ПТЭ, 1967, №1, с. 34-37

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

Р-2119

ЛАБОРАТОРИЯ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

Е.В. Майков, В.В. Миллер

ПРИБЛИЖЕННЫЙ МЕТОД РАСЧЕТА ФОКУСИРОВКИ ЧАСТИЦ СИСТЕМОЙ МАГНИТНЫХ ЛИНЗ

1965

3317/2 гр

P-2119

Е.В. Майков, В.В. Миллер

ПРИБЛИЖЕННЫЙ МЕТОД РАСЧЕТА ФОКУСИРОВКИ ЧАСТИЦ СИСТЕМОЙ МАГНИТНЫХ ЛИНЗ

Направлено в ПТЭ

Матричный метод описания действия квадрупольных магнитных линз на пучок частиц подробно изложен во многих работах (см.,например, /1/,/2/,/3/). Сформулируем без вывода необходимые нам сведения. Рассмотрим сначала дублет квадрупольных линз L_1 и L_2 с эффективными длинами ℓ_1 и ℓ_2.

Введем декартову систему координат, центр которой совпадает с источником, а ось X направлена вдоль главной оптической оси системы в направлении движения частиц. Пусть в плоскости XOY L_1 фокусирует, а L_2 дефокусирует, а в плоскости XOZ – наоборот. Обозначим a – расстояние по оси X от источника до передней (эффективной) границы L_1, b – расстояние между задней границей L_1 и передней L_2. Траектория частицы описывается двумя функциями $y(x)$ и $z(x)$, определяющими отклонение частицы от оси X. Обозначим $y' = dy/dx$, $z' = dy/dx$ и введем в рассмотрение столбцы

$$\begin{pmatrix} y(x) \\ y'(x) \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} z(x) \\ z'(x) \end{pmatrix}.$$

Тогда на расстоянии c от задней границы линзы L_2.

$$\begin{pmatrix} y(x) \\ y'(x) \end{pmatrix} = (R_y)\begin{pmatrix} y(0) \\ y'(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & c \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \operatorname{ch}\alpha_2 & \ell_2 \operatorname{sh}\alpha_2/\alpha_2 \\ \alpha_2 \operatorname{sh}\alpha_2/\ell_2 & \operatorname{ch}\alpha_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & b \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\alpha_1 & \ell_1 \sin\alpha_1/\alpha_1 \\ -\alpha_1 \sin\alpha_1/\ell_1 & \cos\alpha_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & a \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y(0) \\ y'(0) \end{pmatrix} \tag{1}$$

$$\begin{pmatrix} z(x) \\ z'(x) \end{pmatrix} = (R_z)\begin{pmatrix} z(0) \\ z'(0) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & c \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\alpha_2 & \ell_2 \sin\alpha_2/\alpha_2 \\ -\alpha_2 \sin\alpha_2/\ell_2 & \cos\alpha_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & b \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \operatorname{ch}\alpha_2 & \ell_2 \operatorname{sh}\alpha_2/\alpha_2 \\ \alpha_2 \operatorname{sh}\alpha_2/\ell_2 & \operatorname{ch}\alpha_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & a \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z(0) \\ z'(0) \end{pmatrix}, \tag{2}$$

где $x = a + \ell_1 + b + \ell_2 + c$, $\alpha_i = \ell_i \sqrt{g_i/0{,}2998p}$ (g_i – постоянный градиент магнитного поля в i -ой линзе в тесла/метр, p – импульс частиц в Гэв/с, ℓ измеряются в м). Матрицы, стоящие в правых частях формул (1) и (2), имеют смысл (справа-налево): столбец начальных условий, матрица первого свободного промежутка a, матрица первой линзы, матрица промежутка b между линзами, матрица второй линзы, наконец, матрица последнего свободного промежутка c. Использование матриц перехода R_y и R_z даже для простейших систем обычно весьма трудоемко. С другой стороны, приближение "тонкой" линзы ($\sin\alpha \approx \operatorname{sh}\alpha \approx \alpha$, $\cos\alpha \approx \operatorname{ch}\alpha \approx 1$) часто оказывается недостаточно точным. Нами рассмотрена возможность приближенного вычисления R_y и R_z путем разложения матриц для одиночной линзы в ряд Тейлора по степеням безразмерного параметра α^2. Это разложение имеет одинаковый вид для случаев фокусировки и дефокусировки, если мы введем параметр β, равный a^2 при дефокусировке, и равный $-a^2$ при фокусировке. Отметим, что β равно отношению длины линзы ℓ к фокусному расстоянию линзы f_0, рассматриваемой как "тонкая" линза: $f_0=\pm a^2\ell$. Матрица одиночной линзы L_1 в этих обозначениях имеет следующее разложение:

$$B_1(\beta_1,\ell_1) = \begin{pmatrix} 1 & \ell_1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \frac{\beta_1}{\ell_1}\begin{pmatrix} \ell_1/2 & \ell_1^2/6 \\ 1 & \ell_1/2 \end{pmatrix} + \frac{\beta_1^2}{6\ell_1}\begin{pmatrix} \ell_1/4 & \ell_1^2/20 \\ 1 & \ell_1/4 \end{pmatrix} + \frac{\beta_1^3}{120\ell_1}\begin{pmatrix} \ell_1/6 & \ell_1^2/42 \\ 1 & \ell_1/6 \end{pmatrix} \quad (3)$$

Производя умножение матриц в соотьетствии с (1) и (2), получаем, что ряд Тейлора для матриц дублета имеет такой вид

$$(R_y) = M^{(0)} + \beta_1 M^{(1)} + \beta_2 M^{(2)} + \beta_1^2 M^{(11)} + \beta_1\beta_2 M^{(12)} + \beta_2^2 M^{(22)} + \ldots \quad (4)$$

$$(R_z) = M^{(0)} - \beta_1 M^{(1)} - \beta_2 M^{(2)} + \beta_1^2 M^{(11)} + \beta_1\beta_2 M^{(12)} + \beta_2^2 M^{(22)} + \ldots \quad (5)$$

Матричные коэффициенты в (4) и (5) таковы:

$$M^{(0)} = \begin{pmatrix} 1 & a+\ell_1+b+\ell_2+c \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad M^{(1)} = \frac{1}{\ell_1}\begin{pmatrix} (\ell_1/2)+b+\ell_2+c & a(b+\ell_2+c)+\frac{\ell_1(b+c)}{2}+\frac{\ell_1^2}{6}+\frac{\ell_1\ell_2}{2} \\ 1 & a+(\ell_1/2) \end{pmatrix}$$

$$M^{(2)} = \frac{1}{\ell_2}\begin{pmatrix} c+(\ell_2/2) & c(a+\ell_1+b)+\frac{\ell_2(a+b)}{2}+\frac{\ell_2^2}{6}+\frac{\ell_1\ell_2}{2} \\ 1 & a+\ell_1+b+(\ell_2/2) \end{pmatrix}$$

$$M^{(11)} = \frac{1}{6\ell_1}\begin{pmatrix} c+\ell_2+b+(\ell_1/4) & \frac{\ell_1}{4}(b+c)+\frac{\ell_1^2}{20}+\frac{\ell_1\ell_2}{4}+a(b+\ell_2+c) \\ 1 & a+(\ell_1/4) \end{pmatrix}$$

$$M^{(12)} = \frac{1}{\ell_1\ell_2}\begin{pmatrix} c\left(\frac{\ell_1}{2}+b+\frac{\ell_2}{2}\right)+\frac{\ell_2}{2}(b+c)+\frac{\ell_1 c}{2}+\frac{\ell_2^2}{6}+\frac{\ell_1\ell_2}{4} & abc+\frac{ac}{2}(\ell_1+\ell_2)+\frac{ab\ell_2}{2}+\frac{bc\ell_1}{2}+\frac{\ell_1\ell_2}{4}(a+b+c)- \\ & -\frac{\ell_1^2 c+\ell_2^2 a}{4}+\frac{\ell_1\ell_2(\ell_1+\ell_2)}{12} \\ \frac{\ell_1}{2}+b+\frac{\ell_2}{2} & a\left(\frac{\ell_1}{2}+b+\frac{\ell_2}{2}\right)+\frac{\ell_1}{2}(a+b)+\frac{\ell_2 a}{2}+\frac{\ell_1^2}{6}+\frac{\ell_1\ell_2}{4} \end{pmatrix}$$

$$M^{(22)} = \frac{1}{6\ell_2}\begin{pmatrix} c+(\ell_2/4) & c(a+\ell_1+b)+\frac{\ell_1}{4}(a+b)+\frac{\ell_2^2}{20}+\frac{\ell_1\ell_2}{4} \\ 1 & a+\ell_1+b(\ell_2/4) \end{pmatrix}$$

Эти матрицы можно существенно упростить, если измерять расстояния не от краев, а от середин линз, т.е. положить

$$a_{01} = a + (\ell_1/2), \quad a_{02} = a + \ell_1 + b + (\ell_2/2), \quad a_{03} = a + \ell_1 + b + \ell_2 + c,$$

$$a_{12} = (\ell_1/2) + b + (\ell_2/2), \quad a_{13} = (\ell_1/2) + b + \ell_2 + c, \quad a_{23} = (\ell_2/2) + c.$$

Тогда

$$M^{(0)} = \begin{pmatrix} 1 & a_{03} \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad M^{(1)} = \frac{1}{\ell_1}\begin{pmatrix} a_{13} & a_{01} a_{13} - (\ell_1^2/12) \\ 1 & a_{01} \end{pmatrix}$$

$$M^{(2)} = \frac{1}{\ell_2}\begin{pmatrix} a_{23} & a_{02} a_{23} - (\ell_2^2/12) \\ 1 & a_{02} \end{pmatrix}, \quad M^{(11)} = \frac{1}{6\ell_1}\begin{pmatrix} a_{13} - (\ell_1/4) & (a_{13} - \frac{\ell_1}{4})(a_{01} - \frac{\ell_1}{4}) - \frac{\ell_1^2}{80} \\ 1 & a_{01} - (\ell_1/4) \end{pmatrix}$$

$$M^{(12)} = \frac{a_{12}}{\ell_1 \ell_2}\begin{pmatrix} a_{23} - (\ell_2^2/12 a_{12}) & a_{01} a_{23} - \frac{\ell_1^2 a_{23} + \ell_2^2 a_{01}}{12 a_{12}} \\ 1 & a - (\ell_1^2/12 a_{12}) \end{pmatrix} \tag{7}$$

$$M^{(22)} = \frac{1}{6\ell_2}\begin{pmatrix} a_{23} - (\ell_2/4) & (a_{02} - \frac{\ell_2}{4})(a_{23} - \frac{\ell_2}{4}) - \frac{\ell_2^2}{80} \\ 1 & a_{02} - (\ell_2/4) \end{pmatrix}$$

Заметим, что в элементах этих матриц последние слагаемые ($\ell_1^2/12$, $\ell_1^2/80$ и т.д.) обычно весьма малы в сравнении с первыми слагаемыми. При помощи разложения матриц (4) и (5) можно определить градиенты поля в L_1 и L_2, которые необходимы для желаемого преобразования пучка. Особенно просто эта задача решается, если источник и изображения в плоскостях OXY и OXZ совпадают (стигматичность). В частности, если на расстоянии a_{23} от центра L_2 надо получить изображение источника, то в (R_y) и (R_z) матричные элементы $r_{y_{12}} = r_{z_{12}} = 0$ для $x = a_{03}$ x). Сравнивая (4) и (5) замечаем, что для этого должны быть одновременно равны нулю суммы

$$D_1 m_{12}^{(1)} + D_2 m_{12}^{(2)} = 0 \tag{8}$$

$$m_{12}^{(0)} + D_1^2 m_{12}^{(11)} + D_1 D_2 m_{12}^{(12)} + D_2^2 m_{12}^{(22)} = 0, \tag{9}$$

где введено обозначение $D_i = \beta_i / \ell_i = \ell_i g_i / 0{,}2998 p$; D имеет смысл оптической силы линзы (в приближении "тонкой" линзы).

---

x) Действительно, $y(x) = r_{y11}\, y(0) + r_{y12}\, y'(0)$. В точечном источнике $y(0) = 0$, в изображении $y(x) = 0$. Отсюда $r_{y12} = 0$. Аналогичное условие получается для r_{z12}. Попутно отметим, что для фокусировки параллельного пучка необходимо $r_{y11} = r_{z11} = 0$, так как в этом случае $y'(0) = z'(0) = 0$. Аналогично, для преобразования пучка частиц, идущих из источника, в параллельный пучок, должно быть $r_{22} = 0$, а для телескопической системы (параллельный пучок переходит в параллельный) $r_{21} = 0$.

Подставив в (8) и (9) выражения матричных элементов через линейные размеры системы линз, получаем для D_1 и D_2 следующие соотношения:

$$D_2/D_1 = -(a_{01}a_{13} - \ell_1^2/12)/(a_{02}a_{23} - \ell_2^2/12) = -\lambda \quad . \tag{10}$$

$$D_1^2 = a_{03}\Big/\frac{\ell_1}{6}[(a_{01}-\ell_1/4)(a_{13}-\ell_1/4) - \ell_1^2/80] - \lambda a_{12}\left(a_{01}a_{23} - \frac{\ell_1 a_{23}+\ell_2 a_{01}}{12\,a}\right) + \frac{\lambda^2 \ell_2}{6}[(a_{02}-\ell_2/4)(a_{23}-\ell_2/4) - \ell_2^2/80]. \tag{11}$$

Из (10) и (11) величины D_1 и D_2 легко определяются. Заметим, что как показывает равенство (10), градиенты в L_1 и L_2 должны иметь противоположные знаки. Для оценки точности метода мы вычислили D_1 и D_2, необходимые для фокусировки пучка при следующем расположении линз, источника и изображения: $a_{01}=7{,}0$ м, $a_{12}=1{,}5$ м, $a_{23}=3{,}0$ м, $\ell_1=\ell_2=0{,}9$ м ($a_{13}=4{,}5$ м, $a_{02}=8{,}5$ м, $a_{03}=11{,}5$ м). Формула (10) дает $D_2/D_1=-1{,}2669$, а из (11) $D_1=0{,}6176$ м$^{-1}$, $D_2=-0{,}7818$ м$^{-1}$. Точные значения D_1 и D_2 для этого расположения таковы: $D_1=0{,}63476$ м$^{-1}$ и $D_2=-0{,}79118$ м$^{-1}$. Таким образом, погрешности в определении градиентов в этом случае равны ~ 2,5% и ~1%, соответственно[x]. Они будут уменьшаться с увеличением расстояний a_{ij} и уменьшением ℓ. Если нужна более высокая точность, то можно учесть кубичные члены; при этом формула (10) заменится на (12):

$$D_1\left(a_{01}a_{13} - \frac{\ell_1^2}{12}\right) + D_2\left(a_{02}a_{23} - \frac{\ell_2^2}{12}\right) + \frac{D_1^2 D_2 \ell_1}{6}\left(a_{01}-\frac{\ell_1}{4}\right)\left(a_{12}-\frac{\ell_1}{4}\right)a_{23} + \frac{D_1 D_2^2 \ell_2}{6}a_{01}\left(a_{12}-\frac{\ell_2}{4}\right)\left(a_{23}-\frac{\ell_2}{4}\right) = 0 \tag{12}$$

В кубичных членах мы пренебрегли поправочными членами типа $\ell_1^2/12$ и т.д., а также отбросили члены вида $D_1^3 \ell_1^2\left(a_{01}-\frac{\ell_1}{6}\right)\left(a_{13}-\frac{\ell_1}{6}\right)/120$. Определив D_1 и D_2, необходимые для фокусировки, можно вычислить остальные члены матрицы R_y и R_z и найти линейное и угловое увеличения. Действительно, при $r_{y12}=0$ $y(x)/y(0)=r_{y11}$; при $y(0)=0$ $y'(x)/y'(0)=r_{y22}=1/r_{y11}$ (так как $\det R_y=\det R_z=1$). Если источник или изображения в обоих плоскостях не совпадают, то приходится решать систему из двух квадратных уравнений и вычисления делаются трудоемкими.

При помощи разложения (3) матрицы линзы можно получить ряд Тейлора для матрицы перехода для системы из трех линз (триплета):

$$R = M^{(0)} + \beta_1 M^{(1)} + \beta_2 M^{(2)} + \beta_3 M^{(3)} + \beta_1^2 M^{(11)} + \beta_2^2 M^{(22)} + \beta_3^2 M^{(33)} + \beta_1\beta_2 M^{(12)} + \beta_1\beta_3 M^{(13)} + \beta_2\beta_3 M^{(23)} + \dots \tag{13}$$

Матрицы $M^{(0)}$, $M^{(i)}$ и $M^{(ij)}$ по форме совпадают с аналогичными матрицами дублета ($i,j=1,2,3$) (индекс 0 по-прежнему означает источник, 1, 2, 3 – линзы, 4 – изображение)

---

x) Приближение "тонкой" линзы в этом случае дает погрешность ~ 20%.

$$M^{(0)}=\begin{pmatrix}1 & a_{04}\\ 0 & 1\end{pmatrix},\qquad M^{(1)}=\frac{1}{\ell_1}\begin{pmatrix}a_{14} & a_{01}a_{14}-\dfrac{\ell_1^2}{12}\\ 1 & a_{01}\end{pmatrix}$$

$$M^{(11)}=\frac{1}{6\ell_1}\begin{pmatrix}\left(a_{14}-\dfrac{\ell_1}{4}\right) & \left(a_{01}-\dfrac{\ell_1}{4}\right)\left(a_{14}-\dfrac{\ell_1}{4}\right)-\ell_1^2/80\\ 1 & a_{01}-\dfrac{\ell_1}{4}\end{pmatrix} \tag{14}$$

$$M^{(1j)}_{j>1}=\frac{a_{1j}}{\ell_1\ell_j}\begin{pmatrix}a_{j4}-(\ell_1^2/12\,a_{1j}) & a_{01}\;a_{j4}-\dfrac{\ell_1^2 a_{j4}\;\;\ell_j^2 a_{01}}{12\,a_{1j}}\\ 1 & a_{01}-\ell_i^2/12\,a_{1j}.\end{pmatrix}$$

В случае, если две линзы (например, L_1 и L_3) имеют одинаковые градиенты и длины, то для такого симметричного триплета может быть записано условие двойной фокусировки (при стигматичных источнике и изображении). Имеем при $g_1=g_3$, $\ell_1=\ell_3$ ($D_1=D_3$)

$$D_2/D_1=-\left(a_{01}a_{14}+a_{03}a_{34}-\frac{\ell_1^2}{6}\right)/\left(a_{02}a_{24}-\frac{\ell_2^2}{12}\right)=-\lambda \tag{15}$$

$$\begin{aligned}D_1^2=a_{04}/\Big\{&\frac{\ell_1}{6}\Big[\Big(a_{01}-\frac{\ell_1}{4}\Big)\Big(a_{14}-\frac{\ell_1}{4}\Big)+\Big(a_{03}-\frac{\ell_1}{4}\Big)\Big(a_{34}-\frac{\ell_1}{4}\Big)-\frac{\ell_1^2}{40}\Big]+\frac{\lambda^2\ell_2^3}{6\ell_1^2}\Big[\Big(a_{02}-\frac{\ell_2}{4}\Big)\Big(a_{24}-\frac{\ell_2}{4}\Big)-\frac{\ell_2^2}{80}\Big]+\\&+\lambda^2a_{13}\Big[a_{01}a_{34}-\frac{\ell_1^2(a_{01}+a_{34})}{12\,a_{13}}\Big]-\frac{\lambda\ell_2a_{12}}{\ell_1}\Big(a_{01}a_{24}-\frac{\ell_1^2a_{24}+\ell_2^2a_{01}}{12\,a_{12}}\Big)-\frac{\lambda\,\ell_2a_{23}}{\ell_1}\Big(a_{02}a_{34}-\frac{\ell_1^2a_{02}+\ell_2^2a_{34}}{12\,a_{23}}\Big)\Big\}.\end{aligned} \tag{16}$$

Результаты вычислений по этим формулам заметно хуже согласуются с данными, полученными из точных матриц, чем в случае дублета. Основная погрешность заключается в отбрасывании членов третьего порядка, что влияет на точность формулы (15) ($|D_2/D_1|$ завышается). При учете кубичных членов вместо (15) имеем (пренебрегая очень малыми поправочными членами)

$$\begin{aligned}&D_1\Big(a_{01}a_{14}+a_{03}a_{34}-\frac{\ell_1^2}{6}\Big)+D_2\Big(a_{02}a_{24}-\frac{\ell_2^2}{12}\Big)+D_1^2D_2\,a_{01}\,a_{12}\,a_{23}\,a_{34}+\\&+\frac{D_1^2D_2\ell_1}{6}\Big[\Big(a_{01}-\frac{\ell_1}{4}\Big)\Big(a_{12}-\frac{\ell_1}{4}\Big)a_{24}+a_{02}\Big(a_{23}-\frac{\ell_1}{4}\Big)\Big(a_{34}-\frac{\ell_1}{4}\Big)\Big]+\frac{D_1^3\ell_1}{6}\Big[\Big(a_{01}-\frac{\ell_1}{4}\Big)\Big(a_{13}-\frac{\ell_1}{4}\Big)a_{34}+\\&+a_{01}\Big(a_{13}-\frac{\ell_1}{4}\Big)\Big(a_{34}-\frac{\ell_1}{4}\Big)\Big]+\frac{D_1D_2^2\ell_2}{6}\Big[a_{01}\Big(a_{12}-\frac{\ell_2}{4}\Big)\Big(a_{34}-\frac{\ell_2}{4}\Big)+\Big(a_{02}-\frac{\ell_2}{4}\Big)\Big(a_{23}-\frac{\ell_2}{4}\Big)a_{34}\Big]+\\&+\frac{1}{120}\sum_{i=1}^{3}D_i^3\ell_i^2\Big(a_{01}-\frac{\ell_i}{6}\Big)\Big(a_{14}-\frac{\ell_i}{6}\Big)=0\end{aligned} \tag{17}$$

В случае дублета все кубичные члены исчезают в приближении "тонкой" линзы, т.е. когда $\ell_i\to 0$, но D_i остаются конечными. Для триплета первый кубичный член не исчезает для "тонких" линз (см. также /4/). Последняя сумма в (17) очень мала и может быть отброшена. Уравнения (17) и (16) можно решать методом последовательных приближений: задаваясь отношением $D_2/D_1=-\lambda$, определяем D_1 из (16) и проверяем, насколько D_1 и D_2 удовлетворяют уравнению (17). Например, для триплета с $\ell_1=\ell_3=0{,}72$м,

$\ell_2=1{,}11$м, $a_{01}=6{,}3$ м, $a_{12}=1{,}2$ м, $a_{34}=3{,}1$ м ($a_{02}=7{,}5$ м, $a_{24}=4{,}3$ м, $a_{03}=8{,}7$ м, $a_{14}=5{,}5$ м, $a_{13}=2{,}4$ м, $a_{04}=11{,}8$ м) уравнения (17) и (16) имеют вид

$$61{,}534\,D_1+32{,}148\,D_2+34{,}03\,D_1^2D_2+9{,}95\,D_1^3+8{,}15\,D_1D_2^2=0 \tag{18}$$

$$D_1^2=11{,}8/(58{,}86\,\lambda-5{,}37\,\lambda^2-53{,}36\,). \tag{19}$$

Пренебрегая кубичными членами, имеем $\lambda=1{,}914$, $D_1=0{,}5456$ м$^{-1}$, $D_2=-1{,}044$м$^{-1}$. Подбором находим, что система (18), (19) удовлетворяется при $D_1=0{,}6653$ м$^{-1}$, $D_2=-1{,}0578$ м$^{-1}$ ($\lambda=1{,}590$), в хорошем согласии с вычислениями по точным матрицам ($D_1=0{,}6397$ м$^{-1}$, $D_2=-1{,}0528$ м$^{-1}$). Можно сравнить изложенный метод вычисления D_1 и D_2 с методом, описанным в работе /5/. В этом методе главные плоскости линзы считаются совпадающими, но для фокусных расстояний линзы при фокусировке и дефокусировке используется довольно точная формула $f_{фок}+f_{дефок}=\ell/3$. Для случая дублета этот метод дает несколько более точный результат, чем можно получить из формулы (10) (без учета кубичного члена). Однако вычисления по методу работы /5/ несколько более трудоемки. Кроме того этот метод вообще неприменим для триплета.

Литература

1. Дж. Ливингуд. "Принципы работы циклических ускорителей", 1963, Изд-во иностранной литературы.
2. S.Penner. Rev. Sci. Instr., 32, 150 (1962). (Приборы для научных исследований).
3. В.В. Миллер. ПТЭ, 1964, № 6, 3.
4. E.D.Courant, L.Marshall. Rev. Sci. Instr., 31, 193 (1960).
5. В.В.Миллер. ПТЭ, 1964, № 4, 23.

Рукопись поступила в издательский отдел
14 апреля 1965 г.