightarrow p+N+\pi$.

Однако, прежде чем это сделать, покажем, как формулируется поставленная выше задача в самом общем виде, - если рассмотренные процессы описывать с помощью матрицы рассеяния и матрицы реакций.

4. Полное количество опытов, выполнение которых необходимо для решения проблемы соударений протона с протоном и всех сопутствующих процессов.
в самом общем случае

Как указывалось в предыдущем разделе, процессы взаимодействия двух протонов связаны благодаря включению неупругих процессов с переходами между шестью группами состояний. Эти переходы можно также разбить на шесть групп.

К первой группе относятся процессы:

1. Упругое (p-p)-рассеяние, количество независимых комплексных функций, определяющих матрицу (p-p)-рассеяния в самом общем случае, равно пяти. Это соответствует пяти независимым группам переходов, которые можно построить следующим образом.

Состояния системы двух протонов разделяются на синглетные и триплетные. Триплетные отличаются между собой взаимной ориентацией орбитального и спинового моментов. На диаграмме эти четыре группы изобразятся так (рис.4).

Легко видеть, что при упругом (pp)-рассеянии могут быть следующие переходы:

- 1) синглет \longleftrightarrow синглет;
- 2) триплет $\begin{matrix} \uparrow \vec{e} \uparrow \vec{s} \\ \uparrow \vec{e} \downarrow \vec{s} \\ \uparrow \vec{e} \uparrow \vec{s} \end{matrix} \longleftrightarrow$ триплет $\begin{matrix} \uparrow \vec{e} \uparrow \vec{s} \\ \uparrow \vec{e} \downarrow \vec{s} \\ \uparrow \vec{e} \uparrow \vec{s} \end{matrix}$;
- 3) триплет $\begin{matrix} \uparrow \vec{e} \uparrow \vec{s} \\ \uparrow \vec{e} \downarrow \vec{s} \\ \uparrow \vec{e} \uparrow \vec{s} \end{matrix} \longleftrightarrow$ триплет $\begin{matrix} \uparrow \vec{e} \uparrow \vec{s} \\ \uparrow \vec{e} \downarrow \vec{s} \\ \uparrow \vec{e} \uparrow \vec{s} \end{matrix}$;
- 4) триплет $\begin{matrix} \uparrow \vec{e} \uparrow \vec{s} \\ \uparrow \vec{e} \downarrow \vec{s} \\ \uparrow \vec{e} \uparrow \vec{s} \end{matrix} \longleftrightarrow$ триплет $\begin{matrix} \uparrow \vec{e} \uparrow \vec{s} \\ \uparrow \vec{e} \downarrow \vec{s} \\ \uparrow \vec{e} \uparrow \vec{s} \end{matrix}$; а кроме этого
- 5) триплет $\begin{matrix} \uparrow \vec{e} \uparrow \vec{s} \\ \uparrow \vec{e} \downarrow \vec{s} \\ \uparrow \vec{e} \uparrow \vec{s} \end{matrix} \longleftrightarrow$ триплет $\begin{matrix} \uparrow \vec{e} \uparrow \vec{s} \\ \uparrow \vec{e} \downarrow \vec{s} \\ \uparrow \vec{e} \uparrow \vec{s} \end{matrix}$, которые связаны с изменением орбитального момента $\Delta l = \pm 2$.

Оказывается, что с помощью такого рода диаграммы удастся правильно указать количество независимых членов в матрице рассеяния или в матрице реакций для любого процесса (С.М.Биленький, Л.И.Лapidус, Л.Д.Пузиков, Р.М.Рындин, 1958) .

Заметим здесь, что переходы синглет \longleftrightarrow триплет не могут происходить в системе двух нуклонов, поскольку это связано с нарушением зарядовой инвариантности. Для двух протонов такие переходы запрещены законом сохранения четности.

П. Процесс образования мезона с испусканием дейтрона $p+p \rightarrow d+\pi^+$. Для того, чтобы определить количество независимых комплексных функций, построим аналогичные диаграммы для начального и конечного состояний. В результате получим (рис.5):

При построении возможных переходов необходимо учитывать изменение внутренней четности системы, так как π -мезон псевдоскалярная частица.

Возможным оказываются шесть переходов, обозначенных стрелками. Следовательно, количество независимых комплексных функций для этой реакции также равно шести.

В случае скалярного мезона переходы будут другие, но полное их количество - такое же (рис.6).

Ш. Реакция $p+p \rightarrow \pi +$ (синглетные нуклоны); $T_{NN} = 0$. Переходы этой группы обозначены σ_{10}^s . Количество независимых членов матрицы реакции равно $1 \times 4 = 4$. В отличие от упругого (p-p)рассеяния возможны любые синглет \longleftrightarrow триплетные переходы. Это обусловлено тем, что в конце имеется два орбитальных момента, благодаря чему закон сохранения четности в этих переходах не нарушается.

У. Реакция $p+p \rightarrow \pi +$ (триплетные нуклоны); $T_{NN} = 0$; σ_{10}^t . Количество независимых членов матрицы реакций равно $3 \times 4 = 12$.

Аналогичные результаты получаются для $T_{NN} = 1$.

У. - σ_{11}^s и У1. σ_{11}^t .

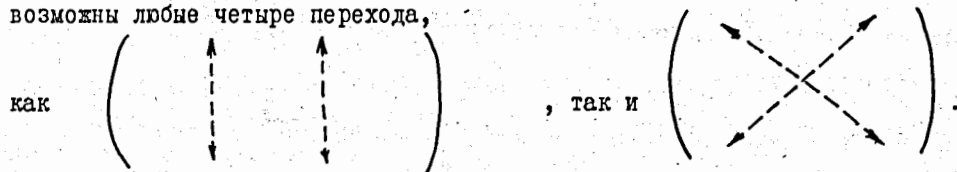
В совокупности процесс $p+p \rightarrow \pi + N + N$ характеризуется 32 независимыми членами матрицы реакции.

Приведем еще одну иллюстрацию применения указанных диаграмм при определении количества независимых членов матрицы реакции.

Рассмотрим процесс соударения частиц со спином $S = 1/2$ и $S = 0$; $1/2 + 0 \longleftrightarrow 1/2 + 0$, примером которого может быть рассеяние мезона на нуклоне $\pi + N \rightarrow \pi + N$. Возможны следующие начальные и конечные состояния (рис.7).

Так как внутренняя четность не меняется, то возможны два указанных перехода. Перекрестный процесс запрещен законом сохранения четности.

Для процесса $1/2 + 0 \longleftrightarrow 1/2 + 0 + 0$, например, $\pi + N \rightarrow \pi + N + \pi$ возможны любые четыре перехода,



Ко второй группе процессов принадлежат следующие:

I) Упругое ($\pi^+ - d$) - рассеяние. Количество независимых членов матрицы рассеяния $N_0 = 4$ (рис. 8).

Отличие от (p-p)-рассеяния заключается в отсутствии синглет \longleftrightarrow синглет переходов.

II. Процесс неупругого рассеяния мезона на дейтроне без поглощения мезона

$$\pi^+ + d \rightarrow \pi^+ + \text{(синглетные нуклоны)}; T_{NN} = 0; \sigma_{00}^{ds}; N_0 = 3.$$

III. Процесс $\pi^+ + d \rightarrow \bar{\pi} + \text{(триплетные нуклоны)}$; $T_{NN} = 0$; σ_{00}^{dt} ; $N_0 = 3 \times 3 = 9$.

Аналогичные выводы следуют для $T_{NN} = 1$.

Вторая группа процессов характеризуется совокупностью $4 + 2(3+9) = 28$ независимых комплексных функций.

Третья группа охватывает следующие процессы:

I. $\pi + \left(\begin{array}{l} \text{синглетные} \\ \text{нуклоны} \end{array} \right)_{T=0} \rightarrow \pi + \left(\begin{array}{l} \text{синглетные нуклоны} \end{array} \right)_{T=0}; \sigma_{00}^{ss}; T N_0 = 1$

II. $\pi + \left(\begin{array}{l} \text{синглетные нуклоны} \end{array} \right)_{T=0} \rightarrow \bar{\pi} + \left(\begin{array}{l} \text{синглетные нуклоны} \end{array} \right)_{T=1}; \sigma_{01}^{ss}; N_0 = 1$

III. $\pi + \left(\begin{array}{l} \text{синглетные нуклоны} \end{array} \right)_{T=0} \rightarrow \bar{\pi} + \left(\begin{array}{l} \text{триплетные нуклоны} \end{array} \right)_{T=0}; \sigma_{00}^{st}; N_0 = 3$

IV. $\pi + \left(\begin{array}{l} \text{синглетные нуклоны} \end{array} \right)_{T=0} \rightarrow \bar{\pi} + \left(\begin{array}{l} \text{триплетные нуклоны} \end{array} \right)_{T=1}; \sigma_{01}^{st}; N_0 = 3.$

Всего - 8 членов в матрице реакций.

К четвертой группе процессов принадлежат следующие:

I. $\pi + \left(\begin{array}{l} \text{синглетные нуклоны} \end{array} \right)_{T=1} \rightarrow \bar{\pi} + \left(\begin{array}{l} \text{синглетные нуклоны} \end{array} \right)_{T=1}; \sigma_{11}^{ss}; N_0 = 1$

II. $\pi + \left(\begin{array}{l} \text{синглетные нуклоны} \end{array} \right)_{T=1} \rightarrow \bar{\pi} + \left(\begin{array}{l} \text{триплетные нуклоны} \end{array} \right)_{T=0}; \sigma_{10}^{st}; N_0 = 3.$

Всего - 4 независимых комплексных функций.

Пятая группа состоит из:

I. Процесса $\pi + \left(\begin{array}{l} \text{триплетные нуклоны} \end{array} \right)_{T=0} \rightarrow \bar{\pi} + \left(\begin{array}{l} \text{триплетные нуклоны} \end{array} \right)_{T=0}; \sigma_{00}^{tt}; N_0 = 9.$

II. $\pi + \left(\begin{array}{l} \text{триплетные нуклоны} \end{array} \right)_{T=0} \rightarrow \bar{\pi} + \left(\begin{array}{l} \text{триплетные нуклоны} \end{array} \right)_{T=1}; \sigma_{01}^{tt}; N_0 = 9.$

Пятая группа процессов определяется 18 комплексными функциями.

Шестая группа состоит из одного процесса

I. $\pi + \left(\begin{array}{l} \text{триплетные нуклоны} \end{array} \right)_{T=1} \rightarrow \bar{\pi} + \left(\begin{array}{l} \text{триплетные нуклоны} \end{array} \right)_{T=1}; \sigma_{11}^{tt}; N_0 = 9.$

Таким образом, мы видим, что проблема исследования соударений протона с протоном и всех возможных сопутствующих процессов в самом общем виде сводится к нахождению 99 комплексных функций от энергии соударения частиц. Условия унитарности, накладываемые на все шесть групп процессов, позволяют свести эту задачу к определению 99 действительных функций, для нахождения которых потребуется выполнить 99 независимых экспериментов.

Нельзя не согласиться с тем, что в настоящее время не следует осуществлять эксперименты, исходя именно из такой широкой программы.

По-видимому, первоначально следует получить сведения о (p-p)-соударениях в формулировке фазового анализа или - более точно - ограниченного количества элементов S -матрицы, как это было намечено в конце предыдущего раздела.

Перейдем теперь к обсуждению возможных опытов.

5. Возможные опыты по исследованию процесса $p+p \rightarrow d+\pi^+$.

Сначала сделаем некоторые пояснения к способу описания начальных и конечных состояний участвующих в реакции частиц, применение которого необходимо при анализе поляризационных эффектов.

Начальные и конечные состояния следует описывать не волновыми функциями, поскольку в общем случае состояния до и после реакции образуют смешанный ансамбль, а с помощью матрицы плотности, которая вводится следующим образом.

Если совокупности частиц характеризуется одной волновой функцией ψ , то такая совокупность называется чистым ансамблем. Средние значения механической величины T такого чистого ансамбля определяется соотношением

$$\langle T \rangle = (\psi^\dagger, \hat{T} \psi),$$

где \hat{T} - оператор, а скобки сокращенно обозначают суммирование результата операции по всем возможным значениям независимой координаты. Примером простейшего чистого ансамбля может служить совокупность бесспиновых частиц, имеющих определенное значение вектора импульса $\vec{p}(p_x, p_y, p_z)$.

Если совокупность частиц не описывается одной волновой функцией, то такая совокупность представляет собой смешанный ансамбль и называется статистической смесью.

Такой случай осуществляется при проведении эксперимента, когда в регистрирующий прибор попадают частицы не одного какого-нибудь углового момента, а с различными угловыми моментами.

Состояние статистической смеси можно определить набором волновых функций $\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_n$ и набором соответствующих весов P_1, P_2, \dots, P_n , указывающих, с какой вероятностью соответствующие состояния представлены в статистической смеси. При этом среднее значение механической величины T заданной статистической смеси равняется

$$\langle T \rangle = \sum_{\alpha} P_{\alpha} \langle T_{\alpha} \rangle = \sum_{\alpha} P_{\alpha} (\psi_{\alpha}^{\dagger}, \hat{T} \psi_{\alpha}). \quad (47)$$

Выбрав некоторую систему ортогональных и нормированных собственных функций ψ_k° , можно перейти к другой записи среднего значения:

$$\langle T \rangle = \sum_{\alpha} P_{\alpha} (\psi_{\alpha}^{\dagger}, \hat{T} \psi_{\alpha}) = \sum_{\alpha} \sum_n \sum_m P_{\alpha} c_{\alpha m}^* c_{\alpha n} T_{mn}, \quad (48)$$

где $\psi_{\alpha} = \sum_k c_{\alpha k} \psi_k^{\circ}$; а $T_{mn} = (\psi_m^{\circ \dagger}, \hat{T} \psi_n^{\circ})$.

Определим теперь матрицу плотности. Такое определение можно сделать единообразно как для статистической смеси, так и для чистого ансамбля. Произведем для этого следующее преобразование:

$$\begin{aligned} \langle T \rangle &= \sum_{\alpha} \sum_{\bar{n}} \sum_{\bar{m}} P_{\alpha} c_{\alpha \bar{m}}^* c_{\alpha \bar{n}} T_{\bar{m} \bar{n}} = \sum_{\bar{m}} \sum_{\bar{n}} \rho_{\bar{n} \bar{m}} T_{\bar{m} \bar{n}} = \\ &= \sum_{\bar{n}} \left(\sum_{\bar{m}} \rho_{\bar{n} \bar{m}} T_{\bar{m} \bar{n}} \right) = \sum_{\bar{n}} (\rho T)_{\bar{n} \bar{n}} = \text{Sp}(\rho \hat{T}), \end{aligned} \quad (49)$$

где ρ - матрица плотности, определяемая равенством

$$\rho_{\bar{n} \bar{m}} = \sum_{\alpha} P_{\alpha} c_{\alpha \bar{m}}^* c_{\alpha \bar{n}}.$$

Матрица плотности чистого ансамбля, описываемого волновой функцией ψ_{α} , равна

$$\rho_{\bar{n} \bar{m}}^{\alpha} = c_{\alpha \bar{m}}^* c_{\alpha \bar{n}}.$$

Таким образом для статистической смеси матрица плотности $\rho_{\bar{n} \bar{m}}$ представляет собой линейную комбинацию с соответствующими весами P_{α} матриц плотности $\rho_{\bar{n} \bar{m}}^{\alpha}$ чистых состояний ψ_{α}

$$\rho_{\bar{n} \bar{m}} = \sum_{\alpha} P_{\alpha} \rho_{\bar{n} \bar{m}}^{\alpha}. \quad (50)$$

Из (49) видно, что заданием матрицы плотности определяются средние значения любых механических величин. При этом среднее значение $\langle T \rangle$ не зависит от того, в каком представлении задана матрица $\rho \hat{T}$, что является следствием инвариантности следа произведения двух матриц относительно унитарных преобразований.

Как следует из определения, матрица плотности ρ является квадратичной эрмитовской матрицей из n строк и n столбцов, то есть, определяется n^2 - величинами; n численно равно размерности рассматриваемого пространства.

Определение состояния ансамбля первоначально указанным способом и с помощью матрицы плотности эквивалентны и задаются совокупностью n^2 величин в том и другом случае.

Матрицу плотности ρ удобнее всего представить, как линейную комбинацию n^2 эрмитовских независимых матриц S_i . При этом коэффициенты разложения такого представления равны средним значениям механических величин, соответствующих этим независимым матрицам в рассматриваемой статистической смеси. Таким образом,

$$\rho = \frac{1}{n} \sum_i \langle S_i \rangle S_i; \quad (i=1, 2, \dots, n^2), \quad (51)$$

где $\langle S_i \rangle$ - средние значения эрмитовских операторов S_i . Легко проверить это утверждение.

По определению имеем:

$$\langle S_i \rangle = \text{Sp}(\rho S_i) = \frac{1}{n} \text{Sp} \left(\sum_k \langle S_k \rangle S_k S_i \right) = \frac{1}{n} \sum_k \langle S_k \rangle \text{Sp} S_k S_i.$$

Поскольку матрицы S_i ортогональны и образуют полную систему, то есть, удовлетворяют соотношению $\text{Sp} S_i S_k = n \cdot \delta_{ik}$, то

$$\langle S_i \rangle = \frac{1}{n} \sum_k \langle S_k \rangle \text{Sp} S_k S_i = \frac{1}{n} \langle S_k \rangle n \cdot \delta_{ik} = \langle S_i \rangle.$$

Рассмотрим простой и сравнительно наглядный случай частиц со спином $S = 1/2$. Размерность спинового пространства равна $2S + 1 = 2$. Для задания спиновых состояний пучка частиц

необходимо знать $n^2 = 4$ значения средних величин четырех эрмитовских матриц S_i . Оказывается, что в качестве матриц S_i можно взять единичную матрицу I , а также три матрицы проекции спина S_x , S_y и S_z на координатные оси. Матрица плотности запишется в виде:

$$\rho = \frac{1}{2s+1} \sum_i \langle S_i \rangle S_i = \frac{1}{2} [I + \langle S_x \rangle S_x + \langle S_y \rangle S_y + \langle S_z \rangle S_z],$$

где $\langle S_x \rangle$, $\langle S_y \rangle$ и $\langle S_z \rangle$ - средние значения проекции спина. Направление оси z можно выбрать так, что $\langle S_x \rangle = \langle S_y \rangle = 0$, а $\langle S_z \rangle = P$. Величина P - степень поляризации рассматриваемого пучка. Тогда

$$\rho = \frac{1}{2} [I + P \cdot S_z]$$

или иначе

$$\rho = \rho_{н.п.} + P \rho_{п.п.} \quad (52)$$

Таким образом, матрицу плотности пучка частиц со спином $S = 1/2$ можно представить в виде линейной комбинации $\rho_{н.п.}$ - матрицы плотности неполяризованного пучка, то есть когда $\langle S_z \rangle = 0$, и $\rho_{п.п.}$ - матрицы плотности полностью поляризованного пучка, то есть, для которого $\langle S_z \rangle = 1$. Коэффициент P равен степени поляризации рассматриваемого пучка.

Для описания спиновых состояний частиц со спином $S = 1$ необходимо ввести $(2S + 1)^2 = 9$ независимых матриц. В качестве первых четырех, как и в случае $S = 1/2$, можно взять единичную матрицу и три матрицы проекций спина S_x , S_y и S_z . Однако кроме этого необходимо задать средние значения операторов вида $S_x S_y$. Среди этих операторов неприводимыми к операторам S_i будет всего пять. Заметим здесь, что все операторы вида $S_x S_y$ в случае частиц со спином $S = 1/2$ приводятся к первым четырем.

Выше указывалось, что в качестве матриц S_i можно использовать любую полную систему матриц. На примере частиц со спином $S = 1/2$ была выбрана система матриц I, S_x, S_y, S_z . Однако, вместо эрмитовских матриц S_x, S_y, S_z удобнее выбирать такие их линейные комбинации, которые не являясь уже эрмитовскими, преобразуются при вращении координатных осей наиболее удобным образом. Линейные комбинации матриц, которые преобразуются при вращении как сферические гармоники $Y_{J,m}$ где J - принимает все значения вплоть до $J_{max} = 2S$, S - спин частицы, называются спин-тензорами и обычно сокращенно обозначаются $T_{J,m}$.

В общем случае спин-тензоры - неэрмитовские операторы, а поэтому средние значения наблюдаемых физических величин выражаются линейными комбинациями средних значений спин-тензоров.

Операторы спин-тензоров удовлетворяют соотношениям ортогональности и нормировки:

$$\text{Sp } T_{J,m} T_{J,m'}^\dagger = (2S+1) \delta_{J,m,J,m'} \quad (53)$$

и для случая $S = 1$ выражаются через операторы проекций спина следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} \hat{T}_{22} &= \frac{\sqrt{3}}{2} (\hat{S}_x + i \hat{S}_y)^2; & \hat{T}_{11} &= -\frac{\sqrt{3}}{2} (\hat{S}_x + i \hat{S}_y); \\ \hat{T}_{21} &= -\frac{\sqrt{3}}{2} [(\hat{S}_x + i \hat{S}_y) \hat{S}_z + \hat{S}_z (\hat{S}_x + i \hat{S}_y)]; & \hat{T}_{10} &= \sqrt{\frac{3}{2}} \hat{S}_z; \\ \hat{T}_{20} &= \frac{1}{\sqrt{2}} (3 \hat{S}_z^2 - 2); & \hat{T}_{00} &= 1. \end{aligned} \right\} \quad (54)$$

Спин-тензоры обладают следующим свойством

$$T_{J,-m} = (-1)^m T_{J,m}^* \quad (55)$$

Для процесса рассеяния частиц или реакций вида $A + b \rightarrow C + d$ средние значения спин-тензоров задаются относительно системы координат, ось Z - которой направлена вдоль скорости налетающей частицы A .

Можно и другим способом задавать спин-тензоры, если ось Z направлять перпендикулярно плоскости реакции, то есть для каждого отдельного акта реакции выбрать свою ось Z (М.И. Широков, 1957). Ось X при этом направляется по скорости падающей частицы. В такой системе координат спин-тензоры оказываются либо чисто действительными, либо чисто мнимыми, если пучок и мишень неполяризованы. Этот второй способ использоваться в дальнейшем не будет.

Операторы спин-тензоров $T_{J'm'}$, в некоторой новой системе координат определяются через спин-тензоры $T_{J\bar{m}}$ в старой системе координат с помощью элементов трехмерной группы вращения $D_{m\bar{m}}^{(J)}$:

$$T_{Jm'} = \sum_{\bar{m}} D_{m\bar{m}}^{(J)}(\varphi_1, \theta, \varphi_2) T_{J\bar{m}} \quad (56)$$

Если ось Z новой системы координат направить по движению одной из вторичных частиц, а ось Y - по вектору $\vec{n} = [\vec{k} \times \vec{k}']$, где \vec{k} - волновой вектор налетающей частицы, а \vec{k}' - волновой вектор вторичной частицы, - то эйлеровы углы преобразования от старой к новой системе равны

$$\varphi_1 = \varphi + \frac{\pi}{2}; \quad \theta; \quad \varphi_2 = -\frac{\pi}{2}; \quad (\theta, \varphi) \text{-углы вылета вторичной частицы.} \quad (\text{И.М. Гельфанд, Э.Я. Шапиро, 1952 год}).$$

Вторичными частицами в реакции $p + p \rightarrow d + \pi^+$ являются π^+ -мезон и дейтрон. Поскольку спин мезона равен нулю, то размерность спинового пространства определяется величиной спина дейтрона. Если использовать для операторов проекций спина дейтрона матрицы в виде

$$S_x = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}; \quad S_y = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix}; \quad S_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad (57)$$

то матрицы спин-тензоров можно представить в виде:

$$\left. \begin{aligned} T_{22} &= \sqrt{3} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}; & T_{21} &= -\sqrt{\frac{3}{2}} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}; & T_{20} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \\ T_{11} &= -\sqrt{\frac{3}{2}} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}; & T_{10} &= \sqrt{\frac{3}{2}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}; & T_{00} &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \end{aligned} \right\} \quad (58)$$

В дальнейшем используется метод рассмотрения поляризационных явлений (В. Берестецкий, 1954 г.), который применим к соударению частиц со спином $1/2$ и 0 . Этот метод позволяет одновременно вычислять $\rho_{н.п.}$ и $\rho_{п.п.}$, то есть, наблюдаемые величины как на поляризованном, так и на неполяризованном пучках протонов.

Пусть падающий на мишень пучок протонов полностью поляризован в направлении (ϑ, δ) относительно волнового вектора \vec{k} . Чтобы записать спиновую функцию такого чистого ансамбля, выберем координатную систему с осью z' , направленной по вектору спина, или более точно, в которой спиновая функция имеет вид: $q_1 = 1$; $q_2 = 0$. Для перехода в первоначальную систему координат необходимо совершить обратное преобразование спиноров

$$\left. \begin{aligned} q'_1 &= \alpha^* q_1 + \gamma^* q_2 \\ q'_2 &= \beta^* q_1 + \delta^* q_2 \end{aligned} \right\}, \quad (59)$$

матрица которого равна Л. Ландау, Е. Лифшиц, 1948

$$\begin{pmatrix} \alpha^* & \gamma^* \\ \beta^* & \delta^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \frac{\theta}{2} e^{-\frac{i}{2}(\varphi_1 + \varphi_2)} & -i \sin \frac{\theta}{2} e^{\frac{i}{2}(\varphi_2 - \varphi_1)} \\ -i \sin \frac{\theta}{2} e^{-\frac{i}{2}(\varphi_2 - \varphi_1)} & \cos \frac{\theta}{2} e^{\frac{i}{2}(\varphi_1 + \varphi_2)} \end{pmatrix},$$

где $\varphi_1, \theta, \varphi_2$ - эйлеровы углы преобразования. В данном случае $\varphi_1 = \delta + \frac{\pi}{2}$; $\theta = \vartheta$; $\varphi_2 = -\frac{\pi}{2}$, откуда

$$q'_1 = \cos \frac{\vartheta}{2} e^{-\frac{i}{2}\delta}; \quad q'_2 = \sin \frac{\vartheta}{2} e^{\frac{i}{2}\delta}; \quad (60)$$

при этом $|q'_1|^2 + |q'_2|^2 = 1$, как следствие унитарности.

Обычно используется пучок нуклонов, вектор поляризации которых направлен вдоль оси Oy . Такой характер поляризации возникает в условиях, когда поляризованный пучок образуется в результате актов рассеяния первоначально неполяризованного пучка на каком-либо ядре-поляризаторе. Тогда $\vartheta = 90^\circ$; $\delta = 90^\circ$, а

$$q_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-\frac{i}{4}\pi}; \quad q_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{\frac{i}{4}\pi}. \quad (61)$$

Легко видеть, что средние значения операторов проекций спина на координатные оси, определяемые соотношениями

$$\langle \sigma_z \rangle = |q_1|^2 - |q_2|^2;$$

$$\langle \sigma_x \rangle = 2 \operatorname{Re}(q_1^* q_2);$$

$$\langle \sigma_y \rangle = 2 \operatorname{Im}(q_1^* q_2),$$

В данном случае окажутся равными

$$\begin{aligned} \langle \sigma_z \rangle &= |q_1|^2 - |q_2|^2 = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 0; \\ \langle \sigma_y \rangle &= 2 \operatorname{Im}(q_1^* q_2) = 2 \operatorname{Im}\left(\frac{1}{\sqrt{2}} e^{i\frac{\pi}{4}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} e^{i\frac{\pi}{4}}\right) = 1; \\ \langle \sigma_x \rangle &= 2 \operatorname{Re}(q_1^* q_2) = 0. \end{aligned}$$

Неполяризованную мишень протонов нельзя описать одной волновой функцией, поскольку такая мишень представляет собой смесь двух состояний, то есть, необходимо задать две волновые функции и значения весов, с которыми последние представлены в мишени. Для удобства выкладок можно ввести условно волновую функцию

$$\varphi = \varepsilon_1 \alpha(2) + \varepsilon_2 \beta(2),$$

где $\alpha = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$; $\beta = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ - собственные функции проекций спина. Коэффициенты ε_1 и ε_2 удовлетворяют при этом условию $|\varepsilon_1|^2 = |\varepsilon_2|^2 = \frac{1}{2}$ (то есть, обе проекции спина на ось равновероятны) и формальному требованию $\varepsilon_1^* \varepsilon_2 = 0$ (требованию смеси).

Начальную волновую функцию двух сталкивающихся протонов, один из которых полностью поляризован, а другой - неполяризован, с учетом сделанных выше замечаний, можно записать в виде:

$$\Psi'_H(1,2) = e^{ikz} [q_1 \alpha(1) + q_2 \beta(1)] [\varepsilon_1 \alpha(2) + \varepsilon_2 \beta(2)].$$

В случае (p-p)-соударений начальная волновая функция должна быть антисимметризована, что дает:

$$\Psi_{\text{нач}} = \frac{1}{\sqrt{2}} [\Psi'_H(1,2) - \Psi'_H(2,1)].$$

В результате получим:

$$\begin{aligned} \Psi_{\text{нач}} &= \frac{\varepsilon_1}{\sqrt{2}} \left\{ [q_1 \alpha(1) + q_2 \beta(1)] \alpha(2) e^{ikz} - [q_1 \alpha(2) + q_2 \beta(2)] \alpha(1) e^{-ikz} \right\} + \\ &+ \frac{\varepsilon_2}{\sqrt{2}} \left\{ [q_1 \alpha(1) + q_2 \beta(1)] \beta(2) e^{ikz} - [q_1 \alpha(2) + q_2 \beta(2)] \beta(1) e^{-ikz} \right\} = \\ &= \frac{\varepsilon_1}{\sqrt{2}} \psi_1 + \frac{\varepsilon_2}{\sqrt{2}} \psi_2. \end{aligned}$$

Обозначив $\frac{\varepsilon_1}{\sqrt{2}} \psi_1 = \varphi_1$; $\frac{\varepsilon_2}{\sqrt{2}} \psi_2 = \varphi_2$ и произведя некоторые преобразования, получим

$$\varphi_1 = \frac{\varepsilon_1}{\sqrt{2}} \left\{ (q_1 \chi_{1,1} + \frac{q_2}{\sqrt{2}} \chi_{1,0}) (e^{ikz} - e^{-ikz}) + \frac{q_2}{\sqrt{2}} \chi_{0,0} (e^{ikz} + e^{-ikz}) \right\};$$

$$\varphi_2 = \frac{\varepsilon_2}{\sqrt{2}} \left\{ (q_2 \chi_{1,-1} + \frac{q_1}{\sqrt{2}} \chi_{1,0}) (e^{ikz} - e^{-ikz}) - \frac{q_1}{\sqrt{2}} \chi_{0,0} (e^{ikz} + e^{-ikz}) \right\},$$

где

$$\chi_{1,1} = \alpha(1) \alpha(2); \quad \chi_{1,-1} = \beta(1) \beta(2);$$

$$\chi_{1,0} = \frac{1}{\sqrt{2}} [\alpha(1) \beta(2) + \alpha(2) \beta(1)]; \quad \chi_{0,0} = \frac{1}{\sqrt{2}} [\beta(1) \alpha(2) - \beta(2) \alpha(1)].$$

Разлагая плоскую волну по сферическим гармоникам, как это проводилось ранее, и используя асимметрическое представление для функций $j_\ell(kr) = \sqrt{\frac{\pi}{2kr}} J_{\ell+1/2}(kr)$ при $kr \gg \ell$, получим:

$$e^{\pm ikz} = \frac{i}{kr} \sqrt{\pi} \sum_{\ell=0}^{\infty} i^\ell \sqrt{2\ell+1} [1 \pm (-1)^\ell] \left[e^{-i(kr - \frac{\ell\pi}{2})} + e^{i(kr - \frac{\ell\pi}{2})} \right] Y_{\ell,0}(\cos\theta).$$

Опустив множитель $\frac{i}{kr}$, независящий от углов (θ, φ) и индекса l , а также выделив только сходящуюся волну, находим:

$$\varphi_1 = \varepsilon_1 \sqrt{\frac{\pi}{2}} \sum_{l=0}^{\infty} i^l \sqrt{2l+1} \left\{ [1 - (-1)^l] \left[q_1 \chi_{1,1} Y_{l,0}(\cos \theta) + \frac{q_2}{\sqrt{2}} \chi_{1,0} Y_{l,0}(\cos \theta) \right] + [1 + (-1)^l] \frac{q_2}{\sqrt{2}} \chi_{0,0} Y_{l,0}(\cos \theta) \right\};$$

$$\varphi_2 = \varepsilon_2 \sqrt{\frac{\pi}{2}} \sum_{l=0}^{\infty} i^l \sqrt{2l+1} \left\{ [1 - (-1)^l] \left[q_2 \chi_{1,1} Y_{l,0}(\cos \theta) + \frac{q_1}{\sqrt{2}} \chi_{1,0} Y_{l,0}(\cos \theta) \right] - [1 + (-1)^l] \frac{q_1}{\sqrt{2}} \chi_{0,0} Y_{l,0}(\cos \theta) \right\}.$$

Выразим далее произведения $\chi Y_{l,0}$ через собственные функции полного момента J и его проекции M , воспользовавшись соотношением:

$$\chi_{1,1} Y_{l,0}(\cos \theta) = \sum_{J=l-1, l, l+1} (l10M | l1JM) Y_{J(l1)}^M(\cos \theta, \varphi);$$

$$\chi_{0,0} Y_{l,0}(\cos \theta) = Y_{l(l_0)}^0(\cos \theta, \varphi),$$

где $(l10M | l1JM)$ - коэффициенты Клебша-Гордана, а $Y_{J(l1)}^M$ - собственная функция частицы со спином $S = 1$, полным моментом J и проекцией полного момента M . В нашем частном случае плоской волны, распространяющейся вдоль оси Oz , проекция полного момента M равна проекции спина S_z . Тогда

$$\left. \begin{aligned} \varphi_1 &= \varepsilon_1 \sqrt{\frac{\pi}{2}} \sum_{l=0}^{\infty} i^l \sqrt{2l+1} \left\{ [1 - (-1)^l] \left[q_1 \sum_J (l101 | l1J1) Y_{J(l1)}^1 + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{q_2}{\sqrt{2}} \sum_J (l100 | l1J0) Y_{J(l1)}^0 \right] + [1 + (-1)^l] \frac{q_2}{\sqrt{2}} Y_{l(l_0)}^0 \right\}; \\ \varphi_2 &= \varepsilon_2 \sqrt{\frac{\pi}{2}} \sum_{l=0}^{\infty} i^l \sqrt{2l+1} \left\{ [1 - (-1)^l] \left[q_2 \sum_J (l10-1 | l1J-1) Y_{J(l1)}^{-1} + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{q_1}{\sqrt{2}} \sum_J (l100 | l1J0) Y_{J(l1)}^0 \right] + [1 + (-1)^l] \frac{q_1}{\sqrt{2}} Y_{l(l_0)}^0 \right\} \end{aligned} \right\} (62)$$

При энергии протонов ~ 600 Мэв необходимо принять во внимание s -, p - и d -состояния π^+ -мезона в реакции $p+p \rightarrow d+\pi^+$. Это приводит к следующим возможным переходам

Т а б л и ц а 5.

Начальное состояние.	3P_1	1S_0	1D_2	3P_2	3F_2	3F_3
Конечное состояние	${}^3S_1 s_1$	${}^3S_1 d_1$	${}^3S_1 p_0$	${}^3S_1 p_2$	${}^3S_1 d_2$	${}^3S_1 d_3$
Амплитуда перехода	C'_{s_1}	C'_{d_1}	C_{p_0}	C_{p_2}	C'_{d_2}	C'_{d_3}

Здесь: $C'_s = iC_s$; $C'_d = -iC_d$. Состояние дейтрона для краткости обозначается 3S_1 . Амплитуды переходов обладают свойствами элементов S -матрицы.

Учитывая только те начальные состояния, которые помещены в таблице, получаем выражения для сходящейся волны, описываемой φ_1 и φ_2 :

$$\varphi_1 = \varepsilon_1 \sqrt{2\pi} \left\{ i q_1 \left[-\sqrt{\frac{3}{2}} y_{1(11)}^1 + \sqrt{\frac{3}{2}} y_{2(11)}^1 - y_{2(31)}^1 + \sqrt{\frac{3}{2}} y_{3(31)}^1 \right] + \right. \\ \left. + i q_2 \left[y_{2(11)}^0 + \sqrt{\frac{3}{2}} y_{2(31)}^0 \right] + q_2 \left[\sqrt{\frac{1}{2}} y_{0(00)}^0 - \sqrt{\frac{5}{2}} y_{2(20)}^0 \right] \right\}; \\ \varphi_2 = \varepsilon_2 \sqrt{2\pi} \left\{ i q_2 \left[\sqrt{\frac{3}{2}} y_{1(11)}^{-1} + \sqrt{\frac{3}{2}} y_{2(11)}^{-1} - y_{2(31)}^{-1} - \sqrt{\frac{3}{2}} y_{3(31)}^{-1} \right] + \right. \\ \left. + i q_1 \left[y_{2(11)}^0 + \sqrt{\frac{3}{2}} y_{2(31)}^0 \right] - q_1 \left[\sqrt{\frac{1}{2}} y_{0(00)}^0 - \sqrt{\frac{5}{2}} y_{2(20)}^0 \right] \right\}. \quad (63)$$

Конечные волновые функции представляют собой трехкомпонентные шаровые вектора $\vec{Y}_{J\ell M}$:

$$\vec{Y}_{J\ell M} = \sum_M (\ell 1 M - m, m | \ell 1 J M) Y_{\ell, M-m}(\theta, \varphi) \vec{\chi}_{1, m}.$$

В конечном состоянии содержится только расходящаяся волна, коэффициенты B которой связаны с коэффициентами A сходящейся волны матрицей рассеяния S :

$$B^{J\ell'M} = \sum_{\ell} S_{\ell\ell'}^J A^{J\ell M}.$$

Это соотношение в нашем рассмотрении следует применить дважды: для φ_1 и для φ_2 .

Конечные волновые функции запишутся окончательно в виде:

$$\left. \begin{aligned} \vec{F} &= \alpha_1 \vec{\chi}_{1,1} + \beta_1 \vec{\chi}_{1,0} + \gamma_1 \vec{\chi}_{1,-1} \\ \vec{F} &= \alpha_2 \vec{\chi}_{1,1} + \beta_2 \vec{\chi}_{1,0} + \gamma_2 \vec{\chi}_{1,-1} \end{aligned} \right\}. \quad (64)$$

Средние значения спин-тензоров выражаются через компоненты волновых функций \vec{F}_1 и \vec{F}_2 следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} \langle T_{00} \rangle &= \sum_{i=1,2} (|\alpha_i|^2 + |\beta_i|^2 + |\gamma_i|^2); & \langle T_{11} \rangle &= -\sqrt{\frac{3}{2}} \sum_{i=1,2} (\alpha_i^* \beta_i + \beta_i^* \gamma_i); \\ \langle T_{10} \rangle &= \sqrt{\frac{3}{2}} \sum_{i=1,2} (|\alpha_i|^2 - |\gamma_i|^2); & \langle T_{21} \rangle &= -\sqrt{\frac{3}{2}} \sum_{i=1,2} (\alpha_i^* \beta_i - \beta_i^* \gamma_i); \\ \langle T_{20} \rangle &= \sqrt{\frac{1}{2}} \sum_{i=1,2} (|\alpha_i|^2 - 2|\beta_i|^2 + |\gamma_i|^2); & \langle T_{22} \rangle &= \sqrt{3} \sum_{i=1,2} \alpha_i^* \gamma_i. \end{aligned} \right\} \quad (65)$$

Явные угловые зависимости для этих компонент следующие (Л.М.Сороко, 1958 А).

$$\left. \begin{aligned} \alpha_1 &= \frac{q_1}{2} \left[\sqrt{\frac{3}{2}} c_s + D_2 (3 \cos^2 \theta - 1) \right] + \frac{q_2}{4} \sin \theta \cdot e^{-i\varphi} (c_- - \sqrt{15} \cos \theta \cdot d_+); \\ \beta_1 &= -\frac{q_1}{2} \sin \theta \cos \theta \cdot e^{i\varphi} \cdot D_0 - \frac{q_2}{2\sqrt{2}} \cos \theta \cdot c_+; \\ \gamma_1 &= \frac{q_1}{2} \sin^2 \theta \cdot e^{i2\varphi} \cdot D_1 - \frac{q_2}{4} \sin \theta \cdot e^{i\varphi} (c_- + \sqrt{15} \cdot \cos \theta \cdot d_+); \\ \alpha_2 &= -\frac{q_1}{4} \sin \theta \cdot e^{-i\varphi} (c_- + \sqrt{15} \cdot \cos \theta \cdot d_+) - \frac{q_2}{2} \sin^2 \theta \cdot e^{-i2\varphi} \cdot D_1; \\ \beta_2 &= \frac{q_1}{2\sqrt{2}} \cos \theta \cdot c_+ - \frac{q_2}{2} \sin \theta \cos \theta \cdot e^{-i\varphi} \cdot D_0; \\ \gamma_2 &= \frac{q_1}{4} \sin \theta \cdot e^{i\varphi} (c_- - \sqrt{15} \cdot \cos \theta \cdot d_+) - \frac{q_2}{2} \left[\sqrt{\frac{3}{2}} c_s + D_2 (3 \cos^2 \theta - 1) \right] \end{aligned} \right\} \quad (66)$$

Здесь (θ, φ) - углы испускания дейтрона, а

$$\left. \begin{aligned} c_+ &= c_{p_0} + \sqrt{10} c_{p_2}; \quad c_- = c_{p_0} - \sqrt{\frac{5}{2}} c_{p_2}; \quad d_+ = c_{d_2} + \sqrt{\frac{3}{2}} c_{d_3}; \quad d_- = \sqrt{\frac{3}{2}} c_{d_2} - c_{d_3}; \\ D_0 &= \frac{3}{2} \sqrt{\frac{3}{2}} c_{d_1} + \sqrt{\frac{5}{4}} d_+ + \sqrt{14} c_{d_4}; \quad D_1 = \frac{\sqrt{7}}{4} c_{d_4} + \sqrt{\frac{5}{8}} d_- - \frac{3\sqrt{3}}{4} c_{d_1}; \quad D_2 = \frac{\sqrt{7}}{2} c_{d_4} - \sqrt{\frac{5}{8}} d_- - \frac{\sqrt{3}}{4} c_{d_1} \end{aligned} \right\} (67)$$

Средние значения спин-тензоров в общем случае частично поляризованного пучка можно записать согласно (52) в виде:

$$\langle T \rangle = \langle T \rangle_{н.п.} + P \langle T \rangle_{пол.}$$

где P - степень поляризации пучка протонов в направлении оси Oy . Угловое распределение дейтронов на неполяризованном пучке описывается зависимостью (С.М. Биленький, Л.И. Лапидус, 1955;

F.Mandl, T.Regge, 1955)

$$k^2 \frac{dG(\theta)}{d\Omega} = \langle T_{00} \rangle_{н.п.} = \gamma_0 + \gamma_2 \cos^2 \theta + \gamma_4 \cos^4 \theta;$$

где

$$\left. \begin{aligned} \gamma_0 &= \frac{3}{8} |c_s|^2 + \frac{1}{8} |c_-|^2 + \frac{1}{4} (|D_1|^2 + |D_2|^2) - \frac{1}{2} \sqrt{\frac{3}{2}} \operatorname{Re}(c_s^* D_1); \\ \gamma_2 &= \frac{1}{8} (|c_+|^2 - |c_-|^2) + \frac{15}{8} |d_+|^2 + \frac{3}{2} \sqrt{\frac{3}{2}} \operatorname{Re}(c_s^* D_1) + \frac{1}{4} (|D_0|^2 - 2|D_1|^2 - 6|D_2|^2); \\ \gamma_4 &= \frac{1}{4} (9|D_2|^2 + |D_1|^2 - |D_0|^2) - \frac{15}{8} |d_+|^2. \end{aligned} \right\} (68)$$

Полное сечение при этом равно $k^2 \sigma_t = 4\pi (\gamma_0 + \frac{1}{3}\gamma_2 + \frac{1}{5}\gamma_4)$. Соотношение (68) получено с учетом переходов ${}^3F_2 \rightarrow {}^3S_1 d_2$ и ${}^3F_3 \rightarrow {}^3S_1 d_3$. Если предположить, как это сделано в предыдущих разделах, что этими переходами можно пренебречь, то

$$\gamma_4 = 0; \quad k^2 \sigma_t = 4\pi (\gamma_0 + \frac{1}{3}\gamma_2). \quad (69)$$

Таким образом при отсутствии указанных переходов угловое распределение реакции $p+p \rightarrow d+\pi^+$ не должно содержать членов, пропорциональных $\cos^4 \theta$, что подтверждается экспериментально в широкой области энергии.

В этом предположении:

$$\left. \begin{aligned} d_+ &= c_{d_2}; \quad d_- = \sqrt{\frac{3}{2}} c_{d_2}; \\ D_0 &= \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} (3c_{d_1} + \sqrt{5} c_{d_2}); \quad D_1 = \frac{\sqrt{3}}{4} (-3c_{d_1} + \sqrt{5} c_{d_2}); \quad D_2 = -\frac{\sqrt{3}}{4} (c_{d_1} + \sqrt{5} c_{d_2}) \end{aligned} \right\} (70)$$

Измерения на поляризованном пучке протонов дают возможность определить

$$k^2 \frac{dG(\theta, \varphi)}{d\Omega} = \langle T_{00} \rangle_{пол.} = \sin \theta \cos \varphi (\lambda_0 + \lambda_1 \cos \theta + \lambda_2 \cos^2 \theta + \lambda_3 \cos^3 \theta);$$

где

$$\left. \begin{aligned} \lambda_0 &= \frac{1}{4} \sqrt{\frac{3}{2}} \operatorname{Im}(c_s^* c_s) + \frac{1}{4} \operatorname{Im}[(D_2 + D_1)^* c_-]; \\ \lambda_1 &= \frac{1}{4} \sqrt{\frac{45}{2}} \operatorname{Im}(c_s^* d_+) + \frac{\sqrt{15}}{4} \operatorname{Im}[d_+^* (D_2 - D_1)]; \\ \lambda_2 &= \frac{1}{4} \operatorname{Im}[c_-^* (3D_2 + D_1)] + \frac{1}{2\sqrt{2}} \operatorname{Im}(c_+^* D_0); \\ \lambda_3 &= \frac{\sqrt{15}}{4} \operatorname{Im}[d_+^* (D_1 - 3D_2)]. \end{aligned} \right\} (71)$$

Если $C_{d_3} = C_{d_4} = 0$, то $\lambda_3 = 0$, что не противоречит экспериментальным данным. Таким образом, наблюдаемые значения коэффициентов λ_3 и γ_4 служат подтверждением правильности предположения о возможности полностью пренебречь переходами ${}^3F_2 \rightarrow {}^3S_1 d_2$ и ${}^3F_3 \rightarrow {}^3S_1 d_3$.

Дополнительные сведения о соотношении амплитуд рассматриваемой реакции дают опыты по измерению состояний поляризации дейтрона на неполяризованном и поляризованном пучках протонов (L. Wolfenstein, , 1955; Л.И. Липидус, 1957). Вероятность испускания дейтрона с заданной поляризацией и квадруполяризацией определяется средними значениями спин-тензоров более высокого ранга.

Поляризация связана с $\langle T_{1\bar{m}} \rangle$. Так, например,

$$\left. \begin{aligned} \langle s_y \rangle \frac{dG}{d\Omega} &= -\frac{2}{\sqrt{3}} \text{Im} \langle T_{11} \rangle; \\ \langle s_x \rangle \frac{dG}{d\Omega} &= -\frac{2}{\sqrt{3}} \text{Im} \langle T_{11} \rangle; \quad \langle s_z \rangle \frac{dG}{d\Omega} = \sqrt{\frac{2}{3}} \langle T_{10} \rangle. \end{aligned} \right\} (72)$$

Для неполяризованного пучка протонов имеем:

$$\langle T_{11} \rangle_{\text{н.п.}} = -\frac{i}{4} \sqrt{\frac{3}{2}} \sin \theta \cos \theta \cdot e^{i\varphi} (\nu_0 + \nu_2 \cos^2 \theta);$$

где

$$\left. \begin{aligned} \nu_0 &= \sqrt{\frac{3}{2}} \text{Im} (D_0^* c_s) + \text{Im} [(D_2 + D_4)^* D_0] + \frac{1}{2\sqrt{2}} \text{Im} (c_+^* c_-); \\ \nu_2 &= \text{Im} [D_0^* (3D_2 + D_4)]. \end{aligned} \right\} (73)$$

Соответственно, для поляризованного пучка возникает добавочный эффект

$$\left. \begin{aligned} \langle T_{11} \rangle_{\text{пол}} &= \frac{i}{8} \sqrt{\frac{3}{2}} \cos \theta \left\{ M_0 + M_1 \cos \theta + M_2 \cos^2 \theta + M_3 \cos^3 \theta + \right. \\ &\quad \left. + \sin^2 \theta e^{i2\varphi} (M_4 + M_5 \cos \theta) \right\}; \\ \text{где} \\ M_0 &= \sqrt{3} \text{Re} (c_+^* c_s) - \sqrt{2} \text{Re} (c_+^* D_2) - \text{Re} (D_0^* c_-); & M_3 &= \sqrt{15} \text{Re} (D_0^* d_+); \\ M_1 &= -\sqrt{15} \text{Re} (D_0^* d_+); & M_4 &= -\text{Re} (D_0^* c_-) - \sqrt{2} \text{Re} (c_+^* D_4); \\ M_2 &= 3\sqrt{2} \text{Re} (c_+^* D_4) + \text{Re} (D_0^* c_-); & M_5 &= \sqrt{15} \text{Re} (D_0^* d_+). \end{aligned} \right\} (74)$$

Как видно из (72) и (73), вектор поляризации дейтрона в случае неполяризованного пучка направлен перпендикулярно плоскости реакции.

На поляризованном пучке протонов возникает поляризация дейтрона, направленная вдоль оси \bar{z} , то есть, вдоль линии соударения первичных протонов. Величина такой поляризации определяется:

$$\left. \begin{aligned} \langle T_{10} \rangle_{\text{пол}} &= \frac{1}{4} \sqrt{\frac{3}{2}} \sin \theta \sin \varphi (\xi_0 + \xi_1 \cos \theta + \xi_2 \cos^2 \theta + \xi_3 \cos^3 \theta); \\ \text{где} \\ \xi_0 &= \sqrt{\frac{3}{2}} \text{Re} (c_s^* c_-) + \text{Re} [(D_1 - D_2)^* c_-]; & \xi_2 &= \text{Re} [(3D_2 - D_4)^* c_-]; \\ \xi_1 &= \sqrt{15} \text{Re} [(D_1 + D_2)^* d_+] - \sqrt{\frac{45}{2}} \text{Re} (c_s^* d_+); & \xi_3 &= -\sqrt{15} \text{Re} [(3D_2 + D_4)^* d_+]. \end{aligned} \right\} (75)$$

Для измерения поляризации дейтрона требуется проведение экспериментов по дополнительному рассеянию дейтронов на каком-либо ядре.

Зависимость сечения рассеяния дейтронов на ядре - анализаторе определяется соотношением (W.Lakin, 1955; F.Mandl, T.Regge, 1955) :

$$k_d^2 \frac{d\sigma(\Theta, \Phi)}{d\Omega} = k_d^2 \left[\frac{d\sigma(\Theta)}{d\Omega} \right]_0 + K_0 \langle T_{20} \rangle + K_1' [\cos \Phi \cdot M_{11}' - \sin \Phi \cdot L_{11}'] + K_1'' [\cos \Phi \cdot L_{21}' + \sin \Phi \cdot M_{21}'] + K_2 [\cos 2\Phi \cdot L_{22}' + \sin 2\Phi \cdot M_{22}']; \quad (76)$$

где Φ - азимутальный угол рассеяния дейтрона на ядре - анализаторе, Θ - полярный угол рассеяния; K_0 , K_1' , K_1'' и K_2 - калибровочные коэффициенты, характеризующие анализируемые свойства ядра-анализатора для каждого из указанных типов поляризации. Величины K зависят от угла Θ , и их можно определить путем проведения двойного рассеяния дейтронов.

При этом

$$\langle T_{jm} \rangle' = L_{jm}' + i M_{jm}'$$

значения спин-тензоров в координатной системе, ось Oz' которой направлена вдоль импульса дейтрона в лабораторной системе координат. Величины $\langle T_{jm} \rangle'$ получаются из $\langle T_{jm} \rangle$ в первоначальной системе координат с помощью элементов трехмерной группы вращения $D_{mm}^{(r)}$ (56).

Поскольку дейтрон испускается в рассматриваемой области энергии под малыми углами, то

$$\cos \theta_d = 1 + \sigma(\zeta^2); \quad \sin \theta_d = \zeta \sin \theta + \sigma(\zeta^2),$$

где ζ - отношение скорости дейтрона в системе центра масс двух протонов к скорости центра масс. При этом

$$\left. \begin{aligned} L_{22}' &= (L_{22} \cos 2\varphi + M_{22} \sin 2\varphi) + \zeta \sin \theta (L_{21} \cos \varphi + M_{21} \sin \varphi) + \sigma(\zeta^2); \\ M_{22}' &= (-L_{22} \sin 2\varphi + M_{22} \cos 2\varphi) + \zeta \sin \theta (-L_{21} \sin \varphi + M_{21} \cos \varphi) + \sigma(\zeta^2). \end{aligned} \right\} \quad (77)$$

а также

$$\left. \begin{aligned} L_{11}' &= (L_{11} \cos \varphi + M_{11} \sin \varphi) + \frac{\theta}{\sqrt{2}} L_{10} + \sigma(\zeta^2); \\ M_{11}' &= (-L_{11} \sin \varphi + M_{11} \cos \varphi) + \sigma(\zeta^2). \end{aligned} \right\} \quad (78)$$

Заметим при этом, что $M_{10} \equiv 0$.

Анализ процесса двойного рассеяния дейтронов на углероде показывает, что K_2 весьма близко к нулю. Этот вывод следует из экспериментов (O. Chamberlain и др. 1954), выполненных при энергии дейтронов 167 Мэв для $\theta_d = 20^\circ$, а также из расчетов двойного рассеяния дейтронов на углероде с помощью импульсного приближения. Дальнейшие расчеты показали также, что наряду с K_2 близок к нулю также коэффициент K_1'' . О величине коэффициента K_0 ничего пока неизвестно.

Таким образом, для неполяризованного пучка протонов в первом приближении соотношение (76) можно записать в виде:

$$k_d^2 \frac{d\sigma(\Theta, \Phi)}{d\Omega} = k_d^2 \left[\frac{d\sigma(\Theta)}{d\Omega} \right]_0 + K_2 \cdot \cos \Phi \cdot \langle T_{11} \rangle. \quad (79)$$

В опыте Триппа (R. Tripp, 1956) анализ результатов производился исходя именно из такого вида сечения второго рассеяния.

Возможность анализа величины $\langle T_{22} \rangle$ зависит от того, насколько величина K_2 отлична от нуля. По-видимому, K_2 должно быть отлично от нуля, по крайней мере для некоторых достаточно больших углах рассеяния. Проверка этого предположения является весьма актуальной задачей.

Приведем в заключение явные выражения для $\langle T_{22} \rangle$:

$$\langle T_{22} \rangle_{\text{н.п.}} = \frac{\sqrt{3}}{8} \sin^2 \theta \cdot e^{i2\varphi} (\omega_0 + \omega_2 \cos^2 \theta);$$

где

$$\omega_0 = \sqrt{6} \operatorname{Re}(c_+^* D_1) - 2 \operatorname{Re}(D_2^* D_1) - \frac{1}{2} |c_-|^2;$$

$$\omega_2 = 6 \operatorname{Re}(D_2^* D_1) + \frac{15}{2} |d_+|^2.$$

(80)

а также

$$\langle T_{22} \rangle_{\text{пол}} = \frac{\sqrt{3}}{8} \sin \theta \cdot e^{i\varphi} \left\{ \psi_0 + \psi_1 \cos \theta + \psi_2 \cos^2 \theta + \psi_3 \cos^3 \theta + \right. \\ \left. + \sin^2 \theta \cdot e^{i2\varphi} (\psi_4 + \psi_5 \cos \theta) \right\};$$

где

$$\psi_0 = \operatorname{Im}(c_-^* D_2) - \sqrt{\frac{3}{2}} \operatorname{Im}(c_-^* c_+);$$

$$\psi_1 = \sqrt{15} \operatorname{Im}(d_+^* D_2) - \sqrt{\frac{45}{2}} \operatorname{Im}(d_+^* c_+);$$

$$\psi_2 = -3 \operatorname{Im}(c_-^* D_1);$$

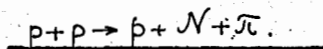
$$\psi_3 = -3\sqrt{15} \operatorname{Im}(d_+^* D_2);$$

$$\psi_4 = \operatorname{Im}(c_-^* D_1);$$

$$\psi_5 = \sqrt{15} \operatorname{Im}(D_2^* d_+).$$

(81)

6. Возможные опыты по исследованию процессов



Как было указано в разделе 4, проблема исследования процессов $p+p \rightarrow p+N+\pi$ связана с определением 32 комплексных функций, определяющих матрицу реакции. Схема опытов при этом существенно усложняется. Так, например, на неполяризованном пучке протонов кроме обычных опытов по угловым распределениям частиц необходимо выполнить опыты по наблюдению угловых корреляций, а также относительных азимутальных корреляций.

Перейдем к детальному обсуждению характера этих экспериментов.

Какой либо фиксированный случай рассматриваемого процесса, если известна энергия налетающего нуклона, можно охарактеризовать полностью, если задать энергию одной частицы, углы (θ, φ) вылета одной частицы в с.ц.м. сталкивающихся протонов, а также углы разлета остальных двух частиц в системе координат их центра масс. Наблюдаемые величины, например, дифференциальные сечения, должны зависеть от пяти аргументов.

Как уже упоминалось, задачу трех тел можно рассматривать как задачу двух тел путем введения двух подсистем. Если использовать (ls) - схему разбиения, то угловая и спиновая части волновой функции всей системы запишется в виде:

$$\Psi^{(ls)} = \sum_{m_l+m_s=M} \sum_{m_{s_1}+m_{s_2}=m_s} (l_x j M - m, \mu | l_x j JM) (l s m_l m_s | l s j \mu) (s_1 s_2 m_{s_1} m_{s_2} | s_1 s_2 s m_s) \times \cdot Y_{l_x}^m(\pi) \cdot Y_l^{m_l}(1,2) \chi_{s_1}^{m_{s_1}}(1) \chi_{s_2}^{m_{s_2}}(2); \quad (82)$$

где $Y_{l_x}^m(\pi) \equiv Y_{l_x}^m(\theta_x, \varphi_x)$; $Y_l^{m_l}(1,2) \equiv Y_l^{m_l}(\theta_{12}, \varphi_{12})$ - шаровые функции

соответствующих аргументов. При этом углы (θ_x, φ_x) характеризуют направление вылета π -мезона в с.ц.м. сталкивающихся протонов, а углы $(\theta_{12}, \varphi_{12})$ - направление вылета нуклона "1" в системе координат, связанной с центром масс неупруго рассеянных нуклонов. Нуклон "2" испускается в противоположном направлении, так что: $\theta_{21} = \pi - \theta_{12}$; $\varphi_{21} = \varphi_{12} + \pi$.

На рис. 9 приведена векторная диаграмма импульсов вторичных частиц от реакции $p+p \rightarrow p+N+\pi$ в с.ц.м. сталкивающихся протонов. Если вторичные нуклоны рассматривать приближенно без учета релятивистского возрастания массы, то геометрическое место вершин A векторного треугольника составит сферу с радиусом, равным $R = \sqrt{M(W - \sqrt{p^2 + m^2}) - \frac{1}{4}p^2}$, где W - полная кинетическая энергия в с.ц.м., p - импульс мезона, M и m - массы нуклона и мезона. Легко показать, что дифференциал плотности фазового объема двух частиц в (ls) - схеме не зависит от углов $(\theta_{12}, \varphi_{12})$

и определяется величиной радиуса R . Таким образом, в (ls) -схеме при указанных предположениях угловые и импульсные части полностью разделяются.

Если в опытах регистрируется один из нуклонов, то удобнее использовать (jj) -схему введения двух подсистем. Угловая часть волновой функции трех частиц для (jj) -схемы запишется в виде:

$$\Psi^{(jj)} = \sum_{\substack{m_l + m_s = m_j \\ m_2 + m_{s_2} = m}} (jL, M-m, m | jL, JM) (l_2 s_2 m_2 m_{s_2} | l_2 s_2 L, m) (l_\pi s_\pi m_\pi m_{s_\pi} | l_\pi s_\pi j m_j) \times \\ \times Y_{l_2}^{m_2}(2) \cdot Y_{l_\pi}^{m_\pi}(1) \chi_{s_2}^{m_{s_2}}(1) \cdot \chi_{s_\pi}^{m_{s_\pi}}(2). \quad (83)$$

В этом случае дифференциал плотности фазового объема двух частиц: π -мезона и одного из нуклонов зависит от угла $\theta_{\pi 1}$.

Рассмотрение возможных опытов произведем в рамках (ls) -схемы. Ограничимся при этом только такими экспериментами, когда на совпадении регистрируется мезон и один из нуклонов. В этом случае целесообразно ввести функции полного спина. Поскольку нуклоны могут находиться как в синглетных, так и в триплетных состояниях, то конечная волновая функция будет иметь четыре компоненты. Выражения для каждой из компонент содержат суммы произведений угловых функций испускаемого мезона и относительного движения двух вторичных нуклонов. Как известно, в случае реакции $p+p \rightarrow d+\pi^+$ такой суммы нет, поскольку угловая функция определяется только одним направлением - линией разлета мезона и дейтрона.

Возможности различных независимых опытов обсудим на примере одного частного случая, когда учтено ограниченное количество амплитуд неупругих переходов (Л.М.Сороко, 1958,Б). Результаты такого частного случая рассмотрения позволяют сделать некоторые выводы, справедливые для общего случая.

Итак, предположим, что в рамках (ls) -схемы в области энергии налетающего протона ~ 600 Мэв достаточно принять во внимание следующие переходы.

Т а б л и ц а 6.

Класс переходов по изотопическому спину	σ_{10}					σ_{11}			
	Начальное состояние	1S_0	1D_2	3P_0	3P_1	3P_2	3P_0	3P_1	
Конечное состояние	$^3S_1 p_0$	$^3S_1 p_2$	$^4P_1 p_0$	$^4P_1 p_1$	$^4P_1 p_2$	$^3P_1 p_0$	$^3P_0 p_1$	$^3P_1 p_1$	$^3P_2 p_1$
Амплитуда перехода	$c_1(p_\pi)$	$c_2(p_\pi)$	$b_1(p_\pi)$	$b_2(p_\pi)$	$b_3(p_\pi)$	$d_1(p_\pi)$	$d_2(p_\pi)$	$d_3(p_\pi)$	$d_4(p_\pi)$

Выбранные переходы не вполне соответствуют переходам, которые учитывались в разделе 3. Амплитуда каждого перехода является функцией импульса мезона и энергии налетающего протона.

Среднее значение спин-тензора $\langle T_{00} \rangle$ определяет дифференциальное сечение испускания мезона в направлении $(\theta_\pi, \varphi_\pi)$, когда нуклоны разлетаются в направлении $(\theta_{12}, \varphi_{12})$ отсчитываемом от направления вылета мезона в системе координат центра масс двух вторичных нуклонов. Дифференциальное сечение при этом выражается через $\langle T_{00} \rangle$ следующим соотношением:

$$\langle T_{00} \rangle(\theta_\pi, \varphi_\pi; \theta_{12}, \varphi_{12}; p_\pi) = \frac{k^2}{p_E} \frac{d^3 G(\theta_\pi, \varphi_\pi; \theta_{12}, \varphi_{12}; p_\pi)}{d\Omega(\theta_\pi, \varphi_\pi) d\Omega(\theta_{12}, \varphi_{12}) dp_\pi} \quad (84)$$

Здесь \vec{k} - волновой вектор сталкивающихся протонов, p_π - импульс мезона в с.ц.м., p_E - фазовый объем трех частиц, принимаемый путем выбора некоторого постоянного множителя, равным $p_E = p_\pi^2 R(p_\pi; W)$.

Волновая функция в конце может быть записана в виде:

$$\left. \begin{aligned} \vec{F}_1 &= \frac{1}{\sqrt{4\pi}} [A_1 \vec{\chi}_{00} + \alpha_1 \vec{\chi}_{11} + \beta_1 \vec{\chi}_{10} + \gamma_1 \vec{\chi}_{1,-1}] ; \\ \vec{F}_2 &= \frac{1}{\sqrt{4\pi}} [A_2 \vec{\chi}_{00} + \alpha_2 \vec{\chi}_{11} + \beta_2 \vec{\chi}_{10} + \gamma_2 \vec{\chi}_{1,-1}] . \end{aligned} \right\} \quad (85)$$

Коэффициенты $A_1, \alpha_1, \beta_1, \gamma_1$ и т.д. следующим образом связаны с амплитудами переходов:

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= -iq_1 \frac{3}{\sqrt{2}} \left[\frac{\sqrt{3}}{2} (b_2 - b_3) \sin \theta_\pi \cos \theta_{12} e^{i\varphi_\pi} - \frac{\sqrt{3}}{2} (b_2 + b_3) \cos \theta_\pi \sin \theta_{12} e^{i\varphi_{12}} \right] - \\ &\quad - iq_2 \left[\frac{3}{\sqrt{6}} (b_1 - b_2) \sin \theta_\pi \sin \theta_{12} \cos(\varphi_\pi - \varphi_{12}) + \frac{1}{\sqrt{6}} (b_1 + 2b_3) \cos \theta_\pi \cos \theta_{12} \right] ; \\ \alpha_1 &= iq_2 \left[\frac{c}{2i} \sin \theta_\pi e^{-i\varphi_\pi} + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{3}{2}} d_1 (\cos \theta_\pi \sin \theta_{12} e^{-i\varphi_{12}} - \sin \theta_\pi \cos \theta_{12} e^{-i\varphi_\pi}) \right] + \\ &\quad + iq_1 \frac{3}{2} \left[\left(\frac{\sqrt{3}}{2} d_3 - \frac{3}{\sqrt{10}} d_4 \right) \cos \theta_\pi \cos \theta_{12} - D_- \sin \theta_\pi \sin \theta_{12} e^{i(\varphi_\pi - \varphi_{12})} - \frac{3}{\sqrt{10}} d_4 \sin \theta_\pi \sin \theta_{12} e^{-i(\varphi_\pi - \varphi_{12})} \right] ; \\ \beta_1 &= iq_2 \left[-\frac{c}{2i} \cos \theta_\pi + i \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \theta_\pi \sin \theta_{12} \sin(\varphi_\pi - \varphi_{12}) \right] + \\ &\quad + iq_1 \frac{3}{2} \left[\left(d_2 - \frac{d_4}{\sqrt{5}} \right) \sin \theta_\pi \cos \theta_{12} e^{i\varphi_\pi} + \left(\frac{\sqrt{3}}{2} d_3 + \frac{3}{\sqrt{20}} d_4 \right) \cos \theta_\pi \sin \theta_{12} e^{i\varphi_{12}} \right] ; \\ \gamma_1 &= iq_2 \left[-\frac{c}{2i} \sin \theta_\pi e^{i\varphi_\pi} + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{3}{2}} d_1 (\cos \theta_\pi \sin \theta_{12} e^{i\varphi_{12}} - \sin \theta_\pi \cos \theta_{12} e^{i\varphi_\pi}) \right] + iq_1 \frac{3}{2} D_+ \sin \theta_\pi \sin \theta_{12} e^{i(\varphi_\pi + \varphi_{12})} ; \\ A_2 &= iq_2 \frac{3}{\sqrt{2}} \left[\frac{\sqrt{3}}{2} (b_2 - b_3) \sin \theta_\pi \cos \theta_{12} e^{-i\varphi_\pi} - \frac{\sqrt{3}}{2} (b_2 + b_3) \cos \theta_\pi \sin \theta_{12} e^{-i\varphi_{12}} \right] - iq_1 \left[\frac{1}{\sqrt{6}} (b_1 - b_2) \sin \theta_\pi \sin \theta_{12} \cos(\varphi_\pi - \varphi_{12}) \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{\sqrt{6}} (b_1 + 2b_3) \cos \theta_\pi \cos \theta_{12} \right] ; \\ \alpha_2 &= iq_1 \left[-\frac{c}{2i} \sin \theta_\pi e^{-i\varphi_\pi} + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{3}{2}} d_1 (\cos \theta_\pi \sin \theta_{12} e^{-i\varphi_{12}} - \sin \theta_\pi \cos \theta_{12} e^{-i\varphi_\pi}) \right] - \\ &\quad - iq_2 \frac{3}{2} D_+ \sin \theta_\pi \sin \theta_{12} e^{-i(\varphi_\pi + \varphi_{12})} ; \\ \beta_2 &= iq_1 \left[\frac{c}{2i} \cos \theta_\pi + i \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \theta_\pi \sin \theta_{12} \sin(\varphi_\pi - \varphi_{12}) \right] + \\ &\quad + iq_2 \frac{3}{2} \left[\left(d_2 - \frac{d_4}{\sqrt{5}} \right) \sin \theta_\pi \cos \theta_{12} e^{-i\varphi_\pi} + \left(\frac{\sqrt{3}}{2} d_3 + \frac{3}{\sqrt{20}} d_4 \right) \cos \theta_\pi \sin \theta_{12} e^{-i\varphi_{12}} \right] ; \end{aligned} \right\} \quad (86)$$

$$\begin{aligned} \gamma_2 = i q_1 \left[\frac{c_-}{2i} \sin \theta_\pi e^{i\varphi_\pi} + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{3}{2}} d_2 (\cos \theta_\pi \sin \theta_{12} e^{i\varphi_{12}} - \sin \theta_\pi \cos \theta_{12} e^{i\varphi_\pi}) \right] - \\ - i q_2 \frac{3}{2} \left[\left(\sqrt{\frac{3}{2}} d_3 - \frac{3}{\sqrt{10}} d_4 \right) \cos \theta_\pi \cos \theta_{12} - D_\pm \sin \theta_\pi \sin \theta_{12} e^{-i(\varphi_\pi - \varphi_{12})} - \frac{3}{\sqrt{10}} d_4 \sin \theta_\pi \sin \theta_{12} e^{i(\varphi_\pi - \varphi_{12})} \right] \end{aligned}$$

где $c_+ = c_1 + \sqrt{10} c_2$; $c_- = c_1 - \sqrt{\frac{5}{2}} c_2$; $D_\pm = \frac{d_2}{\sqrt{2}} \pm \frac{1}{2} \sqrt{\frac{3}{2}} d_3 + \frac{d_4}{\sqrt{10}}$.

При этом

$$\langle T_{00} \rangle = |F_2|^2 + |F|^2 = \frac{1}{4\pi} \left[|A_1|^2 + |\alpha_1|^2 + |\beta_1|^2 + |\gamma_1|^2 + |A_2|^2 + |\alpha_2|^2 + |\beta_2|^2 + |\gamma_2|^2 \right]. \quad (87)$$

Результаты вычислений можно представить в виде: (Л.М.Сороко, 1958 Б)

$$\langle T_{00} \rangle = \langle T_{00} \rangle_{\text{н.п.}} + P \langle T_{00} \rangle_{\text{пол}},$$

где P - степень поляризации пучка протонов, а

$$\begin{aligned} \langle T_{00} \rangle_{\text{н.п.}} = \frac{1}{4\pi} \left\{ f_0 + f_1 \cos^2 \theta_\pi + f_2 \cos^2 \theta_{12} + f_3 \cos^2 \theta_\pi \cos^2 \theta_{12} + \right. \\ \left. + f_4 \sin \theta_\pi \cos \theta_\pi \sin \theta_{12} \cos \theta_{12} \cos (\varphi_\pi - \varphi_{12}) + \right. \\ \left. + f_5 \sin^2 \theta_\pi \sin^2 \theta_{12} \cos 2(\varphi_\pi - \varphi_{12}) \right\}; \end{aligned} \quad (88)$$

$$\begin{aligned} \langle T_{00} \rangle_{\text{пол}} = \frac{1}{4\pi} \left\{ \sin \theta_\pi \cos \theta_\pi \left[(g_0 + g_1 \cos \theta_{12} + g_2 \cos^2 \theta_{12}) \cos \varphi_\pi + g_3 \sin^2 \theta_{12} \cos (\varphi_\pi - 2\varphi_{12}) \right] + \right. \\ \left. + \sin \theta_{12} \cos \theta_{12} \left[(g_4 + g_5 \cos^2 \theta_\pi) \cos \varphi_{12} + g_6 \sin^2 \theta_\pi \cos (\varphi_{12} - 2\varphi_\pi) \right] + \right. \\ \left. + \sin \theta_{12} \left[(g_7 + g_8 \cos^2 \theta_\pi) \cos \varphi_{12} + g_9 \sin^2 \theta_\pi \cos (\varphi_{12} - 2\varphi_\pi) \right] \right\}. \end{aligned} \quad (89)$$

Выражения (88) и (89) отличаются от вида дифференциального сечения процесса $p+p \rightarrow d+\pi^+$. А именно, дифференциальное сечение испускания мезона в направлении $(\theta_\pi, \varphi_\pi)$, а нуклонов в направлении $(\theta_{12}, \varphi_{12})$ - содержит асимметрию по относительному азимутальному углу $(\varphi_\pi - \varphi_{12})$. Один из членов определяется $\cos(\varphi_\pi - \varphi_{12})$, во второй член асимметрия входит в виде $\cos 2(\varphi_\pi - \varphi_{12})$.

Таким образом, опыт на неполяризованном пучке разбивается на следующие четыре этапа:

- 1) измерение угловой корреляции в испускании мезона и нуклона в зависимости от угла θ_π при фиксированном θ_{12} ; параметром этой угловой корреляции является импульс мезона;
- 2) измерение угловой корреляции в испускании мезона и нуклона в зависимости от угла θ_{12} ;
- 3) измерение величины азимутальной зависимости угловой корреляции в виде $\cos(\varphi_\pi - \varphi_{12})$, и, наконец;
- 4) измерение величины азимутальной зависимости угловой корреляции в виде $\cos 2(\varphi_\pi - \varphi_{12})$.

Кинематическая схема последних двух экспериментов, если ее изобразить в системе центра масс сталкивающихся нуклонов, дана на рис.10.

Соотношение радиуса R и импульса мезона, приведенное на этом рисунке, соответствует энергии мезона, близкой к предельно - максимальной энергии. При фиксированных углах θ_π и θ_{12} , а также для $\varphi_\pi = 0$ сечение (88) примет вид:

$$\langle T_{00} \rangle = h_0 + h_1 \cos \varphi_{12} + h_2 \cos 2\varphi_{12}. \quad (90)$$

Для нахождения коэффициентов h_1 и h_2 , а, следовательно, коэффициентов f_4 и f_5 , необходимо произвести измерения под углами: $\varphi_{12} = 0^\circ; 90^\circ$ и 180° . При определении величины асимметрии $\sim \cos 2\varphi_{12}$ целесообразно выбрать углы θ_π и θ_{12} , равными 90° , когда асимметрия $\sim \cos \varphi_{12}$ исчезает.

Результаты измерения коэффициента f_5 должны иметь большое значение, поскольку этот коэффициент зависит от амплитуд тех переходов, которые связаны с начальными состояниями двух протонов: 3P_0 и 3P_2 . По-видимому, справедливо следующее общее утверждение: коэффициент f_5 определяется амплитудами тех триплетных состояний сталкивающихся протонов, для которых орбитальный и спиновый моменты либо параллельны, либо антипараллельны.

В качестве примера рассмотрим реакцию $p+p \rightarrow \pi^0 + p + p$, соотношение амплитуд которой детально обсуждалось в резонансной феноменологической теории. Легко видеть, что в нашем частном выборе исходных переходов проведение четвертого этапа экспериментов на неполяризованном пучке дает непосредственно интенсивность перехода $^3P_0 \rightarrow (^3P_1 p)_0$. Действительно, используя явные выражения для коэффициента f_5' процесса $p+p \rightarrow \pi^0 + p + p$, получаем:

$$f_5' = -\frac{3}{8} |d_1(\rho_\pi)|^2. \quad (91)$$

Знак минус в (91) означает, что вероятность испускания под углом $(\varphi_\pi - \varphi_{12}) = 90^\circ$ больше, чем для угла $(\varphi_\pi - \varphi_{12}) = 0^\circ$.

В заключение покажем, что опыты, в которых регистрируется только один мезон, а нуклоны могут испускаться в любых направлениях, дают существенно более бедную и совершенно недостаточную информацию по сравнению с опытами по угловой корреляции.

Интегрируя по $d\Omega(\theta_{12}, \varphi_{12})$, получаем

$$\langle T_{00} \rangle_{н.п.}(\theta_\pi, \varphi_\pi; p_\pi) = \left[(f_0 + \frac{1}{3}f_2) + (f_1 + \frac{1}{3}f_3) \cdot \cos^2 \theta_\pi \right]. \quad (92)$$

Здесь коэффициенты f_4 и f_5 выпали полностью, а остальные сгруппировались попарно.

Опыты на поляризованном пучке сводятся к измерению азимутальной относительно угла φ_π асимметрии для всех тех величин, которые измеряются на неполяризованном пучке.

Необходимо отметить, что коэффициенты g_1 , g_7 , g_8 и g_9 , определяющие $\langle T_{00} \rangle_{пол}$, содержат члены, обусловленные интерференцией между некоторыми b_{10} - и b_{11} - переходами.

Опыты на поляризованном пучке, когда регистрируется только мезон, позволяют измерить асимметрию вида

$$\langle T_{00} \rangle_{\text{пол}}(\theta_{\pi}, \varphi_{\pi}; \beta_{\pi}) = \sin \theta_{\pi} \cos \theta_{\pi} \left(\xi_0 + \frac{1}{3} \xi_2 \right) \cos \varphi_{\pi}, \quad (93)$$

где из девяти коэффициентов, определяющих $\langle T_{00} \rangle_{\text{пол}}(\theta_{\pi}, \varphi_{\pi}; \theta_{12}, \varphi_{12}; \beta_{\pi})$, семь коэффициентов выпали, а остальные два вошли в виде некоторой комбинации.

Кроме рассмотренных экспериментов возможны также и другие эксперименты, в частности, по определению спинового состояния вторичного нуклона, а также корреляций их спиновых состояний.

В заключение автор выражает благодарность Л.И.Липидусу за многочисленные дискуссии по затронутым в данном обзоре вопросам, Р.М.Рындину за ряд критических замечаний, а также В.П.Джелепову, М.Г.Мещерякову и Х.Р.Позе, прочитавшим обзор в рукописи.

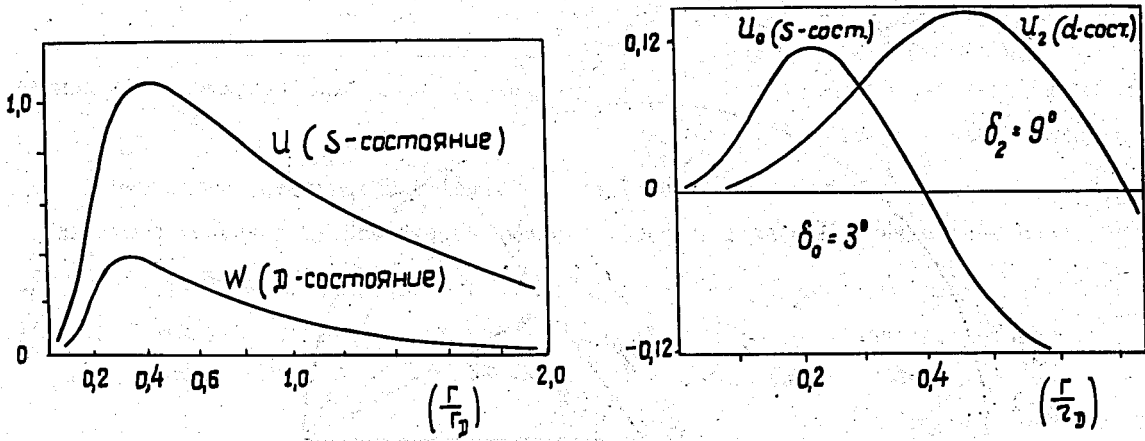


Рис. 1

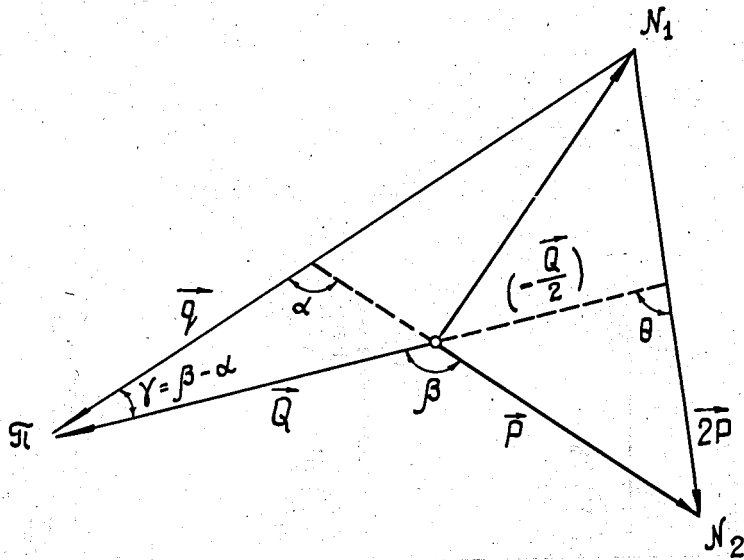


Рис. 2

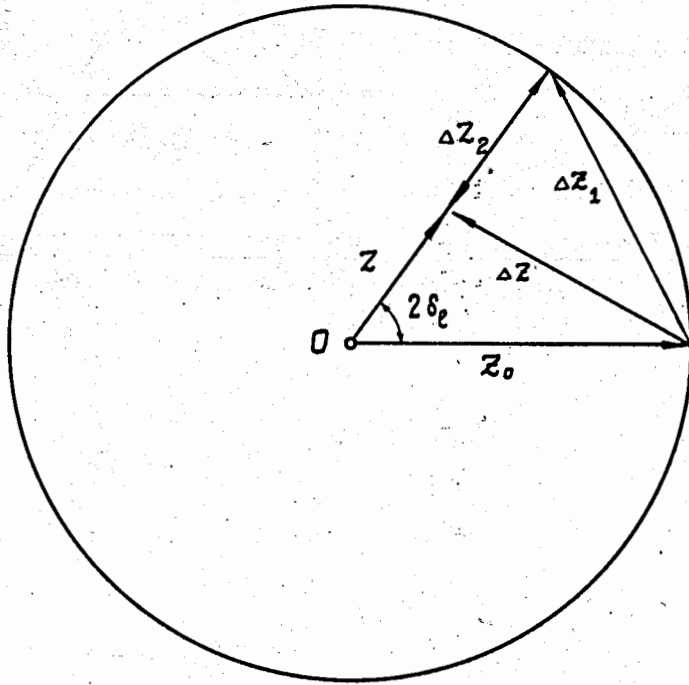


Рис. 3

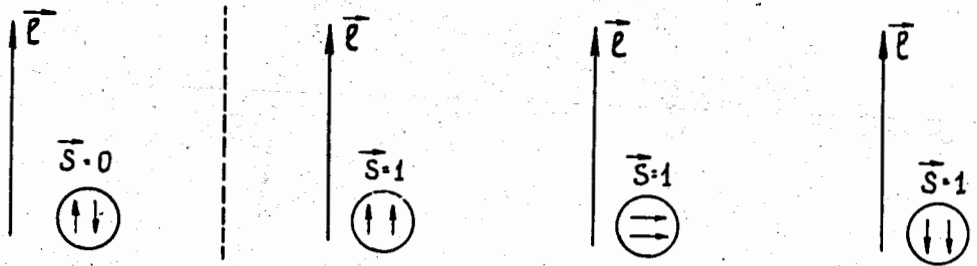


Рис. 4

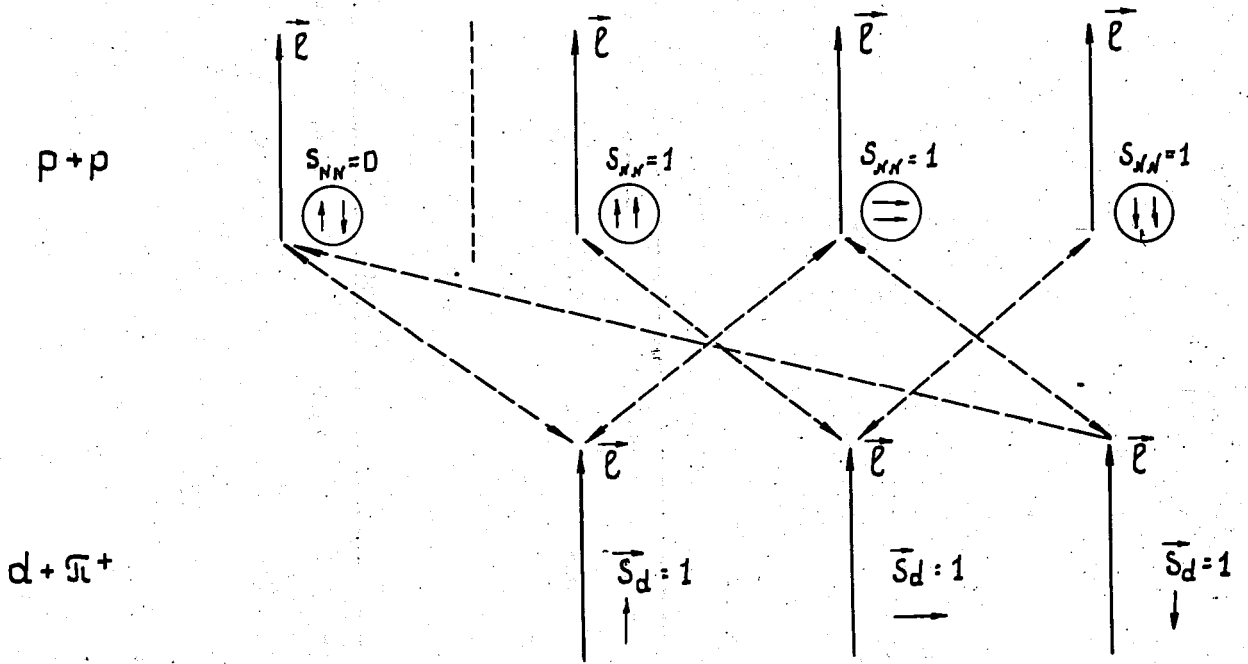


Рис. 5

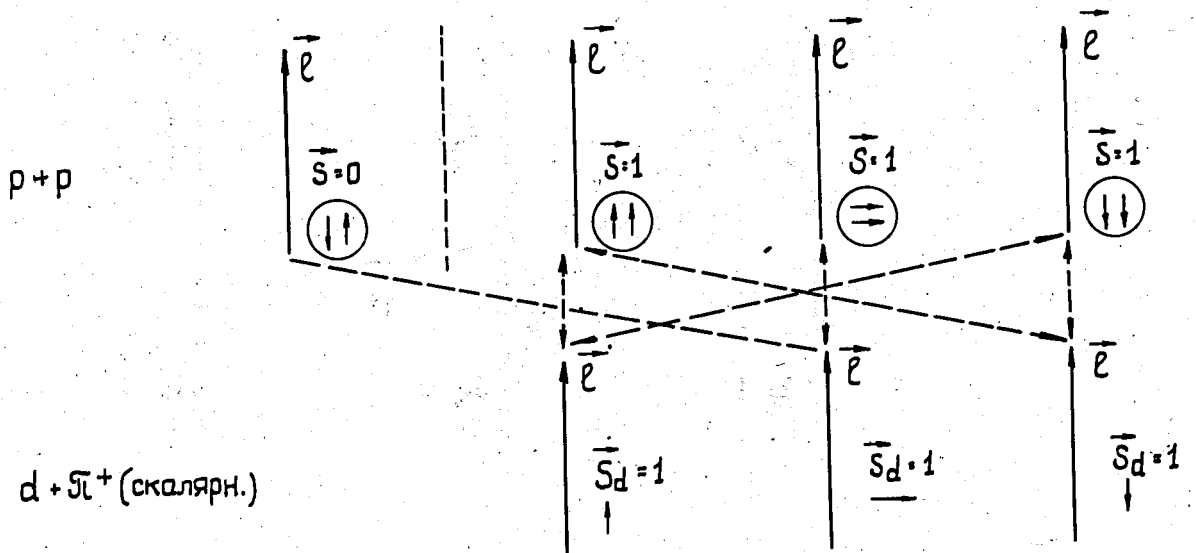


Рис. 6

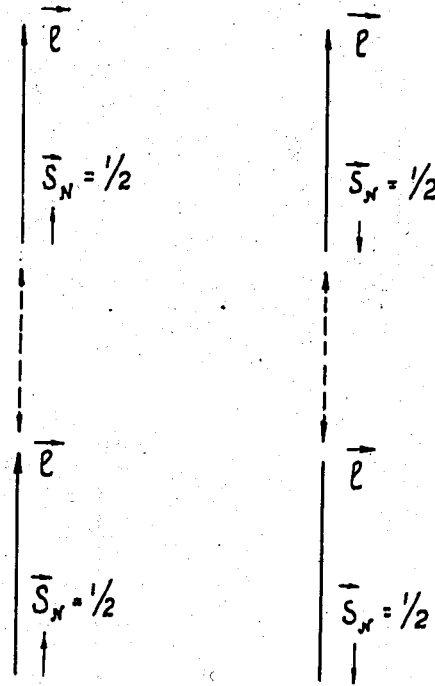


Рис. 7

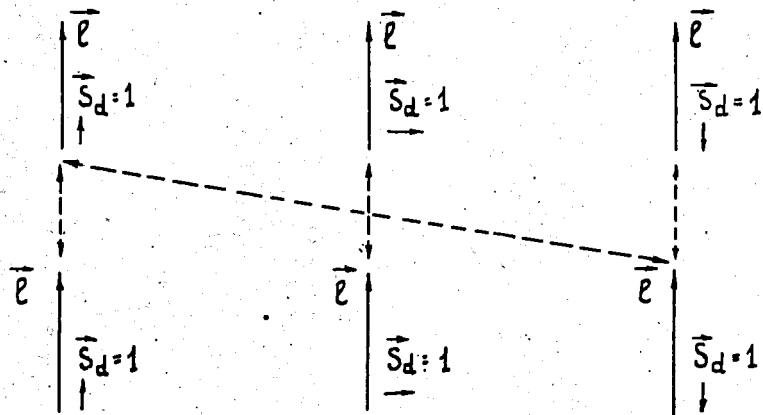


Рис. 8

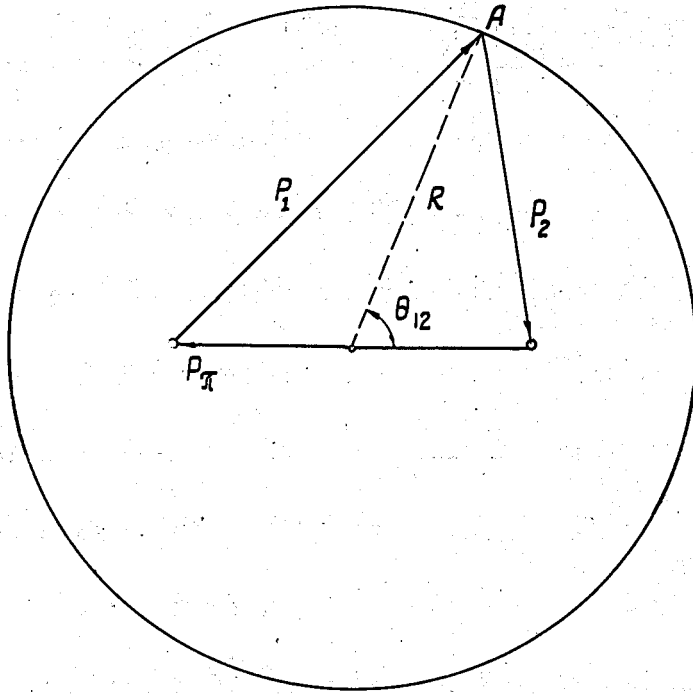


Рис. 9

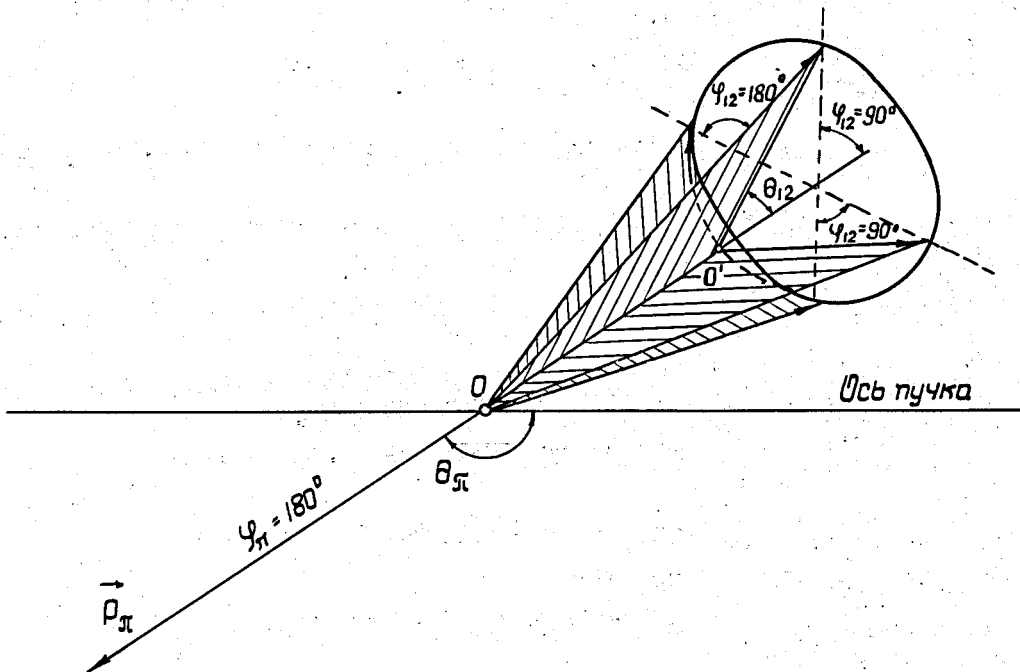


Рис. 10

ИСПОЛЬЗУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. A.Aitken, H.Mahmood, E.M.Henley, M.A.Ruderman, K.M.Watson, Some possible relationships between meson-nucleon scattering and meson production in nucleon-nucleon collisions. Phys.Rev. 93, 1349-1355, 1954.
2. S.Barschay. Isobar model for π -meson production in proton-proton collisions. Phys.Rev. 106, 572-585, 1957.
3. В.Б.Берестецкий. Угловое распределение π -мезонов, образованных поляризованными нуклонами, ДАН, 94, 421, 1954.
4. С.М.Биленький, Л.И.Липидус, Л.Д.Пузиков, Р.М.Рындин. К феноменологическому анализу реакций вида $\alpha + \alpha' \rightarrow \beta + \beta'$. ЖЭТФ (в печати).
5. С.М.Биленький, Л.И.Липидус. Рождение мезонов поляризованными нуклонами. Отчет ЛЯП ОИЯИ, 1955.
6. J.Blatt and L.Biedenharn. The angular distribution of scattering and reaction cross sections. Rev.Mod.Phys. 24, 258, 1952.
7. O.Chamberlain, E.Segré, R.Tripp, C.Wiegand, T.Ypsilantis. Polarization of high energy deuterons. Phys.Rev. 95, 1104-1105, 1954.
8. G.F.Chew. Renormalization of meson theory with a fixed extended source. Phys.Rev. 94, 117449, 1954A.
9. G.F.Chew. Comparison of the cut-off meson theory with experiment. Phys.Rev. 95, 1669, 1954B.
10. G.F.Chew, M.L.Goldberger, J.M.Steinberger, C.N.Yang, A theoretical analysis of the process $\pi^+ + d \rightleftharpoons p + p$. Phys.Rev. 84, 581-582, 1951.
11. G.F.Chew, F.Low. Effective-range approach to the low-energy p-wave pion-nucleon interaction. Phys. Rev. 101, 1570, 1956.
12. F.S.Crawford, jr., M.L.Stevenson. S-wave pions in the reaction $p + p \rightarrow \pi^+ + d$. Phys.Rev. 107, 331-332, 1957.
13. И.М.Гельфанд, З.Я.Шапиро. Представления группы вращения трехмерного пространства и их применения. Успехи матем. наук, VII, 1, 47, 1952.
14. А.Г.Зимин. Корреляция поляризации при рассеянии нуклонов нуклонами. ЖЭТФ 32, 5, 1226-1232, 1957.
15. D.A.Geffen. Simple nonrelativistic model for single meson production. Phys.Rev. 99, 1534, 1955.
16. R.Huby. Phase of matrix elements in nuclear reactions and radioactive decay. Proc.Phys. Soc., 67A, 1103-1105, 1954.
17. Van Hove, Marshak and Pais. Charge independence and multiple pion production. Phys.Rev. 88, 1211, 1952.
18. Ю.М.Казаринов, Ю.Н.Симонов. Измерение полного сечения образования заряженных π -мезонов в p - p /столкновениях при энергии нейтронов 586 Мэв. ОИЯИ. ЛЯП. 1958.
19. J.S.Kovacs. Meson production in nucleon-nucleon collisions at high energies. Phys.Rev. 101, 397-409, 1956.
20. W.Lakin. Spin polarization of the deuteron. Phys. Rev. 98, 139-144, 1955.
21. Л.Ландау, Е.Лифшиц, Квантовая механика, 1948.
22. Л.И.Липидус. Отражение времени и поляризационные явления в реакциях $N+N \rightleftharpoons \pi + \alpha$, ЖЭТФ, 33, 1/7/, 204-212, 1957.
23. D.V.Lichtenberg. Pion production in proton-proton collisions. Phys.Rev. 100, 303, 1955.

24. D.B.Lichtenberg. Pion production in nucleon-nucleon collisions at energies near threshold. Phys.Rev.105,1084-1088, 1957.
25. S.J.Lindenbaum, R.M.Sternheimer. Isobaric nucleon model for pion production in nucleon-nucleon collisions. Phys.Rev.105,1874-1899, 1957.
26. F.E.Low. Boson-Fermion scattering in the Heisenberg representation. Phys.Rev.97,1392-1398, 1955.
27. S.Mandelstam. A resonance model for pion production in nucleon-nucleon collisions at fairly low energies. Proc. Roy.Soc.244,491, 1958.
28. F.Mandl. T.Regge, Reaction $p + p \rightarrow \pi^+ + d$ with polarized protons. Phys. Rev. 99,1478-1483, 1955.
29. А.Б.Мигдал. Образование мезонов при энергии, близкой к пороговой. ЖЭТФ, 28, I, 10-12, 1955.
30. R.Oehme. Scattering of polarized nucleon beams. Phys.Rev. 98,147-153,1955.
31. D.C.Peaslee. Pion production ratios. II Phys.Rev.95,1580-1581, 1954.
32. Л.Д.Пузиков, Р.М.Рындин, Я.А.Сморodinский. Восстановление матрицы рассеяния в системе двух нуклонов. ЖЭТФ, 32, 592-600, 1957 ; Nucl.Phys., 3, 436, 1957.
33. Л.М.Сороко. Поляризационные эффекты в реакции $p + p \rightarrow d + \pi^+$ с учетом s-, p- и d- состояний П-мезона. ОИЯИ. Препринт 1958 А.
34. Л.М.Сороко. Возможные опыты по исследованию процессов неупругого рассеяния нуклонов. I. ЖЭТФ, 34, I, 87+96, 1958 Ф.Б.
35. R.Tripp. Polarization of the deuteron in the reaction $p+p \rightarrow \pi^+ + d$. Phys.Rev.102,862-866,1956.
36. K.M.Watson, K.A.Brueckner. The analysis of π^- -meson production in nucleon-nucleon collisions, Phys. Rev.83,I, 1951.
37. L.Wolfenstein, Polarization effects in the reaction $p + p \rightarrow \pi^+ + d$. Phys.Rev.98,766-769, 1955.
38. М.И.Широков. Обращение времени и реакции с поляризованными частицами. ЖЭТФ, 33, 4 /10/, 975-981, 1957 г.