

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Лаборатория ядерных проблем

P-186

Л.М. Сороко

ПОЛЯРИЗАЦИОННЫЕ ЭФФЕКТЫ В РЕАКЦИИ $p+p \rightarrow d+\pi^+$
С УЧЕТОМ s -, p - и d -СОСТОЯНИИ π -МЕЗОНА

г. Дубна, 1958 год

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Лаборатория ядерных проблем

P-186

Л.М. Сороко

ПОЛЯРИЗАЦИОННЫЕ ЭФФЕКТЫ В РЕАКЦИИ $p+p \rightarrow d+\pi^+$
С УЧЕТОМ s - , p - и d - СОСТОЯНИИ π -МЕЗОНА

г. Дубна, 1958 год

А н н о т а ц и я

В работе приведены явные выражения для всех наблюдаемых эффектов в реакции $p+p \rightarrow d+\pi^+$ с учетом s^- , p^- , d - состояний π^- -мезона.

I. Введение

При проведении феноменологического анализа реакции



в области энергии протонов $\sim 400 - 600$ Мэв необходимо выразить все наблюдаемые эффекты в терминах элементов S -матрицы с учетом s^- , p^- и d -состояний π^+ -мезона. Несмотря на то, что анализ возможных поляризованных эффектов в реакции (I) весьма подробно рассматривался многими авторами [1-6, 12], ни в одной из этих работ необходимые выражения не приведены

полностью. В настоящей работе дана сводка всех соотношений, которые могут быть непосредственно использованы при обработке экспериментальных данных.

Поскольку Π -мезон является бесспиновой частицей, то в реакции (I) необходимо задать спиновое состояние дейтрона, которое определяется средними значениями шести независимых матриц. В качестве независимых матриц обычно используют операторы спин-тензоров $\hat{T}_{J,m}^{(7,8)}$, которые обладают удобными трансформационными свойствами. Операторы спин-тензоров $\hat{T}_{J,m}$ удовлетворяют соотношениям ортогональности и нормировки $S\rho \hat{T}_{J,m} \hat{T}_{J',m'}^\dagger = (2S+1) \delta_{Jm} \delta_{J'm'}$ и выражаются через операторы проекций спина следующим образом (7):

$$\hat{T}_{22} = \frac{\sqrt{3}}{2} (\hat{S}_x + i \hat{S}_y)^2; \quad \hat{T}_{11} = -\frac{\sqrt{3}}{2} (\hat{S}_x + i \hat{S}_y);$$

$$\hat{T}_{21} = -\frac{\sqrt{3}}{2} [(\hat{S}_x + i \hat{S}_y) \hat{S}_z + \hat{S}_z (\hat{S}_x + i \hat{S}_y)]; \quad \hat{T}_{10} = \sqrt{\frac{3}{2}} \hat{S}_z;$$

$$\hat{T}_{20} = \frac{1}{\sqrt{2}} (3 \hat{S}_z^2 - 2); \quad \hat{T}_{00} = 1. \quad (2)$$

Используя для операторов проекции спина дейтрона матрицы в виде

$$S_x = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}; \quad S_y = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix}; \quad S_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix};$$

получим

$$T_{22} = \sqrt{3} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}; \quad T_{21} = -\sqrt{\frac{3}{2}} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}; \quad T_{20} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix};$$

$$T_{11} = -\sqrt{\frac{3}{2}} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}; \quad T_{10} = \sqrt{\frac{3}{2}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}; \quad T_{00} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (3)$$

Для процесса рассеяния частиц или реакций вида $A + b \rightarrow C + d$ спин-тензоры задаются относительно системы координат, ось \bar{z} которой направлена вдоль скорости падающей частицы A . Такая система координат приведена на рис. I. Выбранная система является правой системой, ось \bar{x} которой направлена таким образом, чтобы горизонтальной плоскостью являлась плоскость $\bar{x} O \bar{z}$. Средние значения операторов спин-тензоров в конечном состоянии с точки зрения условий эксперимента необходимо рассматривать в координатной системе, ось \bar{z}' которой направлена вдоль вектора скорости регистрируемой вторичной частицы, (в нашем случае дейтрона), испущенной в направлении (θ, φ) .

Если \vec{k} - волновой вектор падающей частицы, а \vec{k}' - вторичной частицы, то ось Oy новой координатной системы следует направить по вектору $\vec{n} = [\vec{k} \times \vec{k}']$. Определим эйлеровы углы перехода от старой координатной системы, связанной с первичным пучком, к новой системе, определенной направлением вылета вторичной частицы и выбором оси Oy . Для этого потребуется совершить три последовательных вращения:

Строки и столбцы нумеруются от $-J$ до J сверху вниз и слева направо.

Дополнительные множители вида $e^{-im\varphi} \cdot i^{m'-m}$ можно представить в виде общей матрицы так, что для получения элемента D^J следует помножить элемент $P_{mm'}^J$ на соответствующие элементы матрицы $e^{-im\varphi} \cdot i^{m'-m}$, которая имеет вид

$$\begin{array}{cccccc}
 e^{i2\varphi} & ie^{i2\varphi} & -e^{i2\varphi} & -ie^{i2\varphi} & e^{i2\varphi} & \\
 -ie^{i\varphi} & e^{i\varphi} & ie^{i\varphi} & -e^{i\varphi} & -ie^{i\varphi} & \\
 -1 & -i & 1 & i & -1 & \\
 ie^{-i\varphi} & -e^{-i\varphi} & -ie^{-i\varphi} & e^{-i\varphi} & ie^{-i\varphi} & \\
 e^{-i2\varphi} & ie^{-i2\varphi} & -e^{-i2\varphi} & -ie^{-i2\varphi} & e^{-i2\varphi} &
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 \text{для } J=1 \\
 \text{для } J=2
 \end{array}$$

(8)

Если $\varphi=0$, а θ - мало, что имеет место для реакции (I), когда регистрируется дейтрон, имеющий предельный кинематический угол $\sim 10-15^\circ$, то с точностью до членов, квадратичных по θ , получаем:

$$D^{(1)} \approx \begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{\sqrt{2}}\theta & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}}\theta & 1 & -\frac{1}{\sqrt{2}}\theta \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{2}}\theta & 1 \end{pmatrix}$$

$$D^{(2)} \approx \begin{pmatrix} 1 & -\theta & 0 & 0 & 0 \\ \theta & 1 & -\sqrt{\frac{3}{2}}\theta & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{\frac{3}{2}}\theta & 1 & -\sqrt{\frac{3}{2}}\theta & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{\frac{3}{2}}\theta & 1 & -\theta \\ 0 & 0 & 0 & \theta & 1 \end{pmatrix}$$

2. Поляризованный пучок нуклонов

В настоящей работе использовался метод рассмотрения поляризованных явлений В.Б.Берестецкого ⁽²⁾.

Рассмотрим падающий на мишень пучок протонов, поляризованных в направлении (\mathcal{J}, δ) по отношению к их направлению движения. Спиновая волновая функция такого чистого ансамбля задается парой

комплексных чисел: $q'_1 \equiv q_{1/2}$ и $q'_2 \equiv q_{-1/2}$.

Чтобы написать явные выражения q'_1 и q'_2 как функций углов

\mathcal{D}, δ , рассмотрим координатную систему с осью z' , направленной по вектору спина, или, более точно, в которой спиновая функция имеет

вид: $q_1 = 1$; $q_2 = 0$. Для перехода в новую координатную систему необходимо совершить обратное преобразование спиноров (I4)

$$\left. \begin{aligned} q'_1 &= \alpha^* q_1 + \gamma^* q_2 \\ q'_2 &= \beta^* q_1 + \delta^* q_2 \end{aligned} \right\},$$

матрица которого равна:

$$\begin{pmatrix} \alpha^* & \gamma^* \\ \beta^* & \delta^* \end{pmatrix} = \begin{vmatrix} \cos \frac{\theta}{2} e^{-\frac{i}{2}(\varphi_1 + \varphi_2)} & -i \sin \frac{\theta}{2} e^{\frac{i}{2}(\varphi_2 - \varphi_1)} \\ -i \sin \frac{\theta}{2} e^{-\frac{i}{2}(\varphi_2 - \varphi_1)} & \cos \frac{\theta}{2} e^{\frac{i}{2}(\varphi_1 + \varphi_2)} \end{vmatrix},$$

где $\varphi_1, \theta, \varphi_2$ - эйлеровы углы преобразования. В нашем случае

$$\varphi_1 = \delta + \frac{\pi}{2}; \quad \theta = \mathcal{D}; \quad \varphi_2 = -\frac{\pi}{2}, \quad \text{откуда}$$

$$q'_1 = \cos \frac{\mathcal{D}}{2} e^{-\frac{i}{2}\delta}; \quad q'_2 = \sin \frac{\mathcal{D}}{2} e^{\frac{i}{2}\delta} \quad (9)$$

Таким образом, спиновую функцию чистого состояния пучка нуклонов, поляризованных в направлении (ϑ, δ) , можно записать в виде:

$$q_1 \alpha(1) + q_2 \beta(1),$$

где $\alpha = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$; $\beta = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, а $q_1 = \cos \frac{\vartheta}{2} e^{-\frac{i}{2}\delta}$; $q_2 = \sin \frac{\vartheta}{2} e^{\frac{i}{2}\delta}$.

Обычно в опытах используют пучок нуклонов, вектор поляризации которых направлен вдоль оси S_y . Такой вид поляризации возникает, если частично поляризованный пучок протонов получается в результате актов рассеяния первоначально неполяризованного пучка на каком-либо ядре-поляризаторе. Тогда $\vartheta = 90^\circ$, $\delta = 90^\circ$, а

$$q_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-\frac{i}{4}\pi}; \quad q_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{\frac{i}{4}\pi}. \quad (10)$$

Легко видеть, что средние значения операторов проекций спина на координатные оси, определяемые соотношениями (II):

$$\langle \sigma_z \rangle = |q_1|^2 - |q_2|^2;$$

$$\langle \sigma_x \rangle = 2 \operatorname{Re}(q_1^* q_2);$$

$$\langle \sigma_y \rangle = 2 \operatorname{Im}(q_1^* q_2),$$

в данном случае окажутся равными:

$$\begin{aligned}\langle \sigma_z \rangle &= |q_1|^2 - |q_2|^2 = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 0; \\ \langle \sigma_y \rangle &= 2 \operatorname{Im}(q_1^* q_2) = 2 \operatorname{Im}\left(\frac{1}{\sqrt{2}} e^{i\frac{\pi}{4}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} e^{i\frac{\pi}{4}}\right) = 1; \\ \langle \sigma_x \rangle &= 2 \operatorname{Re}(q_1^* q_2) = 0.\end{aligned}$$

3. Неполяризованная мишень

Неполяризованную мишень протонов нельзя описать одной волновой функцией, поскольку такая мишень представляет собой смесь состояний, т.е. необходимо задать две волновых функции и значения весов, с которыми последние представлены в мишени. Для удобства выкладок можно записать

$$\varphi = \varepsilon_1 \alpha(2) + \varepsilon_2 \beta(2).$$

Коэффициенты ε_1 и ε_2 удовлетворяют при этом условию $|\varepsilon_1|^2 = |\varepsilon_2|^2 = \frac{1}{2}$ (т.е. обе проекции спина равновероятны) и формальному требованию $\varepsilon_1^* \varepsilon_2 = 0$ (требованию смеси).

4. Начальная волновая функция двух протонов

Начальная волновая функция системы двух протонов, один из которых полностью поляризован, а другой - неполяризован, запишется в виде:

$$\Psi'_H(1,2) = e^{ikz} [q_1 \alpha(1) + q_2 \beta(1)] \cdot [\varepsilon_1 \alpha(2) + \varepsilon_2 \beta(2)].$$

При рассмотрении (p-p) соударений начальная волновая функция должна быть антисимметризована, так что:

$$\Psi_{\text{нач}} = \frac{1}{\sqrt{2}} [\Psi'_H(1,2) - \Psi'_H(2,1)].$$

В результате получим:

$$\begin{aligned} \Psi_{\text{нач}} &= \frac{\varepsilon_1}{\sqrt{2}} \left\{ [q_1 \alpha(1) + q_2 \beta(1)] \alpha(2) \cdot e^{ikz} - [q_1 \alpha(2) + q_2 \beta(2)] \alpha(1) \cdot e^{-ikz} \right\} + \\ &+ \frac{\varepsilon_2}{\sqrt{2}} \left\{ [q_1 \alpha(1) + q_2 \beta(1)] \beta(2) \cdot e^{ikz} - [q_1 \alpha(2) + q_2 \beta(2)] \beta(1) \cdot e^{-ikz} \right\} = \\ &= \frac{\varepsilon_1}{\sqrt{2}} \Psi_1 + \frac{\varepsilon_2}{\sqrt{2}} \Psi_2. \end{aligned}$$

Обозначив $\frac{\varepsilon_1}{\sqrt{2}} \Psi_1 = \varphi_1$; $\frac{\varepsilon_2}{\sqrt{2}} \Psi_2 = \varphi_2$ и произведя некоторые преобразования, получим:

$$\varphi_1 = \frac{\varepsilon_1}{\sqrt{2}} \left\{ (q_1 \chi_{1,1} + \frac{q_2}{\sqrt{2}} \chi_{1,0}) (e^{ikz} - e^{-ikz}) + \frac{q_2}{\sqrt{2}} \chi_{0,0} (e^{ikz} + e^{-ikz}) \right\};$$

$$\varphi_2 = \frac{\varepsilon_2}{\sqrt{2}} \left\{ (q_2 \chi_{1,-1} + \frac{q_1}{\sqrt{2}} \chi_{1,0}) (e^{ikz} - e^{-ikz}) - \frac{q_1}{\sqrt{2}} \chi_{0,0} (e^{ikz} + e^{-ikz}) \right\};$$

ГДЕ

$$\chi_{1,1} = \alpha(1) \alpha(2);$$

$$\chi_{1,0} = \frac{1}{\sqrt{2}} [\alpha(1) \beta(2) + \beta(1) \alpha(2)]; \quad \chi_{0,0} = \frac{1}{\sqrt{2}} [\beta(1) \alpha(2) - \alpha(1) \beta(2)];$$

$$\chi_{1,-1} = \beta(1) \beta(2);$$

Разлагая плоскую волну по сферическим гармоникам и используя асимптотическое представление для функций $j_l(kr) = \sqrt{\frac{\pi}{2kr}} J_{l+1/2}(kr)$ при $kr \gg l$, получим (9):

$$e^{ikz} \approx \sum_{l=0}^{\infty} i^l \sqrt{4\pi} \sqrt{2l+1} \cdot \frac{1}{2ikr} \left[e^{i(kr - \frac{l\pi}{2})} - e^{-i(kr - \frac{l\pi}{2})} \right] Y_{l,0}(\cos\theta);$$

а также:

$$e^{\pm ikz} = \frac{i}{kr} \sqrt{\pi} \sum_{l=0}^{\infty} i^l \sqrt{2l+1} [1 \pm (-1)^l] \left[e^{-i(kr - \frac{l\pi}{2})} + e^{i(kr - \frac{l\pi}{2})} \right] Y_{l,0}(\cos\theta).$$

Опустив множитель $\frac{i}{kr}$, не зависящий от углов (θ, φ) и

индекса l , а также, учитывая только входящую волну, находим:

$$\varphi_1 = \varepsilon_1 \sqrt{\frac{\pi}{2}} \sum_{l=0}^{\infty} i^l \sqrt{2l+1} \left\{ [1 - (-1)^l] \left[q_1 \chi_{1,1} Y_{l,0}(\cos\theta) + \frac{q_2}{\sqrt{2}} \chi_{1,0} Y_{l,0}(\cos\theta) \right] + [1 + (-1)^l] \cdot \frac{q_2}{\sqrt{2}} \chi_{0,0} Y_{l,0}(\cos\theta) \right\};$$

$$\varphi_2 = \varepsilon_2 \sqrt{\frac{\pi}{2}} \sum_{l=0}^{\infty} i^l \sqrt{2l+1} \left\{ [1 - (-1)^l] \left[q_2 \chi_{1,-1} Y_{l,0}(\cos\theta) + \frac{q_1}{\sqrt{2}} \chi_{1,0} Y_{l,0}(\cos\theta) \right] - [1 + (-1)^l] \cdot \frac{q_1}{\sqrt{2}} \chi_{0,0} Y_{l,0}(\cos\theta) \right\}.$$

Выразим далее произведения $\chi_{S,M} Y_{\ell,0}$ через собственные функции полного момента J и его проекции M , воспользовавшись соотношениями:

$$Y_{\ell,0}(\cos\theta) \cdot \chi_{1,M} = \sum_{J=\ell}^{\ell+1} (\ell_{10M} / \ell_{1JM}) \cdot Y_{J(\ell)}^M(\cos\theta, \varphi);$$

$$Y_{\ell,0}(\cos\theta) \cdot \chi_{0,0} = Y_{\ell(\ell)},$$

где $(\ell_{10M} / \ell_{1JM})$ - коэффициенты Клебша - Гордона, а $Y_{J(\ell)}^M$ - собственная функция частицы со спином $S = 1$, полным моментом J и проекцией полного момента M . В нашем частном случае плоской волны, распространяющейся вдоль оси Oz , проекция полного момента M равна проекции спина S_z .

Тогда

$$\varphi_1 = \varepsilon_1 \sqrt{\frac{\pi}{2}} \sum_{\ell=0}^{\infty} i^{\ell} \sqrt{2\ell+1} \cdot \left\{ [1 - (-1)^{\ell}] \left[q_1 \sum_J (\ell_{101} / \ell_{1J1}) Y_{J(\ell)}^1 + \frac{q_2}{\sqrt{2}} \sum_J (\ell_{100} / \ell_{1J0}) Y_{J(\ell)}^0 \right] + [1 + (-1)^{\ell}] \cdot \frac{q_2}{\sqrt{2}} Y_{\ell(\ell)}^0 \right\};$$

$$\varphi_2 = \varepsilon_2 \sqrt{\frac{\pi}{2}} \sum_{\ell=0}^{\infty} i^{\ell} \sqrt{2\ell+1} \cdot \left\{ [1 - (-1)^{\ell}] \left[q_2 \sum_J (\ell_{10-1} / \ell_{1J-1}) Y_{J(\ell)}^{-1} + \frac{q_1}{\sqrt{2}} \sum_J (\ell_{100} / \ell_{1J0}) Y_{J(\ell)}^0 \right] + [1 + (-1)^{\ell}] \cdot \frac{q_1}{\sqrt{2}} Y_{\ell(\ell)}^0 \right\}.$$

(II)

5. Возможные переходы в реакции $p+p \rightarrow d+\pi^+$

При энергии протонов ~ 600 Мэв необходимо принять во внимание S^- , p^- и d^- - состояния Π^+ -мезона в реакции (I).

Это приводит к следующим возможным переходам:

Начальное состояние	3P_1	1S_0	1D_2	3P_2	3F_2	3F_3
Конечное состояние	${}^3S_1 S_1$	${}^3S_1 d_1$	${}^3S_1 p_0$	${}^3S_1 p_2$	${}^3S_1 d_2$	${}^3S_1 d_3$
Амплитуда перехода	C'_{S_1}	C'_{d_1}	C_{p_0}	C_{p_2}	C'_{d_2}	C'_{d_3}

Состояние дейтрона необходимо было обозначить как $({}^3S_1 + {}^3D_1)$, однако, как и в предыдущих работах мы пишем везде условно 3S_1 .

Обозначенные в таблице (I) амплитуды переходов, как это будет видно из дальнейшего, обладают свойствами элементов S -матрицы, сформулированными в (9).

Учитывая только те начальные состояния, которые содержатся в таблице I, получаем выражение для входящей волны, описываемой

$$\varphi_1 \text{ и } \varphi_2 :$$

$$\varphi_1 = \varepsilon_1 \sqrt{2\pi} \left\{ i q_1 \left[-\sqrt{\frac{3}{2}} Y_{1(11)}^1 + \sqrt{\frac{3}{2}} Y_{2(11)}^1 - Y_{2(31)}^1 + \sqrt{\frac{7}{2}} Y_{3(31)}^1 \right] + \right. \\ \left. + i q_2 \left[Y_{2(11)}^0 + \sqrt{\frac{3}{2}} Y_{2(31)}^0 \right] + q_2 \left[\sqrt{\frac{1}{2}} Y_{0(00)}^0 - \sqrt{\frac{5}{2}} Y_{2(20)}^0 \right] \right\};$$

$$\varphi_2 = \varepsilon_2 \sqrt{2\pi} \left\{ i q_2 \left[\sqrt{\frac{3}{2}} Y_{1(11)}^{-1} + \sqrt{\frac{3}{2}} Y_{2(11)}^{-1} - Y_{2(31)}^{-1} - \sqrt{\frac{7}{2}} Y_{3(31)}^{-1} \right] + \right. \\ \left. + i q_1 \left[Y_{2(11)}^0 + \sqrt{\frac{3}{2}} Y_{2(31)}^0 \right] - q_1 \left[\sqrt{\frac{1}{2}} Y_{0(00)}^0 - \sqrt{\frac{5}{2}} Y_{2(20)}^0 \right] \right\}. \quad (12)$$

Построим конечные волновые функции. Поскольку в конечном состоянии испускается частица со спином $S=1$, то в качестве волновых функций необходимо использовать трехкомпонентные волновые функции - шаровые векторы \vec{Y}_{JLM} .

При этом

$$\vec{Y}_{JLM} = \sum_{\mu} (l1M-\mu, \mu | l1JM) Y_{l, M-\mu}(\theta, \varphi) \cdot \vec{\chi}_{1\mu}$$

Явные выражения для тех шаровых векторов, которые потребуются в дальнейшем, имеют следующий вид [15]:

$$\vec{Y}_{321} = \sqrt{\frac{1}{4\pi}} \left[\sqrt{\frac{1}{8}} \sin^2 \theta \cdot e^{i2\varphi} \vec{\chi}_{1,-1} - 2 \sin \theta \cos \theta \cdot e^{i\varphi} \vec{\chi}_{1,0} + \frac{1}{\sqrt{2}} (3 \cos^2 \theta - 1) \vec{\chi}_{1,1} \right];$$

$$\vec{Y}_{32,-1} = \sqrt{\frac{1}{4\pi}} \left[\sqrt{\frac{1}{8}} \sin^2 \theta \cdot e^{-i2\varphi} \vec{\chi}_{1,1} + 2 \sin \theta \cos \theta \cdot e^{-i\varphi} \vec{\chi}_{1,0} + \frac{1}{\sqrt{2}} (3 \cos^2 \theta - 1) \cdot \vec{\chi}_{1,-1} \right];$$

$$\vec{Y}_{221} = \sqrt{\frac{1}{4\pi}} \left[-\frac{1}{2} \sqrt{\frac{5}{2}} (3 \cos^2 \theta - 1) \vec{\chi}_{1,1} - \sqrt{\frac{5}{4}} \sin \theta \cos \theta \cdot e^{i\varphi} \vec{\chi}_{1,0} + \sqrt{\frac{5}{8}} \sin^2 \theta \cdot e^{i2\varphi} \vec{\chi}_{1,-1} \right];$$

$$\vec{Y}_{22,-1} = \sqrt{\frac{1}{4\pi}} \left[\frac{1}{2} \sqrt{\frac{5}{2}} (3 \cos^2 \theta - 1) \vec{\chi}_{1,-1} - \sqrt{\frac{5}{4}} \sin \theta \cos \theta \cdot e^{-i\varphi} \vec{\chi}_{1,0} - \sqrt{\frac{5}{8}} \sin^2 \theta \cdot e^{-i2\varphi} \vec{\chi}_{1,1} \right];$$

$$\begin{aligned}
 \vec{Y}_{121} &= \sqrt{\frac{1}{4\pi}} \left[\frac{1}{2\sqrt{2}} (3\cos^2\theta - 1) \cdot \vec{\chi}_{1,1} + \frac{3}{2} \sin\theta \cdot \cos\theta \cdot e^{i\varphi} \vec{\chi}_{1,0} + \frac{3}{2\sqrt{2}} \sin^2\theta \cdot e^{i2\varphi} \vec{\chi}_{1,-1} \right]; \\
 \vec{Y}_{12,-1} &= \sqrt{\frac{1}{4\pi}} \left[\frac{3}{2\sqrt{2}} \sin^2\theta \cdot e^{-i2\varphi} \vec{\chi}_{1,1} - \frac{3}{2} \sin\theta \cdot \cos\theta \cdot e^{-i\varphi} \vec{\chi}_{1,0} + \frac{1}{2\sqrt{2}} (3\cos^2\theta - 1) \cdot \vec{\chi}_{1,-1} \right]; \\
 \vec{Y}_{220} &= \sqrt{\frac{1}{4\pi}} \cdot \sqrt{\frac{15}{4}} \sin\theta \cdot \cos\theta \cdot [-e^{-i\varphi} \vec{\chi}_{1,1} - e^{i\varphi} \vec{\chi}_{1,-1}]; \\
 \vec{Y}_{210} &= \sqrt{\frac{1}{4\pi}} \cdot \left[\frac{1}{2} \sin\theta \cdot e^{-i\varphi} \vec{\chi}_{1,1} + \sqrt{2} \cdot \cos\theta \cdot \vec{\chi}_{1,0} - \frac{1}{2} \sin\theta \cdot e^{i\varphi} \vec{\chi}_{1,-1} \right]; \\
 \vec{Y}_{010} &= \sqrt{\frac{1}{4\pi}} \left[\sqrt{\frac{1}{2}} \sin\theta \cdot e^{-i\varphi} \vec{\chi}_{1,1} - \cos\theta \cdot \vec{\chi}_{1,0} - \sqrt{\frac{1}{2}} \sin\theta \cdot e^{i\varphi} \vec{\chi}_{1,-1} \right]; \\
 \vec{Y}_{10,\pm 1} &= \sqrt{\frac{1}{4\pi}} \vec{\chi}_{1,\pm 1}.
 \end{aligned}$$

(I3)

В конечном состоянии содержится только выходящая волна, коэффициенты B которой связаны с коэффициентами A начальной входящей волны матрицей рассеяния S (9) следующим образом:

$$B^{j\ell'm} = \sum_{\ell} S_{\ell}^{j\ell'} A^{j\ell m}$$

(I4)

Таблица II

Переход	Коэффициенты А начальной волновой функции		Коэффициенты В конечной волновой функции	
	$A_{\uparrow}^{JM} \cdot \frac{1}{\varepsilon_1 \sqrt{2\pi}}$	$A_{\downarrow}^{JM} \cdot \frac{1}{\varepsilon_2 \sqrt{2\pi}}$	$B_{\uparrow}^{JM} = \sum_{\ell} S_{\ell\ell'}^J A^{JM}$	$B_{\downarrow}^{JM} = \sum_{\ell} S_{\ell\ell'}^J A^{JM}$
${}^3P_1 \rightarrow {}^3S_1$ ${}^3S_1 d_1$	$-iq_2 \sqrt{\frac{3}{2}} (Y_{1(11)}^1)$	$iq_2 \sqrt{\frac{3}{2}} (Y_{1(11)}^{-1})$	$-iq_1 \sqrt{\frac{3}{2}} c_{s_1}' (Y_{101})$	$iq_2 \sqrt{\frac{3}{2}} c_{s_1}' (Y_{10,-1})$
	$-iq_1 \sqrt{\frac{3}{2}} (Y_{1(11)}^1)$	$iq_2 \sqrt{\frac{3}{2}} (Y_{1(11)}^{-1})$	$-iq_1 \sqrt{\frac{3}{2}} c_{d_1}' (Y_{121})$	$iq_2 \sqrt{\frac{3}{2}} c_{d_1}' (Y_{12,-1})$
${}^1S_0 \rightarrow {}^3S_1 p_0$	$\sqrt{\frac{1}{2}} q_2 (Y_{0(00)}^0)$	$-\sqrt{\frac{1}{2}} q_1 (Y_{0(00)}^0)$	$\sqrt{\frac{1}{2}} q_2 c_{p_0}' (Y_{010})$	$-\sqrt{\frac{1}{2}} q_1 c_{p_0}' (Y_{010})$
${}^1D_2 \rightarrow {}^3S_1 p_2$	$-\sqrt{\frac{5}{2}} q_2 (Y_{2(20)}^0)$	$\sqrt{\frac{5}{2}} q_1 (Y_{2(20)}^0)$	$-\sqrt{\frac{5}{2}} q_2 c_{p_2}' (Y_{210})$	$\sqrt{\frac{5}{2}} q_1 c_{p_2}' (Y_{210})$
${}^3P_2 \rightarrow {}^3S_1 d_2$	$iq_1 \sqrt{\frac{3}{2}} (Y_{2(11)}^1)$	$iq_2 \sqrt{\frac{3}{2}} (Y_{2(11)}^{-1})$	$iq_1 \sqrt{\frac{3}{2}} c_{d_2}' (Y_{221})$	$iq_2 \sqrt{\frac{3}{2}} c_{d_2}' (Y_{22,-1})$
	$iq_2 (Y_{2(11)}^0)$	$iq_1 (Y_{2(11)}^0)$	$iq_2 c_{d_2}' (Y_{220})$	$iq_1 c_{d_2}' (Y_{220})$
${}^3F_2 \rightarrow {}^3S_1 d_2$	$-iq_1 (Y_{2(31)}^1)$	$-iq_2 (Y_{2(31)}^{-1})$	$-iq_1 c_{d_3}' (Y_{221})$	$-iq_2 c_{d_3}' (Y_{22,-1})$
	$iq_2 \sqrt{\frac{3}{2}} (Y_{2(31)}^0)$	$iq_1 \sqrt{\frac{3}{2}} (Y_{2(31)}^0)$	$iq_2 \sqrt{\frac{3}{2}} c_{d_3}' (Y_{220})$	$iq_1 \sqrt{\frac{3}{2}} c_{d_3}' (Y_{220})$
${}^3F_3 \rightarrow {}^3S_1 d_3$	$iq_1 \sqrt{\frac{7}{2}} (Y_{3(31)}^1)$	$-iq_2 \sqrt{\frac{7}{2}} (Y_{3(31)}^{-1})$	$iq_1 \sqrt{\frac{7}{2}} c_{d_4}' (Y_{321})$	$-iq_2 \sqrt{\frac{7}{2}} c_{d_4}' (Y_{32,-1})$

Здесь обозначено: $c_s' = i c_s$, а также $c_d' = -i c_d$.

Такое соотношение необходимо использовать дважды: для начальной волны φ_1 , описывающей поляризованные "вверх" протоны мишени, а также для φ_2 , которой соответствуют протоны мишени, поляризованные "вниз".

Результаты вычисления коэффициентов B^{JLM} , а также используемые значения A^{JLM} приведены достаточно подробно в табл.2. В скобках указаны собственные функции Y, Y' полного момента J, M в начале - для системы двух протонов, и в конце - для системы Π -мезона и дейтрона.

Конечные волновые функции запишутся в виде:

$$\left. \begin{aligned} \vec{F}_1 &= \alpha_1 \vec{\chi}_{1,1} + \beta_1 \vec{\chi}_{1,0} + \gamma_1 \vec{\chi}_{1,-1} ; \\ \vec{F}_2 &= \alpha_2 \vec{\chi}_{1,1} + \beta_2 \vec{\chi}_{1,0} + \gamma_2 \vec{\chi}_{1,-1} ; \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

Средние значения спин-тензоров выражаются через компоненты волновых функций (15) следующим образом:

$$\begin{aligned} \langle T_{00} \rangle &= \sum_{i=1,2} (|\alpha_i|^2 + |\beta_i|^2 + |\gamma_i|^2); & \langle T_{11} \rangle &= -\sqrt{\frac{3}{2}} \sum_{i=1,2} (\alpha_i^* \beta_i + \beta_i^* \gamma_i); \\ \langle T_{10} \rangle &= \sqrt{\frac{3}{2}} \sum_{i=1,2} (|\alpha_i|^2 - |\gamma_i|^2); & \langle T_{21} \rangle &= -\sqrt{\frac{3}{2}} \sum_{i=1,2} (\alpha_i^* \beta_i - \beta_i^* \gamma_i); \\ \langle T_{20} \rangle &= \sqrt{\frac{1}{2}} \sum_{i=1,2} (|\alpha_i|^2 - 2|\beta_i|^2 + |\gamma_i|^2); & \langle T_{22} \rangle &= \sqrt{3} \sum_{i=1,2} \alpha_i^* \gamma_i. \end{aligned}$$

(16)

6. Поляризационные эффекты в реакции $p+p \rightarrow d+\pi^+$

Если произвести все преобразования, используя данные табл.2, а также выражения для шаровых векторов \vec{Y}_{JEM} (I3), то для компонент волновых функций системы дейтрона и Π -мезона получим:

$$\left. \begin{aligned} \alpha_1 &= \frac{q_1}{2} \left[\sqrt{\frac{3}{2}} c_s + D_2 (3 \cos^2 \theta - 1) \right] + \frac{q_2}{4} \sin \theta \cdot e^{-i\varphi} (c_- - \sqrt{15} \cdot \cos \theta \cdot d_+); \\ \beta_1 &= -\frac{q_1}{2} \sin \theta \cdot \cos \theta \cdot e^{i\varphi} \cdot D_0 - \frac{q_2}{2\sqrt{2}} \cos \theta \cdot c_+; \\ \gamma_1 &= \frac{q_1}{2} \sin^2 \theta \cdot e^{i2\varphi} \cdot D_1 - \frac{q_2}{4} \sin \theta \cdot e^{i\varphi} (c_- + \sqrt{15} \cdot \cos \theta \cdot d_+); \\ \alpha_2 &= -\frac{q_1}{4} \sin \theta \cdot e^{-i\varphi} (c_- + \sqrt{15} \cdot \cos \theta \cdot d_+) - \frac{q_2}{2} \sin^2 \theta \cdot e^{-i2\varphi} \cdot D_1; \\ \beta_2 &= \frac{q_1}{2\sqrt{2}} \cos \theta \cdot c_+ - \frac{q_2}{2} \sin \theta \cdot \cos \theta \cdot e^{-i\varphi} \cdot D_0; \\ \gamma_2 &= \frac{q_1}{4} \sin \theta \cdot e^{i\varphi} (c_- - \sqrt{15} \cdot \cos \theta \cdot d_+) - \frac{q_2}{2} \left[\sqrt{\frac{3}{2}} c_s + D_2 (3 \cos^2 \theta - 1) \right]. \end{aligned} \right\} \quad (I7)$$

где (θ, φ) - угол испускания дейтрона, а

$$\left. \begin{aligned} c_+ &= c_{p_0} + \sqrt{10} \cdot c_{p_2}; & D_0 &= \frac{3}{2} \sqrt{\frac{3}{2}} c_{d_1} + \sqrt{\frac{5}{4}} d_- + \sqrt{14} c_{d_4}; \\ c_- &= c_{p_0} - \sqrt{\frac{5}{2}} c_{p_2}; & D_1 &= \frac{\sqrt{7}}{4} c_{d_4} + \sqrt{\frac{5}{8}} d_- - \frac{3\sqrt{3}}{4} c_{d_1}; \\ d_+ &= c_{d_2} + \sqrt{\frac{3}{2}} c_{d_3}; & D_2 &= \frac{\sqrt{7}}{2} c_{d_4} - \sqrt{\frac{5}{8}} d_- - \frac{\sqrt{3}}{4} c_{d_1}; \\ d_- &= \sqrt{\frac{3}{2}} c_{d_2} - c_{d_3}; \end{aligned} \right\} \quad (I7a)$$

Средние значения спин-тензоров в общем случае частично поляризованного пучка можно записать в виде:

$$\langle T \rangle = \langle T \rangle_{н.п.} + P \langle T \rangle_{пол.},$$

где P - степень поляризации пучка протонов в направлении оси Oy . При этом:

$$\langle T_{об} \rangle_{н.п.} = \gamma_0 + \gamma_2 \cdot \cos^2 \theta + \gamma_4 \cdot \cos^4 \theta;$$

где

$$\gamma_0 = \frac{3}{8} |c_s|^2 + \frac{1}{8} |c_-|^2 + \frac{1}{4} (|D_1|^2 + |D_2|^2) - \frac{1}{2} \sqrt{\frac{3}{2}} \operatorname{Re}(c_s^* D_1);$$

$$\gamma_2 = \frac{1}{8} (|c_+|^2 - |c_-|^2) + \frac{15}{8} |d_+|^2 + \frac{3}{2} \sqrt{\frac{3}{2}} \operatorname{Re}(c_s^* D_1) + \frac{1}{4} (|D_0|^2 - 2|D_1|^2 - 6|D_2|^2);$$

$$\gamma_4 = \frac{1}{4} (9|D_2|^2 + |D_1|^2 - |D_0|^2) - \frac{15}{8} |d_+|^2;$$

(I8)

Если допустить, как это сделано в (I0), что основным переходом в реакции (I) при энергиях ~ 600 Мэв является переход ${}^1D_2 \rightarrow {}^3S_1 p_2$, а все остальные переходы маловероятны по сравнению с этим основным, и при этом пренебречь произведениями и квадратами малых амплитуд, а также положить равными нулю амплитуды переходов ${}^3F_2 \rightarrow {}^3S_1 d_2$ и ${}^3F_3 \rightarrow {}^3S_1 d_3$, то:

$$\left. \begin{aligned} \gamma_0' &= \frac{5}{16} |c_{p_2}|^2 - \frac{\sqrt{10}}{8} \operatorname{Re}(c_{p_2}^* c_{p_0}); \\ \gamma_2' &= \frac{15}{16} |c_{p_2}|^2 + \frac{3}{8} \sqrt{10} \operatorname{Re}(c_{p_2}^* c_{p_0}); \\ \gamma_4' &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (I8a)$$

Далее

$$\left. \begin{aligned} \langle T_{00} \rangle_{\text{пол}} &= \sin \theta \cdot \cos \varphi (\lambda_0 + \lambda_1 \cos \theta + \lambda_2 \cos^2 \theta + \lambda_3 \cos^3 \theta), \\ \text{где} \\ \lambda_0 &= \frac{1}{4} \sqrt{\frac{3}{2}} \operatorname{Im}(c_-^* c_s) + \frac{1}{4} \operatorname{Im}[(D_1 + D_2)^* c_-]; \\ \lambda_1 &= \frac{1}{4} \sqrt{\frac{45}{2}} \operatorname{Im}(c_s^* d_+) + \frac{\sqrt{15}}{4} \operatorname{Im}[d_+^* (D_2 - D_1)]; \\ \lambda_2 &= \frac{1}{4} \operatorname{Im}[c_-^* (3D_2 + D_1)] + \frac{1}{2\sqrt{2}} \operatorname{Im}(c_+^* D_0); \\ \lambda_3 &= \frac{\sqrt{15}}{4} \operatorname{Im}[d_+^* (D_1 - 3D_2)]. \end{aligned} \right\} \quad (I9)$$

и, аналогично (I8a):

$$\left. \begin{aligned} \lambda_0' &= \frac{\sqrt{15}}{8} \operatorname{Im}(c_{p_2}^* c_s) - \frac{\sqrt{15}}{4\sqrt{2}} \operatorname{Im}(c_{p_2}^* c_{\phi_1}); \\ \lambda_1' &= 0; \\ \lambda_2' &= \frac{9}{8} \sqrt{\frac{15}{2}} \operatorname{Im}(c_{p_2}^* c_{d_1}) + \frac{15}{8} \sqrt{\frac{3}{2}} \operatorname{Im}(c_{p_2}^* c_{d_2}); \\ \lambda_3' &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (I9a)$$

Вероятность испускания дейтрона с заданной поляризацией и квадруполяризацией определяется средними значениями спин-тензоров более высокого ранга:

$$\left. \begin{aligned} \langle T_{11} \rangle_{н.п.} &= -\frac{i}{4} \sqrt{\frac{3}{2}} \sin \theta \cdot \cos \theta \cdot e^{i\varphi} (\nu_0 + \nu_2 \cdot \cos^2 \theta); \\ \text{ГДЕ:} \\ \nu_0 &= \sqrt{\frac{3}{2}} \operatorname{Im} (D_0^* c_s) + \operatorname{Im} [(D_2 + D_1)^* D_0] + \frac{1}{2\sqrt{2}} \operatorname{Im} (c_+^* c_-); \\ \nu_2 &= \operatorname{Im} [D_0^* (3D_2 + D_1)]; \end{aligned} \right\} (20)$$

$$\text{а } \left. \begin{aligned} \nu_0' &= \frac{3}{2} \sqrt{5} \operatorname{Im} (c_{p_2}^* c_{p_0}); \\ \nu_2' &= 0. \end{aligned} \right\} (20a)$$

$$\left. \begin{aligned} \langle T_{11} \rangle_{пол} &= \frac{i}{8} \sqrt{\frac{3}{2}} \cos \theta \left\{ \mu_0 + \mu_1 \cdot \cos \theta + \mu_2 \cdot \cos^2 \theta + \mu_3 \cdot \cos^3 \theta + \right. \\ &\quad \left. + \sin^2 \theta \cdot e^{i2\varphi} (\mu_4 + \mu_5 \cdot \cos \theta) \right\} \end{aligned} \right\} (21)$$

где

$$\left. \begin{aligned} \mu_0 &= \sqrt{3} \operatorname{Re}(c_+^* c_3) - \sqrt{2} \operatorname{Re}(c_+^* D_2) - \operatorname{Re}(D_0^* c_-); \\ \mu_1 &= -\sqrt{15} \operatorname{Re}(D_0^* d_+); \\ \mu_2 &= 3\sqrt{2} \operatorname{Re}(c_+^* D_1) + \operatorname{Re}(D_0^* c_-); \\ \mu_3 &= \sqrt{15} \operatorname{Re}(D_0^* d_+); \\ \mu_4 &= -\operatorname{Re}(D_0^* c_-) - \sqrt{2} \operatorname{Re}(c_+^* D_1); \\ \mu_5 &= \sqrt{15} \operatorname{Re}(D_0^* d_+). \end{aligned} \right\} (2I)$$

а

$$\left. \begin{aligned} \mu'_0 &= \sqrt{30} \operatorname{Re}(c_{p_2}^* c_s) + \frac{5}{4} \sqrt{15} \operatorname{Re}(c_{p_2}^* c_{d_1}) + \frac{15}{4} \sqrt{3} \operatorname{Re}(c_{p_2}^* c_{d_2}); \\ \mu'_1 &= 0; \\ \mu'_2 &= -\frac{9}{4} \sqrt{15} \operatorname{Re}(c_{p_2}^* c_{d_1}) - \frac{35}{4} \sqrt{3} \operatorname{Re}(c_{p_2}^* c_{d_2}); \\ \mu'_3 &= 0; \\ \mu'_4 &= \frac{5}{4} \sqrt{15} \operatorname{Re}(c_{p_2}^* c_{d_1}) + \frac{5}{2} \sqrt{3} \operatorname{Re}(c_{p_2}^* c_{d_2}); \\ \mu'_5 &= 0. \end{aligned} \right\} (2Ia)$$

$$\langle T_{10} \rangle_{\text{н.п.}} \equiv 0.$$

$$\langle T_{10} \rangle_{\text{пол.}} = \frac{1}{4} \sqrt{\frac{3}{2}} \sin \theta \cdot \sin \varphi \cdot \left\{ \zeta_0 + \zeta_1 \cdot \cos \theta + \zeta_2 \cdot \cos^2 \theta + \zeta_3 \cdot \cos^3 \theta \right\};$$

где

$$\left. \begin{aligned} \zeta_0 &= \sqrt{\frac{3}{2}} \operatorname{Re}(c_s^* c_-) + \operatorname{Re}[(D_1 - D_2)^* c_-]; \\ \zeta_1 &= \sqrt{15} \operatorname{Re}[(D_1 + D_2)^* d_+] - \sqrt{\frac{15}{2}} \operatorname{Re}(c_s^* d_+); \\ \zeta_2 &= \operatorname{Re}[(3D_2 - D_1)^* c_-]; \\ \zeta_3 &= -\sqrt{15} \operatorname{Re}[(3D_2 + D_1)^* d_+]. \end{aligned} \right\} (22)$$

a

$$\left. \begin{aligned} \zeta'_0 &= -\frac{\sqrt{15}}{2} \operatorname{Re}(c_{p_2}^* c_s) - \frac{1}{2} \sqrt{\frac{15}{2}} \operatorname{Re}(c_{p_2}^* c d_1) + \frac{5}{2} \sqrt{\frac{3}{2}} \operatorname{Re}(c_{p_2}^* c d_2); \\ \zeta'_1 &= 0; \\ \zeta'_2 &= 5 \sqrt{\frac{3}{2}} \operatorname{Re}(c_{p_2}^* c d_2); \\ \zeta'_3 &= 0 \end{aligned} \right\} (22a)$$

$$\langle T_{20} \rangle_{\text{н.п.}} = \sqrt{\frac{1}{2}} \{ \eta_0 + \eta_2 \cos^2 \theta + \eta_4 \cos^4 \theta \};$$

где

$$\left. \begin{aligned} \eta_0 &\equiv \gamma_0; \\ \eta_2 &= \frac{15}{8} |d_+|^2 - \frac{1}{3} (3|D_2|^2 + |D_1|^2 + |D_0|^2) - \\ &\quad - \frac{1}{8} |c_-|^2 - \frac{1}{4} |c_+|^2 + \frac{3}{2} \sqrt{\frac{3}{2}} \operatorname{Re}(c_s^* D_2); \\ \eta_4 &= \frac{1}{4} (|D_1|^2 + 2|D_0|^2 + 9|D_2|^2) - \frac{15}{8} |d_+|^2; \end{aligned} \right\} (23)$$

a

$$\left. \begin{aligned} \eta'_0 &\equiv \gamma'_0 = \frac{5}{16} |c_{p2}|^2 - \frac{\sqrt{10}}{8} \operatorname{Re}(c_{p2}^* c_{p0}); \\ \eta'_2 &= -\frac{45}{16} |c_{p2}|^2 - \frac{3}{8} \sqrt{10} \cdot \operatorname{Re}(c_{p2}^* c_{p0}); \\ \eta'_4 &= 0. \end{aligned} \right\} (23a)$$

$$\langle T_{20} \rangle_{\text{нон}} = \frac{\sin \theta \cdot \cos \theta}{4\sqrt{2}} \left\{ \chi_0 + \chi_1 \cdot \cos \theta + \chi_2 \cdot \cos^2 \theta + \chi_3 \cdot \cos^3 \theta \right\};$$

где

$$\left. \begin{aligned} \chi_0 &= \sqrt{\frac{3}{2}} \operatorname{Im}(c_-^* c_s) + \operatorname{Im}[(D_2 - D_1)^* c_-]; \\ \chi_1 &= \sqrt{\frac{45}{2}} \operatorname{Im}(c_s^* d_+) + \sqrt{15} \operatorname{Im}[(D_1 - D_2)^* d_+]; \\ \chi_2 &= \operatorname{Im}[c_-^* (3D_2 + D_1)] - \frac{4}{\sqrt{2}} \operatorname{Im}(c_+^* D_0); \\ \chi_3 &= \sqrt{15} \operatorname{Im}[(3D_2 - D_1)^* d_+]. \end{aligned} \right\} (24)$$

a

$$\left. \begin{aligned} \chi'_0 &= -\frac{\sqrt{15}}{2} \operatorname{Im}(c_{p2}^* c_s) + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{15}{2}} \operatorname{Im}(c_{p2}^* c_{d1}) - \frac{5}{2} \sqrt{\frac{3}{2}} \operatorname{Im}(c_{p2}^* c_{d2}); \\ \chi'_1 &= 0; \\ \chi'_2 &= -\frac{9}{2} \sqrt{\frac{15}{2}} \operatorname{Im}(c_{p2}^* c_{d1}) - \frac{15}{2} \sqrt{\frac{3}{2}} \operatorname{Im}(c_{p2}^* c_{d2}); \\ \chi'_3 &= -4 \chi'_2; \\ \chi'_4 &= 0. \end{aligned} \right\} (24a)$$

$$\left. \begin{aligned} \langle T_{21} \rangle_{н.п.} &= \frac{1}{8} \sqrt{\frac{3}{2}} \sin \theta \cdot \cos \theta \cdot e^{i\varphi} (\rho_0 + \rho_2 \cdot \cos^2 \theta); \\ \rho_0 &= \sqrt{2} \operatorname{Re}(c_-^* c_+) + \sqrt{6} \operatorname{Re}(D_0^* c_s) - 2 \operatorname{Re}[D_0^* (D_1 + D_2)]; \\ \rho_2 &= 2 \operatorname{Re}[D_0^* (3D_2 + D_1)], \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

где

$$\left. \begin{aligned} \rho_0' &= -5 |c_{p2}|^2 + \sqrt{\frac{5}{2}} \operatorname{Re}(c_{p2}^* c_{p0}); \\ \rho_2' &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (25a)$$

а

$$\left. \begin{aligned} \langle T_{21} \rangle_{н.п.} &= \frac{1}{4} \sqrt{\frac{3}{2}} \cos \theta \left\{ \tau_0 + \tau_1 \cdot \cos \theta + \tau_2 \cdot \cos^2 \theta + \tau_3 \cdot \cos^3 \theta + \right. \\ &\quad \left. + \sin^2 \theta \cdot e^{i2\varphi} (\tau_4 + \tau_5 \cdot \cos \theta) \right\}; \\ \tau_0 &= \frac{1}{\sqrt{2}} \operatorname{Im}(D_2^* c_+) - \frac{\sqrt{3}}{2} \operatorname{Im}(c_s^* c_+) + \frac{1}{2} \operatorname{Im}(c_-^* D_0); \\ \tau_1 &= \frac{\sqrt{15}}{2} \operatorname{Im}(d_+^* D_0); \\ \tau_2 &= \frac{3}{\sqrt{2}} \operatorname{Im}(D_2^* c_+) - \frac{1}{2} \operatorname{Im}(c_-^* D_0); \\ \tau_3 &= -\frac{\sqrt{15}}{2} \operatorname{Im}(d_+^* D_0); \\ \tau_4 &= \frac{1}{\sqrt{2}} \operatorname{Im}(D_1^* c_+) + \frac{1}{2} \operatorname{Im}(c_-^* D_0); \\ \tau_5 &= -\frac{\sqrt{15}}{2} \operatorname{Im}(d_+^* D_0). \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

где

a

$$\left. \begin{aligned} \tau'_0 &= \frac{\sqrt{30}}{2} \operatorname{Im}(c_{p_2}^* c_s) - \frac{1}{8} \sqrt{15} \operatorname{Im}(c_{p_2}^* c_{d_1}) + \frac{5}{8} \sqrt{3} \operatorname{Im}(c_{p_2}^* c_{d_2}); \\ \tau'_1 &= 0; \\ \tau'_2 &= \frac{9}{8} \sqrt{15} \operatorname{Im}(c_{p_2}^* c_{d_1}) + \frac{35}{8} \sqrt{3} \operatorname{Im}(c_{p_2}^* c_{d_2}); \\ \tau'_3 &= 0; \\ \tau'_4 &= -\frac{\sqrt{15}}{8} \operatorname{Im}(c_{p_2}^* c_{d_1}) - \frac{15}{8} \sqrt{3} \operatorname{Im}(c_{p_2}^* c_{d_2}); \\ \tau'_5 &= 0 \end{aligned} \right\} (26a)$$

$$\langle T_{22} \rangle_{\text{н.п.}} = \frac{\sqrt{3}}{8} \sin^2 \theta \cdot e^{i2\varphi} (\omega_0 + \omega_2 \cdot \cos^2 \theta);$$

где

$$\left. \begin{aligned} \omega_0 &= \sqrt{6} \operatorname{Re}(c_s^* D_1) - 2 \operatorname{Re}(D_2^* D_1) - \frac{1}{2} |c_-|^2; \\ \omega_2 &= 6 \operatorname{Re}(D_2^* D_1) + \frac{15}{2} |d_+|^2. \end{aligned} \right\} (27)$$

a

$$\left. \begin{aligned} \omega'_0 &= -4\gamma'_0 = -4\eta'_0; \\ \omega'_2 &= 0. \end{aligned} \right\} (27a)$$

$$\langle T_{22} \rangle_{\text{полн}} = \frac{\sqrt{3}}{8} \sin \theta \cdot e^{i\varphi} \left\{ \psi_0 + \psi_1 \cos \theta + \psi_2 \cos^2 \theta + \psi_3 \cos^3 \theta + \right. \\ \left. + \sin^2 \theta \cdot e^{i2\varphi} (\psi_4 + \psi_5 \cos \theta) \right\};$$

где

$$\left. \begin{aligned} \psi_0 &= \operatorname{Im}(c_-^* D_2) - \frac{\sqrt{3}}{2} \operatorname{Im}(c_-^* c_s); \\ \psi_1 &= \sqrt{15} \operatorname{Im}(d_+^* D_2) - \sqrt{\frac{45}{2}} \operatorname{Im}(d_+^* c_s); \\ \psi_2 &= -3 \operatorname{Im}(c_-^* D_1); \\ \psi_3 &= -3\sqrt{15} \operatorname{Im}(d_+^* D_2); \end{aligned} \right\} (28)$$

$$\begin{aligned}\psi_4 &= \text{Im}(c^* D_1); \\ \psi_5 &= \sqrt{15} \text{Im}(D_1^* d_+); \end{aligned}$$

а

$$\left. \begin{aligned}\psi'_0 &= \frac{\sqrt{15}}{2} \text{Im}(c_{p_2}^* c_s) + \frac{1}{4} \sqrt{\frac{15}{2}} \text{Im}(c_{p_2}^* c_{d_1}) + \frac{5}{4} \sqrt{\frac{3}{2}} \text{Im}(c_{p_2}^* c_{d_2}); \\ \psi'_1 &= 0; \\ \psi'_2 &= -\frac{3}{4} \sqrt{\frac{15}{2}} \text{Im}(c_{p_2}^* c_{d_1}) - \frac{15}{4} \sqrt{\frac{3}{2}} \text{Im}(c_{p_2}^* c_{d_2}); \\ \psi'_3 &= 0; \\ \psi'_4 &= \frac{1}{4} \sqrt{\frac{15}{2}} \text{Im}(c_{p_2}^* c_{d_1}) + \frac{5}{4} \sqrt{\frac{3}{2}} \text{Im}(c_{p_2}^* c_{d_2});\end{aligned}\right\} (28a)$$

В заключение автор приносит благодарность Л.И.Липидусу за полезные замечания и помощь в работе.

Л и т е р а т у р а

1. К.Ватсон, К.Ричман, *Phys. Rev.* , 83, 1256, 1951.
2. В.Б.Берестецкий, *АН*, 94 , 421, 1954.
3. Р.Маршак, А.Мессиа, *Нов. Сит.*, II, 337, 1954.
4. С.М.Биленький, Л.И.Липидус, Отчет ОИЯИ, 1955.
5. Л.Вольфенштейн, *Phys. Rev.* , 98, 766, 1955.
6. Ф.Мандл, Т.Регге, *Phys. Rev.* , 99, 1478, 1955.
7. В.Лакин. *Phys. Rev.* , 98, 139, 1955.

8. А.Симон, *Phys. Rev.*, 92, 1050, 1953.
9. Дж.Блатт и Л.Биденхарн, *Rev. Mod. Phys.*, 24, 258, 1952.
10. Ю.К.Акимов, О.В.Савченко, Л.М.Сороко, *ЖЭТФ* (в печати), 1958.
11. Л.Вольфенштейн, *Phys. Rev.*, 75, 1664, 1949.
12. Л.И.Липидус, *ЖЭТФ*, I (7), 204, 1957.
13. И.М.Гельфанд, З.Я.Шапиро, *Усп.мат.наук.УП*, I, 47, 1952.
14. Л.Ландау, Е.Лифшиц. *Квантовая механика*, 232, 1948.
15. Е.Кондон, Г.Шотли, *Теория атомных спектров*, стр.57-58, 1949.

Работа поступила в издательский отдел 22 апреля 1958 года.

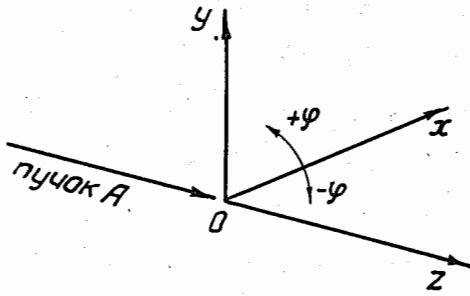


Рис.1

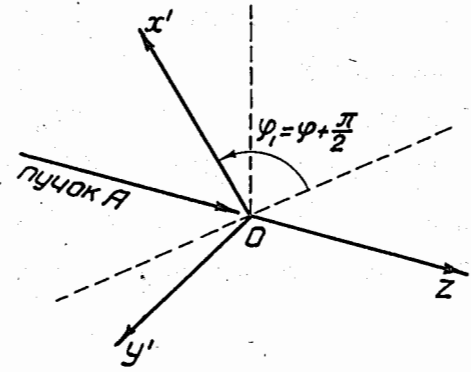


Рис.2

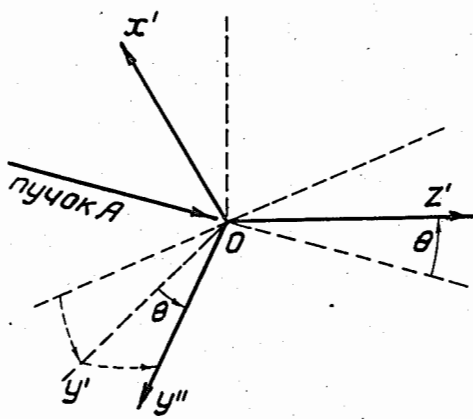


Рис.3

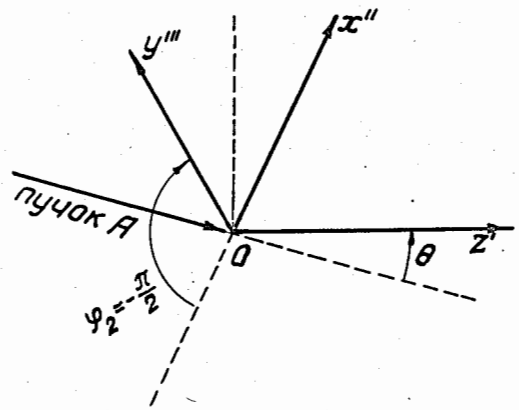


Рис.4