ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Р-2141

Н.Н. Боголюбов, В.А. Матвеев, Нгуен Ван Хьеу,
Д.Стоянов, Б.В.Струминский, А.Н.Тавхелидзе,
В.П. Шелест

РЕЛЯТИВИСТСКИ-ИНВАРИАНТНЫЕ УРАВНЕНИЯ ДЛЯ СОСТАВНЫХ ЧАСТИЦ И ФОРМФАКТОРЫ

II

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

1965

3189/1, кр.

P-2141

Н.Н. Боголюбов, В.А. Матвеев, Нгуен Ван Хьеу,
Д.Стоянов, Б.В. Струминский, А.Н. Тавхелидзе,
В.П. Шелест

РЕЛЯТИВИСТСКИ-ИНВАРИАНТНЫЕ УРАВНЕНИЯ ДЛЯ СОСТАВНЫХ ЧАСТИЦ И ФОРМФАКТОРЫ

II

§ 1. Введение

В нашей предыдущей работе [1] были получены релятивистски-инвариантные уравнения для составных частиц. Мезоны, рассматривавшиеся как связанные состояния кварка и антикварка, в присутствии слабого внешнего электромагнитного поля описывались уравнением:

$$(p^2 - m^2)\,\phi_A^B = \int dk\; f(k^2)\left[\Gamma^{A'}_{A(k,p)}\,\phi^B_{A'(p-k)} + \bar{\Gamma}^B_{B'(k,p)}\,\phi^{B'}_{A(p-k)}\right], \tag{1.1}$$

где

$$\Gamma_A^{A'} = 2[\,p\,A(k)\,e + e\,\hat{k}\,\hat{A}\,]_A^{A'},$$

$$\bar{\Gamma}^B_{B'} = 2[\,p\,A(k)\,e + e\,\hat{A}\,\hat{k}\,]^B_{B'},$$

причем $f(0) = 1$.

Здесь ϕ^A_B – волновая функция мезона как целого, функция $f(k^2)$ определяется волновой функцией относительного движения кварка и антикварка (в нашей модели она просто выражается через четырехмерный потенциал, обуславливающий связанные состояния кварка и антикварка), A, B – двойные индексы: $A = (\alpha, p)$, где α – спинорный индекс, пробегающий значения $\alpha = 1, 2, 3, 4$, p – унитарный индекс, $p = 1, 2, 3$, e – матрица электрического заряда:

$$e = \begin{pmatrix} 2/3 & 0 & 0 \\ 0 & -1/3 & 0 \\ 0 & 0 & -1/3 \end{pmatrix}, \tag{1.2}$$

m – масса мезона. При рассмотрении барионов как связанных состояний трех кварков, в работе [1] было получено также уравнение вида:

$$\begin{aligned}(p^2 - m_N^2)\,\phi_{ABC}(p) = {}& 2\int dk\, F(k^2)(Ap)[\,e_A + e_B + e_C\,]\,\phi_{ABC}(p-k) + \\ &+ 3\int dk\, F(k^2)\,[(e\hat{k}\hat{A})_A + (e\hat{k}\hat{A})_B + (e\hat{k}\hat{A})_C\,]\,\phi_{ABC}(p-k),\end{aligned} \tag{1.3}$$

где ϕ_{ABC} – волновая функция бариона как целого. Функция $F(k^2)$ аналогично мезонному случаю определяется волновой функцией относительного движения трех кварков, образующих барион, m_N – масса бариона.

Целью настоящей заметки является изучение электромагнитных формфакторов для физических частиц и обобщение полученных результатов на случай слабых вершин.

Здесь существенно сделать замечание о пределах применимости физических результатов, полученных на основе уравнений (1.1) и (1.3). Эти уравнения, описывающие соответственно мезоны и барионы, нелокальны. Поэтому рассмотрение этих уравнений (с точки зрения получения вертексов в квантовой электродинамике) справедливо только в том случае, когда квадрат переданного импульса k^2 много меньше параметра обрезания N^2, который входит в определение формфакторов [1] $f(k^2)$ и $F(k^2)$. С другой стороны, эффективная масса мезонов и барионов по порядку величины такова же, что и параметр обрезания. Следовательно, можно ожидать, что формфакторы, вычисленные на основе этих уравнений, правильны в области

$$k^2 \ll m^2 ,$$

где m - масса мезонов или барионов соответственно.

§ 2. Радиационные распады векторных мезонов

Используя уравнение (1.1), можно, как было показано в [1], получить следующее выражение для вершины, описывающей взаимодействие мезонов с электромагнитным полем:

$$
\begin{aligned}
J_\alpha = {} & \frac{p_\alpha}{m} f(k^2) \Big\{ \Big(1+\frac{k^2}{8m^2}\Big)(\bar\phi_\mu \phi_\mu)^e_F - \Big(1+\frac{k^2}{4m^2}\Big)(\bar\phi_5 \phi_5)^e_F - \\
& - \frac{1}{2m^2}\Big(k_\mu k_\nu - \frac{1}{4} g_{\mu\nu} k^2\Big)(\bar\phi_\mu \phi_\nu)^e_F \Big\} + \frac{k_\mu}{m} f(k^2)[\bar\phi_\mu \phi_\alpha - \bar\phi_\alpha \phi_\mu]^e_F + \\
& + \frac{1}{m^2} \epsilon_{\alpha\beta\sigma\rho}\, p_\sigma k_\rho [\bar\phi_\beta \phi_5 - \bar\phi_5 \phi_\beta]^e_D ,
\end{aligned}
\qquad (2.1)
$$

где

$$(\bar\phi \phi)^e_F = \bar\phi^p_{q'} \phi^{q'}_q e^q_p - \bar\phi^p_{q'} e^{q'}_q \phi^q_p ,$$

$$(\bar\phi \phi)^e_D = \bar\phi^p_{q'} \phi^{q'}_q e^q_p + \bar\phi^p_{q'} e^{q'}_q \phi^q_p .$$

Из выражения (2.1) для вершины мы получаем:

$$g^V_E = e f(k^2)\Big(1+\frac{k^2}{8m^2}\Big), \qquad (2.2)$$

$$g^P_E = e f(k^2)\Big(1+\frac{k^2}{4m^2}\Big), \qquad (2.3)$$

$$g^V_Q = \frac{2e}{m^2} f(k^2), \qquad (2.4)$$

$$g^V_M = \frac{e}{m} f(k^2), \qquad (2.5)$$

где $g_E^{V,P}$ – электрические формфакторы векторных и псевдовекторных мезонов, g_M^V – мегнитный формфактор векторных мезонов, а g_Q^V – квадрупольный момент векторных мезонов.

Последний член в формуле (2.1) описывает радиационные распады и фоторождения векторных мезонов. Подставляя в член, ответственный за радиационные распады, известные матрицы для псевдоскалярных и векторных мезонов, получим

$$[\bar{\phi}_5 \phi_\beta]_D^* = \frac{1}{3}[\bar{\pi}^+\rho^+ + \bar{\pi}^-\rho^- + \bar{K}^+K^* + \bar{K}^-K^* - 2\bar{K}^\circ \overset{*}{K^\circ} - 2K^\circ \overset{*}{\bar{K}^\circ}] +$$
$$+[\frac{1}{3}\bar{\pi}^\circ + \frac{1}{\sqrt{3}}\bar{\eta}^\circ + \sqrt{\frac{2}{3}}\bar{X}^\circ]\rho^\circ + [\frac{1}{\sqrt{3}}\bar{\pi}^\circ - \frac{1}{3}\bar{\eta}^\circ]\phi^\circ + \qquad (2,6)$$
$$+[\sqrt{\frac{2}{3}}\bar{\pi}^\circ + \frac{\sqrt{2}}{3}\bar{\eta}^\circ + \frac{2}{3}\bar{X}^\circ]\omega^\circ.$$

Для физических состояний ω – и ϕ –мезонов имеем:

$$\omega = \sqrt{\frac{2}{3}}\,\omega^\circ + \sqrt{\frac{1}{3}}\,\phi^\circ,$$
$$\phi = \sqrt{\frac{1}{3}}\,\omega^\circ - \sqrt{\frac{2}{3}}\,\phi^\circ. \qquad (2.7)$$

Для матричных элементов распадов векторных мезонов имеем выражение:

$$M = -\frac{2e}{m} g_{VP}\, \epsilon_{\alpha\beta\sigma\rho}\, P_\sigma k_\rho A_\alpha \bar{\phi}_5 \phi_\beta, \qquad (2.8)$$

где между константами радиационных распадов векторных мезонов g_{VP} имеются соотношения:

$$g_{\omega\pi^\circ} = 3g_{\rho^\circ\rho^\circ} = \sqrt{3}\,g_{\rho^\circ\eta^\circ} = 3g_{K^{*+}K^+} = 3g_{K^{*-}K^-} =$$
$$= 3\sqrt{3}\,g_{\omega\eta^\circ} = \frac{3\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} g_{\phi\eta^\circ} = -\frac{3}{2} g_{K^{*\circ}K^\circ} = 1. \qquad (2.9)$$

Отсюда, учитывая разность масс мезонов только в фазовом объеме, получим выражения для ширин распадов:

$$\Gamma_{V\to P+\gamma} = \alpha\frac{4}{3} m \left(\frac{m_V^2 - m_P^2}{2m_V^2}\right)^3 g_{VP}^2, \qquad (2.10)$$

где α – постоянная тонкой структуры, а m_V и m_P–массы векторных и псевдовекторных мезонов.

Матричные элементы фоторождения векторных мезонов при распаде тяжелого псевдоскалярного мезона X_0 (960) имеют вид:

$$M = \frac{2e}{m} g_{X_0V}\, \epsilon_{\alpha\beta\sigma\rho}\, P_\sigma k_\rho A_\alpha \bar{\phi}_\beta \phi_5, \qquad (2.11)$$

где g_{X_0V}– константы радиационных распадов X_0–мезона.
Без учета смешивания X_0– и η_0 – мезонов имеем соотношения:

$$g_{X_0\rho_0} = \frac{3}{2} g_{X_0\omega} = \sqrt{\frac{2}{3}}, \qquad (2.12)$$

а для ширин распадов получим выражение

$$\Gamma_{X_0 \to V+\gamma} = 4\alpha \, m_X \left(\frac{m_X^2 - m_V^2}{2m_X^2} \right)^3 g^2_{X_0 V} \; . \tag{2.13}$$

где M_X -масса псевдоскалярного X_0-мезона.

§ 3. Электромагнитные формфакторы барионов

Используя уравнение (1.3), мы можем получить следующее выражение для электромагнитной вершины барионов:

$$\begin{aligned} J_\alpha = 3\{ & - \frac{p_\alpha}{m}\left(1 + \frac{k^2}{4m^2}\right)(\bar\psi_\mu \psi_\mu) + \frac{p_\alpha}{m^3}\left(k_\mu k_\nu - \frac{1}{4} g_{\mu\nu} k^2\right)(\bar\psi_\mu \psi_\nu) + \\ & + \frac{3k_\mu}{2m}(\bar\psi_\mu \psi_\alpha - \bar\psi_\alpha \psi_\mu)\}(d^{pqr} e_p^{p'} d_{p'qr}) F(k^2) + \\ & + \{(1 + \frac{k^2}{4m^2})\frac{p_\alpha}{m}(\bar\psi \psi)^e_F - \frac{1}{4m^2}(\bar\psi r_\alpha \psi)^e_{3D+2F}\} F(k^2) + \\ & + \frac{3}{m^2} \epsilon_{\alpha\beta\sigma\rho} p_\sigma k_\rho \{(\bar\psi_\beta \psi) \bar d^{pqr} e_p^{p'} \epsilon_{p'qs} B_r^s - (\bar\psi \psi_\beta) \epsilon^{pqs} \bar B^2_s e_p^{p'} d_{p'qr}\} F(k^2), \end{aligned} \tag{3.1}$$

где $r_\alpha = 2\epsilon_{\alpha\sigma\rho\lambda} p_\sigma k_\rho \gamma_\lambda \gamma_5$,

d_{pqr} - волновая функция декуплета, а B_r^s - волновая функция октета; ψ_μ - волновая функция частицы со спином 3/2; ψ - волновая функция частицы со спином 1/2. Из выражения (3.1) имеем:

$$G_E^{3/2} = e F(k^2)\left(1 + \frac{k^2}{4m^2}\right), \tag{3.2}$$

$$G_E^{1/2} = e F(k^2)\left(1 + \frac{k^2}{2m^2}\right), \tag{3.3}$$

$$G_M^{3/2} = \frac{3e}{2m} F(k^2), \tag{3.4}$$

$$G_M^{1/2} = \frac{e}{2m} F(k^2)\mu \; ; \quad \mu_p = 3; \quad \mu_n = -2; \quad \mu_{\Sigma^-} = -1, \tag{3.5}$$

$$G_Q^{3/2} = \frac{4e}{m^2}, \tag{3.6}$$

где $G_E^{3/2,\,1/2}$ - электрические формфакторы барионов со спином 3/2 и 1/2 соответственно, $G_M^{3/2,\,1/2}$ - магнитные формфакторы, $G_Q^{3/2}$ - квадрупольный момент. Последняя фигурная скобка в (3.1) описывает процессы фоторождения и радиационного распада резонансов. Для матричных элементов радиационного распада резонансов получаем:

$$M = \frac{6e}{m} g_{d \to b+\gamma} \, \epsilon_{\alpha\beta\sigma\rho} \, p_\sigma k_\rho A_\alpha (\bar\psi \psi_\beta) \, , \tag{3.7}$$

где между константами g_{db} имеют место известные соотношения [2]:

$$g_{\Delta^+ p} = g_{\Delta^0 n} = g_{\Xi^{*0}\Xi^0} = g_{\Sigma^{*+}\Sigma^+} = -\frac{2}{\sqrt{3}} g_{\Sigma^{*0}\Lambda} = 2 g_{\Sigma^{*0}\Sigma^0} = 1 . \tag{3.8}$$

Для определения ширины радиационных распадов получим, учитывая разность масс лишь в фазовом объеме,

$$\Gamma_{d\to b+\gamma} = 3\alpha \frac{M_d^2}{m_b}\left(\frac{m_d^2 - m_b^2}{2m_d^2}\right)^3 \left(1+\frac{m_b}{m_d}\right)^2 g_{db}^2 , \tag{3.9}$$

где M_d – масса соответствующего бариона из декуплета, а m_b – масса бариона из октета.

4. Слабые взаимодействия барионов

Рассмотрим слабые взаимодействия барионов с участием лептонов. Слабые взаимодействия в нашей модели можно ввести аналогично тому, как вводились электромагнитные взаимодействия. Для этого в уравнении (4.2) работы [1] следует произвести замену

$$i\hat{\partial} \to i\hat{\partial} + (\hat{g}_V\gamma_\mu + \hat{g}_A\gamma_\mu\gamma_5)\,\ell_\mu . \tag{4.1}$$

Величины $\hat{g}_V$ и $\hat{g}_A$ являются операторами в унитарном пространстве. Для распадов без изменения странности они имеют вид [3]:

$$\hat{g}_V = g_V\cos\theta \begin{pmatrix} 0&1&0\\ 0&0&0\\ 0&0&0 \end{pmatrix}; \qquad \hat{g}_A = g_A\cos\theta \begin{pmatrix} 0&1&0\\ 0&0&0\\ 0&0&0 \end{pmatrix}; \tag{4.2}$$

а для распадов с изменением странности записываются:

$$\hat{g}_V = g_V\sin\theta \begin{pmatrix} 0&0&1\\ 0&0&0\\ 0&0&0 \end{pmatrix}; \qquad \hat{g}_A = g_A\sin\theta \begin{pmatrix} 0&0&1\\ 0&0&0\\ 0&0&0 \end{pmatrix}. \tag{4.3}$$

Слабый векторный ток совпадает с (3.1) с той лишь разницей, что вместо оператора заряда $\hat{e}$ стоит теперь оператор $\hat{g}_V$. Для псевдовекторного тока имеем выражение:

$$\begin{aligned} J_\alpha^A = {} & 3\bar{d}^{pqr}(\hat{g}_A)_p^{p'} d_{p'qr}(\bar{\psi}_\mu \psi_\nu)\Big\{ -\frac{k_\alpha}{m^3}\epsilon_{\mu\nu\sigma\rho} k_\sigma p_\rho + \\ & +\left(1+\frac{k^2}{4m^2}\right)\epsilon_{\mu\nu\alpha\rho} p_\rho \Big\} F(k^2) + 2\Big\{\bar{d}^{pqr}(\hat{g}_A)_p^{p'}\epsilon_{p'qs} B_r^s \Big[\frac{k_\mu}{2m^2}(p-k)_\alpha(\bar{\psi}_\mu\psi) - \\ & -\left(1-\frac{k^2}{4m^2}\right)(\bar{\psi}_\alpha\psi)\Big] + \epsilon^{pqs}\bar{B}_s^s(\hat{g}_A)_p^{p'} d_{p'qr}\Big[\frac{k_\mu}{2m^2}(p+2k)_\alpha(\bar{\psi}\psi_\mu) + \\ & +\left(1-\frac{k^2}{4m^2}\right)(\bar{\psi}\psi_\alpha)\Big]\Big\} F(k^2) + \frac{1}{3}\left(1-\frac{k^2}{4m^2}\right)\left(\frac{k_\alpha}{m}\bar{\psi}\gamma_5\psi - \bar{\psi}\gamma_\alpha\gamma_5\psi\right)\times \\ & \times(\bar{B}B)^{g_A}_{3D+2F} F(k^2). \end{aligned} \tag{4.4}$$

Отношение F/D для псевдовекторного тока, таким образом, равно 2/3, что согласуется с решением А работы [4]. Из (4.4) видно, что выражение для псевдовекторного тока содержит индуцированное псевдоскалярное взаимодействие, причем $g_p = g_A$. Это значение псевдоскалярной константы является слишком малым. Однако, если ввести индуцированное псевдоскалярное взаимодействие для кварков, мы можем получить нужное значение g_p для нуклона.

Из выражения (4.4) можно получить отношение g_A / g_V для различных распадов. Для распадов, сохраняющих странность, имеем:

$$\frac{G\ (np)}{G\ (np)} = \frac{5}{3} c\ ; \qquad \frac{G\ (\Xi\ \Xi^0)}{G\ (\Xi\ \Xi^0)} = -\frac{1}{3} c\ ; \qquad \frac{G\ (\Sigma\ \Sigma^0)}{G\ (\Sigma\ \Sigma^0)} = \frac{G\ (\Sigma^0 \Sigma\ )}{G\ (\Sigma^0 \Sigma\ )} = \frac{2}{3} c\ , \tag{4.5}$$

где

$$c = \frac{g_A}{g_V} \frac{1 - \frac{k^2}{4m^2}}{1 + \frac{k^2}{2m^2}} \ . \tag{4.6}$$

Векторная константа распада $\Sigma^- \to \Lambda$ равна нулю. Для распадов с изменением странности получим:

$$\frac{G_A(\Xi^0 \Sigma^+)}{G_V(\Xi^0 \Sigma^+)} = \frac{G_A(\Xi^- \Sigma^0)}{G_V(\Xi^- \Sigma^0)} = \frac{5}{3} c\ , \tag{4.7}$$

$$\frac{G_A(\Xi^- \Lambda)}{G_V(\Xi^- \Lambda)} = \frac{G_A(\Sigma^0 p)}{G_V(\Sigma^0 p)} = \frac{G_A(\Sigma^- n)}{G_V(\Xi^- n)} = -\frac{1}{3} c\ , \tag{4.8}$$

$$\frac{G_A(\Lambda p)}{G_V(\Lambda p)} = c\ . \tag{4.9}$$

Отношение $\frac{G_A\,(np)}{G_V\,(np)}$ было получено ранее в работе /5/.

§ 5. К вопросу о симметрии волновой функции барионов

Обсудим более подробно вопрос о симметрии волновых функций барионов. Напомним, что уравнение, которое описывает барион как составную частицу из трех кварков, допускает решение вида:

$$\psi_{ABC}\,(x, y, z) = \phi\,(x, y, z)\ \phi_{ABC}\,(x + y + z)\ , \tag{5.1}$$

где $\phi\,(x, yz)$ – скалярная функция, симметричная по переменным x , y , z .

При изучении формфакторов мы пользовались волновыми функциями ϕ_{ABC} , симметричными по индексам A, B, C . Тем самым мы отобрали полностью симметричные волновые функции ψ_{ABC} .

Однако, если считать кварки спинорными частицами, которые могут находиться и в свободном состоянии, следует потребовать антисимметричности волновой функции по перестановке всех квантовых чисел двух кварков. Возникает противоречие. Выбирая полностью симметричную волновую функцию (5.1), мы получили хорошее согласие теоретических предсказаний с опытом, хотя такой выбор противоречит принципу антисимметричности волновой функции для частиц со спином 1/2.

Одним из возможных способов такой антисимметризации является приписывание кварку дополнительного квантового числа. Будем считать, что кварк, кроме спинорных и унитарных индексов, характеризуется квантовым числом a, и его волновую функцию будем [redacted] обозначать через $\psi_{\underline{A}} = \psi_{A,a}(x)$, где a пробегает значения $a = 1, 2, 3$.
Тогда волновая функция барионов запишется в виде:

$$\psi_{\underline{ABC}}(x,y,z) = \psi_{ABC,abc}(x,y,z).$$

Потребуем, чтобы уравнение, которое описывает барионы, допускало бы решение вида:

$$\psi_{\underline{ABC}}(x,y,z) = \frac{1}{\sqrt{6}}\,\epsilon_{abc}\,\phi(x,y,z)\,\phi_{ABC}(x+y+z), \tag{5.2}$$

где ϵ_{abc} – полностью антисимметричный тензор. Наличие тензора ϵ_{abc} обеспечивает антисимметричность барионной функции, если функция $\psi_{ABC}(x,y,z)$ – полностью симметричная.

Релятивистски-инвариантное уравнение, допускающее решение вида (5.2), легко получается непосредственным обобщением уравнения (4.2)[1] и имеет вид:

$$D_{\underline{A}}^{\underline{A}'}(x)\, D_{\underline{B}}^{\underline{B}'}(y)\, D_{\underline{C}}^{\underline{C}'}(z)\, \psi_{\underline{A}'\underline{B}'\underline{C}'}(x,y,z) = \frac{1}{6} g_0\, \epsilon_{abc}\, W(x,y,z) \times \tag{5.3}$$

$$\times \int d'x\, d'y\, d'z\, W(x',y',z)\,\delta(x+y+z-x'-y'-z')\,\epsilon^{a'b'c'}\,\psi_{ABC,a'b'c'}(x',y',z'),$$

где $D_{\underline{A}}^{\underline{A}'}(x)$ – квадрированный оператор Дирака:

$$D_{\underline{A}}^{\underline{A}'}(x) = (i\hat{\partial}_x - M)(i\hat{\partial}_x + M). \tag{5.4}$$

Чтобы описать движение барионов в электромагнитном поле, мы должны сделать замену:

$$i\hat{\partial}_x \to i\hat{\partial}_x + e\hat{A}(x), \tag{5.5}$$

где e – оператор заряда. Дальше мы будем считать, что оператор заряда действует не только на унитарные индексы, но также и на дополнительные квантовые числа.
В результате такого обобщения оператора заряда, мы покажем, что заряд кварка можно сделать целочисленным. Подчеркнем, что такое обобщение не изменит физические результаты, полученные ранее на основе уравнения (3.1). Определим оператор заряда следующим образом:

$$e^{\underline{A}'}_{\underline{A}} = e^{A'}_{A} + e^{a'}_{a}. \tag{5.6}$$

Оператор заряда $e^{A'}_{A}$ действует на унитарные индексы и имеет прежний вид:

$$e = \begin{pmatrix} 2/3 & 0 & 0 \\ 0 & -1/3 & 0 \\ 0 & 0 & -1/3 \end{pmatrix}. \tag{5.7}$$

Оператор заряда $e^{a'}_{a}$ действует на дополнительные квантовые числа и имеет вид:

$$e = \begin{pmatrix} 1/3 & 0 & 0 \\ 0 & 1/3 & 0 \\ 0 & 0 & -2/3 \end{pmatrix}. \tag{5.8}$$

Тогда заряд кварка принимает целочисленные значения, которые приведены в таблице:

A \ a	1	2	3
1	1	1	0
2	0	0	-1
3	0	0	-1

(5.9)

Учитывая диагональность оператора $e^{a'}_{a}$ и то, что $\mathrm{Sp}\, e^{a'}_{a} = 0$, имеем

$$\epsilon^{abc}\, e^{a'}_{a}\, \epsilon_{a'bc} = 0. \tag{5.10}$$

Следовательно, имеет место тождество:

$$e^{A'}_{A} = \frac{1}{6}\, \epsilon^{abc} \left(e^{A'}_{A} + e^{a'}_{a} \right) \epsilon_{a'bc}. \tag{5.11}$$

Вернемся снова к уравнению (5.3) с подстановкой (5.5). Считая в (5.5) оператор $e^{\underline{A}'}_{\underline{A}} = e^{A'}_{A} + e^{a'}_{a}$, для движения барнона в слабом электромагнитном поле имеем уравнение:

$$\begin{aligned} &(p^2 - m^2)\phi_{\underline{A}\underline{B}\underline{C}}(p) = \int dk\, f(k^2) \left[\Gamma^{\underline{A}'}_{\underline{A}} + \Gamma^{\underline{B}'}_{\underline{B}} + \Gamma^{\underline{C}'}_{\underline{C}} \right] \phi_{\underline{A}'\underline{B}'\underline{C}'}(p-k), \\ &\Gamma^{\underline{A}'}_{\underline{A}} = \left[2Ape + 3(e\hat{k}\hat{A}) \right]^{\underline{A}'}_{\underline{A}}. \end{aligned} \tag{5.12}$$

Выбираем невозмущенное решение в виде

$$\phi_{\underline{ABC}}(p) = \frac{1}{\sqrt{6}}\, \epsilon_{abc}\, \phi_{ABC}(p). \tag{5.13}$$

Подставляя (5.13) в (5.12) и усредняя полученное уравнение по функциям $\frac{1}{\sqrt{6}}\epsilon_{abc}$ учитывая при этом тождество (5.11), мы приходим снова к уравнению (1.2), что и являлось нашей целью.

В заключение авторы выражают глубокую благодарность С.С.Герштейну, А.А.Логунову, Л.Д.Соловьеву, Я.А.Смородинскому за плодотворные обсуждения.

Литература

1. Н.Н.Боголюбов, Нгуен Ван Хьеу, Д.Стоянов, Б.В.Струминский, А.Н.Тавхелидзе, В.П.Шелест. Препринт ОИЯИ, Д-2075, Дубна, 1965.
2. M.A.B.Beg, B.W.Lee, A.Pais. Phys. Rev. Lett., 13, 514 (1964).
3. N.Cabibbo. Phys. Rev. Lett., 10, 351 (1963).
4. W.Wills, H.Courant, H.Filthuth, P.Franzini et al. Phys. Rev. Lett., 13, 291 (1964).
5. F.Gursey, A.Pais, L.A.Radicati. Phys. Rev. Lett., 13, 299 (1964).

Рукопись поступила в издательский отдел
26 апреля 1965 г.