

С 332.5 + С 344.1а

Б-903

15/III - 65

ОБЪЕДИНЕННЫЙ  
ИНСТИТУТ  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

Р - 1871



ЛАБОРАТОРИЯ ЯДЕРНЫХ ПРОБЛЕМ

Ю.А. Будагов, А.Г. Володько,  
В.Б. Флягин, П.В. Шляпников

ОПТИМИЗАЦИЯ ИЗМЕРЕНИЙ  
ЭНЕРГИИ ЭЛЕКТРОНОВ  
В ПУЗЫРЬКОВЫХ КАМЕРАХ  
С ТЯЖЕЛЫМИ ЖИДКОСТЯМИ

ТТЖ, 1966, № 1, с 70-72

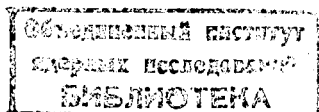
1965

Р - 1871

Ю.А. Будагов, А.Г. Володько,  
В.Б. Флягин, П.В. Шляпников

ОПТИМИЗАЦИЯ ИЗМЕРЕНИИ  
ЭНЕРГИИ ЭЛЕКТРОНОВ  
В ПУЗЫРЬКОВЫХ КАМЕРАХ  
С ТЯЖЕЛЫМИ ЖИДКОСТЯМИ

Направлено в ПТЭ



3000/1, 48.

При измерении энергий электронов в пузырьковых камерах с тяжелыми жидкостями весьма важно учесть потери энергии на тормозное излучение. Статистика этих потерь существенно отличается от статистики многократного рассеяния или ионизационных потерь прежде всего значительными флуктуациями, имеющими порядок средних потерь энергии. Тем не менее большое число моноэнергетических электронов образует семейство траекторий, так что оказывается возможным вычислить среднее значение  $\langle P(L) \rangle$  и квадратичное отклонение  $\Delta P_{\text{rad}}(L)$  для распределения импульсов на данной длине трека  $L$ .

Практически важно выяснить величины потерь энергии и их флуктуации при измерении на данной длине трека  $L$ , а также возможность сужения распределения импульсов путем отбрасывания треков с заметными потерями энергии. Частное решение этой проблемы при небольших длинах треков и, следовательно, для небольших энергий электронов было получено в работе <sup>/1/</sup>.

Ниже задача будет рассмотрена в общем виде и, в отличие от <sup>/1/</sup>, при ее решении будут учтены ошибки измерений координат точек трека весьма существенные для больших энергий электронов ( $E > 100$  Мэв).

Известно <sup>/2/</sup>, что если первоначальная энергия электрона есть  $E_0$ , то вероятность излучения энергии  $E_0(1 - \exp(-y))$  на длине  $l$  равна

$$W(y) dy = \frac{e^{-y} y^{b\ell - 1}}{\Gamma(b\ell)} dy, \quad (1)$$

где  $b = 1/(X_0 \ln 2)$  <sup>x/</sup> ( $X_0$  - радиационная длина), а  $\Gamma(b\ell)$  - гамма-функция.

Введем порог обрезания  $y_0$  этого распределения, определяемый из величины максимально допустимой энергии  $h\nu_{\text{max}}$ , теряемой на излучение на длине  $L$  (случай с потерями энергии, большими, чем  $E_0(1 - e^{-y_0})$ , отбрасываются при измерении):

$$\frac{h\nu_{\text{max}}}{E_0} = 1 - e^{-y_0}. \quad (2)$$

Величина  $y_0$  может меняться от 0 до  $\infty$  и устанавливается из решения альтернативы: точность измерения - количество отброшенных случаев. Тогда среднее и среднеквадратичное значение импульса электрона на длине  $L$  соответственно равны:

<sup>x/ По Гайтлеру <sup>/2/</sup></sup>  $b = \text{const}$  при  $E_0 \geq 25$  Мэв. Все численные расчеты и графики сделаны для пропановой камеры ( $X_0 = 108$  см).

$$\frac{\langle P(L) \rangle}{P_0} = \frac{1}{L} \int_0^L \frac{\int_0^{y_0} \frac{P(L)}{P_0} W(y) dy}{\int_0^{y_0} W(y) dy} dl = dl \frac{1}{L} \int_0^L \frac{\gamma(bl, 2y_0)^2}{\gamma(bl, y_0)} dl \quad (3)$$

$$\frac{\langle P^2(L) \rangle}{P_0^2} = \frac{1}{L} \int_0^L \frac{\int_0^{y_0} \frac{P^2(L)}{P_0^2} W(y) dy}{\int_0^{y_0} W(y) dy} dl = \frac{1}{L} \int_0^L \frac{\gamma(bl, 3y_0)^3}{\gamma(bl, y_0)} dl \quad (4)$$

где  $\gamma(bl, y_0)$  — неполная гамма-функция, а квадратичное отклонение:

$$\frac{\Delta P_{rad}(L)}{P_0} = \left( \frac{\langle P^2(L) \rangle}{P_0^2} - \left( \frac{\langle P(L) \rangle}{P_0} \right)^2 \right)^{1/2} \quad (5)$$

При интегрировании по всему спектру возможных значений  $y$  от 0 до  $\infty$  из (3), (4) и (5) найдем:

$$\frac{\langle P(L) \rangle}{P_0} = \frac{1-2}{bL \ln 2} \quad \text{и} \quad \frac{\Delta P_{rad}(L)}{P_0} = \left[ \frac{1-3}{bL \ln 3} - \left( \frac{1-2}{bL \ln 2} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (6)$$

Для вычисления интегралов (3) и (4) при произвольном значении  $y_0$  запишем неполную гамма-функцию в виде ряда:

$$\gamma(bl, ky_0) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n (ky_0)^{n+bl}}{n!(n+bl)}$$

Тогда

$$\frac{\langle P(L) \rangle}{P_0} = \frac{1}{L} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n (2y_0)^n}{n!} \int_0^L G(l, n) dl, \quad \frac{\langle P^2(L) \rangle}{P_0^2} = \frac{1}{L} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n (3y_0)^n}{n!} \int_0^L G(l, n) dl,$$

где

$$G(l, n) = \frac{y_0^{bl}}{(n+bl)! \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n y_0^{n+bl}}{n!(n+bl)}}$$

Сходимость рядов в (7) такова, что для практических значений  $y_0$  численное решение интегралов не представляет затруднений. На рис. 1 показана зависимость квадратичного отклонения  $\Delta P_{rad}(L)/P_0$  от длины  $L$  трека, вычисленная по формулам (5) и (7) при  $y_0 = 1$ . Там же для сравнения приведены  $\Delta P_{rad}(L)/P_0$  для  $y_0 = \infty$  и  $\Delta P_{rad}(L)/P_0$ , вычисленная при  $y_0 = 1$  по формулам Бера и Митнера <sup>1/x/</sup>:

$$\frac{\langle P(L) \rangle}{P_0} = \frac{1}{1 + \frac{1}{2} bLy_0} \quad (8)$$

$$\frac{\Delta P_{rad}(L)}{P_0} = \left( \frac{1}{6} bLy_0^2 \right)^{1/2} \quad (9)$$

Как видно из рисунка, даже при относительно большом пороге обрезания  $y_0 = 1$  ошибки в импульсе из-за радиационных потерь существенно ниже ошибок, вычисленных для  $y_0 = \infty$ . Как и следовало ожидать, использование (8) и (9) при  $y_0 = 1$  дает неверный результат.

Покажем теперь, что в случае больших энергий электронов значения  $y_0 \ll 1$ , для которых справедливы более простые формулы (8) и (9) несовместимы с требованиями возможно большей статистики.

Если измерять импульс электрона по стреле прогиба в магнитном поле, то относительная ошибка в импульсе из-за многократного рассеяния, как известно, равна

$$\frac{\Delta P_{sc}(L)}{P_0} = aL^{-1/2},$$

где  $a$  — постоянная, определяемая величиной магнитного поля и радиационной длиной среды.

При квадратичном объединении относительных ошибок в импульсе, вызванных излучением  $\Delta P_{rad}(L)/P_0$  и многократным рассеянием  $\Delta P_{sc}(L)/P_0$  суммарная относительная ошибка в импульсе  $\Delta P(L)/P_0$  имеет минимум на некоторой оптимальной длине  $L_{opt}$ , не зависящей от начального импульса электрона.

<sup>x/</sup> Можно показать, что эти формулы приближенно следуют из (7) и (5) при  $y_0 \ll 1$  и  $bL \ll 1$ .

Однако, если в суммарную ошибку в импульсе ввести неточность измерения  $\Delta P_{mes}(L)/P_0 = c P_0 \Delta f/L^2$  (здесь  $c = const$ ,  $\Delta f$  - неточность измерения стрелки прогиба), так что

$$\frac{\Delta P(L)}{P_0} = \left[ \frac{\Delta P_{rad}^2(L)}{P_0^2} + \frac{\Delta P_{so}^2(L)}{P_0^2} + \frac{\Delta P_{mes}^2(L)}{P_0^2} \right]^{1/2},$$

то для случаев с большим импульсом  $L_{opt}$  может значительно возрасти (см. рис. 2 и рис. 3). Это приводит к тому, что доля электронов  $N(L_{opt}, y_0)$ , удовлетворяющих критерию (2) на оптимальной длине, уменьшается с увеличением энергии электронов, поскольку, как следует из (1),

$$N(L_{opt}, y_0) = \frac{\gamma(bL_{opt} y_0)}{\Gamma(bL_{opt})}.$$

Зависимость  $N(L_{opt}, y_0)$ , вычисленная для нескольких значений  $y_0$ , приведена на рис. 4. Как видно из рисунка, при  $y_0 = 0,3$  число отброшенных случаев уже при  $E_0 = 50$  Мэв ( $L_{opt} = 200$  мм) составляет 25%, а при  $E_0 = 1000$  Мэв ( $L_{opt} = 350$  мм) - 41%.

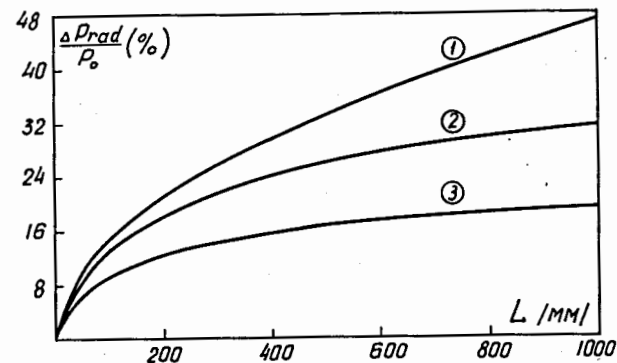
Если в эксперименте регистрируется несколько электронов и позитронов ( $\gamma \rightarrow e^+ + e^-$ ,  $\pi^0 \rightarrow 2\gamma + 4e$  и т.д.), то процент отброшенных событий для малых  $y_0$  катастрофически возрастет. Естественным выходом из этого критического положения является увеличение значения  $y_0$ , скажем, до  $y_0 \approx 1$ . В этом случае поправки на излучение следует вычислять по точным формулам (7) и (5).

В любом случае порог обрезания  $y_0$  и используемые длины треков определяются решением альтернативы точность измерения - количество отброшенных случаев. Данная работа помогает решить эту проблему в численном выражении для всех значений  $y_0$ .

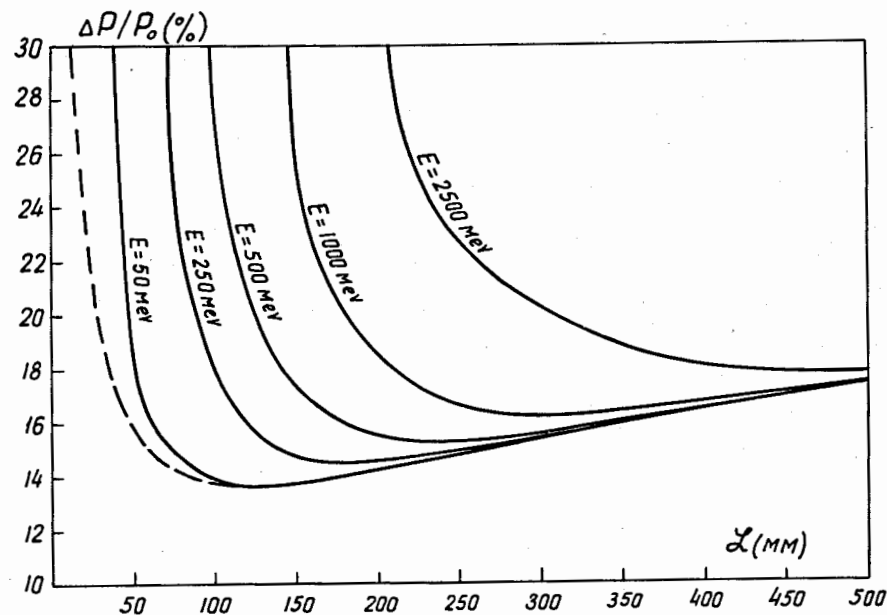
#### Л и т е р а т у р а

1. L. Behr and Mittner, Nucl. Instr. and Meth, 20, 446 (1963).
2. В. Гайтлер, "Квантовая теория излучения". Изд. иностранной литературы. Москва, 1956 г.

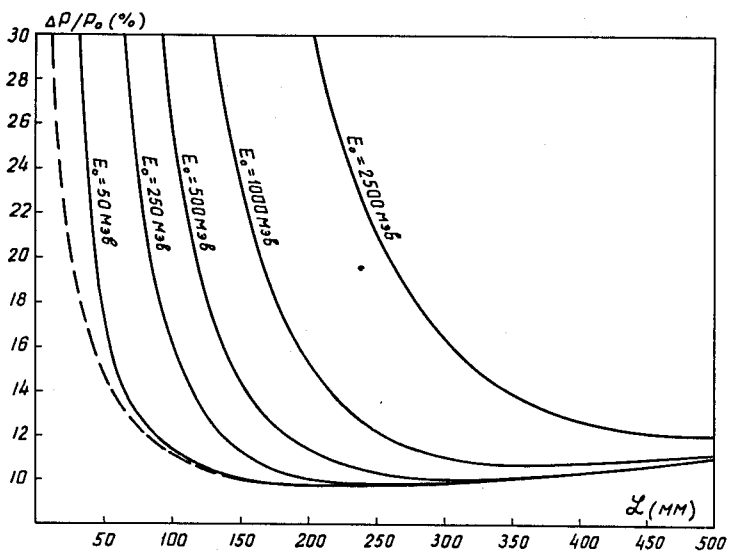
Рукопись поступила в издательский отдел  
23 января 1965 г.



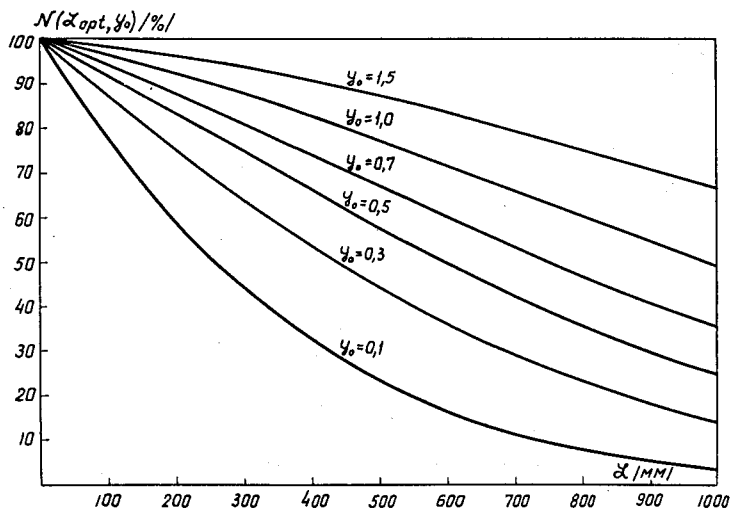
Р и с. 1. Относительная ошибка в импульсе  $\Delta P_{rad}(L)/P_0$ , как функция длины трека  $L$  при  $y_0 = 1$ ; кривая (1) вычислена по формуле (9), кривая (2) - по формуле (8), кривая (3) - по формулам (7), (5).



Р и с. 2. Суммарная относительная ошибка в импульсе  $\Delta P(L)/P_0$ , как функция длины трека  $L$ , вычисленная при  $y_0 = 1$  для нескольких значений энергий электрона. Сплошные кривые соответствуют неточности измерения стрелки прогиба  $\Delta f = 0,3$  мм при величине магнитного поля  $B = 1,7$  тл. Пунктирная кривая вычислена при  $\Delta f = 0$  и справедлива для любых энергий.



Р и с. 3. Суммарная относительная ошибка в импульсе  $\Delta P(L)/P_0$  при  $y_0 = 0,3$ . Остальные параметры те же, что и на рис. 2.



Р и с. 4. Зависимость относительного числа электронов, удовлетворяющих критерию (2), как функция длины трека, вычисленная для нескольких значений  $y_0$ .