ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

Р - 1886

Нгуен Ван Хьеу, К.В. Рерих, А.А. Хелашвили

АСИМПТОТИЧЕСКИЕ СООТНОШЕНИЯ МЕЖДУ СЕЧЕНИЯМИ РОЖДЕНИЯ БАРИОННЫХ РЕЗОНАНСОВ

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

1964

Асимптотические соотношения между сечениями рождения барионных резонансов

Доказано асимптотическое равенство сечений перекрестных неупругих процессов с рождением барионных резонансов. Рассмотрены также следствия изотопической инвариантности.

Препринт Объединенного института ядерных исследований.
Дубна. 1964.

P – 1886

Nguyen Van Hieu, Rerikh K.V., Khelashvili A.A.,

Asymptotic Relations between the Production Cross Sections for Baryon Resonances

The asymptotic equality of the cross sections for the crossing inelastic processes involving the production of baryon resonances has been proved. The consequences of the isotopic invariance have been also treated.

Preprint. Joint Institute for Nuclear Research.
Dubna. 1964.

Р - 1886

Нгуен Ван Хьеу, К.В. Рерих, А.А. Хелашвили

АСИМПТОТИЧЕСКИЕ СООТНОШЕНИЯ МЕЖДУ СЕЧЕНИЯМИ РОЖДЕНИЯ БАРИОННЫХ РЕЗОНАНСОВ

Направлено в Nuclear Physics

В работе А.А. Логунова и др.[1] на основе теоремы Фрагмена-Линделефа было доказано асимптотическое равенство дифференциальных сечений неупругих процессов типа:

$$\pi + N \to \pi' + \pi'' + N',$$

$$\bar{\pi} + N' \to \bar{\pi}' + \pi'' + N,$$

когда полная энергия реакции (в с.ц.м.) и энергия системы нуклона и одного из π -мезонов в конечном состоянии (в с. ц.м. этой системы) стремятся к бесконечности, но их отношение постоянно, а передача импульса между нуклонами и между π-мезонами, а также эффективная масса системы двух π -мезонов фиксированы. Из полученного результата, в частности, следует асимптотическое равенство сечений рождения мезонных резонансов.

В настоящей работе при помощи метода, изложенного в[1], мы докажем асимптотические равенства между сечениями перекрестных процессов рождения мезона в мезон-нуклонных и нуклон-нуклонных столкновениях в случае, когда энергия системы нуклона и одного из мезонов (мезона и одного из нуклонов) в конечном состоянии (в с.ц.м. этой системы) фиксирована. В частности, мы установим асимптотические равенства сечений рождения барионных резонансов. Мы будем рассматривать также соотношения, вытекающие из аналитических свойств при помощи теоремы Фрагмена-Линделефа и изотопической инвариантности сильных взаимодействий.

2. Рождение мезона в мезон-нуклонных столкновениях

Рассмотрим перекрестные процессы:

$$a + b \to a' + c + b', \qquad (1)$$

$$\bar{a}' + b \to \bar{a} + c + b', \qquad (II)$$

где a , a' и c -мезоны, а b и b' -барионы. Это определение перекрестных процессов отличается от определения в[1] и пригодно для рассматриваемого случая, когда эффективная масса системы $c - b'$ фиксирована и, в частности, когда эта система находится в резонансном состоянии. Обозначим через p и q 4-импульсы бариона b и мезона a или $\bar{a}'$ в начальных состояниях процессов (1) и (II) , а через p' , k и q' - 4-импульсы конечных бариона b' , мезона c и мезона a' или $\bar{a}$, соответственно. Матричные элементы этих процессов имеют вид:

$$T^J(p,q;\ p',k,q') = \bar{u}(p')M^J(p,q;p',k,q')\,u(p), \tag{1}$$

$$M^J(p,q;\ p',k,q') = \sum_{i=1}^{4} F_i^J(s,t,t',W^2,\xi)\,\Gamma_i\ , \tag{2}$$

где ковариантные матрицы Γ_i можно выбрать следующим образом:

$$\Gamma_1 = \gamma_5\ , \qquad \Gamma_2 = i(\hat{q}+\hat{q}')\gamma_5\ ,$$
$$\Gamma_3 = i(\hat{q}-\hat{q}')\gamma_5\ , \qquad \Gamma_4 = (\hat{q}+\hat{q}')(\hat{q}-\hat{q}')\gamma_5\ , \tag{3}$$

а инвариантные переменные в F_i^J определяются следующим образом:

$$s = -(p+q)^2\ , \qquad W^2 = -(p'+k)^2\ ,$$
$$t = -(p-p')^2\ , \qquad \xi = \frac{k(q+q')}{p'(q+q')}\ , \tag{4}$$
$$t' = -(q-q')^2\ , \qquad u = -(p-q')^2 .$$

Четыре первых переменных имеют ясный физический смысл. Что касается последней переменной ξ , то при $s\to\infty$ она определяет отношение энергии системы двух мезонов (в с.ц.м. этой системы) к полной энергии. В дальнейшем понадобится также переменная u , связанная с остальными соотношением

$$s + t' + u = M^2 + m^2 + m'^2 + W^2, \tag{5}$$

где M , m и m' –массы бариона b и мезонов a и a'. Мы рассматриваем случай, когда один из трех мезонов (или все три мезона) является псевдоскалярной частицей. Аналогично можно рассмотреть и другой случай.

При помощи метода работы /2/ можно установить следующее соотношение перекрестной симметрии между амплитудами M^J :

$$\gamma_4[M^I(-p,q';-p',-k,q)]^+\gamma_4 = [C^{-1}M^{II}(p,q;p',k,q')C]^T, \tag{6}$$

где C –матрица зарядового сопряжения

$$C^{-1}\gamma_\mu C = -\gamma_\mu^T\ , \qquad C^T = -C\ . \tag{7}$$

Подставляя (2) и (3) в (6), мы получим:

$$F_i^I(u,t,t',W^2,\xi) = (-1)^i F_i^{II}(s,t,t',W^2,\xi)^* . \tag{8}$$

Докажем теперь асимптотическое равенство дифференциальных сечений процессов (I) и (II). Мы будем рассматривать общий случай, когда все четыре инвариантные амплитуды дают вклад в асимптотику сечений. Остальные случаи также можно рассматривать аналогично. Из выражения для сечений следует, что все амплитуды $F_i^J(s,t,t',W^2,\xi)$ будут давать вклад в асимптотику сечений, если функции

$$F_1^J, \quad s\,F_2^J, \quad F_3^J \quad \text{и} \quad s\,F_4^J \tag{9}$$

имеют одинаковые асимптотическое поведение. Тогда на основе теоремы Фрагмена-Линделефа и соотношения перекрестной симметрии (8) можно установить следующее асимптотическое соотношение:

$$\lim_{s\to\infty} \frac{F_i^I(s,t,t',W^2,\xi)}{F_i^{II}(u,t,t',W^2,\xi)^*} = -\,e^{-i\pi\alpha(t)}\,, \tag{10}$$

где $\alpha(t)$ характеризует поведение функций (9) при $s\to\infty$ $(s^{\alpha(t)}\ \ell n\, s^{\beta(t)},\dots)$. Из этого соотношения следует равенство сечений процессов (I) и (II):

$$\frac{d\sigma^I(s,t,t',W^2,\xi)}{dt\,dt'\,dW^2\,d\xi} \approx \frac{d\sigma^{II}(s,t,t',W^2,\xi)}{dt\,dt'\cdot dW^2\,d\xi}\,. \tag{11}$$

Примерами таких процессов являются

$\pi^+ + p \to \pi^+ + \pi^o + p$ и $\pi^- + p \to \pi^- + \pi^o + p$,

$K^+ + p \to K^+ + \pi^+ + n$ и $K^- + p \to K^- + \pi^+ + n$,

$K^+ + p \to K^o + \pi^+ + p$ и $\bar{K}^o + p \to K^- + \pi^+ + p$,

$\pi^- + p \to K^o + \pi^o + \Lambda$ и $\bar{K}^o + p \to \pi^+ + \pi^o + \Lambda$.

Если мезон c и барион b' в конечном состоянии рождаются в резонансном состоянии, то мы имеем равенство сечений рождения барионных резонансов

$\pi^+ + p \to \pi^+ + \Delta^+$ и $\pi^- + p \to \pi^- + \Delta^+$,

$K^+ + p \to K^+ + \Delta^+$ и $K^- + p \to K^- + \Delta^+$,

$K^+ + p \to K^o + \Delta^{++}$ и $\bar{K}^o + p \to K^- + \Delta^{++}$,

$\pi^+ + p \to K^+ + \dot{Y}^o$ и $\bar{K} + p \to \pi^- + \dot{Y}^o$

и т.д.

3. Изотопическая инвариантность

Рассмотрим теперь процессы рождения нуклонных резонансов Δ с $J=\frac{3}{2}$, $I=\frac{3}{2}$ в π -мезон-протонных столкновениях

$$\pi + p \to \pi + \Delta \ .$$

Учет изотопической инвариантности приводит к следующим соотношениям:

$$F_i(\pi^+ p \to \pi^+ \Delta^+) = \sqrt{\frac{2}{3}}\, F_i(\pi^+ p \to \pi^\circ \Delta^{++}), \tag{12}$$

$$F_i(\pi^+ p \to \pi^+ \Delta^+) + F_i(\pi^- p \to \pi^- \Delta^+) = -\frac{1}{\sqrt{3}} F_i(\pi^- p \to \pi^+ \Delta^-), \tag{13}$$

$$F_i(\pi^- p \to \pi^\circ \Delta^\circ) + F_i(\pi^\circ p \to \pi^+ \Delta^\circ) = \sqrt{\frac{3}{2}}\, F_i(\pi^- p \to \pi^+ \Delta^-), \tag{14}$$

$$F_i(\pi^+ p \to \pi^\circ \Delta^{++}) + F_i(\pi^\circ p \to \pi^- \Delta^{++}) = -\frac{1}{\sqrt{2}} F_i(\pi^- p \to \pi^+ \Delta^-) . \tag{15}$$

Из (12) следует соответствующее равенство для сечений, а из (13) – (15) можно получить соответствующие неравенства треугольника.

Так как левые части (13)-(15) содержат амплитуды перекрестных процессов, для которых имеет место асимптотическое соотношение (10), то можно получить, применяя метод работы А.А. Логунова и др. /3/, следующие асимптотические соотношения:

$$\sigma(\pi^+ p \to \pi^+ \Delta^+) > \frac{1}{12}\, \sigma(\pi^- p \to \pi^+ \Delta^-), \tag{16}$$

$$\sigma(\pi^- p \to \pi^\circ \Delta^\circ) > \frac{3}{8}\, \sigma(\pi^- p \to \pi^+ \Delta^-), \tag{17}$$

$$\sigma(\pi^+ p \to \pi^\circ \Delta^{++}) > \frac{1}{8}\, \sigma(\pi^- p \to \pi^+ \Delta^-) . \tag{18}$$

Здесь через $\sigma(\pi^+ p \to \pi^+ \Delta^+)$, например, обозначено дифференциальное сечение процесса $\pi^+ + p \to \pi^+ + \Delta^+$ при фиксированной передаче импульса между π - мезонами.

4. Рождение мезонов в барион-нуклонных столкновениях

Изложенный метод также можно применить к изучению процессов (I) и (II), где a, a', b и b'–барионы, а c – псевдоскалярный мезон. Матричные элементы тогда имеют вид:

$$T^J(p, q; p', k, q') = \sum_{i=1}^{16} \bar{u}_{b'}(p')\, \Gamma_i^{(b)}(q,q')\, u_b(p)\, \bar{u}_{a'}(q')\, \Gamma_i^{(a)}(p,p')\, u_a(q)\, F_i^J(s,t,t',W^2,\xi), \tag{19}$$

где ковариантные матрицы $\Gamma_i^{(a)}(p,p')$ и $\Gamma_i^{(b)}(q,q')$ можно выбрать следующим образом:

$$\Gamma^{(a)}_{1,2,3,4} = 1, \qquad \Gamma^{(a)}_{5,6,7,8} = i(\hat{p} + \hat{p}'), \qquad \Gamma^{(a)}_{i+8} = \Gamma^{(a)}_i \gamma_5 , \tag{20}$$

$$\Gamma^{(b)}_{1,5} = \gamma_5 , \quad \Gamma^{(b)}_{2,6} = i(\hat{q} + \hat{q}')\gamma_5 , \qquad \Gamma^{(b)}_{3,7} = i(\hat{q} - \hat{q}')\gamma_5 ,$$

$$\Gamma^{(b)}_{4,8} = (\hat{q} + \hat{q}')(\hat{q} - \hat{q}')\gamma_5 , \qquad \Gamma^{(b)}_{i+8} = \Gamma^{(b)}_i \gamma_5 . \tag{21}$$

Соотношение перекрестной симметрии имеет вид:

$$\sum_{i=1}^{16} \gamma_4 [\Gamma_i^{(b)}(q',q)]^{+} \gamma_4 [\bar{u}_{a'}(q')\Gamma_i^{(a)}(-p,-p')u_a(q)F_i^{I}(u,t,t',W^2,\xi)]^{+} =$$

$$= \sum_{i=1}^{16} [C^{-1}\Gamma_i^{(b)}(q,q')C]^{T} \bar{u}_a(q)\Gamma_i^{(a)}(p,p')u_{a'}(q')F_i^{II}(s,t,t',W^2,\xi) . \tag{22}$$

Из этого соотношения и выражения для сечений также можно доказать асимптотическое равенство (11) для данного случая. В частности, имеет место равенство сечений процессов:

$p + p \to p + \pi^+ + n$ и $\bar{p} + p \to \bar{p} + \pi^+ + n$,

$p + p \to n + \pi^+ + p$ и $\bar{n} + p \to \bar{p} + \pi^+ + p$

и т.д.;

а в случае рождения барионных резонансов:

$p + p \to p + \Delta^+$ и $\bar{p} + p \to \bar{p} + \bar{\Delta}^+$,

$p + p \to n + \Delta^{++}$ и $\bar{n} + p \to p + \Delta^{++}$

и т.д.

В заключение авторы выражают глубокую благодарность А.А. Логунову, которому принадлежит инициатива настоящей работы, а также А.Н. Тавхелидзе и И.Т. Тодорову за интерес к работе.

Литература

1. А.А. Логунов, Нгуен Ван Хьеу и И.Т. Тодоров. Препринт ОИЯИ, Р-1737, Дубна, 1964; Nuclear Physics (в печати); Доклад, представленный на XII Международную конференцию по физике высоких энергий, Дубна, 1964; Phys. Lett., 12, 139 (1964).
2. Нгуен Ван Хьеу. Препринт ОИЯИ, Р-1564, Дубна, 1964.
3. A.A.Logunov, Nguyen van Hieu and Hsien Ting Chang. Nuovo Cim., 33, 1312 (1964).

Рукопись поступила в издательский отдел
5 ноября 1964 г.