ДАН СССР, 1967, т.175, N2, с.331-333

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

Р-2-2930

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

В.Г. Писаренко

ДИСПЕРСИОННЫЕ ПРАВИЛА СУММ В СТАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

1966

Р-2-2930

В.Г. Писаренко

ДИСПЕРСИОННЫЕ ПРАВИЛА СУММ В СТАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

Направлено в ДАН СССР

Определенные предположения о высокоэнергетическом поведении амплитуды, определяющие число вычитаний в дисперсионных соотношениях[2], позволили получить релятивистские дисперсионные правила сумм для сильных взаимодействий и электророждения мезонов[3], обобщенные затем на случай SU (3) – симметрии[4], а также вывести соотношение Кабиббо – Радикати[5]. При этом не использовалась никакая алгебра токов.

Представляет интерес узнать, какие результаты дает применение метода дисперсионных правил сумм в статической модели. В частности, это интересно с точки зрения проверки возможности существования статического предела для дисперсионных соотношений.

В настояшей работе получены правила сумм для статической модели на основе предположений об определенном высокоэнергетическом поведении амплитуды упругого рассеяния π – мезонов на нуклонах и амплитуды виртуального фоторождения π – мезонов на нуклонах.

§ 1. Рассеяние пионов на нуклонах

Как известно, в статической модели считают, что массы нуклонов m и изобары M велики по сравнению с массой π – мезона μ настолько, что можно пренебречь отдачей барионов[1]:

$$p_0^2 \gg \vec{p}^{\,2} .$$

При этом матричный элемент мезонного тока между двумя однонуклонными состояниями имеет вид:

$$<p'|\, j_\rho(0)\, |p> = i\, \frac{f}{\mu}\, u^*_{(p')} v(\vec{k}^2)\vec{\sigma}\cdot\vec{k}\,\tau_\rho\, u(p)\,, \qquad (1.1)$$

где $u(p')$, $u(p)$ – нуклонные спиноры,

f – рационализованная, перенормированная, безразмерная константа;

τ_ρ – изотопические матрицы Паули,

$v(\vec{k}^2)$ – функция, характеризующая обрезание по импульсам и связанная с функцией источника $\rho(x)$ посредством преобразования Фурье:

$$v(\vec{k}^2) = \int e^{-i\vec{k}\vec{x}} \rho(\vec{x})\, d\vec{x}\,. \tag{1.2}$$

Функция источника нормирована так/1,7/:

$\int \rho(\vec{x})\, d\vec{x} = 1$, откуда в силу (1.2) получаем:

$$v(0) = 1\,.$$

Выберем в дальнейшем:

$$v(\vec{k}^2) = \begin{cases} 1, & |\vec{k}| < k_{max}\,, \\ 0, & |\vec{k}| > k_{max}\,, \end{cases} \tag{1.3}$$

то есть радиус обрезания

$$R_0 \approx \frac{1}{k_{max}}; \quad \text{обычно} \quad R_0 < \frac{1}{\mu}, \quad R_0 \approx \frac{1}{M}\,.$$

Рассмотрим величину типа амплитуды:

$$T(E) = \int e^{-iEt} \Theta(t) < p_2 | [j_\alpha(t,0), j_\beta(0)] | p_1 > dt\,, \tag{1.4}$$

где $j_\alpha(x) - \pi$ – мезонный ток:

$$j_\alpha(x) = i \frac{\delta S}{\delta \phi_\rho(x)} S^+\,,$$

$|p_1>, |p_2>$ – однонуклонные состояния,

α, β – изотопические состояния π – мезонов.

Амплитуда пион-нуклонного рассеяния $T(E)$ может быть представлена в брейтовской системе в форме:

$$T(E) = A(E) + \{ \frac{i\vec{\sigma}\cdot[\vec{\lambda}\times\vec{p}]}{p_c} - E \} B(E)\,, \tag{1.5}$$

причем

$$B(E) = \delta_{\alpha\beta} B^{odd}(E) + \frac{1}{2}[\tau_\alpha, \tau_\beta] B^{(-)}(E)\,; \tag{1.6}$$

где E – энергия π –мезона.

Предположим теперь, что амплитуда $B(E)$ имеет такое высокоэнергетическое поведение, что для величин $B(E)$ и $E \cdot B(E)$ справедливы безвычитательные дисперсионные соотношения, откуда следует:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{Im}\, B(E)\, dE = 0\,. \tag{1.7}$$

Из кросс – инвариантности амплитуды получим:

$$B^{(odd)}(E) = -B^{(odd)*}(-E)\,. \tag{1.8}$$

Тогда из (1.7) следует:

$$\int_0^{\infty} \mathrm{Im}\, B^{(odd)}(E)\, dE = 0\,. \tag{1.9}$$

Далее аппроксимируем амплитуду полюсами нуклона и изобары N^*_{33}. Используем для $N^* N \pi$ – вершины следующее выражение:

$$<N(p')| j_\rho(0) | N^*_{\rho n}> = \frac{f^*}{\mu} u^*(p') \tau_\rho u_n (p'-p)_n v(p'-p)\,, \tag{1.10}$$

где u_n – волновая функция изобары,

f^* – безразмерная постоянная.

Тогда из правил сумм (1.9) с помощью (1.1) и (1.10) получаем

$$f^2 - f^{*2} \cdot [\frac{4}{9} - \frac{(M^2+m^2)(M-m)^2}{18 m^2 M^2}] = 0\,. \tag{1.11}$$

§ 2. Виртуальное фоторождение пионов на нуклонах

Используем, как и в случае πN – рассеяния, статическую модель, то есть пренебрегаем отдачей нуклона. Матричный элемент электромагнитного тока $\vec{J}$ между однонуклонными состояниями имеет вид:

$$<p'|\vec{J}(0)|p> = v(\vec{k}^2) u^*(p') \{ \frac{F_e}{2m} ((\vec{p}+\vec{p}')+$$

$$+ i[\vec{\sigma}\times\vec{k}]) + i F_M [\vec{\sigma}\times\vec{k}] \} u(p)\,,$$

где $\vec{k}=\vec{p}'-\vec{p}$, $F_e=\frac{1+\tau_3}{2}e$, $F_M=\mu'^{S}(N)+\tau_3\mu'^{V}(N)$,

причем $\mu'^{(s,v)}(N)$ – статические аномальные изоскалярный и изовекторный магнитные моменты нуклона; $v(\vec{k})$ определено в соответствии с (1.3).

Рассмотрим, как и ранее, величину типа амплитуды:

$$F_\mu(E)=\int e^{-iEt}\Theta(t)\langle p_2|[j_a(t,0),J_\mu(0)]|p_1\rangle, \tag{2.2}$$

где $J_\mu(x)$ – электромагнитный ток,
$|p_1\rangle, |p_2\rangle$ – однонуклонные состояния,
$j_a(x)$ – π – мезонный ток.

Амплитуду F можно в брейтовской системе разложить по инвариантам[6]:

$$\vec{F}=i(\vec{\sigma}\vec{\lambda})\vec{\lambda}L+i\vec{\sigma}L_1+i(\vec{\sigma}\cdot\vec{p})\vec{p}L_2+ \tag{2.3}$$
$$+[\vec{p}\times\vec{\lambda}]L_3+i(\vec{\sigma}\cdot\vec{\lambda})pL_4+i(\vec{\sigma}\cdot\vec{p})\vec{\lambda}L_5 .$$

Причем изотопическая структура инвариантной амплитуды L такова:

$$L=\delta_{3a}L^{(v)}+\frac{1}{2}[\tau_a,\tau_3]L^{(-)}+\tau_a L^{(s)} , \tag{2.4}$$

где a – изотопическое состояние пиона.

Рассуждая далее аналогично предыдущему случаю, получаем правило сумм:

$$\int_0^\infty \mathrm{Im}\,L^{(v)}(E)\,dE=0 . \tag{2.5}$$

Для $N^*N\pi$ – вершины используем статический предел взаимодействия[3]:

$$\langle N(p')|J_\mu(0)|N^*_\nu(p)\rangle=i\,\frac{3\mu(N^*\to N\gamma)}{2\sqrt{2}}\times$$
$$\times u(p')\left[\left(-k\gamma_5+\frac{\gamma_5(p\cdot k)}{M}\right)\delta_{\nu\mu}+\gamma_\mu k_\nu-\frac{\gamma_5\gamma_\mu}{M}\right]u_\nu(p). \tag{2.6}$$

В результате из правил сумм (2.5) с использованием (1.1), (1.10), (2.1), (2.6) получим в одночастичном приближении[x]:

$$f\cdot\mu'^{v}(N)-\frac{f^*\mu(N^*\to N\gamma)(M+m)}{6\sqrt{2}M}=0 . \tag{2.7}$$

Обратим внимание на то, что правила сумм в статической модели (1.11) и (2.7) похожи на соответствующие релятивистские правила сумм[3], полученные из одномерных дисперсионных соотношений. Отличие статических правил сумм от релятивистских состоит в том, что в статических правилах сумм отсутствуют члены, зависящие от массы мезона и переданного импульса в силу того, что в статической модели последние считаем малыми по сравнению с массой бариона.

В целях сравнения с экспериментом при низких энергиях можно рассчитать из правил сумм (2.8) магнитный момент распада нуклонной изобары с помощью (1.11). Это дает:

$\mu(N^*\to N\gamma)=\frac{2\sqrt{2}}{3}\cdot 1{,}29\,\mu(p)$, что согласуется со значением $\mu(N^*\to N\gamma)$, полученным из релятивистских правил сумм[3], и хорошо согласуется с экспериментальным значением

$$\mu_{exp}(N^*\to N\gamma)=\frac{2\sqrt{2}}{3}(1{,}25\pm 0{,}02)\mu(p) .$$

В заключение можно сделать вывод:
факт существования статического предела для дисперсионных правил сумм, возможно, указывает на то, что существует статический предел у дисперсионных соотношений, написанный для πN –рассеяния и для виртуального фоторождения π –мезонов на нуклонах.

Автор выражает глубокую признательность академику Н.Н. Боголюбову за предложенную тему и стимулирующие дискуссии.

[x] Отметим что учет взаимодействия π –мезонов с электромагнитным полем A

$$\vec{J}_M\cdot\vec{A}=e(\phi_1\vec{\nabla}\phi_2-\phi_2\vec{\nabla}\phi_1)\cdot\vec{A} .$$

дает вклад в t–канале и лишь для амплитуд L_2 и L_4. Аналогично, учет взаимодействия $\vec{J}_1\cdot\vec{A}=-e\psi^*\vec{\sigma}(\tau_1\phi_2-\tau_2\phi_1)\psi\cdot\vec{A}$ дает вклад лишь в инвариантную амплитуду L_1. То есть, оба указанных взаимодействия не дают вклада в интересующую нас продольную амплитуду L .

Литература

1. G. F. Chew, F. F. Low. Phys. Rev., 101, 1571(1956); 101, 1579 (1956); G. G. Wick. Rev. Modern Phys., 27, 339 (1955).
2. L. D. Soloviev. Preprint, E – 2343, Dubna, 1965.
3. I. G. Aznauryan, L. D. Soloviev. Preprint, E – 2544, Dubna, 1966;
   В.Г. Писаренко. Лекции Международной школы по физике элементарных частиц. Ялта, 1966;
   V. A. Matveev, V. G. Pisarenko, B. V. Struminsky. Preprint, E – 2822, Dubna, 1966.
4. V. A. Matveev, B. V. Struminsky, A. N. Tavkhelidze. Preprint, E – 2831, Dubna, 1966.
5. R. N. Funstov, R. E. Kallosh, V. G. Pisarenko. Preprint, E – 2865, Dubna, 1966.
6. A. A. Logunov, L. D. Soloviev. Nucl. Phys., 10, 60 (1959).
7. С. Швебер. Введение в релятивистскую квантовую теорию поля, ИЛ, 1963, Москва.

Рукопись поступила в издательский отдел
13 сентября 1966 г.