2121

Экз. ЧИТ. ЗА

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

Р-2121

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Ю.Н. Тюхтяев, Р.Н. Фаустов

ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ СТРУКТУРА ПРОТОНА И СВЕРХТОНКОЕ РАСЩЕПЛЕНИЕ В ВОДОРОДЕ

1965

P-2121

Ю.Н. Тюхтяев, Р.Н. Фаустов

ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ СТРУКТУРА ПРОТОНА И СВЕРХТОНКОЕ РАСЩЕПЛЕНИЕ В ВОДОРОДЕ

Направлено в журнал "Ядерная физика"

Научно-техническая
библиотека
ОИЯИ

На основе квазипотенциального подхода в квантовой теории поля в работе [1] было получено квазипотенциальное уравнение для системы двух фермионов. Это уравнение было использовано для вычисления сверхтонкого расщепления основного уровня энергии водорода [2] и позитрония [3]. В случае водорода были вычислены поправки к известной формуле Ферми [4], учитывающие структуру и конечность массы протона. При этом для простоты был учтен лишь паулиевский электромагнитный формфактор протона. Необходимость введения этого формфактора вызывается тем, что из-за сингулярного характера паулиевского взаимодействия в диаграммах двухфотонного обмена возникают расходимости от членов, описывающих статический аномальный магнитный момент протона.

В настоящей работе рассматривается влияние обоих формфакторов - дираковского и паулиевского - на сверхтонкое расщепление в водороде. Как и в работе [2] для формфакторов использованы простейшие модельные представления.

Мы принимаем, что при больших k^2 дираковский формфактор стремится к некоторому постоянному значению, а паулиевский формфактор убывает как $1/k^2$. Такое асимптотическое поведение следует из теории возмущений и не противоречит существующим экспериментальным данным [5]. Заметим, что в случае более быстрого убывания формфакторов при больших k^2 результат может быть получен из формул настоящей работы с помощью дифференцирования по соответствующим параметрам. В работе [6], например, был рассмотрен случай одинаковых формфакторов, убывающих как $1/k^4$. При этом, однако, не был учтен вклад формфакторов в диаграмме однофотонного обмена [7].

В соответствии с вышесказанным положим, что взаимодействие электромагнитного поля с протоном описывается эффективной вершиной вида:

$$\Gamma_\mu (k) = e\,\gamma_\mu \rho\,(k_\lambda^2) + ig\frac{e}{2M}\sigma_{\mu\nu} k^\nu f\,(k_\lambda^2)\,, \tag{1}$$

где

$$\rho\,(k_\lambda^2) = \frac{(1-a)\Lambda^2}{\Lambda^2 - k_\lambda^2} + a$$

$$f\,(k_\lambda^2) = \frac{\kappa^2}{\kappa^2 - k_\lambda^2}\,, \qquad k_\lambda^2 = k_0^2 - \vec{k}^2\,,$$

$g=1{,}79$ – аномальный магнитный момент протона, M – масса протона, Λ, χ – параметры, характеризующие структуру протона и имеющие величину порядка его массы M.

Схема и методика вычислений подробно изложены в работе [2]. Там же содержатся все необходимые формулы, поэтому мы приведем лишь окончательные результаты. Отметим только, что из-за наличия дираковского формфактора мы не имеем теперь в низшем приближении в точности кулоновского потенциала. Поэтому при вычислении величины сверхтонкого расщепления мы используем приближенную волновую функцию, которая в импульсном пространстве имеет вид:

$$\psi(\vec{p}) = (2\pi)^{3/2}\,\psi_o^r(0)\,[\,\delta(\vec{p}) + \frac{\alpha m}{\pi^2 p^4}\,\rho(p^2)\,], \qquad (2)$$

где $\psi_o^r(0)$ – кулоновская волновая функция в r-пространстве при $r=0$, а m – масса электрона. Аналогичная волновая функция рассматривалась в работе Земаха [7].

Нас интересуют поправки к формуле Ферми относительного порядка $\alpha(\frac{m}{M})$. В этом приближении выражение для величины сверхтонкого расщепления основного уровня энергии водорода удобно представить в виде:

$$\Delta W_{hfs} = \Delta W_F\,(1 - \frac{\alpha m}{\pi(1+g)M}\,\delta_H), \qquad (3)$$

где

$$\Delta W_F = \frac{8\alpha^4 m^2}{3M}\,(1+g)(1+g_e)(1+\frac{m}{M})^{-3}$$

$$g_e = \frac{\alpha}{2\pi} - 0{,}328\,\frac{\alpha^2}{\pi^2}$$

$$g = 1{,}79.$$

Величину δ_H запишем в форме

$$\delta_H = \delta^{(1)} + \delta^{(2)}_{DD} + \delta^{(2)}_{DP} + \delta^{(2)}_{PP}. \qquad (4)$$

Здесь $\delta^{(1)}$ описывает вклад от диаграмм однофотонного обмена, а $\delta^{(2)}$ – от диаграмм двухфотонного обмена. Индексы D и P относятся соответственно к дираковскому и паулиевскому членам в выражение (1) для электромагнитной вершины протона.

Вычисления дают для слагаемых в равенстве (4) следующие выражения:

$$\delta^{(1)} = 2\pi\,\{\,2ag\sqrt{y} + (1-a)(a+3)\sqrt{x} + \frac{2(1-a)g}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}\,[\,x+\sqrt{xy}+y\,]\,\}$$

$$\delta^{(2)}_{DD} = \{-a(1-a) + 3\,\ln\frac{M}{m} + (1-a)\,\frac{[(a+3)x(8x-1)-a]}{x\sqrt{4x-1}}\,\mathrm{arctg}\sqrt{4x-1} -$$

$$- (1-a)\,[\,a\,(3+\frac{1}{x}) + 3\,]\,\ln\sqrt{x}\,\}.$$

$$\delta^{(2)}_{DP} = 2g\,\{-1 + \frac{(y-ax)}{y(x-y)}\,\ln\sqrt{y} - \frac{(1-a)}{(x-y)}\,\ln\sqrt{x} +$$

$$+ \frac{(y-ax)(2y+1)\sqrt{4y-1}}{y(y-x)}\,\mathrm{arctg}\sqrt{4y-1} - \frac{(1-a)(2x+1)\sqrt{4x-1}}{y-x}\,\mathrm{arctg}\sqrt{4x-1}\,\} \qquad (5)$$

$$\delta^{(2)}_{PP} = 3g^2\,(-\frac{1}{16} - \frac{1}{4}\ln\frac{M}{m} + \frac{1}{4}\ln\sqrt{y} + \frac{1}{\sqrt{4y-1}}\,\mathrm{arctg}\sqrt{4y-1}\,),$$

где введены обозначения $x = \frac{M^2}{\Lambda^2}$; $y = \frac{M^2}{\kappa^2}$.

При $\Lambda=\kappa$ (или $x=y$) выражения (5) значительно упрощаются, и мы получаем, используя (4),

$$\delta_H\big|_{x=y} = \{\,a(1-a+2g)(2\pi\sqrt{x}-1) - \frac{3g^2}{16} + 6\pi\sqrt{x}(1-a)(1+g) +$$

$$+ 3(1-\frac{g^2}{4})\,[\,\ln\frac{M}{m} - \ln\sqrt{x}\,] - a[\,(1-a+2g)\frac{1}{x} - 3a\,]\,\ln\sqrt{x} \qquad (6)$$

$$+ \frac{3}{\sqrt{4x-1}}\,[\,8x(g+1-a) + g^2 + a - 1\,]\,\mathrm{arctg}\sqrt{4x-1} +$$

$$+ \frac{a}{x\sqrt{4x-1}}\,[\,(1-a)(8x^2-x-1) - 2g\,(4x^2-2x+1)\,]\,\mathrm{arctg}\sqrt{4x-1}\,\}.$$

Выпишем также соответствующие формулы в предельных случаях $a=0$ и $a=1$. Значение $a=0$ соответствует дираковскому формфактору $\rho(k^2)$, убывающему как $1/k^2$ при $k^2\to\infty$. Тогда из (6) имеем:

$$\delta_H\big|_{\substack{x=y\\a=0}} = 3(1+g)\,\{\,2\pi\sqrt{x} - \frac{g^2}{16(g+1)} + \frac{4-g^2}{4(1+g)}\,\ln\frac{M}{m\sqrt{x}} + \qquad (7)$$

$$+ \frac{8x+g-1}{\sqrt{4x-1}}\,\mathrm{arctg}\sqrt{4x-1}\,\}.$$

Значение $a=1$ соответствует случаю, когда дираковский формфактор $\rho(k^2)$ равен единице. При этом мы получаем:

$$\delta_H\big|_{\substack{x=y\\a=1}} = \{\,g\,(4\pi\sqrt{x} - 2 - \frac{3}{16}g) + \frac{3}{4}(4-g^2)\,\ln\frac{M}{m} - \qquad (8)$$

$$- g\,(2\frac{1}{x} - \frac{3}{4}g)\,\ln\sqrt{x} + g\,[\,2(2+\frac{1}{x})\sqrt{4x-1} + \frac{3g}{\sqrt{4x-1}}\,]\,\mathrm{arctg}\sqrt{4x-1}\,\}.$$

Как уже отмечалось выше, параметры κ и Λ имеют порядок массы протона, и поскольку точная величина их не известна, мы рассмотрим выражения (4) и (5) для δ_H при нескольких значениях отношений $x = \frac{M^2}{\lambda^2}$, $y = \frac{M^2}{\kappa^2}$. Соответствующие результаты приведены в таблице 1. Экспериментальное значение величины сверхтонкого расщепления основного уровня энергии водорода равно [8]

Таблица I.

Значения величины $\delta_н \cdot 10^6$.

y \ x	0,25	0,5	I	I,5
0,25	$25-10a-a^2$	$30-13a-3a^2$	$39-21a-4a^2$	$48-28a-6a^2$
0,5	$26-9a-a^2$	$34-15a-3a^2$	$43-23a-4a^2$	$51-29a-6a^2$
I	$31-8a-a^2$	$38-13a-3a^2$	$47-21a-4a^2$	$54-26a-6a^2$
I,5	$36-8a-a^2$	$42-12a-3a^2$	$50-19a-4a^2$	$58-25a-6a^2$