С 323.4
К 207

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

Р - 1927

Эдвард Капусцик

О ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ СВОЙСТВАХ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ В МОДЕЛЯХ G_2 И B_2 СИММЕТРИИ

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

1965

Р - 1927

2897/3

Эдвард Капусцик[x/]

О ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ СВОЙСТВАХ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ В МОДЕЛЯХ G_2 И B_2 СИММЕТРИИ

x/ Постоянный адрес: Институт ядерной физики в Кракове, Краков, 23, Польша.

В последнее время большое внимание обращается на исследование следствий, вытекающих из моделей высших симметрий в теории элементарных частиц. Очень важную роль играют при этом различные соотношения между электромагнитными свойствами элементарных частиц, предсказываемые этими моделями. До сих пор подробно и систематически была исследована лишь модель SU_3 -симметрии, а для остальных групп ранга 2 делались только краткие замечания. Поэтому в настоящей работе, следуя методу, развитому для группы SU_3 в работах /1.2/, выполнено общее исследование электромагнитных свойств элементарных частиц в моделях G_2 - и B_2 -симметрии.

Модель G_2 -симметрии

Для характеристики векторов состояний, являющихся базисами неприводимых представлений группы G_2 , кроме собственных значений операторов I^2 , I_z и Y нам в принципе нужны еще четыре неаддитивных квантовых числа. Но так как для характеристики базисных состояний тех представлений группы G_2 , с которыми мы будем встречаться в этой работе, достаточно собственных значений операторов I^2 , I_z и Y , мы будем считать, что базисные состояния вполне определены набором собственных значений этих операторов.

В квантовой теории полей оператор электромагнитного тока выражается в виде билинейной комбинации полевых операторов ψ и $\bar{\psi}$:

$$J = \bar{\psi} O \psi , \tag{1}$$

где матрица O определяет трансформационные свойства оператора как относительно группы пространственно-временных преобразований, так и относительно заданной группы высших симметрии, т.е. в нашем случае группы G_2 . Поскольку мы интересуемся здесь только свойствами J относительно второго класса преобразований, в явном виде будем выписывать только те величины, которые связаны с группой G_2 . Итак, в общем случае билинейную комбинацию операторов ψ и $\bar{\psi}$ можем представить в виде линейной комбинации компонент некоторого числа неприводимых тензорных операторов:

$$J = \sum_{\substack{\{\mu\} \\ I, I_z, Y}} A(\{\mu\} ; I, I_z, Y) T^{\{\mu\}}_{I, I_z, Y} . \tag{2}$$

Тот факт, что все величины в (2) возникают из прямого произведения представлений, по которым преобразуются $\bar{\psi}$ и ψ, позволяет нам сразу ограничить возможные значения $\{\mu\}$. Так как в модели G_2 -симметрии операторы полей фундаментальных частиц преобразуются по представлениям $D^1(0,0)$ и $D^7(1,0)$ группы G_2 легко видеть, что индекс $\{\mu\}$ в (2) пробегает значения $\{1\}$, $\{7\}$, $\{14\}$ и $\{27\}$.

В электромагнитных взаимодействиях сохраняются квантовые числа третьей компоненты изотопического спина и гиперзаряда. Поэтому в выражении для оператора электромагнитного тока могут участвовать только те компоненты неприводимых тензорных операторов, для которых $I_z = Y = 0$. Отсюда наиболее общее выражение для оператора электромагнитного тока запишем в виде:

$$J = f_1(x)\,T^{\{1\}}_{0,0,0} + f_2(x)\,T^{\{7\}}_{1,0,0} + f_3(x)\,T^{\{14\}}_{1,0,0} + f_4(x)\,T^{\{14\}}_{0\,0\,0} + f_5(x)\,T^{\{27\}}_{2,0,0} + f_6(x)\,T^{\{27\}}_{1,0,0} + f_7(x)\,T^{\{27\}}_{0,0,0}\,, \qquad (3)$$

где в явном виде разделена зависимость от пространство-временных переменных.

В настоящее время достаточно точно установлено, что фотон является скаляром относительно подгруппы U - спина. Эта подгруппа, будучи самостоятельной группой SU_2, для группы G_2 составлена из следующих генераторов /4/:

$$U_z = -\sqrt{3}\,H_1 + 3H_2 = -\tfrac{1}{2}I_z + \tfrac{3}{4}Y \qquad (4)$$

$$U_+ = 2\sqrt{3}E_5\,; \quad U_- = 2\sqrt{3}\,E_{-5}\,.$$

Обозначения здесь такие же, как и в работе /3/. Фотон будет скаляром относительно этой подгруппы, если

$$[U_{\pm,z}\,, J] = 0. \qquad (5)$$

Поскольку в выражение для J входят только компоненты неприводимых тензоров с $I_z = Y = 0$, то легко видеть, что всегда

$$[U_z\,, J] = 0\,.$$

Из требования коммутативности оператора J с оператором U_+ получаем следующие соотношения между величинами $f_i(x)$:

$$f_2(x) = 0\,,$$

$$f_3(x) = \sqrt{3}\,f_4(x)\,,$$

$$f_5(x) = -\sqrt{\frac{2}{3}}\, f_6(x) = \sqrt{14}\, f_7(x). \qquad (6)$$

Аналогичные соотношения получим, рассматривая коммутатор $[U_-, J]$. Таким образом, вместо формулы (3) получаем для оператора электромагнитного тока следующее выражение:

$$J = j_1(x) T^{\{1\}}_{0,0,0} + j_2(x)\left[T^{\{14\}}_{1,0,0} + \frac{1}{\sqrt{3}} T^{\{14\}}_{0,0,0}\right] + \qquad (7)$$

$$+ j_3(x)\left[T^{\{27\}}_{2,0,0} - \sqrt{\frac{3}{2}}\, T^{\{27\}}_{1,0,0} + \frac{1}{\sqrt{14}} T^{\{27\}}_{0,0,0}\right].$$

Пользуясь этим выражением оператора электромагнитного тока, можем вычислить его матричные элементы между разными состояниями. При помощи теоремы Вигнера-Экарта в случае барионов получаем:

$$\begin{aligned}
\langle p|J|p\rangle &= a_1 - \frac{1}{\sqrt{6}} a_2 - \frac{1}{\sqrt{14}} a_3 \\
\langle n|J|n\rangle &= a_1 + \frac{4}{3\sqrt{14}} a_3 \\
\langle \Xi^0|J|\Xi^0\rangle &= a_1 + \frac{4}{3\sqrt{14}} a \\
\langle \Xi^-|J|\Xi^-\rangle &= a_1 + \frac{1}{\sqrt{6}} a_2 - \frac{1}{\sqrt{14}} a_3 \\
\langle \Sigma^+|J|\Sigma^+\rangle &= a_1 - \frac{1}{\sqrt{6}} a_2 - \frac{1}{\sqrt{14}} a_3 \\
\langle \Sigma^0|J|\Sigma^0\rangle &= a_1 + \frac{4}{3\sqrt{14}} a_3 \\
\langle \Sigma^-|J|\Sigma^-\rangle &= a_1 + \frac{1}{\sqrt{6}} a_2 - \frac{1}{\sqrt{14}} a_3 \\
\langle \Lambda|J|\Lambda\rangle &= a_0 \\
\langle \Sigma^0|J|\Lambda\rangle &= \langle \Lambda|J|\Sigma^0\rangle = 0,
\end{aligned} \qquad (8)$$

где величины a_i являются соответствующими приведенными матричными элементами.

Из формулы (8) получаем следующие соотношения между барионными формфакторами: (9)

$$\begin{aligned}
\langle p|J|p\rangle &= \langle \Sigma^+|J|\Sigma^+\rangle \\
\langle \Xi^-|J|\Xi^-\rangle &= \langle \Sigma^-|J|\Sigma^-\rangle \\
\langle n|J|n\rangle &= \langle \Xi^0|J|\Xi^0\rangle = \langle \Sigma^0|J|\Sigma^0\rangle .
\end{aligned}$$

Отбрасывая в выражении для оператора электромагнитного тока член $T^{\{1\}}_{0,0,0}$ (физически это означает отсутствие суперзаряженных частиц [5]), получаем кроме того, что

$$2\langle p|J|p\rangle + 2\langle \Xi^-|J|\Xi^-\rangle = -3\langle n|J|n\rangle$$

$$\langle \Lambda|J|\Lambda\rangle = 0 . \tag{10}$$

Последнее предсказание является очень сильным аргументом против модели G_2 -симметрии, так как маловероятно, чтобы все электромагнитные свойства Λ частицы исчезли.

Потребовав, чтобы выполнялось соотношение

$$\langle \Sigma^0|J|\Sigma^0\rangle = \tfrac{1}{2}[\langle \Sigma^+|J|\Sigma^+\rangle + \langle \Sigma^-|J|\Sigma^-\rangle] , \tag{11}$$

вытекающее из изотопической инвариантности сильных взаимодействий, легко вычислить из (8) для этого случая

$$\langle \Sigma^+|J|\Sigma^+\rangle = \langle p|J|p\rangle = -\langle \Sigma^-|J|\Sigma^-\rangle = -\langle \Xi^-|J|\Xi^-\rangle$$

и

$$\langle n|J|n\rangle = \langle \Xi^0|J|\Xi^0\rangle = \langle \Sigma^0|J|\Sigma^0\rangle = 0 , \tag{12}$$

что находится в явном противоречии с экспериментальными данными. Но самым интересным является тот факт, что в модели G_2 - симметрии при наиболее общем виде оператора электромагнитного тока получается, что матричный элемент перехода $\Sigma^0 \to \Lambda + \gamma$ (см. (8)) обращается в нуль, в то время как экспериментально этот переход является главным способом распада частицы Σ^0. Это явным образом показывает, что модель G_2 -симметрии неприменима в качестве основной модели высшей симметрии.

В случае псевдоскалярных мезонов дело упрощается, так как оператор R, отражающий весовую диаграмму в начале координат, совпадает, как легко видеть, с оператором зарядового сопряжения. Отсюда следует, что

$$j_1(x) = j_8(x) = 0. \tag{13}$$

Это сразу приводит к следующим соотношениям между мезонными формфакторами:

$$\langle \pi^+|J|\pi^+\rangle = \langle K^+|J|K^+\rangle = -\langle \pi^-|J|\pi^-\rangle = -\langle K^-|J|K^-\rangle$$

$$\langle \pi^0|J|\pi^0\rangle = \langle \eta|J|\eta\rangle = \langle K^0|J|K^0\rangle = \langle \bar{K}^0|J|\bar{K}^0\rangle = \langle \pi^0|J|\eta\rangle = 0. \tag{14}$$

Легко также видеть, что даже при наиболее общем виде оператора электромагнитного тока матричный элемент перехода $\pi^0 \to 2\gamma$ обращается в нуль, что еще более дискредитирует модель G_2 — симметрии. Аналогичную процедуру можно применить и для векторных мезонов. Результат здесь такой же как и в (14), если сделать подстановку:

$$\pi, K, \bar{K}, \eta \to \rho, K^*, \bar{K}^*, \phi . \tag{15}$$

Кроме того легко показать, что в рассматриваемой модели G_2 -симметрии запрещены процессы

$$\begin{aligned} &\phi \to \pi^0 + \gamma \\ &\omega \to \pi^0 + \gamma , \end{aligned} \tag{16}$$

что опять находится в явном противоречии с экспериментальными данными.

Модель B_2 -симметрии

Аналогично случаю группы G_2 будем считать, что базисные состояния неприводимых представлений группы B_2 вполне определены набором собственных значений операторов I^2, I_z и Y.

Оператор электромагнитного тока в рассматриваемой модели B_2 -симметрии определим таким же образом, как и в случае модели G_2 — симметрии.

Пользуясь теми же самыми аргументами, как и в случае модели G_2 -симметрии, легко установить, что суммирование в формуле (2) должно выполняться по представлениям $\{1\}$, $\{4\}$, $\{5\}$, $\{10\}$, $\{14\}$ и $\{16\}$. Поскольку в представлениях $D^4(1,0)$ и $D^{16}(1,1)$ нет весов с квантовыми числами $I_z = Y = 0$, получаем, что наиболее общее выражение для оператора электромагнитного тока в модели B_2 - симметрии будет иметь вид:

$$\begin{aligned} J = f_1(x) T^{\{1\}}_{0,0,0} + f_2(x) T^{\{5\}}_{1,0,0} + f_3(x) T^{\{10\}}_{1,0,0} + f_4(x) T^{\{10\}}_{0,0,0} + \\ + f_5(x) T^{\{14\}}_{2,0,0} + f_6(x) T^{\{14\}}_{0,0,0} . \end{aligned} \tag{17}$$

Подгруппа U - спина для группы B_2 составлена из следующих генераторов [4]:

$$\begin{aligned} &U_z = -\sqrt{\frac{3}{2}} H_1 + \sqrt{\frac{3}{2}} H_2 = -\tfrac{1}{2} I_z + \tfrac{1}{4} Y \\ &U_+ = \sqrt{3} E_4 \quad ; \quad U_- = \sqrt{3} E_{-4} . \end{aligned} \tag{18}$$

Из скалярности фотона относительно этой подгруппы получаем следующие соотношения между величинами $f_i(x)$:

$$f_3(x) = f_4(x)$$

$$f_5(x) = -\sqrt{5}\, f_6(x) \qquad (19)$$

и выражение (17) для оператора электромагнитного тока сводится к следующему:

$$J = j_1(x)T^{\{1\}}_{0,0,0} + j_2(x)T^{\{8\}}_{1,0,0} + j_3(x)\left[T^{\{10\}}_{1,0,0} + T^{\{10\}}_{0,0,0}\right] + \qquad (20)$$

$$+ j_4(x)\left[T^{\{14\}}_{2,0,0} - \frac{1}{\sqrt{5}}\, T^{\{14\}}_{00,0,0}\right].$$

Пользуясь этим выражением оператора электромагнитного тока, можем вычислить его матричные элементы между разными состояниями. При помощи теоремы Вигнера-Эккарта в случае барионов получаем следующее выражение:

$$
\begin{aligned}
&\langle p|J|p\rangle = a_1 - \frac{1}{\sqrt{5}}\, a_2 - \sqrt{\frac{2}{5}}\, a_3 \\
&\langle n|J|n\rangle = a_1 + \frac{1}{\sqrt{5}}\, a_2 \\
&\langle \Xi^0|J|\Xi^0\rangle = a_1 + \frac{1}{\sqrt{5}}\, a_2 \\
&\langle \Xi^-|J|\Xi^-\rangle = a_1 - \frac{1}{\sqrt{5}}\, a_2 + \sqrt{\frac{2}{5}}\, a_3 \\
&\langle \Sigma^+|J|\Sigma^+\rangle = b_1 - \tfrac{1}{2} b_2 - \tfrac{1}{2}\sqrt{\frac{3}{35}}\, b_3 \\
&\langle \Sigma^0|J|\Sigma^0\rangle = b_1 + 2\sqrt{\frac{3}{35}}\, b_3 \\
&\langle \Sigma^-|J|\Sigma^-\rangle = b_1 + \tfrac{1}{2} b_2 - \tfrac{1}{2}\sqrt{\frac{3}{35}}\, b_3 \\
&\langle X^+|J|X^+\rangle = b_1 - \tfrac{1}{2} b_2 - \tfrac{1}{2}\sqrt{\frac{3}{35}}\, b_3 \\
&\langle X^-|J|X^-\rangle = b_1 + \tfrac{1}{2} b_2 - \tfrac{1}{2}\sqrt{\frac{3}{35}}\, b_3 ,
\end{aligned}
\qquad (21)
$$

где мы ввели соответствующие обозначения для приведенных матричных элементов.

Легко видеть, что из формулы (21) вытекают следующие соотношения между барионными формфакторами:

$$
\begin{aligned}
&\langle n|J|n\rangle = \langle \Xi^0|J|\Xi^0\rangle \\
&\langle \Sigma^+|J|\Sigma^+\rangle = \langle X^+|J|X^+\rangle \\
&\langle \Sigma^-|J|\Sigma^-\rangle = \langle X^-|J|X^-\rangle .
\end{aligned}
\qquad (22)
$$

Если член j_1 считать аддитивной константой и отбросить его, то кроме соотноше- ний (22) получим еще и следующие:

$$
\begin{aligned}
&\langle p|J|p\rangle + \langle \Xi^-|J|\Xi^-\rangle = -2\langle n|J|n\rangle \\
&\langle X^+|J|X^+\rangle + \langle X^-|J|X^-\rangle = -\tfrac{1}{2}\langle \Sigma^0|J|\Sigma^0\rangle .
\end{aligned}
\qquad (23)
$$

Видно, что для выполнения соотношения

$$\langle \Sigma^0|J|\Sigma^0\rangle = \tfrac{1}{2}\left[\langle \Sigma^+|J|\Sigma^+\rangle + \langle \Sigma^-|J|\Sigma^-\rangle\right]$$

необходимо, чтобы $j_4 = 0$, а тогда

$$\langle \Sigma^0|J|\Sigma^0\rangle = 0. \qquad (24)$$

Здесь интересно отметить, что член j_3 нельзя отбрасывать, так как в рассматри- емой модели именно этот член отвечает за разницу зарядов и магнитных моментов нейтрона и протона, а также частиц Σ^+ и X^+, Σ^- и X^-.

То же самое можно сказать и о члене j_2, так как в случае $j_2 = 0$ получа-

$$
\begin{aligned}
&\langle n|J|n\rangle = 0 \\
&\langle \Sigma^0|J|\Lambda\rangle = 0,
\end{aligned}
\qquad (25)
$$

что находится в явном противоречии с экспериментальными данными.

В случае псевдоскалярных мезонов имеем:

$$j_1(x) = j_2(x) = j_4(x) = 0 , \qquad (26)$$

а в том случае соотношения между мезонными формфакторами принимают вид:

$$
\begin{aligned}
&\langle \pi^+|J|\pi^+\rangle = \langle D^+|J|D^+\rangle = -\langle D^-|J|D^-\rangle = -\langle \pi^-|J|\pi^-\rangle \\
&\langle \pi^0|J|\pi^0\rangle = \langle \eta|J|\eta\rangle = \langle K^0|J|K^0\rangle = \langle \bar{K}^0|J|\bar{K}^0\rangle = 0 \\
&\langle K^+|J|K^+\rangle = -\langle K^-|J|K^-\rangle .
\end{aligned}
\qquad (27)
$$

Результат для векторных мезонов получается тем же самым, как и в (27), если сде- лать подстановку (15).

Литература

1. Э. Капусцик и Э. Обрык. Препринт ОИЯИ Р-1616, 1964.
2. Э. Капусцик. Препринт оОИЯИ Р- 1704 (1964).
3. R.Behrends et al Rev. Mod. Phys. 34, 1 (1962).
4. H.Harari. Preprint IA-909 (1964).
5. L.B.Okun. Phys. Letters 12, 250 (1964).

Рукопись поступила в издательский отдел
26 декабря 1964 г.