

С 341а

Б-23

ОБЪЕДИНЕННЫЙ  
ИНСТИТУТ  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

3/VIII-65  
P-2191



ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Е.М.Банг , Р.В.Джолос, А.С.Марков, И.Н.Михайлов

О ТОЧНОСТИ РАСЧЕТА ЧАСТОТЫ  
КОЛЛЕКТИВНЫХ КОЛЕБАНИЙ ЯДЕР  
В РАМКАХ МЕТОДА  $\mu, \nu$ -ПРЕОБРАЗОВАНИЯ  
29, 1966, т3, в2, с 227-233,

1965

P-2101

3392/2 чр.

Е.М.Банг<sup>х)</sup>, Р.В.Джолос, А.С.Марков, И.Н.Майлов

О ТОЧНОСТИ РАСЧЕТА ЧАСТОТЫ  
КОЛЛЕКТИВНЫХ КОЛЕБАНИЙ ЯДЕР  
В РАМКАХ МЕТОДА  $\mu, \nu$ -ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

---

<sup>х)</sup> Сотрудник Копенгагенского Университета; работа выполнена во время пребывания в ОИЯИ.



Описание низколежащих уровней ядер связано с введением понятий коллективных и квазичастичных состояний системы. Определение структуры волновой функции ядра, как правило, проводится с рамках схемы, где квазичастицам сопоставляются состояния, связанные стандартными формулами теории  $u, v$  преобразования с вакуумом по отношению к фермиевским операторам  $a$ , линейно зависящим от операторов поля нуклонов. Такое описание квазичастиц вызывает большое число возражений. В частности, недостатком теории является то обстоятельство, что состояния, о которых шла речь выше, описывают целый ансамбль ядер, и поэтому выводы теории не могут использоваться без проверки для описания различий в спектрах разных ядер.

Цель настоящей работы - проследить, насколько точно обычная теория коллективных колебаний передает изменения частоты коллективных колебаний от ядра к ядру. Поставленная задача решается путем определения квазичастичных состояний как состояний, получающихся в результате проектирования бардиновских функций на пространство функций нужного числа частиц. Средние значения от операторов по волновым функциям такого типа вычисляются при помощи метода, развитого в работах <sup>1,2/</sup>, который мы будем называть улучшенным методом  $u, v$  преобразования.

Как было показано в <sup>1,2/</sup>, улучшенный метод  $u, v$  преобразования значительно исправляет описание стационарных состояний системы с гамильтонианом

$$H_{\text{пар}} = H_{\text{диальсен}} - G \sum_{s,s'} a_{s+}^+ a_{s-}^+ a_{s'-} a_{s'+} \quad (1)$$

когда число фермионов не очень велико. Было показано также, что хотя изменения в энергии состояний ядер, связанные с точным учетом закона сохранения числа частиц, в основном невелики, изменения в строении волновой функции системы, возникающие при этом, оказываются весьма существенными <sup>x), xx)</sup>. Поэтому было естественным попытаться решить задачу определения нижайших состояний системы с обычным в теории коллективных колебаний ядер гамильтонианом

x) В частности, при вычислении средних значений оказываются значительными поправки, связанные с изменением величины параметров бардиновской функции, генерирующей квазичастичное состояние.

xx) Например, расчет на основе улучшенной теории  $u, v$  преобразования приводят в ряде случаев к 2-3-кратным изменениям вероятности  $\beta$ -распада ядер.

$$N_{\text{колл}} = N_{\text{пар}} - \frac{\kappa}{2} \sum_{\mu} Q_{\lambda_{\mu}}^{+} Q_{\lambda_{\mu}}, \quad (2)$$

где  $Q_{\lambda_{\mu}}$  - оператор мультипольного момента:

$$Q_{\lambda_{\mu}} = \sum_{i,j} \langle i | \hat{q} | j \rangle a_i^{+} a_j \quad (3)$$

с учетом поправок, которые дает улучшенный метод  $u, v$  преобразования.

Естественное и простое решение поставленной задачи можно получить, воспользовавшись формулировкой теории коллективных колебаний, данной в работе <sup>/3/</sup> или <sup>/4/</sup>. Следуя <sup>/4/</sup>, мы предполагаем, что коллективные координаты определяются средними

$$\beta_{\mu}(t) = \langle \Psi(t), Q_{\lambda_{\mu}} \Psi(t) \rangle, \quad (4)$$

где  $\Psi(t)$  удовлетворяет уравнению Шредингера

$$(N_{\text{пар}} - \kappa \sum_{\mu} \beta_{\mu} Q_{\lambda_{\mu}}) \Psi = i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t}. \quad (5)$$

Описание коллективных колебаний системы сводится к определению зависимости энергии системы  $E = \langle \Psi(t), H \Psi(t) \rangle$  от величины  $\beta_{\mu}$  и  $\dot{\beta}_{\mu}$  в пределе малых значений этих параметров, а частота коллективных колебаний  $\omega$  определяется из условия

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = \hbar \omega \Psi = (N_{\text{пар}} - \kappa \sum_{\mu} \beta_{\mu} Q_{\lambda_{\mu}}) \Psi. \quad (6)$$

Решение уравнения (6) с условием самосогласования (4) ищется в виде разложения по собственным функциям оператора  $H$

$$N_{\text{пар}} \phi_{\nu} = E_{\nu} \phi_{\nu} \quad (7)$$

что приводит к дисперсионному уравнению для частоты колебаний мультипольности  $\lambda_{\mu}$  <sup>x)</sup>

$$2 \kappa \hbar^2 \sum_{\nu} \frac{E_{\nu} - E_0}{(E_{\nu} - E_0)^2 + (\hbar \omega)^2} |\langle \nu | Q_{\lambda_{\mu}} | 0 \rangle|^2 = 1. \quad (8)$$

При численном решении уравнения (8) функции  $\phi_{\nu}$  и соответствующие им энергии квазичастичных состояний определяются обычно при помощи метода  $u, v$  преобразования (см., например, обзорную работу <sup>/5/</sup>). Подставляя в (8) в качестве  $\phi_{\nu}$  бардиновские функции, легко убедиться сравнением формул в тождественности полученного уравнения и уравнения для частоты колебаний, найденного в <sup>/5/</sup> методом приближенного вторичного квантования. Однако приближение, состоящее в выборе  $\phi_{\nu}$ , не связано логически с предположением, лежащим в основе вывода формулы (8), по крайней

<sup>x)</sup> Фактически нами изучается случай, когда вкладом мультиполь-мультипольного взаимодействия в самосогласованное поле ядра можно пренебречь. Мы не исследуем правомерности данного предположения, ставя своей задачей проследить за величиной флуктуации частоты колебаний от ядра к ядру.

мере, для случая октупольных колебаний, расчетом частот которых мы ограничиваемся <sup>x)</sup> (см. стр. 4).

Для того, чтобы иметь возможность рассчитывать изменения частот коллективных колебаний от ядра к ядру, мы изменим определение функций  $\phi_\nu$  и выберем в качестве таковых проекции бардиновских функций на пространство нужного числа нейтронов и протонов ( $N_0, Z_0$ )

$$\phi_\nu = \mathcal{N}_\nu P_{N_0} P_{Z_0} \phi'_\nu \quad (9)$$

В формуле (9)  $P_A$  ( $A = Z_0, N_0$ ) - оператор проектирования, который удобно представить в виде контурного интеграла

$$P_A = \frac{1}{2\pi i} \oint \frac{dz}{z^{A+1}} z^{\hat{A}}, \quad (10)$$

обходящего вокруг точки  $z=0$  в плоскости комплексного переменного  $z$ . Далее  $\hat{A}$  - оператор числа частиц (нейтронов или протонов),  $\mathcal{N}_\nu$  нормировочный множитель, а функции  $\phi'_\nu$  генерирующие квазичастичные состояния, заданы нижеследующими формулами:

$$\phi'_0 = \prod_s (u_s + v_s a_{s+}^+ a_{s-}^+) |0\rangle - \quad (11)$$

функция, генерирующая основное состояние системы с гамильтонианом  $H_{\text{парн}}$  и

$$\phi'_\nu = \phi'_{i\nu, j\nu} = a_{i\nu}^+ a_{j\nu}^+ \prod_{s \neq i, j} (u_s + v_s (ij) a_{s+}^+ a_{s-}^+) |0\rangle - \quad (12)$$

функции, генерирующие "двухквизичастичные состояния".

Метод определения параметров  $u, v$  функций  $\phi_\nu$  приведен в работах <sup>1,2/</sup>. Там же описана процедура вычисления средних значений операторов по функциям типа (9), основанная на оценке методом перевала контурных интегралов, возникающих при использовании операторов проектирования в форме (10). Для интеграла

$$I = \epsilon \int dz O(z) e^{N\Phi(z)}$$

метод перевала дает (асимптотическое) разложение по  $\frac{1}{N}$

$$I = e^{N\Phi(z_0)} \sqrt{-\frac{\pi}{\Phi''(z_0)}} \left\{ O_0 + \frac{1}{N} \left[ \frac{O_2}{-\Phi_2} + \frac{3(O_1\Phi_3 - O_0\Phi_1)}{4\Phi_2^2} - \frac{15}{16} \frac{O_0\Phi_3^2}{\Phi_2^3} \right] + \dots \right\}, \quad (13)$$

x) Это ограничение вызвано дополнительными трудностями, возникающими при описании возбужденных состояний с числом seniority, совпадающим с seniority основного состояния (например,  $0^+$  состояний четно-четных ядер). Расчет модельных систем показал, что такие возбужденные состояния не обладают квазичастичной структурой даже в случае простейшего взаимодействия между частицами, описываемого  $H_{\text{парн}}$ . Как показано в <sup>6/</sup>, парных взаимодействий такого типа в принципе достаточно, чтобы получить правильную величину возбуждения и характер смешивания квазичастичных состояний в  $0^+$  состояниях тяжелых деформированных ядер.

где

$$\Phi_n = \left( \frac{d^{(n)} \Phi}{dz^n} \right)_{z=z_0}, \quad O_n = \left( \frac{d^{(n)} O}{dz^n} \right)_{z=z_0}, \quad (14)$$

а  $z_0$  - седловая точка функции  $\Phi(z)$ , определяемая уравнением

$$\Phi_1(z_0) = 0. \quad (15)$$

Использование формулы (13), где роль функции  $e^{\Phi(z)}$  играет среднее  $\langle \phi'_\nu z^{\hat{\Lambda}-\Lambda} \phi_\nu \rangle$ , позволяет сформулировать вариационную задачу определения параметров  $u, v$  функций (9-11) (см. 1,2), которые оказалось возможным связать формулами теории  $u, v$  - преобразования с параметрами  $C_\nu, \Lambda_\nu$  (корреляционная функция и химический потенциал):

$$\left. \begin{matrix} u \\ v \end{matrix} \right\} = \frac{1}{2} \left\{ 1 \pm \frac{E_n - \Lambda_\nu}{\sqrt{C_\nu^2 + (E_n - \Lambda_\nu)^2}} \right\}. \quad (16)$$

Для избежания многократного решения вариационной задачи при определении частоты октупольных состояний мы воспользовались близостью величины корреляционной функции  $C$  и химического потенциала  $\Lambda$  в основном и возбужденных состояниях системы. Вследствие этого мы сочли целесообразным воспользоваться приближенным методом, подобным описанному в работе /7/x). Вариационные уравнения для  $C_\nu, \Lambda_\nu$  возбужденных состояний разлагались по разности  $\delta C_\nu = C_\nu - C_0, \delta \Lambda_\nu = \Lambda_\nu - \Lambda_0$  сохранялись только линейные по  $\delta C_\nu, \delta \Lambda_\nu$  члены. Использование вариационных уравнений для  $C_0$  и  $\Lambda_0$  позволяет выразить таким образом величины  $\delta C_\nu, \delta \Lambda_\nu$ , а вместе с тем и энергию состояния  $\epsilon_\nu$  в терминах корреляционной функции и химического потенциала основного состояния системы. <sup>xx)</sup>

Аналогичная процедура использовалась при вычислении матричных элементов оператора мультипольного момента  $Q_{\lambda\mu}$  по проектированным функциям (9-12). Для описания метода рассмотрим матричный элемент от той части оператора, которая действует, скажем, на координаты нейтронов

$$\langle \phi_\nu | Q_{\lambda\mu}^{(n)} | \phi_0 \rangle = \langle i\sigma | Q_{\lambda\mu} | j\sigma' \rangle (u_i v_j + v_i u_j) R_{ij}. \quad (17)$$

Множитель  $R_{ij}$  в случае системы  $N_0$  нейтронов имеет вид

$$R_{ij} = \frac{\int \frac{dz}{z^{N_0-1}} \prod_{a \neq i, j} (u_a + z^2 v_a)}{\left[ \int \frac{dz'}{z'^{N_0+1}} \prod_a (u_a^2 + v_a^2 z'^2) \int \frac{dz''}{z''^{N_0-1}} \prod_{a \neq i, j} (u_a^2 + (z'')^2 v_a^2) \right]^{1/2}}. \quad (18)$$

x) См. раздел 3 "Непрерывная модель".

xx) См. Приложение, а также ссылки /1,2/.

Каждый из трех интегралов в формуле (18) оценивается при помощи метода перевала, причем используется близость коэффициентов  $u_s(ij)$  и  $v_s$ , определяющих двухквартичное и основное состояние системы (см. формулу (16)). На основании этого подинтегральное выражение в числителе формулы (18) разлагается по степеням  $\delta u_s = u_s(ij) - u_s$ ,  $\delta v_s = v_s(ij) - v_s$  и в окончательном выражении сохраняются только члены низшего порядка по этим разностям (или разностям  $\delta C_{ij}$ ,  $\delta \Lambda_{ij}$ ). Описанная процедура проводится с помощью принципиально простых алгебраических операций, результат которых ввиду громоздкости окончательных выражений мы не приводим.

При проведении конкретных расчетов существенным образом использовалась математическая программа решения дисперсионного уравнения типа (8), разработанная авторами работы<sup>/8/</sup>. Решалось уравнение

$$1 = 2\kappa \sum_{i,j,r} \frac{f_r(ij)(u_i v_j + v_i u_j)^2 R_{ij}^2}{\epsilon_r(i,j) - \frac{\omega^2}{\epsilon_r(i,j)}}, \quad (18)$$

в котором суммирование происходит по всем двухквартичным состояниям системы нейтронов ( $r=1$ ) и протонов ( $r=2$ ). Матричные элементы оператора октупольного момента  $f_r(ij)$  и расположение одночастичных уровней те же, что и использованные в работе<sup>/8/</sup> (и весьма близкие к использованным в работе<sup>/5/</sup>). Значения константы парного взаимодействия взяты из работы<sup>/2/</sup> и соответствуют наилучшему совпадению вычисленных и экспериментальных значений парных энергий ядер редкоземельных элементов ( $G = 0,020 \text{ h } \omega_0^{\circ}$ ,  $G = 0,021 \text{ h } \omega_0^{\circ}$ ). Метод определения энергий двухквартичных состояний  $\epsilon_r(i,j)$  и коэффициентов  $R_{ij}$  описан выше (см. также приложение).

Результаты вычислений представлены на рис. 1-3, где приведены значения частот октупольных колебаний в единицах  $\text{h } \omega_0^{\circ} = 41,6/\text{A}^{1/3}$  типа  $0^-$  (рис. 1)  $1^-$  (рис. 2) и  $2^-$  (рис. 3). На рисунках приведены также результаты расчетов частоты без учета поправок на проектирование функций. Из рис. 1 видно, что 20% увеличение константы октупольного взаимодействия приводит к хорошему совпадению результатов расчетов по двум различным схемам в области ядер, далеких от границы ядер с устойчивой деформацией. При этом, однако, для ядер с массовыми числами  $\text{A} < 160$  наши вычисления приводят к резкому уменьшению  $\omega$ , а для  $\text{Gd}^{156}$  частота оказывается равной нулю. Это означает, по-видимому, что октупольные члены, описывающие остаточные взаимодействия нуклонов, тоже достаточно велики, чтобы принимать участие в формировании самосогласованного поля ядра. Обращение частоты в нуль означает, конечно, непоследовательность теории, подобной использованной нами, в которой влияние сил остаточного взаимодействия на характер самосогласованного поля не учитывается. Однако авторы не видят в настоящее время возможности проведения последовательных расчетов, справедливых как в пределе малых энергий коллективных колебаний, так и в пределе энергий, сравнимых с энергией двухквартичных состояний.

На рис. 2 и 3 представлены энергии состояний 1- и 2-, рассчитанные с учетом поправок на проектирование функций и по схеме, принятой в работах <sup>5,8/</sup>. Из рисунков видно, что согласие теории с экспериментом в результате описанной модификации теории даже несколько ухудшается. Однако количество экспериментальных данных столь невелико, что говорить о преимуществе той или иной схемы трудно <sup>х)</sup>.

Другой вывод, который следует из рис. 2 и 3, состоит в том, что модификация теории приводит к существенному сглаживанию кривых зависимости частоты от массового числа и порядкового номера. Тот же эффект можно увидеть и на рис. 1 (см. расположение частот в ядрах вблизи  $Du^{164}$ ). Аналогичные выводы справедливы и для других параметров, характеризующих ядра: так, из расчетов, описанных в <sup>2/</sup> видно, что проектирование волновых функций на пространство фиксированного числа частиц приводит к уменьшению флуктуаций в величине энергии двухквaziчастичных состояний в ядрах с разным числом частиц, по сравнению с теорией, оперирующей непроектированными функциями, но учитывающей детали одночастичного спектра ядер (теория с "блокировкой"). Однако численно этот эффект не очень велик и не меняет характера полученных кривых.

В заключение мы выражаем благодарность сотрудникам группы теории ядра Лаборатории теоретической физики ОИЯИ и в особенности В.Г.Соловьеву за интерес к нашей работе и обсуждения.

## П Р И Л О Ж Е Н И Е

Приведем формулы для энергии возбуждения состояний с seniority 2 системы с гамильтонианом (2), использованные при проведении численных расчетов. На основании приближенного метода расчета средних по проектированным бардиновским функциям, описанного в <sup>1,2/</sup>, имеем для энергии основного состояния системы  $N_0$  частиц выражение

$$\begin{aligned} \epsilon_0 &= E(C, \Lambda, \Delta N^2) = \\ &= \sum_a E_a \left( 1 - \frac{E_a - \Lambda}{\sqrt{C^2 + (E_a - \Lambda)^2}} \right)^2 - \frac{C}{G(1 + (\Delta N^2)^{-1})}, \end{aligned} \quad (\text{П.1})$$

<sup>х)</sup> Мы не исследовали, например, как меняются оценки частоты при изменении числа переходов, принимаемых во внимание, которое в соответствии с <sup>5/</sup> сказывается на результатах расчетов.



где параметры  $C$ ,  $\Lambda$  и  $\Delta N$  определяются из условий

$$\begin{aligned}
 F_N(C, \Lambda) &= N_0 - \sum_s \left( 1 - \frac{E_s - \Lambda}{\sqrt{C^2 + (E_s - \Lambda)^2}} \right) = 0, \\
 F_G(C, \Lambda, \Delta N^2) &= \frac{\Delta N^2}{G(1 + \Delta N^2)} - \frac{1}{2} \sum_s \frac{1}{\sqrt{C^2 + (E_s - \Lambda)^2}} = 0 \\
 F_{\Delta N^2}(C, \Lambda, \Delta N^2) &= \frac{\Delta N^2}{C^2} - \sum_s \frac{1}{C^2 + (E_s - \Lambda)^2} = 0.
 \end{aligned}
 \tag{П.2}$$

Для состояния с квазичастицами на двух различных уровнях имеем

$$\epsilon_{ij} = E(C_{ij}, \Lambda_{ij}, \Delta N_{ij}^2) + \sum_{s=1, j} E_s \frac{E_s - \Lambda_{ij}}{\sqrt{C_{ij}^2 + (E_s - \Lambda_{ij})^2}}.
 \tag{П.3}$$

где новые константы  $C_{ij}$ ,  $\Lambda_{ij}$ ,  $\Delta N_{ij}^2$  определяются уравнениями

$$\begin{aligned}
 F_N(C_{ij}, \Lambda_{ij}) - 2 + \sum_{s=1, j} \left( 1 - \frac{E_s - \Lambda_{ij}}{\sqrt{C_{ij}^2 + (E_s - \Lambda_{ij})^2}} \right) &= 0 \\
 F_G(C_{ij}, \Lambda_{ij}, \Delta N_{ij}^2) + \sum_{s=1, j} \frac{1}{\sqrt{C_{ij}^2 + (E_s - \Lambda_{ij})^2}} &= 0 \\
 F_{\Delta N^2}(C_{ij}, \Lambda_{ij}, \Delta N_{ij}^2) + \sum_{s=1, j} \frac{1}{C_{ij}^2 + (E_s - \Lambda_{ij})^2} &= 0.
 \end{aligned}
 \tag{П.4}$$

Если парные корреляции велики, то разность

$$\delta C_{ij} = C_{ij} - C, \quad \delta \Lambda_{ij} = \Lambda_{ij} - \Lambda$$

малы, и для их определения можно воспользоваться линеаризованными уравнениями

$$\left( \frac{\partial F_N}{\partial C} \right) \delta C_{ij} + \left( \frac{\partial F_N}{\partial \Lambda} \right) \delta \Lambda_{ij} = 2 - \sum_{ij} \left( 1 - \frac{E_s - \Lambda}{\sqrt{C^2 + (E_s - \Lambda)^2}} \right) = \alpha_{ij}
 \tag{П.5}$$

$$\left( \frac{\partial F_G}{\partial C} \right) \delta C_{ij} + \left( \frac{\partial F_G}{\partial \Lambda} \right) \delta \Lambda_{ij} = \sum_{s=1, j} \frac{1}{\sqrt{C^2 + (E_s - \Lambda)^2}} = \beta_{ij}.$$

(мы не варьируем величину  $(\Delta N^2)^{-1}$ , поскольку она сама входит как малая поправка к формулам обычной теории  $u, v$ -преобразования).

Из (П.5) находим

$$\Delta C_{ij} = \frac{\alpha_{ij} \frac{\partial F_N}{\partial \Lambda} - \beta_{ij} \frac{\partial F_G}{\partial \Lambda}}{D},$$

$$\Delta \Lambda_{ij} = - \frac{\alpha_{ij} \frac{\partial F_N}{\partial C} - \beta_{ij} \frac{\partial F_a}{\partial C}}{D}, \quad (\text{П.6})$$

где

$$D = \left( \frac{\partial F_N}{\partial C} \right) \left( \frac{\partial F_a}{\partial \Lambda} \right) - \left( \frac{\partial F_N}{\partial \Lambda} \right) \left( \frac{\partial F_a}{\partial C} \right) \quad (\text{П.7})$$

$$a_{ij} b_{\Lambda} - a_{\Lambda} b_{ij} = 0.$$

Аналогичным разложением по степеням  $\delta C_{ij}$ ,  $\delta \Lambda_{ij}$  естественно воспользоваться и при вычислении разности определяющей энергию возбуждения уровня  $(ij)$ .

$$\epsilon_{ij} - \epsilon = \frac{\partial E(C, \Lambda, \Delta N^2)}{\partial C} \delta C_{ij} + \frac{\partial E(C, \Lambda, \Delta N^2)}{\partial \Lambda} \delta \Lambda_{ij} + \sum_{n=1, j} E_n \frac{E_n - \Lambda}{\sqrt{C^2 + (E_n - \Lambda)^2}}. \quad (\text{П.8})$$

Приведем окончательное выражение для этой величины

$$\begin{aligned} \epsilon_{ij} - \epsilon = & \sum_{n=1, j} \sqrt{C^2 + (E_n - \Lambda)^2} + \\ & + \sum_{n=1, j} \frac{1}{\sqrt{C^2 + (E_n - \Lambda)^2}} \{ p (E_n - \Lambda) - \\ & - \frac{G}{2} \frac{(1 + \Delta N^2)}{\Delta N^2} - \frac{C^2}{2G} \left[ 1 - \frac{2Q}{\sqrt{C^2 + (E_n - \Lambda)^2}} \right] \}. \end{aligned}$$

Здесь

$$p = \frac{\gamma b_{\Lambda} - \delta b_0}{D}, \quad Q = \frac{\delta a_0 - \gamma a_{\Lambda}}{D},$$

$$\delta = \frac{1}{2} C^2 \sum_n \frac{E_n - \Lambda}{[C^2 + (E_n - \Lambda)^2]^{3/2}}$$

$$\gamma = -\frac{1}{2} C^2 \sum_n \frac{1}{[C^2 + (E_n - \Lambda)^2]^{3/2}}$$

В пределе

$$C \gg E_1 - \Lambda, \quad C \gg E_j - \Lambda$$

имеем

$$\epsilon_{ij} - \epsilon_0 = 2C.$$

Л и т е р а т у р а

1. И.Н. Михайлов. ЖЭТФ, 45, 1102 (1983).
2. Е.М. Банг, И.Н. Михайлов. Изв. АН СССР (сер. физ.) XXIX, 113 (1985).
3. E.R. Marshalek, J.O. Rasmussen. Nucl. Phys., 43, 438 (1963).
4. Ken-ji Nara. Phys. Lett., 4, 125 (1963).
5. В.Г. Соловьев. Препринт ОИЯИ Р-1973 Дубна, 1984.
6. R.R. Chasman. Seniority Zero Excited States of the Pairing Hamiltonian. Preprint Argonne National Lab. 1965.
7. S.G. Nilsson. Nucl. Phys., 55, 97 (1964).
8. В.Г. Соловьев, П. Фогель. Phys. Lett., 6, 126 (1963).

Рукопись поступила в издательский отдел  
27 мая 1985 г.

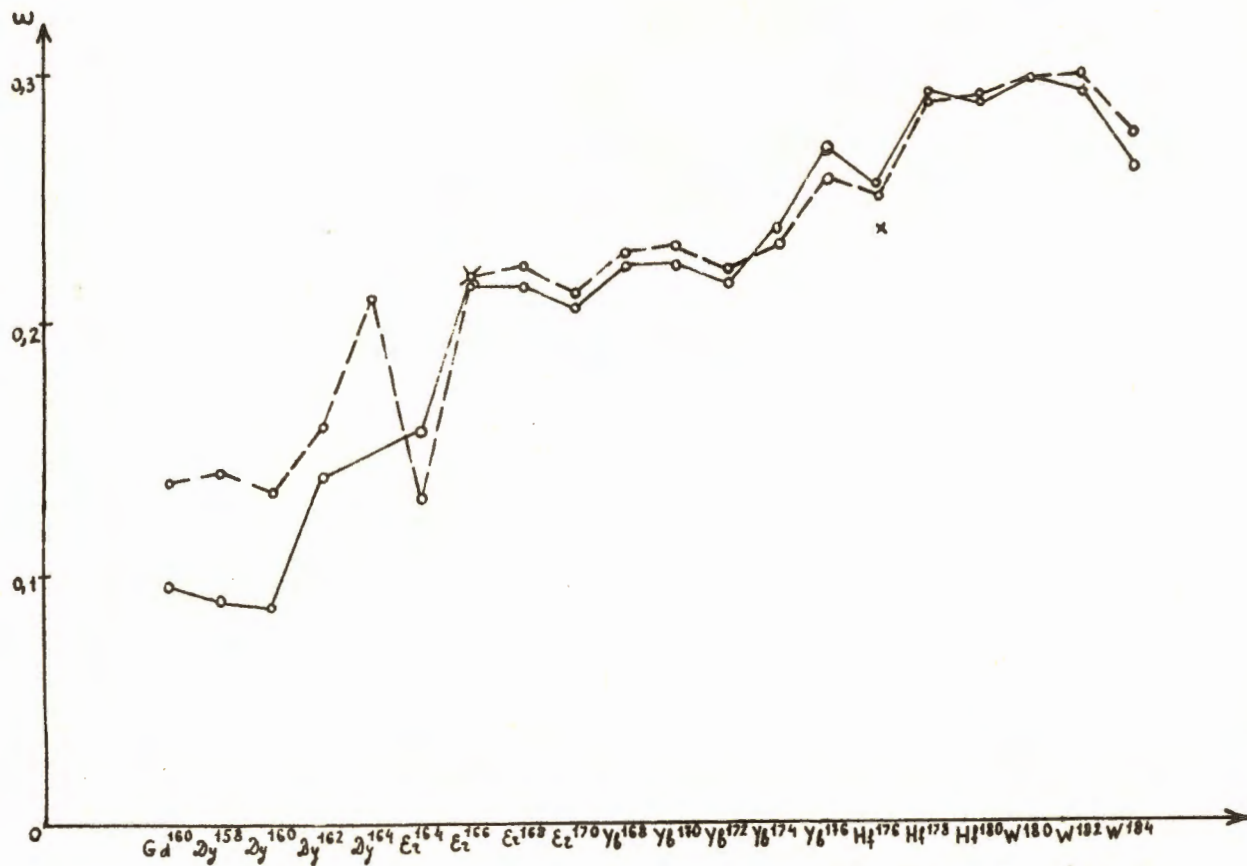


Рис. 1. Энергии первых возбужденных октупольных состояний с  $K\pi=0^-$  в единицах  $h_0^2$ . Расчет при  $\kappa=0,00103$  (---),  $\kappa=0,00123$  (—). Обозначения. Энергии  $K\pi=0^-$  состояний: --- по формуле Соловьева-Фогеля, — по формуле Банга-Михайлова, x - экспериментальные.

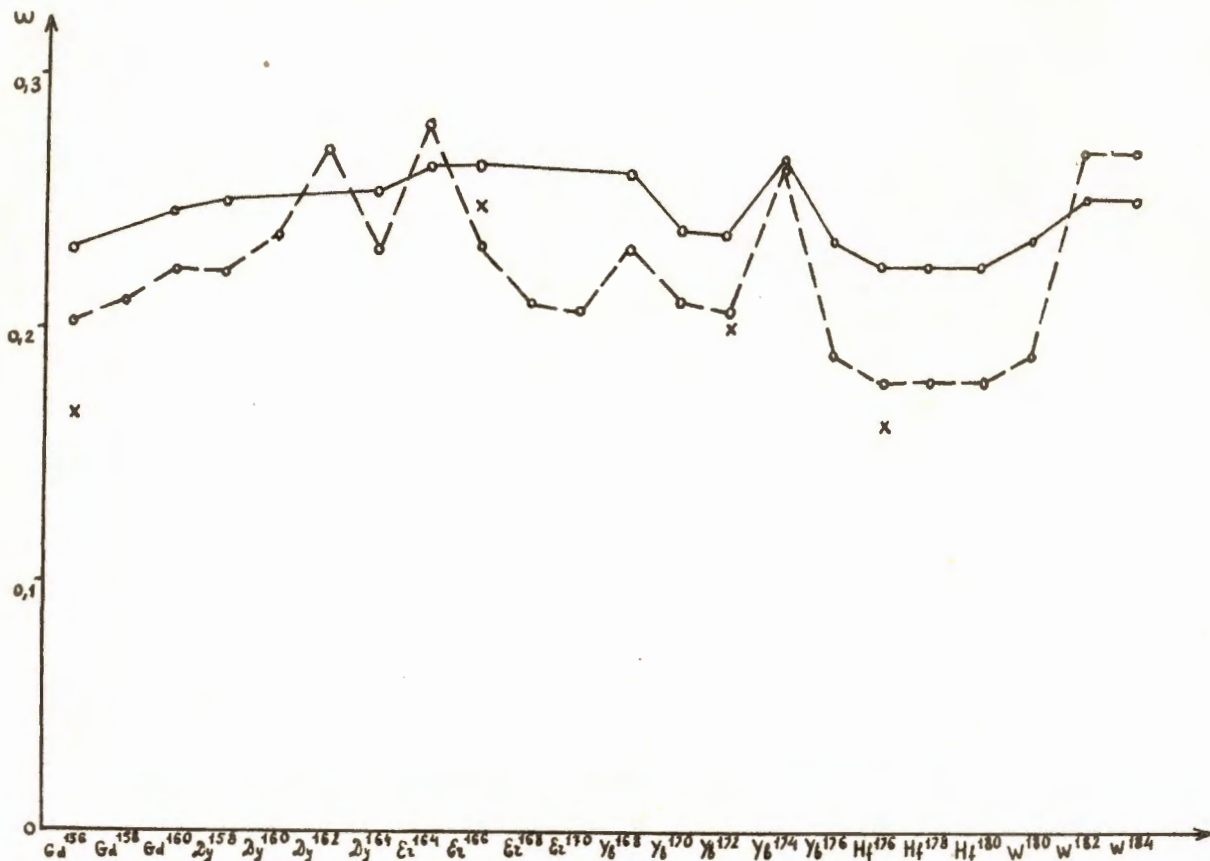


Рис. 2. Энергии первых возбужденных октупольных состояний с  $K\pi = 1^-$  в единицах  $\hbar\omega_0$ .  
 Расчет при  $\kappa = \frac{1}{2} \cdot 0,00103 \hbar\omega_0$  (---○---),  $\kappa = \frac{1}{2} \cdot 0,001123 \hbar\omega_0$  (—○—).  
 Обозначения. Энергии  $K\pi = 1^-$  состояний: ---○--- - по формуле Соловьева-Фогеля,  
 —○— - по формуле Банга-Михайлова, x - экспериментальные.

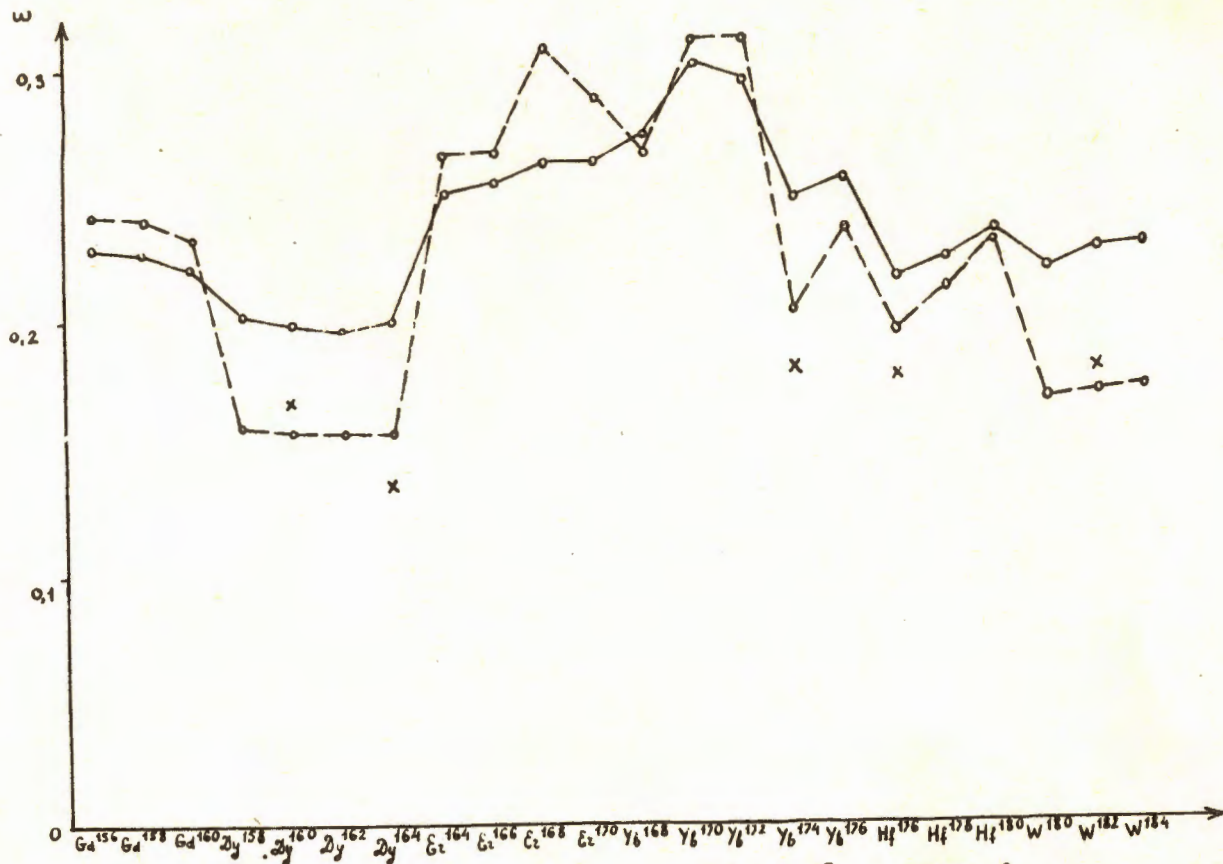


Рис. 3. Энергии первых возбужденных октупольных состояний с  $K\pi=2^-$  - в единицах  $h\delta_0$ .  
 Расчет при  $\kappa = 1/2,00103$  (---o---) ,  $\kappa = 1/2,00123$  (—o—).  
 Обозначения. Энергии  $K\pi=2^-$  состояний: ---o--- - по формуле Соловьева-Фогеля  
 —o— - по формуле Банга-Михайлова, x - экспериментальные.