ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

Р - 2076

А. Говорков, Б. Козик

О СТАТИСТИКЕ АМПЛИТУД ВСПЫШЕК РЕАКТОРА ИБР

Ат. энергия, 1966, т20, в4, с34

ЛАБОРАТОРИЯ НЕЙТРОННОЙ ФИЗИКИ
ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

1965

P-2076

3187/2 кр.

А. Говорков, Б. Козик[x]

О СТАТИСТИКЕ АМПЛИТУД ВСПЫШЕК РЕАКТОРА ИБР

Направлено в журнал "Атомная энергия"

[x] Центральный институт ядерных исследований, Дрезден-Россендорф, ГДР.

В импульсных реакторах на быстрых нейтронах статистический характер процесса размножения нейтронов может проявляться в зависимости от режима работы реактора в различных наблюдаемых эффектах. Так, в импульсном реакторе Godiva [1] из-за отрицательного температурного коэффициента амплитуды всех нейтронных вспышек оказываются практически одинаковыми, а статистический характер процесса размножения нейтронов проявляется в разбросе моментов времен вспышек. Статистическая модель реактора Godiva рассматривалась в работах [2,3].

Реактор ИБР [4] работает в режиме быстрого периодического изменения реактивности за счет вращения части его активной зоны. В нем статистический характер процесса размножения нейтронов проявляется в наличии заметной дисперсии амплитуд вспышек, изучавшейся в работах [4,5]. В этих работах отмечалось хорошее согласие экспериментальных данных с теоретической зависимостью дисперсии амплитуд вспышек реактора от его средней мощности, полученной на основе одногруппового и однозонного приближения И.И. Бондаренко и Ю.Я. Стависским. Позднее та же зависимость была выведена с учетом пространственного и энергетического распределения мгновенных нейтронов в работе [6]. Настоящая заметка посвящена получению в одногрупповом и однозонном приближении статистического распределения амплитуд вспышек реактора ИБР.

Рассмотрим процесс размножения мгновенных нейтронов за время одного импульса реактора ИБР, роль внешнего источника нейтронов в котором играют накопившиеся в результате предыдущих вспышек ядра – предшественники запаздывающих нейтронов. Пусть $P(n,t)$ – вероятность нахождения в реакторе в момент времени t числа мгновенных нейтронов n. При рассмотрении процесса удобно пользоваться производящей функцией

$$H(z,t) = \sum_{n=0}^{\infty} z^n P(n,t) , \tag{1}$$

которая может быть представлена в виде [7-9]

$$H(z,t) = I\{H(z,t;t_0)\} \exp\{\int_{t_0}^{t} dt' S(t')[H(z,t;t') - 1]\} . \tag{2}$$

Здесь $S(t)$ –мощность внешнего источника нейтронов, $I(z)$ –производящая функция (1) начального распределения нейтронов (в момент времени t_0), $H(z,t;t_0)$ – производящая функция распределения нейтронов в момент времени t при условии отсутствия в реакторе внешнего источника и нахождения в нем в момент времени t_0 точно одного нейтрона. Функция $H(z,t;t_0)$ должна удовлетворять начальному условию:

$$H(z,t_0;t_0)=z \tag{3}$$

и прямому уравнению [2,8,9]:

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \frac{G(z)-z}{\tau}\,\frac{\partial H}{\partial z} \tag{4}$$

или же обратному уравнению [7-9]:

$$\tau\,\frac{\partial H}{\partial t} = G\{H\}-H. \tag{5}$$

Здесь через τ обозначено среднее время жизни мгновенного нейтрона в реакторе, а через $G(z)$ – производящая функция единичного акта размножения нейтронов:

$$G(z) = 1-p(t)+p(t)\,(\sum_r p_r z^r), \tag{6}$$

где $p(t)$ –условная вероятность того, что исчезновение нейтрона из реактора сопровождается делением, p_r –условные вероятности того, что при этом возникает r вторичных мгновенных нейтронов.

Явное решение уравнений (4) и (5) возможно лишь в случае $r_{max}=2$ [9]. Однако решение задачи во всех остальных случаях может быть сведено к ее решению в этом частном случае путем привлечения весьма хорошо выполняющегося приближения. Воспользуемся тем обстоятельством, что вероятность вырождения нейтронной цепи от одного нейтрона $H(0,t;t_0)$ для реактора небольшой надкритичности при достаточно больших величинах временного интервала $t-t_0$ весьма близка к единице [3,8]. В интервале $0<z<1$ величина $H(z,t;t_0)$ также будет близка к единице, и поэтому можно воспользоваться разложением производящей функции $G\{H\}$ в ряд по величине $H-1$. Но поскольку уравнения (4) и (5) взаимно обратимы, то оказывается справедливым и разложение $G(z)$ в ряд по величине $z-1$:

$$\frac{G(z)-z}{\tau} = \alpha(t)(z-1) + \frac{\Gamma_2\bar{r}}{2\tau}(z-1)^2+\dots, \tag{7}$$

где

$$\alpha(t) = \frac{p\bar{r}-1}{\tau}$$

$$\bar{r} = \sum_r r p_r \tag{8}$$

$$\Gamma_2 = \sum_r r(r-1)p_r/(\bar{r})^2.$$

Если в разложении (7) ограничиться двумя первыми членами, то уравнение (4) может быть решено методом характеристик в явном виде [9]. Воспользовавшись несущественностью той части периода, когда реактор находится в глубоко подкритичном по мгновенным нейтронам состоянии, можно в формуле (2) положить $t_0\to-\infty$ и $I\{H(z,t;t_0)\}=1$. Тогда производящая функция распределения амплитуд нейтронных вспышек окончательно определяется выражением:

$$H(z,t) = [1-(z-1)\,\zeta\,\bar{n}(t)]^{-1/\zeta}, \tag{9}$$

где зависимость среднего числа нейтронов от времени имеет вид:

$$\bar{n}(t) = S\int_{-\infty}^{t} dt'\exp\{\int_{t'}^{t}\alpha(t'')\,dt''\}, \tag{10}$$

а параметр ζ определяется через параметры процесса размножения нейтронов следующим образом:

$$\zeta = \frac{\Gamma_2\bar{r}}{2S\tau} = \frac{\Gamma_2}{2\beta\tau w} = \frac{a}{w}, \tag{11}$$

где w –средняя мощность реактора (среднее число делений в единицу времени, содержащую достаточно большое число отдельных импульсов реактора), β – эффективная доля запаздывающих нейтронов.

Полученная производящая функция (9) соответствует отрицательно-биномиальному распределению Полиа:

$$P_t(n) = P_t(0)\left[\frac{\bar{n}(t)}{1+\zeta\bar{n}(t)}\right]^n \frac{(1+\zeta)(1+2\zeta)\dots[1+(n-1)\zeta]}{n!},$$
$$P_t(0) = [1+\zeta\bar{n}(t)]^{-1/\zeta}. \tag{12}$$

В асимптотическом случае n, $\bar{n}\gg1$ и $\zeta\bar{n}\gg1$ распределение (12) переходит в стандартное распределение типа χ^2 относительно величины $\chi^2=\frac{2n}{\zeta\bar{n}(t)}$:

$$P_t(n)\,dn = \left[\frac{n}{\zeta\bar{n}(t)}\right]^{\frac{1}{\zeta}-1}\exp\{-\frac{n}{\zeta\bar{n}(t)}\}\cdot\frac{1}{\zeta\,\Gamma(\zeta^{-1})}\cdot\frac{dn}{\bar{n}}, \tag{13}$$

где $\Gamma(x)$ – гамма-функция.

При $\zeta\gg1$ ("слабый" внешний источник нейтронов) распределение (13) носит резко асимметричный характер, сосредоточиваясь, главным образом, в области малых, по сравнению со средним, значений амплитуд. Наоборот, при $\zeta\ll1$, в согласии с предельной теоремой, распределение для величины $n/\bar{n}(t)$ стремится к гауссову. Если подставить в выражение (11) для ζ численные значения входящих в него параметров[5], то условием "сильного" источника будет требование значительного превышения средней мощностью уровня в один ватт. Действительно, при средних мощностях, порядка нескольких ватт, в распределениях амплитуд импульсов была замечена существенная несимметрия[4], а при средних мощностях, порядка нескольких десятков ватт, такое распределение хорошо описывалось зависимостью Гаусса[4,5].

Для полноты рассмотрения приведем выражение для относительной дисперсии амплитуд импульсов нейтронов, которое сразу же получается из выражения для производящей функции (9):

$$\sigma^2 = \frac{\overline{(n^2)} - (\bar{n})^2}{(\bar{n})^2} = \left[\frac{\partial^2 \ln H(z,t)}{\partial(\ln z)^2}\right]_{z=1} \Big/ \left[\frac{\partial \ln H(z,t)}{\partial \ln z}\right]^2_{z=1} = \tag{14}$$

$$= \frac{1}{\bar{n}} + \zeta \approx \frac{a}{w}\,, \quad \bar{n} \gg 1$$

и совпадает с соответствующими выражениями в работах[4-6]. Как уже отмечалось выше, зависимость (14) была подтверждена экспериментально, но при экстраполяции $w \to \infty$ относительная дисперсия не обращалась в нуль. В работе[5] было сделано предположение о том, что такое отклонение от теоретической зависимости связано с отсутствием учета в последней флюктуаций реактивности, обусловленной механическими вибрациями активной зоны. Если реактивность ρ изменяется от импульса к импульсу случайным образом, и такое изменение можно характеризовать распределением $f(\rho)$, то величины $\bar{n}_\rho$ и $\overline{(n^2)}_\rho$ следует усреднить по этому распределению:

$$\bar{n} = \int d\rho f(\rho) \bar{n}_\rho\,, \qquad \overline{(n^2)} = \int d\rho f(\rho) \overline{(n^2)}_\rho\,.$$

Используя для $\overline{(n^2)}_\rho$ выражение, определяемое из формулы (14), для относительной дисперсии получим:

$$\sigma^2 = \frac{a}{w}(1 + \delta_0^2) + \delta_0^2\,, \tag{15}$$

где

$$\delta_0^2 = \frac{\int d\rho f(\rho)(\bar{n}_\rho)^2 - [\int d\rho f(\rho)\bar{n}_\rho]^2}{[\int d\rho f(\rho)\bar{n}_\rho]^2}\,. \tag{16}$$

Таким образом, флуктуации реактивности приводят не только к "сдвигу" относительной дисперсии на величину δ_0^2, но и к изменению наклона зависимости дисперсии от средней мощности реактора. Практически, однако, это изменение наклона несущественно, так как экспериментальное значение δ_0^2 составляет около 10^{-3}.

Отметим, что статистическое распределение полных энергий, выделяемых в отдельных импульсах, будет точно таким же, как и распределение амплитуд, поскольку флуктуации как тех, так и других величин, обусловлены, главным образом, флуктуациями в начале развития нейтронных цепей[3], а основная доля выделяющейся энергии за один импульс приходится на период интенсивного развития этих цепей. Так же, если эффективность регистрации нейтронов детектором достаточно велика:

$$\epsilon \gg 1/\zeta\bar{n}\,,$$

то распределение чисел отсчетов детектора будет совпадать с распределением амплитуд нейтронных вспышек.

В заключение авторы считают своим приятным долгом выразить благодарность Е.П. Шабалину и Ю.С. Язвицкому за обсуждение результатов работы.

Литература

1. Wimett et al. Nucl. Sci. Eng. 8, 691 (1960).
2. E.Courant, P.Wallace, Phys.Rev. 72, 1033 (1947).
3. G.Hansen, Nucl.Sci. Eng., 8, 709 (1960).
4. Г. Блохин и др. Атомная энергия, 10, 437, (1961). Г. Блохин и др. Physics of Fast and Intermediate Reactors, I.A.E.A. Vienna, 1962, p.339.
5. Люй Мин, Е. Шабалин, Ю. Язвицкий. Атомная энергия, 16, 12 (1964).
6. А. Говорков. Атомная Энергия, 13, 152 (1962); А. Говорков. Атомная Энергия, 17, 474 (1964).
7. L.Pal. Acta Phys. Hung. 14, 369 (1962).
8. Б. Козик. Препринт ОИЯИ Р-1996, Дубна, 1965.
9. М.С. Бартлетт. "Введение в теорию случайных процессов". ИИЛ, Москва, 1958 г.

Рукопись поступила в издательский отдел
23 марта 1965 г.