24/VI-65

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

Р-2144

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

А.Н. Лезнов

ОБ УСЛОВИИ МАКРОПРИЧИННОСТИ В НЕЛОКАЛЬНОЙ ТЕОРИИ ПОЛЯ

ЖЭТФ, 1965, т 49, в 3, с.784-786

1965

Р-2144

А.Н. Лезнов

ОБ УСЛОВИИ МАКРОПРИЧИННОСТИ В НЕЛОКАЛЬНОЙ ТЕОРИИ ПОЛЯ

Показано, что известный вывод работы [1] о невозможности совмещения в нелокальной теории поля условий макропричинности и унитарности обязан неудачному выбору антиэрмитовой части вершинной диаграммы. Обсуждается выполнимость критерия макропричинности в определенном классе нелокальных теорий (НТП).

1. Согласно [1] матричный элемент процессов рассеяния m начальных частиц в n конечных состоит из членов вида:

$$\int d^4x_1 \dots d^4x_n \exp i\,(k_1x_1 + \dots + k_nx_n)\tilde{D}^{\circ}(x_1 \dots x_n)V_1(x_1)\dots V_n(x_n), \qquad (1)$$

$V_1(x_1)$ – четырехмерные области с достаточно гладкими границами.

Условие макропричинности, принятое в [1], состоит в требовании, чтобы взаимодействие за макроскопические времена осуществлялось квантами положительной энергии (ср. [2]). Математически это эквивалентно разбиению $\tilde{D}^{\circ}$ в области $x_1^0, \dots x_t^0 \gg x_{t+1}^0 \dots x_n^0$ на две части:

"короткодействующую" Δ° со свойствами

$$\lim T^p \int d^4x_1 \dots d^4x_n \exp i\,(k_1x_1 + \dots)\Delta^{\circ}(x_1 \dots)V_1(x_1)\dots V_n(x_n) \to 0, \qquad (2)$$

$$T \approx (x_1^0 - x_{t+1}^0) \approx \dots (x_1^0 - x_n^0) \to \infty, \quad p - \text{произвольно},$$

и часть D°, обладающую "правильными" спектральными свойствами:

$$D^{\circ}(x_1 \dots x_n) \approx \int d^4k_1 \dots d^4k_n\, \theta(k_{t+1}^0 + k_n^0)\, D^{\circ}(k_1 \dots k_n) \exp i(k_1x_1 + \dots) \qquad (3)$$

$$x_1^0, x_2^0, \dots x_t^0 \gg x_{t+1}^0, \dots x_n^0 .$$

Как показано в [3], достаточным условием "короткодействия" является отсутствие близких особенностей у фурье-образа формфактора в плоскости комплексного переменного p. Отсюда вытекает, что для выполнения (2,3) достаточно потребовать отсутствия близких нефайнмановских особенностей у матричных элементов S-матрицы.

2. Построение S-матрицы проводится в [1] методом Штюкельберга-Боголюбова: мнимые части коэффициентных функций разложения S по in-операторам определяются условием унитарности; действительные – условием макропричинности. Матричный элемент 1 порядка имеет вид:

$$ie\int d^4x_1 d^4x_2 d^4x_3 \Gamma(x_1,x_2;x_3) u^*_\mu(x_1) u_\mu(x_2) \phi_\kappa(x_3);$$

u_μ – скалярное заряженное поле массы μ , ϕ_κ – нейтральное поле массы κ . Требования унитарности, лоренцевой и трансляционной инвариантности и макропричинности ограничивают допустимый класс формфакторов:

$$\Gamma(p_1 p_2;k) \equiv \Gamma(p_1^2,p_2^2;k^2), \quad \Gamma^*(p_1^2,p_2^2;k^2) = \Gamma(p_2^2,p_1^2;k^2);$$

$\Gamma(p_1^2,p_2^2;k^2)$ не имеет близких особенностей.

Мнимые части матричных элементов процессов рассеяния в поляризации вакуума 2-го порядка определяются условием унитарности:

$$\operatorname{Im} S^{\text{рас}} \approx \delta(t-\kappa^2),$$

$$\operatorname{Im} S^{\text{вак.}} \approx \theta(k^2-4\mu^2)\sqrt{1-\frac{4\mu^2}{k^2}}\,|\Gamma(\mu^2,\mu^2;k^2)|^2;$$

t – переданный импульс, k – квадрат импульса поля ϕ , $\Gamma(\mu^2,\mu^2,k^2) \equiv \Lambda(k^2)$. Условие макропричинности позволяет восстановить реальные части:

$$S^{\text{рас}} \approx \frac{F(t)}{t-\kappa^2+i\kappa},$$

$$S^{\text{вак.}} \approx \int_{4\mu^2}^{\infty} \frac{dM^2\sqrt{1-\frac{4\mu^2}{M^2}}\,|\Gamma(\mu^2,\mu^2;M^2)|^2}{k^2-M^2+i\epsilon} + \phi(k^2);$$

$F(t)$, $\phi(k^2)$ – действительные функции без близких особенностей.

Мнимая часть вершинной диаграммы 3-го порядка по каналу нейтральной частицы имеет вид:

$$\operatorname{Im} S^3 \approx \Lambda(p_1^2)\Lambda(p_2^2)\Lambda(k^2)\theta(k^2-4\mu^2)\frac{1}{\sqrt{\Phi}}\{4\int_{A_2}^{A_1}\frac{F(t)-1}{t}\,dt + \int_{A_2}^{A_1}\frac{dt}{t}\},$$

$$\Phi \equiv (p_1^2+p_2^2-k^2)^2 - 4p_1^2p_2^2; \quad A_{1,2} \equiv p_1^2+p_2^2-k^2+2(\kappa^2-\mu^2) \pm \sqrt{\left(1-\frac{4\mu^2}{k^2}\right)\Phi}; \tag{4}$$

разбиение интеграла в (4) на две части проведено, так же как и в /1/, так, что 2-й член совпадает с соответствующим локальным выражением, реальная часть которого может быть выбрана совпадающей с локальным выражением. Реальная часть, соответствующая 1-му члену в (4), должна быть подобрана так, чтобы близкий разрез от $4\mu^2$ до ∞ обходился файнмановским способом, т.е.

$$S^3 \approx \Lambda(p_1^2)\Lambda(p_2^2)\int_{4\mu^2}^{\infty} \frac{d\mu^2 \Lambda(M^2) F(p_1^2, p_2^2; M^2)}{k^2 - M^2 + i\epsilon},$$

$$F = \frac{1}{\sqrt{\Phi}} \int_{A_2}^{A_1} \frac{F(t)-1}{t}\, dt\,. \qquad (5)$$

Из (5) следует, что при указанном способе подбора реальной части вершинная диаграмма 3-го порядка не содержит близких нефайнмановских особенностей, откуда вытекает выполнение достаточного условия макропричинности.

3. В /4/ доказана применимость редукционной формулы Лемана, Симанзика, Циммермана в целом классе НТП. Матричный элемент процесса (1) может быть записан в виде:

$$\langle m|s|n\rangle \approx \int d^4x_1 \dots d^4x_n \exp i(k_1x_1 + \dots) K_{x_1} \dots K_{x_n} \langle 0|T(A(x_1)\dots A(x_n))|0\rangle \;;$$

$A(x)$- операторы интерполирующего поля, $K_x = \Box - \mu^2$.

Рассмотрим подинтегральную функцию в (6) в области $x_1^0, \dots x_t^0 \gg x_{t+1}^0, \dots x_n^0$ и найдем ее фурье-образ:

$$\tilde{D}^0(k_1 \dots k_n) \approx \int d^4x_1 \dots d^4x_n \exp i(k_1x_1 + \dots) K_{x_1} \dots K_{x_n} \langle 0|T(A(x_1)\dots A(x_t))\, T(A(x_{t+1}\dots A(x_n))|0\rangle$$

$$= \sum_n \int d^4x_1 \dots d^4x_n \exp i(k_1x_1 + \dots) K_{x_1} \dots K_{x_n} \langle 0|T(A(x_1)\dots A(x_t)|n\rangle\langle n|T(A(x_{t+1})\dots A(x_n)|0\rangle\,.$$

Используя трансляционную инвариантность и положительность энергии в промежуточных состояниях, легко прийти к выводу, что последнее выражение содержит $\delta(E_n - k_{t+1}^0 \dots - k_n^0)$, откуда вытекает, что фурье-образ $\tilde{D}^0$ содержит только такие частоты, что $k_{t+1}^0 + \dots + k_n^0 \geq 0$. Сопоставляя этот результат с (2,3), приходим к выводу, что условие макропричинности оказывается выполненным.

В заключение автор выражает глубокую благодарность Д.А.Киржницу за постоянный интерес и многочисленные дискуссии в процессе написания этой заметки.

Литература

1. E.C.Stuekelberg, G.Wanders, Helv. Phys. Acta., 27, 667 (1954).
2. M.Fierz. Helv. Phys. Acta., 23, 731 (1950).
3. M.Chretein, R.Peirls. Nuovo Cimento, 10, 668 (1953).
4. Л.В.Прохоров. ЖЭТФ, 43, 476 (1962).

Рукопись поступила в издательский отдел
28 апреля 1965 г.