ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Лаборатория теоретической физики

Р—219

В. Г. Соловьев

О сверхтекучем состоянии атомного ядра

г. Дубна, 1958 год

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ
Лаборатория теоретической физики

Р—219

В. Г. Соловьев

О сверхтекучем состоянии атомного ядра

г. Дубна, 1958 год

§ I. ВВЕДЕНИЕ

Известно/I/, что слабые взаимодействия электронов с равными и противоположными импульсами вблизи поверхности Ферми приводят к появлению сверхпроводимости металла. Сверхпроводящее состояние является энергетически более выгодным, чем состояние полностью вырожденного ферми-газа, которое назовем нормальным. Основываясь на некотором сходстве ферми-систем ядра и металла/2/, рассмотрим взаимодействия нуклонов в сложных ядрах и исследуем возможность появления такого состояния атомного ядра, которое будет энергетически более низким, чем нормальное состояние. Это состояние назовем сверхтекучим состоянием атомного ядра.

Исследование возникновения сверхтекучего состояния атомного ядра проведем с помощью вариационного принципа Боголюбова/3/, являющегося обобщением известного метода Фока/4/, и с помощью математических методов, развитых в теории сверхпроводимости/I/.

Основываясь на оболочечной модели ядра и имея в виду средние и тяжелые ядра, рассмотрим слабые взаимодействия/5/ протонов (или нейтронов), находящихся на одной и той же оболочке вблизи энергии поверхности Ферми. Состояние протона будем характеризовать набором квантовых чисел s , определяющих оболочку, и квантовым числом m проекции момента на ось симметрии ядра. Считаем, что поле ядра несколько отклоняется от центрально-симметричного, поэтому не будет энергетического вырождения по m .

§ 2. Основное сверхтекучее состояние

Рассмотрим слабые взаимодействия протонов (или нейтронов), находящихся на внешней оболочке ядра. Нуклоны, образующие замкнутые внутренние оболочки, создают центрально-симметричное поле, которое несколько искажается нуклонами внешней оболочки.

Гамильтониан, описывающий взаимодействие протонов, находящихся на одной и той же оболочке, запишем в следующем виде:

$$H = \sum_{s,m,\sigma} \left\{ E(s,m) - E_F \right\} a^+_{m\sigma}(s)\, a_{m\sigma}(s) +$$

$$+ \frac{1}{2N} \sum_{\substack{s,\sigma_1,\sigma_2,m_1,m_2,m_1',m_2' \\ m_1+m_2=m_1'+m_2';\ m_1\neq m_1'}} J(s|m_1,m_2;m_1',m_2')\, a^+_{m_1\sigma_1}(s)\, a^+_{m_2\sigma_2}(s)\, a_{m_2'\sigma_2}(s)\, a_{m_1'\sigma_1}(s), \tag{I}$$

где N - число уровней, $\sigma = \pm 1$ характеризует направление спина, $a^+_{m\sigma}$, $a_{m\sigma}$ - операторы рождения и поглощения протона. $E(s,m) = E(s,-m)$ - энергия протона в состоянии s , m ,

- параметр, играющий роль химического потенциала, в нормальном состоянии он равен энергии поверхности Ферми. Функция $J(s|m_1,m_2;m_1',m_2')$ является действительной и обладает следующими свойствами:

$$J(s|m_1,m_2;m_1',m_2') = J(s|m_1',m_2';m_1,m_2), \tag{2}$$

$$J(s|m_1,m_2;m_1',m_2') = J(s|-m_1,-m_2;-m_1',-m_2').$$

Совершим линейное каноническое преобразование ферми-амплитуд

$$a_{\sigma m,\sigma}(s) = u_m(s)\,\alpha_{m,-\sigma}(s) + \sigma\, v_m(s)\,\alpha^+_{m\sigma}(s), \tag{3}$$

для того, чтобы оно не нарушало коммутационных свойств их, необходимо, чтобы выполнялось условие

$$\eta_m(s) = u_m(s)^2 + v_m(s)^2 - 1 = 0 \tag{4}$$

Определим новое вакуумное состояние C_0

$$\alpha_{m\sigma} C_0 = 0 \tag{5}$$

и найдем среднее значение H по новому вакуумному состоянию, а именно:

$$\overline{H} = \langle C_0^* H C_0 \rangle =$$

$$= 2\sum_{s,m}\left\{E(s,m) - E_F\right\} v_m(s)^2 +$$

$$+\frac{1}{N}\sum_{\substack{s,m,m'\\ m\neq m'}}\Big\{ J(s|m,-m;m',-m')\,u_m(s)\,v_m(s)\,u_{m'}(s)\,v_{m'}(s) -$$

$$- J(s|m,m';m',m)\,v_m(s)^2\,v_{m'}(s)^2\Big\} \equiv \mathcal{E}(u,v). \tag{6}$$

Определим функции $U_m(s)$, $V_m(s)$ из условия минимума формы $\mathcal{E}(u,v)$ при наличии дополнительного условия (4). Соответствующее уравнение стационарности будет

$$\delta \tilde{\mathcal{E}}(u,v) = \delta \left\{ \mathcal{E}(u,v) + \sum_{s,m} \lambda_m(s)\, \eta_m(s) \right\} = 0, \tag{7}$$

где $\lambda_m(s)$ – множитель Эйлера, вариации $\delta U_m(s)$, $\delta V_m(s)$ рассматриваются как независимые. В результате получаем

$$\begin{aligned} &\Xi_m(s)\, U_m(s)\, V_m(s) + \\ &+ \frac{U_m(s)^2 - V_m(s)^2}{2N} \sum_{m'} J(s|m,-m;m',-m')\, U_{m'}(s)\, V_{m'}(s) = 0, \end{aligned} \tag{8}$$

где

$$\Xi_m(s) = E(s,m) - E_F - \frac{1}{N} \sum_{m'} J(s|m,m';m',m)\, V_{m'}(s)^2 . \tag{9}$$

Для $U_m(s)$, $V_m(s)$, удовлетворяющих (8), $\mathcal{E}(u,v)$ дают энергию основного состояния. Уравнение (8) допускает решение

$$\begin{aligned} U_m(s) &= 1 - \theta_F(s,m), \\ V_m(s) &= \theta_F(s,m), \end{aligned} \tag{10}$$

которое соответствует нормальному состоянию. Функция $\theta_F(s,m) = 1$ если $E(s,m) < E_F$ и $\theta_F(s,m) = 0$, если $E(s,m) > E_F$.

Для решения (8) введем новую неизвестную функцию

$$C_m(s) = \frac{1}{N} \sum_{m'}{}' J(s|m,-m;m',-m')\, U_{m'}(s)\, V_{m'}(s) ,$$

связанную с $U_m(s)$ и $V_m(s)$ следующим образом:

$$U_m(s)^2 = \frac{1}{2}\left[1 + \frac{\Xi_m(s)}{\tilde{\mathcal{E}}_m(s)}\right], \qquad V_m(s)^2 = \frac{1}{2}\left[1 - \frac{\Xi_m(s)}{\tilde{\mathcal{E}}_m(s)}\right], \tag{II}$$

$$U_m(s)\,V_m(s) = \frac{1}{2}\sqrt{1 - \frac{\Xi_m(s)^2}{\tilde{\mathcal{E}}_m(s)^2}}, \qquad U_m(s)\,V_m(s) = -\frac{1}{2}\,\frac{C_m(s)}{\tilde{\mathcal{E}}_m(s)},$$

$$\tilde{\mathcal{E}}_m(s) = \sqrt{C_m(s)^2 + \Xi_m(s)^2}\,. \tag{I2}$$

Для $C_m(s)$ получаем следующее уравнение:

$$C_m(s) = -\frac{1}{N}\sum_{m'} J(s|m,-m;m',-m')\,\frac{C_{m'}(s)}{\sqrt{C_{m'}(s)^2 + \Xi_{m'}(s)^2}} \tag{I3}$$

Рассмотрим взаимодействие протонов, находящихся на внешней оболочке, характеризуемой $s = s_0$, энергия протонов $E(s_0,m)$ на которой близка к энергии поверхности Ферми, т.е.

$$E_F - \Delta_1 \leqslant E(s_0,m) \leqslant E_F + \Delta_2\,,$$

$$\Delta_1 \ll E_F\,, \qquad \Delta_2 \ll E_F\,.$$

Перейдем в (I3) от суммы к интегралу и получим

$$C_m(s_0) = -\frac{1}{2}\int_{m_1}^{m_2} dm'\,\rho_0(m')\,J(s_0|m,-m;m',-m')\,\frac{C_{m'}(s_0)}{\sqrt{C_{m'}(s_0)^2 + \Xi_m(s_0)^2}}\,, \tag{I3'}$$

где $\rho_0 = \frac{dn}{dm'}$ – плотность уровней, $E(s_0, m_1) = E_F - \Delta_1$, $E(s_0, m_2) = E_F + \Delta_2$, $E(s_0, m_0) = E_F$. Для того, чтобы получить асимптотическую форму решения (I3') при малых J, перейдем к приближенному уравнению

$$C_m(s_0) = C_{m_0}(s_0) \cdot \ln \frac{C_{m_0}(s_0)}{\mu} \cdot \frac{\rho_0(m_0)}{\left\{\frac{d\Xi_{m'}(s_0)}{dm'}\right\}_{m'=m_0}} J(s_0|m_1-m; m_0, -m_0) + \tag{I4}$$

$$+ \frac{1}{2}\int_{m_1}^{m_2} dm' \ln \frac{|E(s_0,m') - E_F|}{\mu} \cdot \frac{d}{dm'}\left[J(s_0|m_1-m; m', -m') C_{m'}(s_0) \frac{\rho_0(m')}{\frac{d\Xi_{m'}(s_0)}{dm'}}\right],$$

которое при малых J асимптотически совпадает с (I3'), здесь μ – масса протона. Приближенное решение (I4) при малых $C_m(s_0)$ найдем в следующем виде[6]

$$C_m(s_0) = \omega \frac{J(s_0|m_1-m; m_0, -m_0)}{J(s_0|m_0, -m_0; m_0, -m_0)} e^{\frac{1}{G}}, \tag{I5}$$

$$G = J(s_0|m_0, -m_0; m_0, -m_0) \frac{\rho_0(m_0)}{\left\{\frac{d\Xi_{m'}(s_0)}{dm'}\right\}_{m'=m_0}}, \tag{I6}$$

$$\ln\frac{\omega}{\mu} = \int_{m_1}^{m_2} dm' \frac{\left\{\frac{d\Xi_m(s_0)}{dm}\right\}_{m=m_0}}{\rho_0(m_0)} \cdot \ln \frac{|E(s,m') - E_F|}{\mu} \cdot$$

$$\cdot \frac{d}{dm'}\left[J(s_0|m_1-m; m', -m') C_{m'}(s_0) \frac{\rho_0(m')}{\frac{d\Xi_{m'}(s_0)}{dm'}}\right]. \tag{I7}$$

Из проведенных вычислений видно, что для получения асимптотически сверхтекучего состояния атомного ядра из всего взаимодействия $J(s|m_1,m_2;m_1',m_2')$ протонов, находящихся на одной и той же оболочке, существенна лишь небольшая часть ее, а именно: $J(s_0|m,-m;m',-m')$, т.е. существенны лишь взаимодействия протонов с равными и противоположными проекциями момента на ось симметрии ядра. Остальную часть взаимодействий протонов на оболочке следует учитывать по теории возмущений. Поэтому дальнейшие исследования будем проводить с взаимодействием $J(s|m,-m;m',-m')$, которое обозначим так: $J(s|m,-m;m',-m') \equiv$ $\equiv J(s|m,m')$.

§ 3. Основные и возбужденные состояния

Учитывая слабые взаимодействия находящихся на одной и той же оболочке протонов (или нейтронов) с равными и противоположными значениями проекции момента на ось симметрии ядра, вычислим энергию возбужденного состояния. В рассматриваемом приближении $\Xi_m(s)$ принимает значение $E(s,m)-E_F$, а $\tilde{\mathcal{E}}_m(s)$ переходит в $\mathcal{E}_m(s)=\sqrt{\{E(s,m)-E_F\}^2+C_m(s)^2}$. Выражение $\rho_0(m')\Big/\frac{d\Xi_{m'}(s)}{dm'}$ становится равным $\rho(E)=\frac{dn}{dE}$, которое при $s=s_0$, $m=m_0$ является плотностью уровней вблизи поверхности Ферми. Далее запишем выражение для $C_m(s_0)$ в следующем виде:

$$C_m(s_0)=\omega\,\frac{J(s_0|m,m_0)}{J(s_0|m_0,m_0)}\,e^{\frac{1}{G}}, \qquad (15')$$

где $\quad G = J(s_0|m_0, m_0)\,\rho(E_F)\,,$ (I6')

$$\ln\frac{\omega}{\mu} = \int\limits_{m_1}^{m_2}\frac{dm'}{\rho(E_F)}\,\ln\frac{|E(s_0,m')-E_F|}{\mu}\cdot\frac{d}{dm'}\left[J(s_0|m,m')\,C_{m'}(s_0)\,\rho(E')\right]. \tag{I7}$$

Вычисляя среднюю энергию в возбужденном состоянии $C_1 = \alpha^+_{m_0}C_s = \alpha^+_{m_1}C_s$ (в дальнейшем $\alpha_{m_0} = \alpha_{m-}$; $\alpha_{m_1} = \alpha_{m+}$), получим

$$\langle C_s^*\,\alpha_{m_1}(s)\,H\,\alpha^+_{m_1}(s)\,C_s\rangle =$$

$$= 2\sum_{m'}\left\{E(s,m')-E_F\right\}v_{m'}(s)^2 + \left\{E(s,m)-E_F\right\}\left\{u_m(s)^2 - v_m(s)^2\right\}^2 +$$

$$+\frac{1}{N}\sum_{m'm''}J(s|m',m'')\,u_{m'}(s)\,v_{m'}(s)\,u_{m''}(s)\,v_{m''}(s) -$$

$$-\frac{2}{N}\sum_{m'}J(s|m,m')\,u_{m'}(s)\,v_{m'}(s)\,u_m(s)\,v_m(s)\,. \tag{I8}$$

Разность $\Delta E'$ между энергиями в состояниях C_1 и C_0 находим в виде

$$\Delta E'_m(s) = \langle C_s^*\,\alpha_{m_1}(s)\,H\,\alpha^+_{m_1}(s)\,C_s\rangle - \langle C_s^*\,H\,C_s\rangle = \mathcal{E}_m(s)\,. \tag{I9}$$

Следует заметить, что $C_1 = \alpha^+_{m_0}C_0$ является суперпозицией состояний с нечетным числом частиц. Поэтому, чтобы избежать перехода от четно-четного ядра к нечетному ядру, следует проводить вычисления с возбужденным состоянием $C_2 = \alpha^+_{m_1} \alpha^+_{m_0} C_s$.

Вычисляя разность ΔE^I между энергией первого возбужденного и основного сверхтекучего состояния четно-четного ядра, находим[7], что

$$\Delta E^I_m(s) = \langle C_s^* \alpha_{m_0}(s) \alpha_{m_1}(s) H \alpha^+_{m_1}(s) \alpha^+_{m_0}(s) C_s \rangle - \qquad (20)$$

$$- \langle C_s^* H C_s \rangle = 2\, \varepsilon_m(s) ,$$

а при $s = s_0$, $m = m_0$

$$\Delta E^I_{m_0}(s_0) \approx 2\omega\, e^{-\frac{1}{G}} . \qquad (20')$$

Отсюда видно, что первое возбужденное состояние отделено от основного состояния щелью (20'). Следует заметить, что в нечетных ядрах энергетическая щель не должна появится, так как при возбуждении будут наблюдаться переходы между состояниями внутри внешней оболочки не имеется также энергетической щели при возбуждении нормального состояния как в четно-четных, так и в нечетных ядрах. Разность ΔE между сверхтекучим и нормальным состояниями получим в виде[7]:

$$\Delta E_m(s) = \langle C_s^* H C_s \rangle - \langle C_n^* H C_n \rangle =$$

$$= -\frac{1}{2} \varepsilon_m(s) - \frac{1}{2} \frac{\{E(s,m) - E_F\}^2}{\varepsilon_m(s)} + \{E(s,m) - E_F\}\{1 - 2\,\theta_F(s,m)\} . \qquad (21)$$

причем при $s = s_0$, $m = m_0$

$$\Delta E_{m_0}(s_0) = -\frac{1}{2} C_{m_0}(s_0) . \qquad (21')$$

Отсюда видно, что сверхтекучее состояние является энергетически более выгодным и отделено от нормального состояния щелью.

Таким образом, взаимодействия находящихся на одной и той же оболочке протонов с равными и противоположными проекциями момента приводят к появлению сверхтекучего состояния атомного ядра. Наличие энергетической щели между первым возбужденным и основным сверхтекучим состояниями подтверждают соображения А.Бора, Моттельсона и Пинеса [2] о возможности объяснения таким путем энергетической щели в тяжелых четно-четных ядрах.

§ 4. Условия появления сверхтекучего состояния атомного ядра

С помощью вариационного принципа Боголюбова можно получить также условия появления сверхтекучего состояния системы. В [8] дан метод исследования условия сверхтекучести ядерной материи, а в [5] показано, что ядерная материя обладает свойством сверхтекучести, если преобладают силы притяжения при энергии поверхности Ферми. Исследуем условия появления сверхтекучего состояния в принятой нами модели описания свойств ядра.

Для того, чтобы решить вопрос о том, при каких условиях энергия нормального состояния C_n не будет минимальной и, следовательно, появится сверхтекучее состояние C_s, найдем вторую вариацию от $\mathcal{E}(u,v)$ при выполнении условия (4), т.е.

$$\delta^2 \widetilde{\mathcal{E}}(u,v) = \delta^2 \left\{ \mathcal{E}(u,v) + \sum_{s,m} \lambda_m(s)\, \eta_m(s) \right\}. \qquad (22)$$

Если выражение (22) будет меньше нуля для решения, соответствующего нормальному состоянию C_n, то это означает, что основным, энергетически более выгодным будет сверхтекучее состояние C_s. В результате вычислений получаем, что сверхтекучее состояние атомного ядра существует в том случае, когда имеются решения уравнения

$$2\left|E(s_0,m)-E_F\right|\psi_m(s_0)+\frac{1}{N}\sum_{m'}{}' J(s_0|m,m')\,\psi_{m'}(s_0)=E\,\psi_m(s_0) \tag{23}$$

с отрицательными собственными значениями $E=-2\delta$, $\delta>0$.

Исследуем асимптотические решения (23) при стремлении J к нулю, когда E также стремится к нулю, оставаясь отрицательной. Полагаем

$$\psi_m(s)=\frac{\theta_m(s)}{\left|E(s,m)-E_F\right|^2+\delta},$$

переходим от суммирования к интегрированию и получим

$$2\theta_m(s_0)+\int_{m_1}^{m_2}dm'\,\rho_0(m')\,J(s_0|m,m')\,\frac{\theta_{m'}(s_0)}{\left|E(s_0,m')-E_F\right|+\delta}=0. \tag{24}$$

Принимая во внимание, что при $\delta\to 0$ интеграл в (24) становится логарифмически расходящимся вблизи поверхности Ферми, перейдем к рассмотрению приближенного уравнения

$$\theta_m(s_0)+\ln\frac{c\Delta}{\delta}\cdot\rho(E_F)\,J(s_0|m,m_0)\,\theta_{m_0}(s_0)-$$

$$-\frac{1}{2}\int_{m_1}^{m_2}dm'\,\ln\frac{\left|E(s_0,m')-E_F\right|}{\mu}\cdot\frac{d}{dm'}\left[J(s_0|m,m')\,\rho(E')\,\theta_{m'}(s_0)\right]=0, \tag{25}$$

которое при малых J асимптотически совпадает с (24), в (25) $\Delta = \Delta_1 = \Delta_2 \gg \delta$. Введем новую функцию

$$f_m(s_0) = \frac{\theta_m(s_0)}{\theta_{m_0}(s_0)} \; \frac{1}{\ln\frac{\Delta}{\delta}} \,,$$

причем $$f_{m_0}(s_0) = \frac{1}{\ln\frac{\Delta}{\delta}} > 0 \,.$$

Уравнение для $f_m(s_0)$ в точке $m=m_0$ получим в следующем виде:

$$f_{m_0}(s_0) + \rho(E_F)\, J(s_0|m_0,m_0) -$$

$$-\frac{1}{2}\int_{m_1}^{m_2} dm' \,\ln\frac{|E(s_0,m')-E_F|}{\mu}\cdot\frac{d}{dm'}\left[J(s_0|m_0,m')\,\rho(E')\,f_{m'}(s_0)\right] = 0 \qquad (26)$$

При стремлении J к нулю уравнение (26) имеет решение в том случае, если

$$\rho(E_F)\, J(s_0|m_0,m_0) < 0 \,. \qquad (27)$$

Действительно $f_{m_0}(s_0) > 0$, а последний член в (26) является величиной более высокого порядка малости, если $J(s_0|m_0,m')$ не меняется быстро в интервале m' от m_1 до m_2. Поскольку плотность уровней $\rho(E_F) > 0$, то условие сверхтекучести атомного ядра получаем в следующем виде:

$$J(s_0|m_0,m_0) < 0 \,. \qquad (27')$$

т.е. между протонами, находящимися на одной и той же оболочке должны преобладать силы притяжения.

§ 5. Температура фазового перехода

Для определения критической температуры фазового перехода ядра от сверхтекучего состояния к нормальному воспользуемся статистическим вариационным принципом [9]. Статистический вариационный принцип, пригодный для определения термодинамических величин как при нулевой, так и при отличных от нуля температурах, является обобщением вариационного принципа, предложенного Боголюбовым [3].

В результате вычислений получаем, что сверхтекучее состояние атомного ядра при температуре θ отличной от нуля существует в том случае, когда имеются решения уравнения

$$2\left|E(s,m)-E_F\right| \operatorname{cth}\frac{\left|E(s_0,m)-E_F\right|}{2\theta}\,\varphi_m(s_0) + \\ + \frac{1}{N}\sum_{m'}{}' J(s_0|m,m')\,\varphi_{m'}(s_0) = E\,\varphi_{m'}(s_0) \tag{28}$$

с отрицательными собственными значениями $E < 0$. Легко видеть, что при $\theta = 0$ уравнение (28) переходит в уравнение (23). Если собственное значение $E > 0$, то устойчивым является нормальное состояние. Если при $\theta = 0$ существует сверхтекучая фаза, то при повышении температуры θ будет увеличиваться также E. При переходе из сверхтекучей фазы в нормальную при критической температуре θ_0 собственное значение E должно обращаться в нуль. Отсюда получаем уравнение для определения критической температуры, а именно:

$$2\left|E(s_0,m)-E_F\right| \operatorname{cth}\frac{\left|E(s_0,m)-E_F\right|}{2\theta_0}\,\varphi_m(s_0) + \\ + \frac{1}{N'}\sum_{m'}{}' J(s_0|m,m')\,\varphi_{m'}(s_0) = 0. \tag{29}$$

Учитывая, что $\left| E(s_0 m) - E_F \right|$ довольно мало, и переходя от суммы к интегралу, получим приближенное уравнение

$$\psi_m(s_0) + \frac{1}{4\theta_0} \int_{m_1}^{m_2} dm' \rho_0(m') J(s_0|m,m') \psi_{m'}(s_0) = 0 \tag{30}$$

Для того, чтобы (30) имело отличное от нуля решение, необходимо, чтобы детерминант $\mathcal{D}$ был равен нулю. Из уравнения $\mathcal{D} = 0$, учитывая слабость взаимодействия, получаем выражение для температуры фазового перехода

$$\theta_0 = -\frac{1}{4} \int_{m_1}^{m_2} dm' \rho_0(m') J(s_0|m',m') \tag{3I}$$

или

$$\theta_0 \approx -\frac{1}{4} \bar{\rho}_0 \bar{J} \tag{3I'}$$

§ 6. Грубое приближение

В разделе 2 мы получили асимптотическую форму решения основного уравнения (I3). Рассмотрим два более грубых приближенных решения этого уравнения.

Несколько упростим уравнение (I3') и запишем его в следующем виде:

$$C_m(s_0) = -\frac{1}{2}\int\limits_{E_F-\Delta}^{E_F+\Delta} dE' \rho(E') J(s_0|m,m') \cdot \frac{C_{m'}(s_0)}{\sqrt{C_{m'}(s_0)^2 + (E'-E_F)^2}} . \qquad (32)$$

Считаем, что $\rho(E')$ и $J(s_0|m,m')$ слабо зависят от E' и вынесем их за знак интеграла, в этом случае $C_{m'}(s)$ будет зависеть только от s. В результате получим

$$1 = -\frac{1}{2}\bar{\rho}\,\bar{\bar{J}}\int\limits_{E_F-\Delta}^{E_F+\Delta} dE' \frac{C(s_0)}{\sqrt{C(s_0)^2 + (E'-E_F)^2}} . \qquad (33)$$

Принимая во внимание, что $C(s_0) \ll \Delta$, найдем, что

$$C(s_0) = 2\Delta\, e^{\frac{1}{\bar{\rho}\bar{\bar{J}}}} . \qquad (34)$$

В этом случае

$$\mathcal{E}_m(s_0) = \sqrt{\{E(s_0,m) - E_F\}^2 + 4\Delta^2 e^{\frac{2}{\bar{\rho}\bar{\bar{J}}}}}$$

при $\bar{\bar{J}} \to 0$ $\qquad \mathcal{E}_m(s_0) \sim \Delta\, e^{\frac{1}{\bar{\rho}\bar{\bar{J}}}}$.

Таким образом, в этом грубом приближении также имеется щель между возбужденным и основным сверхтекучим состояниями, а также между сверхтекучим и нормальным состояниями. Условие сверхтекучести в этом случае сводится к требованию $\bar{\bar{J}} < 0$, а температура фазового перехода определяется формулой (3I').

В качестве другого грубого приближения рассмотрим случай, когда $E(s,m)$ не зависит от m, т.е. имеется вырождение по квантовому числу m. Тогда для оболочки $s = s_0$ имеем $E(s_0) = E_F$ и из уравнения (I3) получим, что

$$C_m(s_0) = -\frac{1}{N}\sum_{m'} J(s_0|m,m') ; \qquad (35)$$

далее $\quad U_m(s_0)^2 = V_m(s_0)^2 = \frac{1}{2} \quad , \quad \mathcal{E}_m(s) = C_m(s_0)$.

В этом случае расстояние между возбужденным и основным сверхтекучим состояниями будет пропорционально J .

§ 7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Мы рассмотрели довольно идеализированную модель атомного ядра, которая является весьма неполной и страдает многими недостатками. Аналогичные вычисления можно провести и для других моделей ядра, в которых учитываются взаимодействия всех нуклонов. Учет $n-p$ взаимодействий, наряду с $p-p$ и $n-n$ взаимодействиями, как показано в[5] для случая ядерной материи, ведет к большим усложнениям и требует модификации математического аппарата.

Полученные результаты подтверждают соображения, данные в[8,2], об имеющейся физической аналогии между ферми-системами металла и ядра и иллюстрируют плодотворность применения математических методов, развитых в теории сверхпроводимости[1] для изучения свойств атомного ядра[x].

В заключение выражаю глубокую благодарность Н.Н.Боголюбову за постоянный интерес к работе и весьма ценные замечания.

---

x) После того, как данная работа была полностью подготовлена к печати, мне стал известен препринт Беляева[10], где методом[1], но несколько иным путем, чем в данной статье, получены некоторые сходные результаты.

ЛИТЕРАТУРА

I. Н.Н.Боголюбов, В.В.Толмачев, Д.В.Ширков "Новый метод в теории сверхпроводимости" Изд-во АН СССР, I958.

2. A.Bohr, B.R.Mottelson, D.Pines, Phys. Rev., (в печати).

3. Н.Н.Боголюбов, ДАН СССР II9, 244 (I958).

4. В.А.Фок, Zs.f.Phys. 6I, I26 (I930).

5. В.Г.Соловьев ДАН СССР (в печати).

6. В.Г.Соловьев ДАН СССР (в печати).

7. В.Г.Соловьев ЖЭТФ (в печати).

8. Н.Н.Боголюбов ДАН СССР II9, 52 (I958).

9. И.А.Квасников, В.В.Толмачев ДАН СССР I20, 273 (I958).

I0. С.Т.Беляев (препринт).

x x

x