

18
178

P-22

P-22

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ
ЛАБОРАТОРИЯ ЯДЕРНЫХ ПРОБЛЕМ

Ю.Д. ПРОКОШКИН

ИССЛЕДОВАНИЕ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО СПЕКТРА ПРОТОНОВ
ВНУТРЕННЕГО ПУЧКА ФАЗОТРОНА

- 1956 г. -

Амплитуда свободных радиальных колебаний частиц в ускорителях циклического типа (циклотронах и фазотронах) весьма велика и измеряется сантиметрами. Вследствие этого внутренний пучок подобных ускорителей существенно немоноэнергетичен. Так средний разброс энергии частиц, бомбардирующих внутреннюю мишень фазотрона, достигает десятков миллионов электронвольт. Расчетным путем удается лишь грубо оценить величину среднего разброса частиц по энергии. Отсутствие сведений о характере энергетического спектра частиц значительно снижает точность экспериментов, в которых используется внутренний пучок протонов. В случае же, когда исследуется область энергий, где величины поперечных сечений реакций резко изменяются (образование мезонов вблизи порога и др.), незнание энергетического спектра делает измерения практически невозможными. Это заставляет искать возможности экспериментального определения энергетического спектра частиц внутреннего пучка. Одна из таких возможностей будет рассмотрена ниже.

Постановка эксперимента

Применявшееся экспериментальное устройство представляет собой систему равностоящих тонких металлических нитей (см. рис. I), натянутых вертикально и расположенных в плоскости, перпендикулярной внутреннему пучку. Пусть пучок характеризуется некоторым распределением амплитуд свободных радиальных колебаний $F(\alpha)$. По мере продвижения пучка к мишени в процессе

ускорения частицы сталкиваются с нитями и активируют их. Этот процесс продолжается до тех пор, пока частицы не достигают мишени и не выбывают из пучка. До количественных расчетов очевидно, что, чем меньше амплитуда колебаний частиц, тем сильнее они активируют нити, находящиеся вблизи мишени. В пределе, при $\alpha = 0$, все нити активируются одинаково; наоборот, в случае больших амплитуд колебаний близкие к мишени нити активируются очень мало по сравнению с расположенными далеко.

Введем следующие обозначения:

d - диаметр нити,

x - расстояние между нитью и мишенью,

Δz - приращение среднего радиуса орбиты пучка за один оборот.

Среднее число столкновений с нитью частиц пучка с амплитудой a есть:

$$n = \frac{d}{\Delta z} \psi(x, a, \Delta z). \quad (I)$$

Здесь $\psi(x, a, \Delta z)$ есть функция распределения числа столкновений с нитью. Соотношение (I) верно при $d \ll a$; что, как мы увидим в дальнейшем, выполняется: $d/a \approx 10^{-3}$. Интегрируя (I) по спектру получаем число соударений частиц пучка с нитью:

$$n(x) = \frac{d}{\Delta z} \int_0^{\infty} \psi(x, a, \Delta z) F(a) da. \quad (2)$$

Пусть $\sigma(E_p)$ есть сечение активации вещества нити протонами с энергией E_p , а J - наведенная протонами пучка активность нити. Тогда:

$$J(x) = \frac{d}{dz} \int_0^{\infty} \psi(x, a, \Delta z) \sigma[E_p(x)] F(a) da \quad (3)$$

Если энергия протонов составляет несколько сот миллионов электронвольт (фазотрон), то сечение $\sigma(E_p)$ практически постоянно (см. например, /1-3/), и выражение (3) упрощается:

$$J(x) = \text{Const} \int_0^{\infty} \psi(x, a, \Delta z) F(a) da \quad (4)$$

Дальнейшая трансформация функций $F(a)$ в энергетический спектр $F(E_p)$ не представляет труда, если известна топография магнитного поля ускорителя. Таким образом, процедура измерения энергетического спектра частиц внутреннего пучка сводится (в данной постановке опыта) к экспериментальному сравнению активностей нитей, расположенных на различных расстояниях от мишени. Такой переход возможен, конечно, в случае, когда известно ядра уравнения (4), функция $\psi(x, a, \Delta z)$. Следующий параграф посвящен определению этой функции, после чего будут обсуждаться результаты измерений.

Функция распределения числа столкновений

Радиальное движение пучка описывается уравнением:

$$z = z_0 + \Delta z V + a \cos(2\pi \sqrt{1-n} v + \alpha) \quad (5)$$

Здесь ν - номер оборота, τ_0 - начальная точка отсчета, n - показатель спада магнитного поля, обычно малый. Введем следующие обозначения и переменные:

$$\varepsilon = 2\pi(1 - \sqrt{1-n}), \quad \xi = \frac{\tau}{a}, \quad \tau = \varepsilon\nu, \quad \nu = \frac{\Delta\tau}{a\varepsilon}.$$

Уравнение (5) сводится к безразмерному:

$$\xi = \xi + \nu\tau + \cos(\tau - \alpha). \quad (6)$$

При не очень больших значениях $\Delta\tau$ переменные ν и τ можно полагать непрерывными.

Поместим нить в точку $\xi = 0$. Пусть ξ_0 есть положение центра пучка в момент τ_0 , когда первые частицы пучка коснулись точки $\xi = 0$, тогда

$$\xi_0 = -\sqrt{1-\nu^2} - \nu a \tau_0 \sin \nu. \quad (7)$$

Движение частиц пучка наглядно описывается, как проекция семейства трохойд на ось ξ (см. рис. 2). Центр окружности, на которой построено это семейство трохойд, есть ξ_0 . Фазу частиц, первыми пересекающих $\xi = 0$, примем равной нулю. Значения времени τ_i , при которых частицы с фазой α проходят через точку $\xi = 0$ (или, что то же самое, трохойда пересекаются с прямой $\xi = 0$) являются корнями уравнения:

$$\nu\tau_i + \cos(\tau_i - \alpha) - \sqrt{1-\nu^2} - \nu a \tau_i \sin \nu = 0 \quad (8)$$

Вероятность i -го пересечения точки $\xi = 0$ пучком пропорциональна интегралу:

$$\int_0^{2\pi} \frac{d\alpha}{\nu - \sin[\tau_i(\alpha) - \alpha]}.$$

Величину $\Delta\tau$, а следовательно и ν можно считать постоянной,

ибо мы исследуем малые изменения τ . Воспользовавшись далее тем, что $\tau_{l+2}(0) = \tau_l(2\pi)$, и перейдя к переменной τ , получаем выражение для вероятности пересечения нити n раз (пусть n - четное):

$$W_n \sim \int_{\tau_{n-1}}^{\tau_0} \frac{d\tau}{\sin[\tau_1 - \alpha(\tau_1)]} + \int_{\tau_n}^{\tau_0} \frac{d\tau}{\sin[\tau_2 - \alpha(\tau_2)]}$$

В случае, если на расстоянии ξ от нити находится мишень и частицы выбывают из пучка после столкновения с ней, вероятность прохождения точки $\xi = 0$ есть

$$W(\xi) \sim \int_{\tau_{2\xi}}^{\alpha\tau_c \sin \nu} \frac{d\tau}{\{1 - [\sqrt{1 - \nu^2} - \nu(\tau - \alpha\tau_c \sin \nu)]^2\}^{1/2}} + \int_{\tau_{3\xi}}^{\alpha\tau_c \sin \nu}$$

Здесь $\tau_{2\xi}$ и $\tau_{3\xi}$ соответствуют решениям уравнения (8) при $\alpha\xi = \xi/\nu$, причем $\tau_{2\xi}$ является решением, следующим за $\tau_{\xi} = \xi/\nu + \alpha\tau_c \sin \nu$, $\tau_{3\xi}$ следующим за $\tau_{2\xi}$. С увеличением ξ значения функции $\tau_{2\xi}$ и $\tau_{3\xi}$ сближаются и совпадают в точке $\tau_{кр} = \frac{2}{\nu} \sqrt{1 - \nu^2} + \alpha\tau_c \sin \nu$ при фазе, равной $\alpha_{кр}$, где $\nu \alpha_{кр} = \xi_{кр} = 2\sqrt{1 - \nu^2} + 2\nu \alpha\tau_c \sin \nu - \tau_c \nu$. При больших значениях τ и ξ пересечения нити пучком уже не происходит. Функция $W(\xi)$ изменяется при изменении ξ от 0 до $\xi_{кр}$. При дальнейшем росте ξ функция распределения $W(\xi)$, совпадающая с определенной нами ранее функцией Ψ , постоянна:

$$\Psi(\xi, \nu) = W(\xi) = \frac{1}{4\alpha\tau_c \cos \nu} \sum_{\tau_1, \tau_{2\xi}, \tau_{3\xi}} \alpha\tau_c \sin(\sqrt{1 - \nu^2} + \nu\alpha\tau_c \sin \nu - \nu\tau_1) \left| \begin{array}{l} \xi \leq \xi_{кр} \\ \xi > \xi_{кр} \end{array} \right. \left. \begin{array}{l} \nu \leq 1 \\ \nu > 1 \end{array} \right. \quad (9)$$

$$\Psi(\xi, \nu) = 1$$

$$\Psi(\xi) = 1$$

Графики функций $\tau_{2\xi}$ и $\tau_{3\xi}$ приведены на рис.3.

При $v \sim 0$ трохоиды вырождаются в окружности и функция распределения есть вероятность пересечения окружности прямой $\xi = 0$:

$$\begin{aligned} \psi(\xi) &= \frac{1}{\pi} a \tau c \cos(1-\xi) & \left| \xi \leq 2 \right. \\ \psi(\xi) &\equiv 1 & \left. \xi > 2 \right. \end{aligned} \quad (10)$$

Этот результат можно получить и непосредственно из основного решения (9) при $v \rightarrow 0$. На рис.4 приведены примеры распределений амплитуд и соответствующих им функций $\psi(x)$, полученных для случая (10).

При малых значениях v формула (9) существенно упрощается в трех случаях:

$$2\pi\psi(\xi, v) \approx \pi - \left(1 + \frac{2v}{\pi}\right) \left\{ a \tau c \sin(\sqrt{1-v^2} - \xi) + a \tau c \sin(\sqrt{1-v^2} - \xi - 2\pi v) \right\} \quad (IIa)$$

$$2\pi\psi(\xi, v) \approx \pi - \left(1 + \frac{2v}{\pi}\right) \left\{ a \tau c \sin(\sqrt{1-v^2} - \xi - \frac{\pi}{2}v) + a \tau c \sin(\sqrt{1-v^2} - \xi - \frac{3}{2}\pi v) \right\} \quad (IIb)$$

$\xi \sim 1$

$$\pi\psi(\xi, v) = \frac{\pi}{2} - \left(1 + \frac{2v}{\pi}\right) a \tau c \sin(\sqrt{1-v^2} - \xi - \pi v) \quad \xi_{кр} - \xi \ll 1 \quad (IIc)$$

С увеличением v распределение $\psi(\xi, v)$ становится все более узким и при $v = 1$ вырождается в постоянное распределение: $\psi(\xi) = 1$. Это легко ~~понять~~ понять из рассмотрения приведенных на рис.2 трохоид. С увеличением v петли трохоид становятся все более узкими. При $v = 1$ трохоида вырождается в циклоиду, возвратное движение исчезает, частицы пучка движутся в радиальном направлении, лишь прямо-

поступательно и облучают все нити одинаково. Эта картина имеет место для всех значений V , больших единицы.

Функция распределения активности

Измерения энергетического спектра протонов внутреннего пучка производились на азотроне Объединенного института ядерных исследований. Энергия протонов, бомбардирующих мишень, была выбрана равной 400, 550 и 650 Мэв. В этих опытах описанная выше система нитей помещалась на различных расстояниях от центра ускорителя. Активности облученных нитей измерялись в стандартной геометрии при помощи группы пропорциональных счетчиков. Полученные при трех значениях E_p функции $\gamma(x)$ оказались одинаковыми в пределах ошибок измерений ($\approx 3\%$). Они приведены на рис. 5.

Обсуждение

Прежде чем перейти к анализу полученной функции $\gamma(x)$, необходимо остановиться на тех условиях, при которых справедливо соотношение (4). Во-первых, в исследуемой области (от А до Б на рис. 1) вертикальные колебания частиц должны быть устойчивыми, в отсутствие мишени интенсивность пучка не должна меняться в процессе ускорения от А до Б, должна отсутствовать связь вертикальных и радиальных колебаний. Этому условию не удовлетворяет, например, область в районе максимального радиуса азотрона, где происходит быстрое выбывание частиц из пучка благодаря возбуждению резонансных параметрических колебаний ($\nu = 0,2$) — см. рис. 6. Зависимость $\gamma(x)$, приведенная

на рис.6 была измерена калориметрическим методом, Аналогичный результат был получен в опытах, где регистрировалось жесткое γ - излучение, связанное с распадом образованный в мишени π^0 - мезонов (последние измерения выполнены совместно с А.А.Тяпкиным).

Ослабление пучка в районе максимального радиуса делает невозможным исследование энергетического разброса протонов при энергиях больших, чем 650 Мэв. К каким абсурдным результатам можно прийти, если вести измерения в этой области, видно из рис.5, где приведена функция $\gamma(x)$, полученная для мишени, помещенной на радиус 283 см. Соответствующий спектр $F(\alpha)$, найденный по ф-ле (4) для случая рис.5а, имеет в значительной своей части отрицательное значение.

Помимо указанного выше условия, для того, чтобы формула (4) была справедлива, необходимо также, чтобы уменьшение интенсивности пучка за счет столкновений протонов с нитями было ^{не}большим, диаметр нитей должен быть выбран настолько малым, чтобы возмущение вертикальных и радиальных колебаний частиц при прохождении пучка через нить было не существенно. Повидимому, достаточным условием является:

$\frac{d}{\Delta z} \ll 1$, что при ускорении частиц около 10^{4eV} /оборот соответствует толщине металлической нити в несколько десятков микрон. Нами была выбрана вольфрамовая нить толщиной 15. При такой величине частицы пучка испытывают в среднем 0,5 соударений с нитью, средний угол многократного рассеяния составляет 10^{-3} .

Чтобы выяснить, насколько существенно возмущаются колебания частиц при прохождении пучка через нити, было проведено сравнение распределений активностей $\gamma(x)$, полученных для двух значений расстояния между нитями: $l = 1$ см и $l = 2$ см. В пределах ошибок эксперимента ($\approx 5\%$) различия обнаружено не было.

Выше рассматривалась идеализированная задача: предполагалось, что частицы выбывают из пучка после одного столкновения с мишенью. В реальном ускорителе частица может соудариться с мишенью несколько раз, если мишень достаточно тонка. Соответственно, реальное распределение $\gamma(x)$ должно несколько отличаться от (4). Активность нитей, близких к мишени, будет больше, чем это следует из формулы (4). Однако это отличие должно быть невелико, ибо время между двумя последовательными соударениями частицы с мишенью близко к периоду прецессии и на порядок меньше, чем время прохождения пучка через систему нитей в процессе ускорения.

Для того, чтобы оценить величину поправки, связанной с многократным прохождением через мишень, сравнивались распределения активностей $\gamma(x)$, полученные, когда использовались тяжелая мишень (4 мм РВ, число прохождений $N_{пр} \approx 1$) и легкая мишень (2 мм С, $N_{пр} \approx 5$). В пределах ошибок эксперимента ($\approx 5\%$) различия обнаружено не было. ○

Результаты измерений

Уравнения (4-9) позволяют определить искомую функцию $F(\alpha)$ из результатов измерений распределения $\gamma(x)$, представленных на рис.5. Прежде чем переходить к обработке экспериментальных результатов, необходимо заметить, что решения уравнения (4),

принадлежащего к классу интегральных уравнений Фредгольма первого рода, весьма неустойчивы. Следствием этого является существование увеличения ошибок при переходе от функции $\gamma(x)$ к функции $F(a)$. Вычисление функции $F(a)$ было выполнено Г.Н.Тентюковой. Использовались следующие параметры: $d=2 \cdot 10^{-3}$ см, $\eta = 0,05 + 0,1$. Экспериментально полученная зависимость $\gamma(x)$ аппроксимировалась функцией $\sum C_k x^{k+1/2}$. Так как по условиям эксперимента длина системы нитей в направлении x не могла быть выбрана больше 13 см, значения функции $\gamma(x)$ в области $x > 13$ см были получены путем экстраполяции. Пунктирные кривые на рис.5 представляют собой две крайние экстраполяционные кривые. Ошибки на рис.7 соответствуют возможным ошибкам экстраполяции в области $x > 13$ см.

На рис.7 приведена также шкала энергий протонов, позволяющая трансформировать распределение амплитуд в энергетический спектр. Пунктирная кривая представляет собой нормальное распределение со стандартом 22 ± 8 Мэв, который найден методом наименьших квадратов.

В заключение пользуюсь случаем поблагодарить В.И.Данилова, В.И.Кольгу и А.А.Тяпкина за дискуссию.

Л и т е р а т у р а

1. R. Wolfgang, Y. Friedlander Phys. Rev, 96, 190 (1954)
2. Y. Friedlander, Y. Hudis, R. Wolfgang Phys. Rev 99, 235 (1955)
3. Ю.Д.Прокошкин и А.А.Тяпкин. ЖЭТФ, 32.1 (1957)

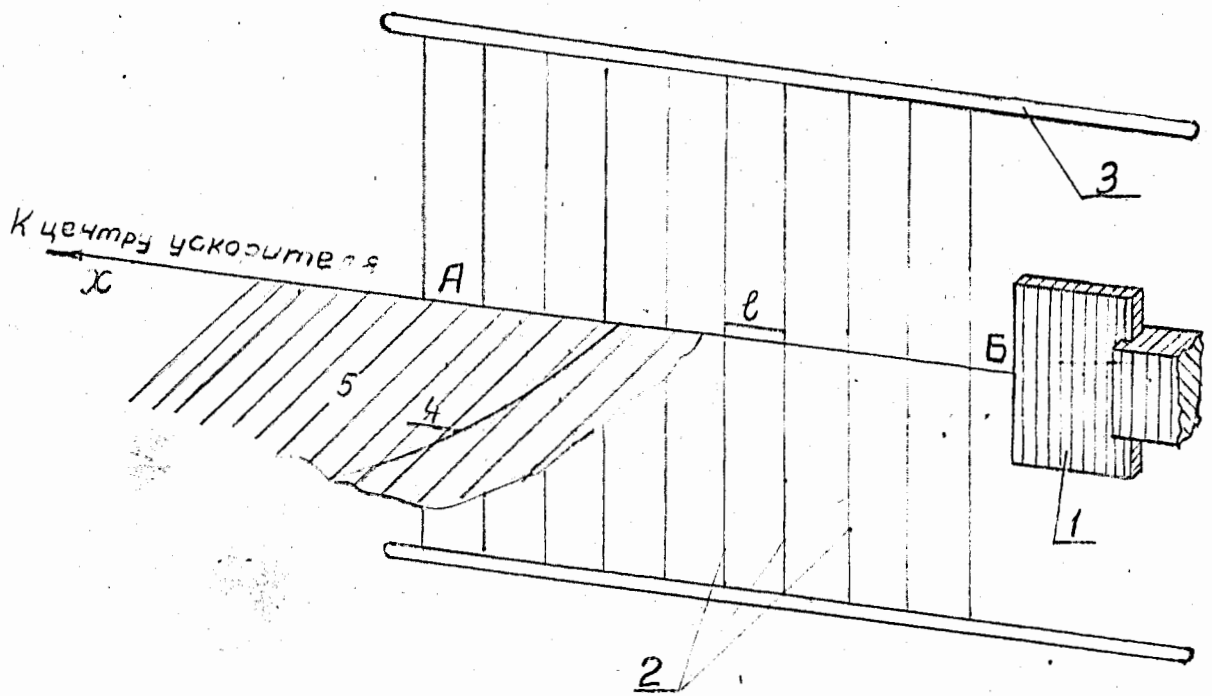


Рис. 1 Схема экспериментального устройства.

1-мишень, 2-нити, 3-система крепления нитей,
4-пучок протонов, 5-меданная плоскость ускорителя.

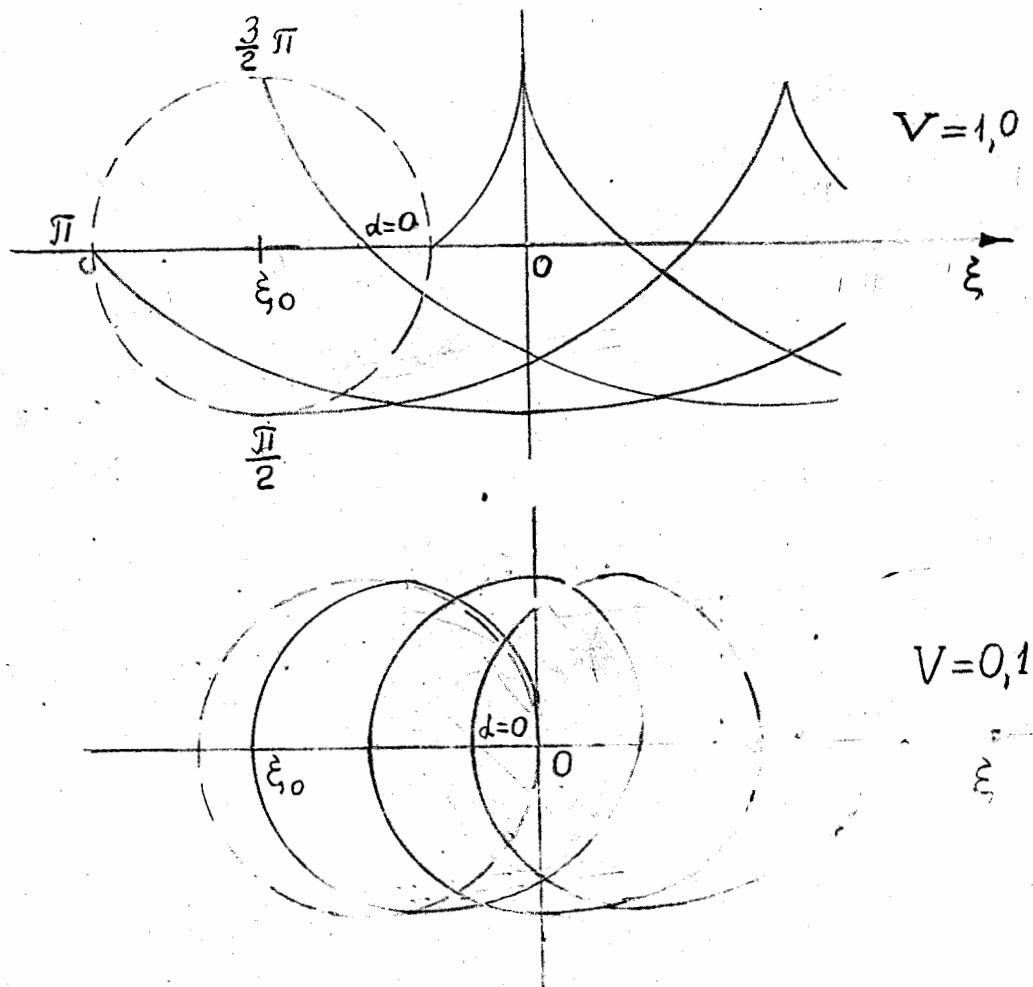


Рис.2. Трохоиды, описывающие радиальное движение частиц при различных значениях V .

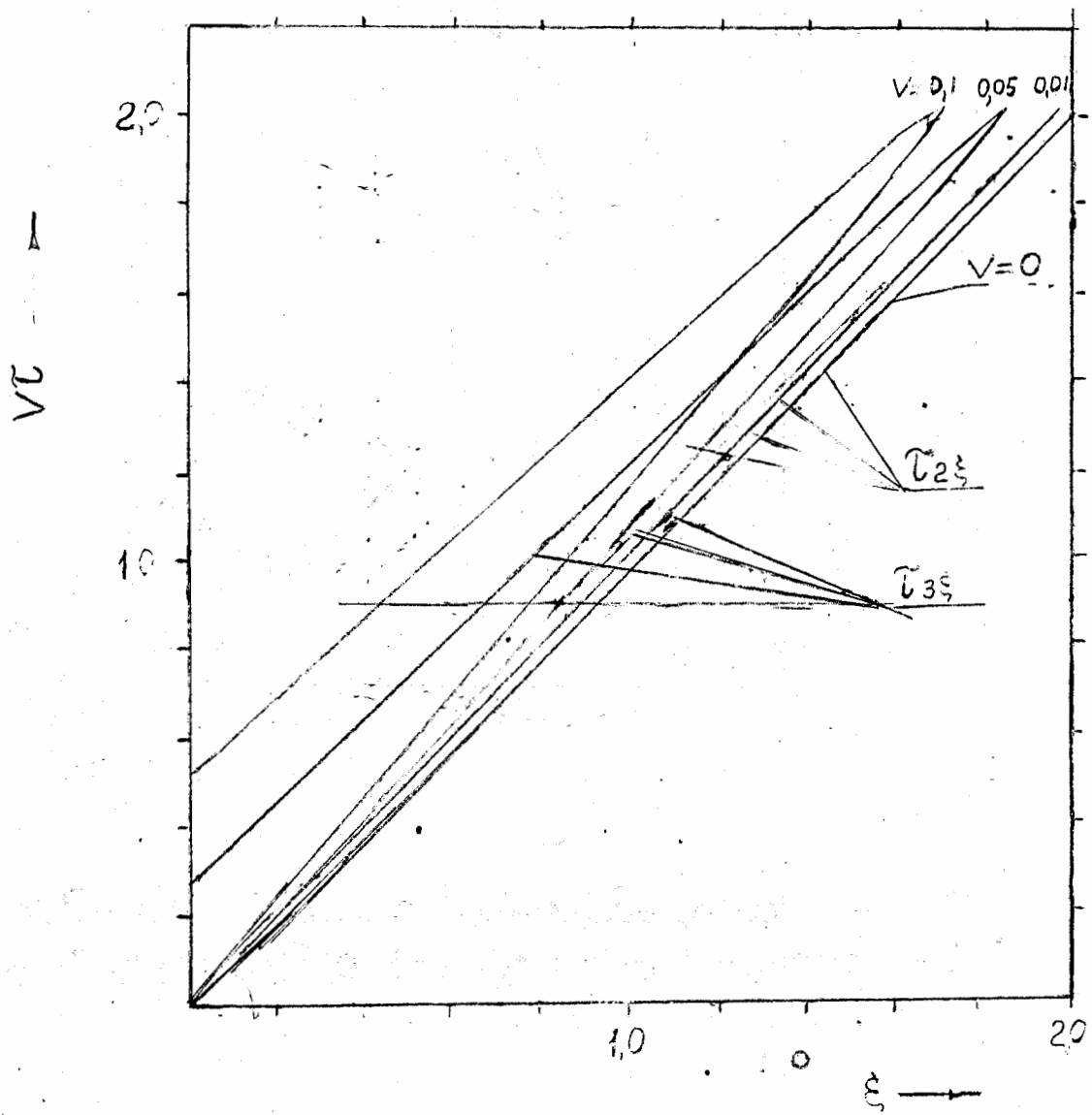


Рис. 3. зависимость $\tau_{2\xi}$ и $\tau_{3\xi}$ от ξ при различных значениях ν . Величина ν указана на рисунке, как параметр кривой.

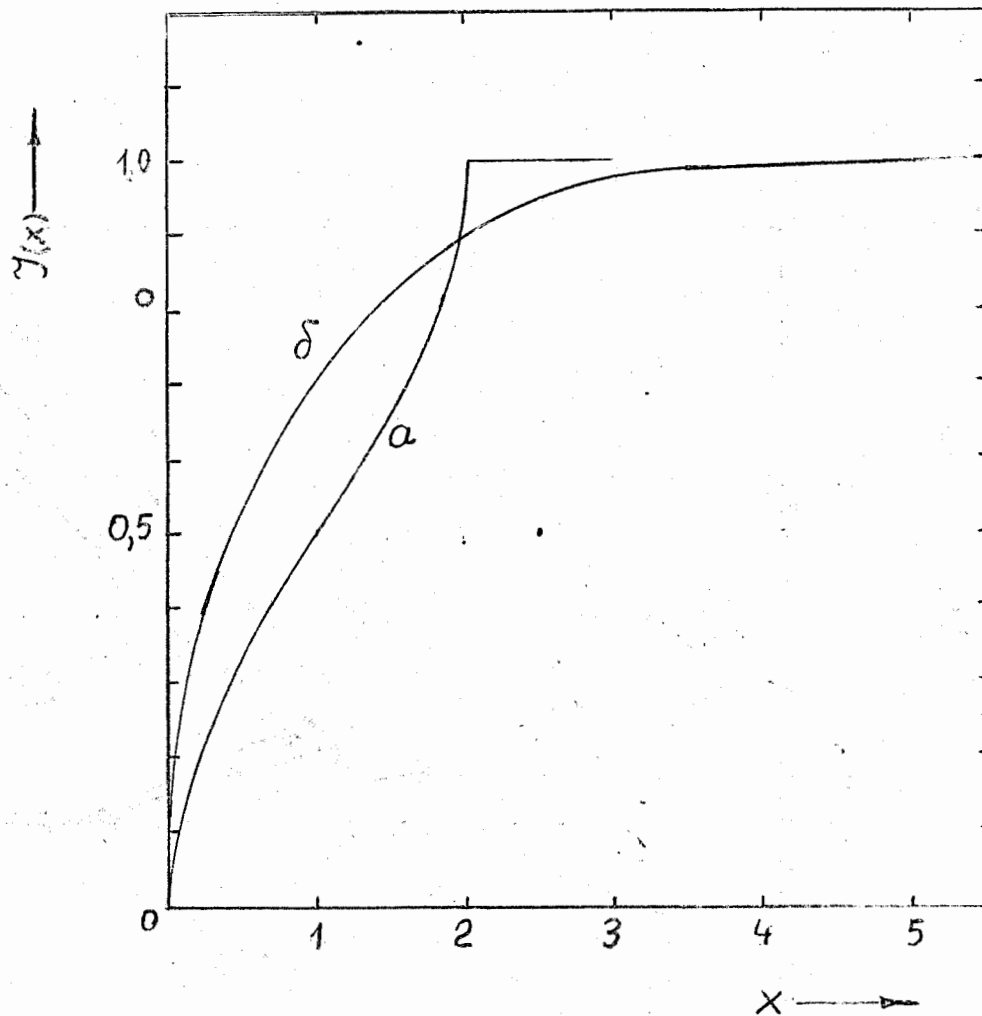


Рис.4. Распределения активности $J(x)$ вычисленные для случаев а) $F(a) = \delta(x-1)$, б) $F(a) = (2\pi)^{-1/2} e^{-x^2/2}$.

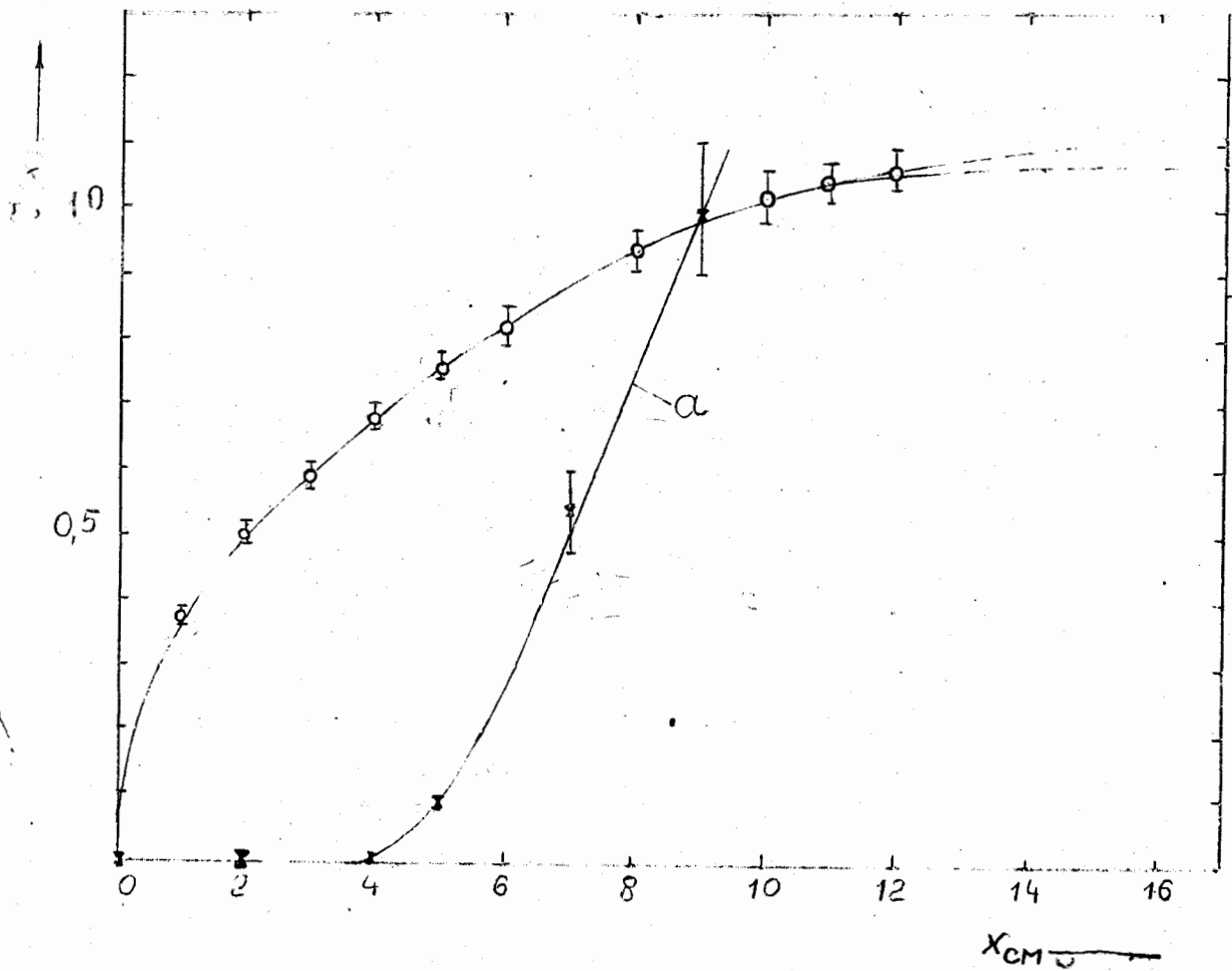


Рис. 5. Распределение активности $J(x)$,
полученное в настоящей работе.
а-мишень расположена на радиусе 280 см.

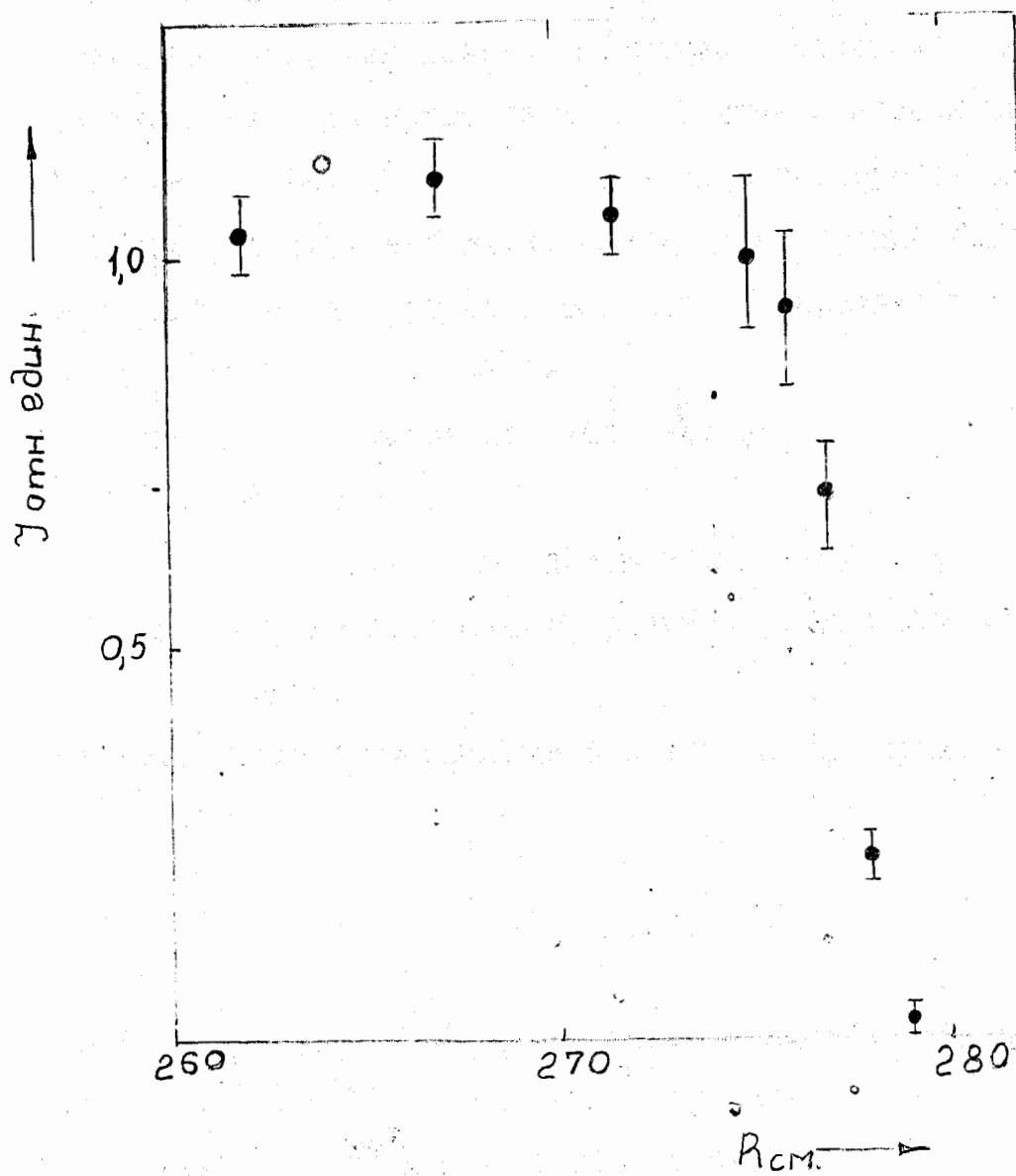


Рис 6. Зависимость тока протонов
через мишень J от радиуса R .

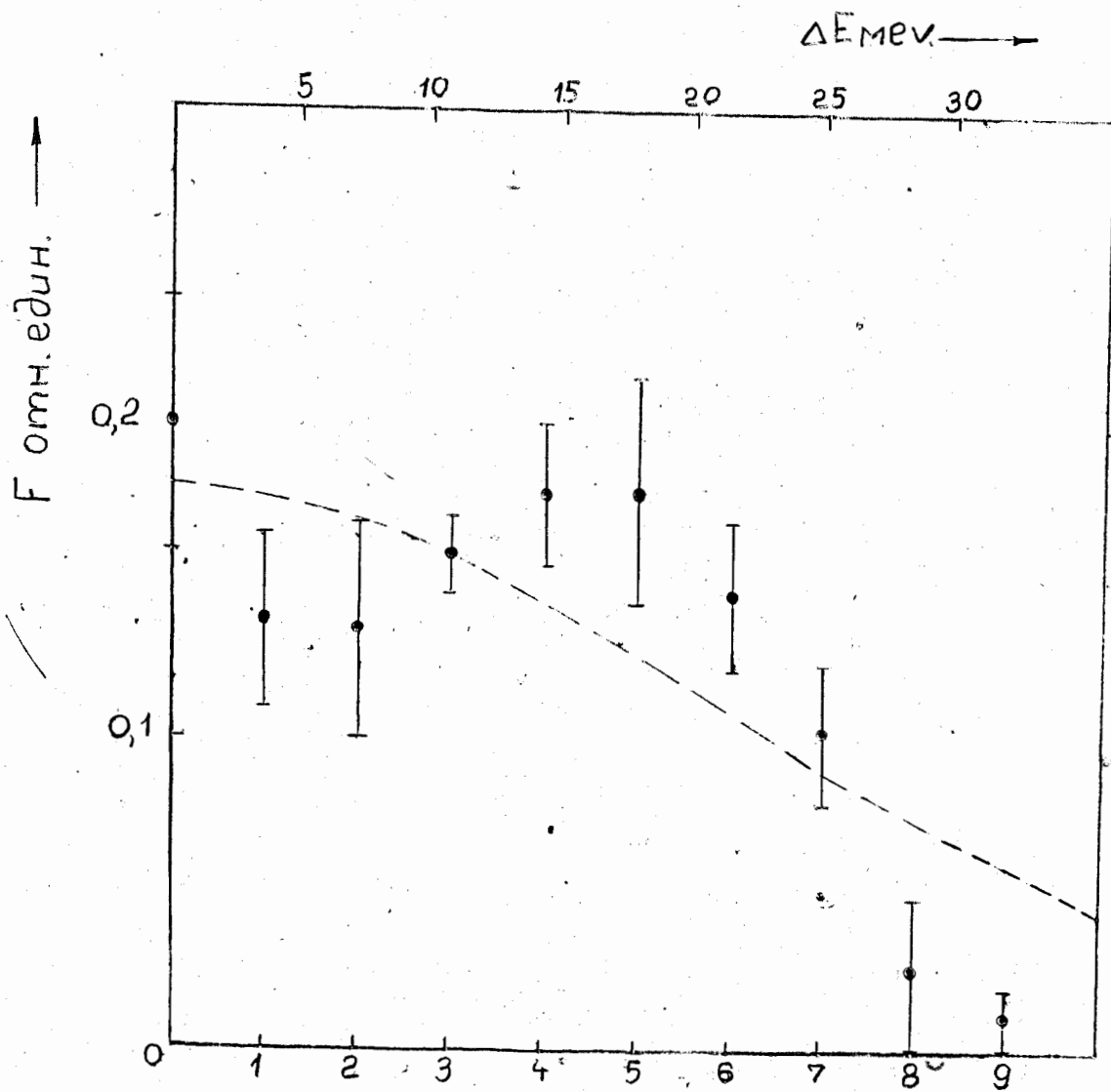


Рис. 7. Распределение протонов внутреннего пучка по амплитудам и энергиям.