

с 324.1а
Г-371

14/viii-65

✓

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

P-2228



ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

С.Б. Герасимов

ЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ И МАГНИТНАЯ
ПОЛЯРИЗУЕМОСТЬ ЧАСТИЦ
ВСЛЕДСТВИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ ЭФФЕКТОВ
ЭЛЕКТРОДИНАМИКИ

1965

F-2229

С.Б. Герасимов

ЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ И МАГНИТНАЯ
ПОЛЯРИЗУЕМОСТЬ ЧАСТИЦ
ВСЛЕДСТВИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ ЭФФЕКТОВ
ЭЛЕКТРОДИНАМИКИ

пр. 3444/3

1. В схеме феноменологического описания различных двухфотонных процессов (например, комптон-эффекта или электромагнитного рассеяния частиц) вводится понятие электрической и магнитной поляризуемости системы. Коэффициенты электрической (α) и магнитной (β) поляризуемости определяют квадратичные по полю члены гамильтониана взаимодействия системы

$$H = -\frac{1}{2} \alpha \vec{E}^2 - \frac{1}{2} \beta \vec{B}^2 \quad (1)$$

с внешним электрическим (\vec{E}) и магнитным (\vec{B}) полем, а также квадратичные по ω члены в разложении амплитуды низкоэнергетического рассеяния фотонов по степеням частоты ω при $\omega \rightarrow 0$.

Хорошо известно, что под действием внешнего электромагнитного поля вакуум "поляризуется", т.е. его диэлектрическая и магнитная восприимчивости становятся отличными от нуля^{/1/}. Возникающие при этом нелинейные эффекты (рассеяние света на свете, рассеяние света в кулоновском поле, слияние или расщепление фотонов в кулоновском поле) физически обусловлены процессами виртуального фоторождения частиц в промежуточном состоянии. Интерес к изучению таких эффектов сохранился вплоть до настоящего времени, поскольку их наблюдение может дать информацию о поляризации вакуума^{/2/} (см. также ссылки на более ранние работы по данному вопросу)^{/2/}.

С другой стороны, и,в.э. могут играть определенную роль в качестве "фона", из которого нужно будет выделить интересующий нас процесс. Примером такого рода ситуации является кулоновское рассеяние нейтронов на тяжелых ядрах на малые углы в опытах по определению поляризуемости мезонного облака нейтрона. В работе Лебедева, Петрушкина и автора^{/3/} анализировались некоторые электродинамические эффекты в рассеянии нейтронов на кулоновском поле ядер и, в частности, обсуждалась возможная роль диаграмм шестого порядка по e , содержащих блок рассеяния фотонов на кулоновском поле ядер (рис. 1а, б). Вычисление диаграмм типа (1а) или (1б) требует проведения чрезвычайно громоздких и трудоемких расчетов. Цель настоящей работы заключается в указании весьма простого способа оценки статических коэф-

коэффициентов поляризуемости, соответствующих учету диаграмм (1а, б) на основе комбинированного использования дисперсионных соотношений (д.с.) для рассеяния фотонов вперед и лагранжиана нелинейной феноменологической электродинамики. Основная идея состоит в привлечении определенным образом модифицированного нелинейного лагранжиана для нахождения отношения величин α и β и вычисления суммы $\alpha + \beta$ с помощью дисперсионных соотношений. В результате мы можем получить значения α и β по отдельности. В заключение обсуждается возможность наблюдения н.э.э. в процессах кулоновского рассеяния ядер с большим Z и отмечаются некоторые качественные особенности поляризации вакуума скалярных и векторных частиц.

2. Рассмотрим рассеяние низкоэнергетических фотонов на заряженной системе со спином 0 (для краткости будем называть ее ядром). Наличие спина и магнитного момента будет учтено позже. Поляризационная структура матрицы рассеяния имеет вид:

$$T = (\vec{\epsilon}_1 \quad \vec{\epsilon}_2) R_1(\omega, \theta) + (\vec{s}_1 \quad \vec{s}_2) R_2(\omega, \theta), \quad (2)$$

где $\vec{s}_i = [\vec{n}_i \times \vec{\epsilon}_i]$, $\vec{\epsilon}_i$ и \vec{n}_i - вектор поляризации и единичный вектор в направлении импульса фотона, R_i - скалярные функции энергии и угла рассеяния в с.п.м. Для случая рассеяния вперед $R_i(\omega)$ удовлетворяют д.с. вида

$$\text{Re } R_i(\omega) = R_i(0) + \frac{2\omega^2}{\pi} P \int_{\omega_{\text{пор.}}}^{\infty} \frac{\text{Im } R_i(\omega')}{\omega'(\omega'^2 - \omega^2)} d\omega', \quad (3)$$

где $R_1(0) = -\frac{Z^2 e^2}{M_A}$, $R_2(0) = 0$, Ze и M_A - заряд и масса ядра. В соответствии с поставленной задачей мы будем учитывать в дисперсионном интеграле (3) только абсорбтивные процессы фоторождения частиц на кулоновском центре. Для вычисления суммы амплитуд $R_1 + R_2$ можно использовать в (3) оптическую теорему

$$\text{Im}(R_1(\omega) + R_2(\omega)) = \frac{\omega}{4\pi} \sigma_{\text{tot}}(\omega). \quad (4)$$

Рорлих и Глюкстерн^{/4/} вычислили дисперсионный интеграл на основе аналитического выражения для сечения образования пары e^+e^- в кулоновском поле^{/5/}. Определяя электрическую и магнитную поляризуемость как коэффициенты при ω^2 в разложении функций $R_1(\omega)$ и $R_2(\omega)$ по степеням ω , мы получим с учетом результата работы^{/4/}

$$\alpha + \beta = \frac{1}{32} \frac{73}{72} \left(\frac{e^2}{4\pi}\right)^2 \frac{Z^2}{m^3} = 7 \cdot Z^2 \cdot 10^{-40} \frac{\text{см}^3}{\text{см}^3}. \quad (5)$$

Всюду принята система единиц $\hbar = c = 1$.

Наша задача - определить α и β по отдельности. Для этой цели мы воспользуемся возможностью нахождения отношения величин α и β в рамках феноменологической нелинейной электродинамики.

3. Диаграммы вида (16) с 4 реальными фотонными линиями описывают процесс рассеяния света на свете. Как известно, в пределе низких частот фотонов ($\omega \ll 2m$ — масса электрона) матричный элемент этого процесса можно получить из эквивалентного нелинейного лагранжиана

$$\mathcal{L} = \frac{2}{45} \left(\frac{e^2}{4\pi} \right)^2 \frac{1}{m^4} [(\vec{E}^2 - \vec{B}^2)^2 + 7(\vec{E} \cdot \vec{B})^2] \quad (6)$$

в первом порядке теории возмущений^{/1/}. В низкоэнергетической области нелинейный лагранжиан (6) Эйлера-Гейзенберга можно также применять для описания неупругих процессов слияния или расщепления фотонов в кулоновском поле ядра. Эти процессы описываются диаграммами, линейными по внешнему полю. Однако диаграмма (16) дельбрюкского рассеяния является квадратичной по внешнему полю. В данном случае законы сохранения энергии-импульса уже не ограничивают импульсы виртуальных "кулоновских" фотонов малыми величинами, составленными из комбинации импульсов низкоэнергетических реальных фотонов. Поэтому непосредственное применение лагранжиана (6) для вычисления амплитуды дельбрюкского рассеяния приводит к расходящемуся выражению.

Расходимость эта, однако, имеет "нефизическую" природу, так как возникает она при интегрировании по высоким компонентам Фурье-разложения внешнего поля т.е. именно из-за тех компонент, которые, как это следует из работы Иоста и др.^{/3/}, несущественны при вычислении сечения образования пар $e^+ - e^-$ в кулоновском поле ядра. Мы введем понятие "эффективного" внешнего поля, спектр Фурье которого определяется функцией распределения импульсов отдачи ядра при фоторождении пары $e^+ - e^-$. Это понятие имеет ясный физический смысл (формально это эквивалентно введению некоторого обрезającego форм-фактора) и позволяет избавиться от расходимостей на промежуточной стадии вычислений. Аналитическое выражение для "эффективного" поля будет иметь, конечно, весьма сложный вид (несколько забегая вперед, укажем, что определение введенной величины согласно теории поля вытекает из сопоставления формул (10) и (3), где $\text{Im } R_1(\omega)$ должны вычисляться из фейнмановских диаграмм 16), но нам оно и не понадобится, так как при нахождении отношения α/β неизвестные величины сокращаются.

4. Вычислим матричный элемент низкоэнергетического рассеяния фотонов на внешнем поле в первом порядке теории возмущений

$$S_{ii} = i \langle f | \int d^4x \mathcal{L}(x) | i \rangle, \quad (7)$$

где выражение для $\mathcal{L}(x)$ мы получим из (6) с помощью замены

$$\vec{E} \rightarrow \vec{E} + \vec{E}_e, \quad \vec{B} \rightarrow \vec{B} + \vec{B}_e, \quad \text{где } \vec{E}_e \text{ и } \vec{B}_e$$

есть "эффективное" (в указанном выше смысле) внешнее электрическое и магнитное поле ядра. Здесь мы уже допускаем существование у ядра магнитного момента. Кванто-

важные операторы поля \vec{E} и \vec{B} падающей плоской волны обычным образом выражаются через вектор-потенциал

$$\vec{B} = \text{rot } \vec{A}, \quad \vec{E} = -\frac{\partial \vec{A}}{\partial t}, \quad (8)$$

$$A_{\mu}(\mathbf{x}) = \sum_{\vec{k}, \lambda} \frac{1}{\sqrt{2\omega}} [a(\vec{k}, \lambda) \epsilon_{\mu}^{\lambda} e^{i\mathbf{k}\mathbf{x}} + a^{\dagger}(\vec{k}, \lambda) \epsilon_{\mu}^{\lambda} e^{-i\mathbf{k}\mathbf{x}}].$$

В (8) нормировочный объем равен единице и используется метрика, принятая в [1].
Остальные обозначения - обычные.

После очевидных выкладок получаем выражения для амплитуд в квадратичном по ω приближении
(а): $\vec{E}_e \neq 0, \quad \vec{B}_e = 0.$

$$T_a(\omega) = 2\omega^2 \int d^3q [4a(\vec{\epsilon}_1, \vec{E}_e(q))(\vec{\epsilon}_2, \vec{E}_e(q)) + 2a(\vec{\epsilon}_1, \vec{\epsilon}_2) \vec{E}_e^2(q) - 2a(\vec{s}_1, \vec{s}_2) \vec{E}_e^2(q) + b(\vec{s}_1, \vec{E}_e(q))(\vec{s}_2, \vec{E}_e(q))], \quad (9)$$

где, согласно (8), $a = \frac{2}{45} \left(\frac{e^2}{4\pi} \right)^2 \frac{1}{m}, \quad b = 7a.$

(б): $\vec{B}_e \neq 0, \quad \vec{E}_e = 0.$ Выражение $T_b(\omega)$ получается из (9) путем одновременной замены $\vec{\epsilon}_1 \rightarrow \vec{s}_1, \quad \vec{E}_e \rightarrow \vec{B}_e.$ Усредняя по направлению внешнего поля, находим

$$T_a(\omega) = \alpha \omega^2 (\vec{\epsilon}_1, \vec{\epsilon}_2) + \beta \omega^2 (\vec{s}_1, \vec{s}_2) = 2\omega^2 \left[\frac{10}{3} a (\vec{\epsilon}_1, \vec{\epsilon}_2) + \left(\frac{b}{3} - 2a \right) (\vec{s}_1, \vec{s}_2) \right] \int d^3q \vec{E}_e^2(q), \quad (10)$$

откуда следует

$$(а): \quad \frac{\alpha}{\beta} = \frac{10a}{b-6a} = 10. \quad (11а)$$

$$(б): \quad \frac{\alpha}{\beta} = \frac{b-6a}{10a} = \frac{1}{10}. \quad (11б)$$

С учетом (5) и (11а) будем иметь для случая (а):

$$\alpha = 6,4 Z^2 \cdot 10^{-40} \text{ см}^3$$

$$\beta = 0,6 \cdot Z^2 \cdot 10^{-40} \text{ см}^3, \quad (12)$$

т.е. электрическая поляризуемость кулоновского центра за счет поляризации электрон-позитронного вакуума в 10 раз больше магнитной. Для вычисления вклада магнитного поля ядра необходимо знать сечение образования пар на магнитном моменте. Соответствующий дисперсионный интеграл был вычислен в ^{1/3/} для случая нейтрона

$$\alpha_n + \beta_n = 0,54 \cdot 10^{-44} \text{ см}^3. \quad (13)$$

Для частицы с магнитным моментом μ нужно умножить (13) на величину $(\mu/\mu_n)^2$, где $\mu_n = -1,91$ я.в.

Согласно (116) и (13) получаем

$$\alpha_n \approx 0,05 \cdot 10^{-44} \text{ см}^3$$

$$\beta_n \approx 0,49 \cdot 10^{-44} \text{ см}^3, \quad (14)$$

т.е. электрическая поляризуемость нейтрона вследствие в.э.э. в 10 раз меньше магнитной. Из сравнения равенств (12) и (14) видно, что влиянием магнитного момента частицы можно пренебречь по сравнению с вкладом кулоновского поля. Полученные выражения неприменимы к случаю электрона, где приближение фиксированного источника внешнего поля несправедливо из-за эффектов отдачи и принципа Паули.

Б. Отметим некоторые качественные особенности поляризуемости вследствие в.э.э. скалярных и векторных частиц. Аналог лагранжиана Эйлера-Гейзенберга в случае скалярной электродинамики имеет вид ^{1/1/}

$$\mathcal{L}_\pi = \frac{1}{360} \left(\frac{e^2}{4\pi} \right)^2 \frac{1}{m_\pi^4} \left[7 (\vec{E}^2 - \vec{V}^2)^2 + 4 (\vec{E} \vec{V})^2 \right], \quad (15)$$

где m_π - масса (псевдо) скалярной частицы. Мы будем принимать ее равной массе пиона. Путем соответствующей замены параметров в (11а) получаем соотношение между электрической и магнитной поляризуемостью кулоновского центра вследствие поляризации вакуума пионов:

$$\frac{\alpha_\pi}{\beta_\pi} = -1,85. \quad (16)$$

Здесь электрическая и магнитная поляризуемости сравнимы по величине и противоположны по знаку. Знак (16) объясняется отрицательным знаком β_π , поскольку $\alpha_\pi + \beta_\pi > 0$. На языке классической электродинамики это означает, что вакуум скалярных частиц, поляризованный кулоновским полем, обладает "диамагнитными" свойствами, а вакуум спинорных частиц (электронов), согласно (11а), является "парамагнетиком". Из (116)

и (18) следует, что вакуум ионов, поляризованный магнитным полем, имеет отрицательную электрическую поляризуемость. Этот факт не имеет аналога в классической теории, где диэлектрическая проницаемость всегда больше единицы.

Численные значения α_{π} и β_{π} значительно меньше, чем α_0 и β_0 :

$$\frac{\alpha_{\pi}}{\alpha_0} = \frac{\beta_{\pi}}{\beta_0} = \left(\frac{m_0}{m_{\pi}} \right)^3 = 10^{-7}.$$

Учет π - π взаимодействия вряд ли сможет радикальным образом изменить это соотношение.

Для векторной электродинамики заряженных частиц с гиромангнитным отношением 2 нелинейный лагранжиан имеет вид ^{/8/}:

$$\mathcal{L}_W = \frac{1}{10} \left(\frac{e^2}{4\pi} \right)^2 \frac{1}{m_W^4} \left[\frac{29}{4} (\vec{E}^2 - \vec{B}^2)^2 + 27 (\vec{E} \cdot \vec{B})^2 \right]. \quad (17)$$

Подставляя в (11а) значения $a_W = \frac{29}{4}$ и $b_W = 27$, получаем:

$$\frac{\alpha_W}{\beta_W} = -4,4, \quad (18)$$

т.е. магнитная поляризуемость в 4,4 раза меньше электрической и имеет отрицательный знак (вакуум векторных частиц также является "диамагнетиком").

6. Таким образом, для оценки влияния н.э.э. в процессах электромагнитного рассеяния частиц можно использовать феноменологический гамильтониан (1), где a и β определяются формулой (12). Область применимости статических коэффициентов a и β для описания комптон-эффекта ограничивается частотами фотонов $\omega \ll 2m$. В процессах кулоновского рассеяния это ограничение сводится к использованию частиц малых энергий и малых углов рассеяния.

Качественную оценку можно получить следующим образом. Пролетающую мимо кулоновского центра частицу можно рассматривать как помещенную в зависящее от времени электрическое поле. В спектре Фурье этого поля эффективными будут являться частоты порядка обратного времени столкновения τ :

$$\omega \approx 1/\tau.$$

С помощью соотношения неопределенности для импульса отдачи $q = 2p \sin \theta / 2$ и характерного размера l области взаимодействия находим:

$$\omega = 4 E_{кин} \sin \theta / 2.$$

Налагая далее условие

$$\omega \ll 2m,$$

будем иметь окончательно

$$2 E_{\text{кин}} \sin \theta/2 \ll m. \quad (19)$$

Например, для $E_{\text{кин}} = 1$ Мэв нужно рассматривать углы рассеяния $\theta \approx 2^\circ - 4^\circ$. В работе^{/3/} было показано, что асимптотика потенциала взаимодействия нейтрона с ядром вследствие н.э.э. имеет вид:

$$V_{\text{эл}}(r) = -\frac{1}{2} a_n \frac{e^{2Z^2}}{r^4} + O(r^{-5}), \quad (20)$$

где a_n имеет смысл электрон-позитронной электрической поляризуемости нейтрона, но численное значение a_n не было определено. Согласно (14) $a_n = 5 \cdot 10^{-46} \text{ см}^3$, что много меньше мезонной поляризуемости нейтрона $a_{\text{мез}} \approx 10^{-42} \text{ см}^3$. Магнитная поляризуемость кулоновского центра $\beta \approx 0,8 Z^2 \cdot 10^{-40} \text{ см}^3$ приводит к эффективному потенциалу взаимодействия "нейтрон-ядро"

$$V_{\text{маг}}(r) = -\frac{1}{2} \beta B_n^2 - \frac{\beta \mu_n^2}{r^8}, \quad (21)$$

где $\mu_n = -1,91 \mu. \text{н.}$

Оценка показывает, что действие этого потенциала в процессе кулоновского рассеяния нейтронов на ядре урана на малые углы может имитировать наличие дополнительной электрической поляризуемости нейтрона порядка 10^{-44} см^3 , что также пренебрежимо мало по сравнению с мезонной поляризуемостью. Отсюда следует вывод, что влиянием н.э.э. в кулоновском рассеянии нейтронов можно пренебречь.

7. Н.э.э. можно наблюдать при кулоновском рассеянии ядер с большим Z . Отношение коэффициентов "электрон-позитронной" и "ядерной" поляризуемости^{/7/} составляет величину

$$\frac{a(e^+e^-)}{a(A)} = \frac{6,4 Z^2 10^{-40}}{2 A^{5/3} 10^{-42}} \approx 80 A^{1/3}, \quad Z \approx \frac{A}{2}. \quad (22)$$

Однако вследствие условия (19), н.э.э. нужно будет искать на фоне обычного резерфордовского рассеяния, сечение которого в этой области переменных принимает огромное значение. Дифференциальное сечение рассеяния имеет вид:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \sigma(\theta) = |f_p + f_n|^2 \approx |f_p|^2 + 2 \text{Re}(f_p f_n^*) = \sigma_p(\theta) [1 + \Delta(\theta)], \quad (23)$$

где f_p и f_n - амплитуды резерфордовского и поляризационного рассеяния. Влияние электрической поляризуемости ядер $a(A)$ на процесс кулоновского рассеяния рассматривалось в ряде работ^{/8/} в рамках адиабатического приближения, когда гамма-квант относительного движения частиц имеет вид:

$$H = -\frac{1}{2M} \left(Z_1 Z_2 e^2 \right)^2 - \frac{1}{2} \alpha (A) \frac{Z_1^2 e^2}{r^4}, \quad (24)$$

где Z_1 - заряд ядра-мишени, Z_2 - заряд налетающей частицы, M - приведенная масса.

Было отмечено /8/, что функция $\Delta = \Delta(\theta)$ в (23) является осциллирующей функцией угла рассеяния θ . К сожалению, в указанных работах отсутствуют данные для интересующей нас области малых энергий и малых ($2-5^{\circ}$) углов рассеяния.

Используя результаты численного расчета Кима /8/ величины $\Delta(\theta)$ для рассеяния α -частиц с энергией $E_{\text{кин}} = 1$ Мэв на ядрах C^{12} , а также соотношение (22), получаем оценку отклонения от формулы Резерфорда вследствие п.э.э.

$$\Delta(\theta = 13^{\circ}; E_{\text{кин}} = 1 \text{ MeV}; Z_1 = 2; Z_2 = 6) = 1\% . \quad (25)$$

Правда, в свете условий, накладываемых неравенством (19), приведенная выше оценка является ненадежной, так как параметр $\lambda = \frac{2 E_{\text{кин}} \sin \theta / 2}{m c^2}$ сравним в данном случае с единицей ($\lambda = 0,4$).

На первый взгляд может показаться, что отклонения от формулы Резерфорда будут увеличиваться с ростом Z . Если зависимость $\Delta = \Delta(Z_1; Z_2)$ в (23) определялась бы отношением амплитуд в первом борновском приближении, то мы получили бы

$$\Delta(Z_1; Z_2) = 2 \frac{\text{Re}(f_p^{*2})}{|f_p|^2} \sim \frac{(Z_1 Z_2)(Z_1^2 Z_2^2)}{(Z_1 Z_2)^2} = Z_1 Z_2.$$

Однако в действительности ситуация сложнее. Кулоновское отталкивание между ядрами растет с ростом Z_1 и Z_2 . Оно препятствует сближению частиц и тем самым уменьшает влияние поляризационного потенциала. Для выбора оптимальных значений Z необходим детальный анализ формулы (23) с использованием точных кулоновских функций непрерывного спектра, аналогичный численным расчетам Кима и Клемента /8/.

Автор благодарен А.М. Бадяну, прочитавшему рукопись и сделавшему ряд полезных замечаний.

Л и т е р а т у р а

1. А.И. Ахиезер, В.Б. Берестецкий. Квантовая электродинамика, Физматгиз, (1959).
2. F. Ehlitzky, G. Sheppey. *N. Cim.*, 33, 1185 (1964).
J. McKenna, P. Platzman. *Phys. Rev.*, 129, 2354 (1963).
I. C. Herrera, P. Roman. *Nuov. Cim.*, 33, 1657 (1964).
3. С.Б. Герасимов, А.И. Лебедев, В.А. Петрунькин. *ЖЭТФ* **43**, 1872 (1962).
4. F. Rohrlich, R. Gluckstern. *Phys. Rev.*, 86, 1, (1952).
5. R. Jost, J. Lutinger, M. Slotnik. *Phys. Rev.*, 80, 189 (1950).
6. В.С. Ваняшин, М.В. Терентьев. *ЖЭТФ*, **48**, 565, (1965).
7. А.Б. Мигдал. *ЖЭТФ*, **15**, 81, (1954).
8. Y. N. Kim. *Nuov. Cim.*, 22, 885 (1961).
C. F. Clement. *Phys. Rev.*, 128, 2724 (1962).

Рукопись поступила в издательский отдел
22 июня 1965 г.

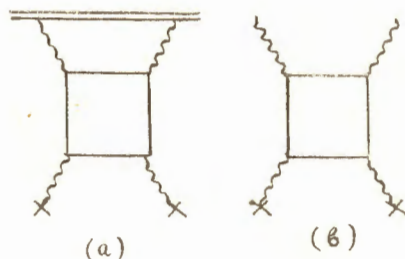


Рис. 1. Диаграммы обсуждаемых процессов. Двойная линия изображает глюон, одиночная - электрон, волнистая - фотон.