ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна 1965

Р - 2062

Нгуен Ван Хьеу, Фам Куи Ты

АСИМПТОТИЧЕСКИЕ СООТНОШЕНИЯ ДЛЯ СЕЧЕНИЙ РОЖДЕНИЯ ПИОНА В НЕЙТРОННО-НУКЛОННОМ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

1965

P - 2062

Нгуен Ван Хьеу, Фам Куи Ты

АСИМПТОТИЧЕСКИЕ СООТНОШЕНИЯ ДЛЯ СЕЧЕНИЙ РОЖДЕНИЯ ПИОНА В НЕЙТРОННО-НУКЛОННОМ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ

Направлено в Physics Letters

При помощи дисперсионных соотношений Померанчук[1] доказал асимптотическое равенство полных сечений взаимодействия частиц и античастиц. Различные обобщения и уточнения теоремы Померанчука были даны в ряде работ. Применяя теорему Фрагмена-Линделефа, Логунов и др.[3-5] доказали асимптотические равенства дифференциальных сечений перекрестных процессов рассеяния и фоторождения. Равенство дифференциальных сечений рассеяния частицы и античастицы также было доказано в работе Ван Хова[6] обобщением метода Померанчука. В настоящей работе, применяя метод работ[3-5], мы докажем асимптотическое равенство дифференциальных сечений процессов

$$\nu + p \to \ell^- + \pi^+ + p \tag{I}$$

и

$$\tilde{\nu} + p \to \ell^+ + \pi^- + p \,. \tag{II}$$

где $\ell = e\,,\mu$. Обозначим через k_1 и k_2 4-импульс нейтрино (антинейтрино) и заряженного лептона $\ell^-(\ell^+)$, $k = k_1 - k_2$, через p_1 и p_2 - 4-импульсы начального и конечного протонов и через q - 4-импульс $\pi^{\pm}$-мезона, а через m и M -массы π -мезона и протона. Для простоты массу заряженного лептона положим равной нулю. Введем инвариантные переменные:

$$\begin{aligned} S &= -(p_1 + k_1)^2\,, & s &= -(p_2 + q)^2\,, \\ t &= -(p_1 - p_2)^2\,, & k^2 &= (k_1 - k_2)\,. \\ u &= -(p_1 - q)^2\,, \end{aligned} \tag{1}$$

В универсальной $V - A$ - теории слабых взаимодействий[7] матричные элементы процессов (I) и (II) имеют вид[8-10]:

$$M^{I} = \bar{u}(k_2)\gamma_\mu (1+\gamma_5) u(k_1)\bar{U}(p_2) T^{I}_\mu (k,p_1;q,p_2) U(p_1)\,, \tag{2}$$

$$M^{II} = \bar{v}(k_1)\gamma_\mu (1+\gamma_5) v(k_2)\bar{U}(p_2) T^{II}_\mu (k,p_1;q,p_2) U(p_1)\,, \tag{3}$$

где

$$T^{J}_\mu (k,p_1;q,p_2) = \sum_{i=1}^{6} \Gamma^{i}_\mu (V^{J}_i(s,t,k^2)\gamma_5 + A^{J}_i(s,t,k^2))\,, \tag{4}$$

а ковариантные матрицы Γ^{i}_μ можно выбрать следующим образом:

$$\Gamma^1_\mu = \gamma_\mu \,, \qquad \Gamma^4_\mu = i(p_1+p_2)_\mu \,,$$

$$\Gamma^2_\mu = i\gamma_\mu \hat{k} \,, \qquad \Gamma^5_\mu = q_\mu \hat{k} \,, \tag{5}$$

$$\Gamma^3_\mu = i q_\mu \,, \qquad \Gamma^6_\mu = (p_1+p_2)_\mu \hat{k} \,.$$

Следует отметить, что в силу локальности лептонных токов слабых взаимодействий инвариантные амплитуды $V^J_i(s,t,k^2)$ и $A^J_i(s,t,k^2)$ при фиксированном k^2 зависят только от двух среди трех инвариантных переменных s, t и u b(1), как и амплитуды бинарных процессов.

При помощи метода работы /11/ можно установить следующие соотношения перекрестной симметрии между инвариантными амплитудами процессов (I) и (II):

$$V^I_i(u,t) = (-1)^i V^{II}_i(s,t)^* \,, \tag{6}$$

$$A^I_i(u,t) = \begin{cases} -A^{II}_i(s,t)^* & i = 1,2,4,5 \\ A^{II}_i(s,t)^* & i = 3,6 \,. \end{cases} \tag{7}$$

Эти соотношения были получены в работе /8/ на основе некоторого предположения об изотопической структуре слабых токов сильно взаимодействующих частиц. В действительности они могут быть получены без всякого предположения такого типа (см. также /5/, где рассматривается аналогичная ситуация для фоторождения).

Сечения процессов (I) и (II) равны:

$$\sigma^J = \frac{1}{\left|\frac{\bar{k}_1}{k^0_1} - \frac{\bar{p}_1}{p^0_1}\right| 2^6 (2\pi)^5 p^0_1 k^0_1} \int \frac{d^3 k_2}{k^0_2} H^J \,, \tag{8}$$

где

$$H^J = \int \delta^4(k+p_1-q-p_2) \frac{d^3 q}{q^0} \cdot \frac{d^3 p_2}{p^0_2} \, Sp\,\{\gamma_\mu(1+\gamma_5) i\hat{k}_1 \gamma_\nu (1+\gamma_5) i\hat{k}_2\} \times \tag{9}$$
$$\times\, Sp\,\{T^J_\mu (i\hat{p}_1 - M)\gamma_4 T^{J+}_\nu \gamma_4 (i\hat{p}_2 - M)\} \,.$$

Интеграл (9) релятивистски инвариантен. Поэтому его можно вычислить в системе, в которой $\bar{p}_2 + \bar{q} = \bar{p}_1 + \bar{k} = 0$. Мы имеем:

$$\int \delta^4(k+p_1-q-p_2) \frac{d^3 q}{q^0} \frac{d^3 p_2}{p^0_2} \cdots =$$
$$= \frac{1}{s} \int \frac{d\phi_q \, dt}{\sqrt{1 - 2\frac{M^2-k^2}{s} + \frac{(M^2+k^2)^2}{s}}} \cdots \,, \tag{10}$$

где ϕ_q – азимутальный угол импульса $\bar{q}$ в системе координат, в которой OZ направлена по $\bar{k}$.

Как было отмечено, неизвестные функции $V^J_i(s,t)$ и $A^J_i(s,t)$ не зависят от ϕ_q, а зависимость подынтегрального выражения от ϕ_q можно написать в явном виде после вычисления следа матриц. Поэтому в (9) можно проинтегрировать по ϕ_q. В результате мы получим:

$$H^J = \frac{2\pi}{s} \int \frac{dt}{\sqrt{1 - 2\frac{M^2-k^2}{s} + \frac{(M^2+k^2)^2}{s^2}}} G^J(S,s,t,k^2) \,, \tag{11}$$

где функция $G^J(S,s,t,k^2)$ зависит только от четырех переменных: S, s, t, k^2 и выражается через инвариантные амплитуды $V^J_i(s,t)$ и $A^J_i(s,t)$.

Теперь возвращаемся к формуле (8). Мы будем рассматривать два случая: 1) энергия нейтрино задана, т.е. переменная S задана, и s меняется от минимума до максимума; 2) переменная s задана (в измерении), но энергия нейтрино лежит в некотором непрерывном спектре.

Рассмотрим сначала первый случай. Тогда (8) можно переписать в виде:

$$\sigma^J = \frac{1}{(8\pi)^3} \cdot \frac{1}{(S-M^2)^2} \int \frac{dk^2\, ds\, dt}{s\sqrt{1-2\frac{M^2-k^2}{s} + \frac{(M^2+k^2)^2}{s^2}}} G^J(S,s,t,k^2) \,. \tag{12}$$

Таким образом,

$$\frac{d\sigma^J}{dk^2\, ds\, dt} = \frac{G^J(S,s,t,k^2)}{(8\pi)^3 (S-M^2)^2 s \sqrt{1-2\frac{M^2-k^2}{s} + \frac{(M^2+k^2)^2}{s^2}}} \,. \tag{13}$$

Во втором случае, когда s фиксирована, а S меняется, вместо (13) мы имеем

$$\frac{d\sigma^J}{dk^2\,dS\,dt} = \frac{1}{(8\pi)^3}\,\frac{\sqrt{S}}{s}\,\frac{G^J(S,s,t,k^2)}{(S-M^2)^2\,s\sqrt{1-2\frac{M^2-k^2}{s}+\frac{M^2+k^2}{s^2}}}\,. \tag{14}$$

Мы не будем рассматривать процессы (I) и (II) в области больших S и s при фиксированных t и k^2, когда переменные S и s пропорциональны.

Тогда из выражения $G^J(S,s,t,k^2)$ через инвариантные амплитуды и соотношения перекрестной симметрии (6) и (7) можно доказать при помощи метода работ /3-5/ асимптотическое равенство дифференциальных сечений процессов (I) и (II) при $S, s \to \infty$ и фиксированных t, k^2.

$$\frac{d\sigma^I}{dk^2\,ds\,dt} \sim \frac{d\sigma^{II}}{dk^2\,ds\,dt} \qquad \frac{d\sigma^I}{dk^2\,dS\,dt} \sim \frac{d\sigma^{II}}{dk^2\,dS\,dt}\,. \tag{15}$$

Мы получили асимптотическое равенство дифференциальных сечений (15). Поскольку (15) имеет место для конечных фиксированных t и k^2, то обе части этого равенства можно интегрировать по конечным интервалам переменных t и k^2. Что касается интегрирования по s или по S, то в первом случае, при заданной (большой) S, s может меняться от $(m+M)^2$ до S. Но равенство (15) выполняется только при больших s. Поэтому мы будем интегрировать его соотношение по s от αS до S, где α - конечное число меньше единицы, например, $½ < \alpha < 1$.

Таким образом, мы имеем

$$\int_{\alpha S}^{S} ds \int_{t_1}^{t_2} dt \int_{0}^{x^2} dk^2\,\frac{d\sigma^I}{dk\,ds\,dt} \sim \int_{\alpha S}^{S} ds \int_{t_1}^{t_2} dt \int_{0}^{\chi^2} dk^2\,\frac{d\sigma^{II}}{dk^2\,ds\,dt}\,. \tag{16}$$

Аналогично во втором случае мы имеем

$$\int_{s}^{\beta s} \rho(S)\,dS \int_{t_1}^{t_2} dt \int_{0}^{x^2} dk^2\,\frac{d\sigma^I}{dk^2\,dS\,dt} \sim \int_{s}^{\beta s} \rho(S)\,dS \int_{t_1}^{t_2} dt \int_{0}^{x^2} dk^2\,\frac{d\sigma^{II}}{dk^2\,dS\cdot dt}\,, \tag{17}$$

где $\beta > 1$, а $\rho(S)$ -спектры нейтрино и антинейтрино.

В заключение авторы выражают глубокую благодарность А.А. Логунову, М.А.Маркову, О.С. Парасюку, А.Н. Тавхелидзе и Ю.В. Цехмистренко за стимулирующие дискуссии и интерес к работе.

Литература

1. И.Я. Померанчук. ЖЭТФ, 34, 725 (1958).
2. Е. Титчмарш. Теории функций, ГИТТЛ, 1951.
3. А.А. Логунов, Нгуен Ван Хьеу, И.Т. Тодоров, О.А. Хрусталев. ЖЭТФ, 46, 1079 (1964).
4. А.А. Логунов, Нгуен Ван Хьеу, И.Т. Тодоров. Препринт ОИЯИ Е-1520, Дубна (1964).
5. Nguyen van Hieu. Phys. Lett., 9, 81 (1964).
6. L.Van Hove. Phys. Lett., 5, 252 (1962).
7. R.Feynmann, M.Gell-Mann. Phys. Rev., 109, 193 (1958).
8. Нгуен Ван Хьеу. ЖЭТФ, 43, 1296 (1962).
9. N.Dombey. Phys.Rev., 127, 653 (1962).
10. P.Dennery. Phys. Rev., 127, 664 (1962).
11. Нгуен Ван Хьеу. Препринт ОИЯИ Р-1564, Дубна, (1964).

Рукопись поступила в издательский отдел
16 марта 1965 г.