27/X-64.

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

Р-1795

В.В. Бабиков

ОБ ОДНОМ МЕТОДЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ СЕЧЕНИЙ В ОПТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

ЯФ, 1965, т 1, в. 6, с. 984-988.

ЛАБОРАТОРИЯ ЯДЕРНЫХ РЕАКЦИЙ

1964

P-1795

В.В. Бабиков

ОБ ОДНОМ МЕТОДЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ СЕЧЕНИЙ В ОПТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

Направлено в Physics Letters

Метод фазовых функций, предложенный для вычисления фазовых сдвигов в рассеянии на вещественных центрально-симметрическом /1-4/ и тензорном /2,5/ потенциалах, обобщается на случай комплексного потенциала $V(r) + i\,W(r)$.

Как известно (см., например, /6/), параметром, характеризующим упругое и неупругое рассеяния в оптической модели ядерных реакций, является комплексный коэффициент рассеяния $\eta_\ell(k)$. Выражения $1 - |\eta_\ell|^2$, $|1-\eta_\ell|^2$ и $2(1 - \mathrm{Re}\,\eta_\ell)$ определяют соответственно вклад ℓ-ой парциальной волны в сечение реакции σ_r, сечение рассеяния σ_s и полное сечение взаимодействия $\sigma_t = \sigma_r + \sigma_s$. Если нет поглощения, ($W = 0$), $\eta_\ell = \exp(2i\delta_\ell)$, где $\delta_\ell(k)$ – вещественная фаза рассеяния, так что $|\eta_\ell| = 1$. При $W \neq 0$ можно определить две вещественные величины $a_\ell(k)$ и $\delta_\ell(k)$, положив $\eta_\ell = a_\ell \exp(2i\delta_\ell)$, $a_\ell(k) \leq 1$.

Следуя методу фазовых функций /1-5/, определим две вещественные функции $a_\ell(r',k)$ и $\delta_\ell(r',k)$, имеющие смысл параметров рассеяния на "обрезанном" в точке r' потенциале $[V(r)+i\,W(r)]\,\theta(r'-r)$. Уравнения для $a_\ell(r,k)$ и $\delta_\ell(r,k)$ удобнее всего получить, исходя из уравнения /3/ для функции $\exp(2i\delta_\ell)$. Разделяя вещественную и мнимую части уравнения, находим после несложных преобразований

$$\frac{d}{dr} a_\ell(r,k) = \frac{W}{2k}\left[(1+a_\ell)^2 C_\ell^2 - (1-a_\ell)^2 D_\ell^2\right] - \frac{V}{k}(1-a_\ell^2)\,C_\ell D_\ell\,, \tag{1}$$

$$\frac{d}{dr}\delta_\ell(r,k) = -\frac{V}{4k}\frac{1}{a_\ell}\left[(1+a_\ell)^2 C_\ell^2 - (1-a_\ell^2)\,D_\ell^2\right] - \frac{W}{2k}\,\frac{1-a_\ell^2}{a_\ell}\,C_\ell D_\ell.$$

Здесь введены обозначения:

$$C_\ell(r,k) = \mathrm{Cos}\,\delta_\ell(r,k)\sqrt{\frac{\pi k r}{2}}\,J_{\ell+1/2}(kr) - \mathrm{Sin}\,\delta_\ell(r,k)\sqrt{\frac{\pi k r}{2}}\,N_{\ell+1/2}(kr), \tag{2}$$

$$D_\ell(r,k) = \mathrm{Sin}\,\delta_\ell(r,k)\sqrt{\frac{\pi k r}{2}}\,J_{\ell+1/2}(kr) + \mathrm{Cos}\,\delta_\ell(r,k)\sqrt{\frac{\pi k r}{2}}\,N_{\ell+1/2}(kr).$$

Начальными условиями для уравнений (1) являются:

$$a_\ell(0,k) = 1, \qquad \delta_\ell(0,k) = 0. \tag{3}$$

Асимптотические значения $a_\ell(\infty,k)$ и $\delta_\ell(\infty,k)$ определяют искомую величину $\eta_\ell(k)$. Ввиду вполне определенного физического смысла функций $a_\ell(r,k)$, $\delta_\ell(r,k)$ мы получаем дополнительную информацию в процессе решения уравнений (1). Так, например, если оптический потенциал имеет вид прямоугольной ямы $-V_0(1+i\zeta)$ с радиусом $R = r_0 A^{1/3}$, тогда найденные при интегрировании уравнений (1) до точки $R_1 = r_0 A_1^{1/3}$ решения в промежуточных точках $r \leq R_1$ определяют рассеяние нейтрона на всех ядрах с $A \leq A_1$. Значение k волнового вектора в системе центра инерции будет, конечно, отвечать при этом несколько различным энергиям нейтрона в лабораторной системе. Такая универсальность имеет место, очевидно, только для прямоугольной потенциальной ямы. В более реальных случаях, например при потенциале Вудса-Саксона, знание величин $a_\ell(r,k)$, $\delta_\ell(r,k)$ позволяет судить об относительной роли различных областей потенциала.

Полученные уравнения легко обобщаются на случай рассеяния заряженных частиц, например протонов. В этом случае уравнения также имеют вид (1), где V и W отвечают по-прежнему ядерному взаимодейётвию, а учет кулоновского взаимодействия сводится, как и в случае вещественного потенциала /2,5/, к замене в формулах (2) решений свободного уравнения Шредингера на кулоновские функции $F_\ell(kr,\eta)$, $-G_\ell(kr,\eta)$

$$C_\ell(r,k,\eta) = \cos\delta_\ell(r,k,\eta)\, F_\ell(kr,\eta) + \sin\delta_\ell(k,r,\eta)\, G_\ell(kr,\eta) \qquad (4)$$

$$D_\ell(r,k,\eta) = \sin\delta_\ell(r,k,\eta)\, F_\ell(kr,\eta) - \cos\delta_\ell(r,k,\eta)\, G_\ell(kr,\eta).$$

При вычислении коэффициента рассеяния следует иметь в виду, что теперь $\eta_\ell = a_\ell \exp(2i\delta_\ell + 2i\sigma_\ell)$, где $\sigma_\ell = \arg\Gamma(1+\ell+i\eta)$.

Если оптический потенциал содержит тензорную часть, как например, при описании рассеяния антинуклона на нуклоне или нуклон-нуклонного рассеяния при больших энергиях, тогда вместо одного параметра рассеяния в рассмотрение будут входить три комплексных параметра. Соответствующие уравнения получаются в результате продолжения в комплексную область уравнений для вещественных параметров /5/. Они образуют систему шести уравнений вида (1).

Изложенный выше метод вычисления сечений в оптической модели представляется более удобным с практической точки зрения и дающим более глубокое понимание действия потенциала, чем обычный метод, основанный на решении уравнения Шредингера для волновой функции.

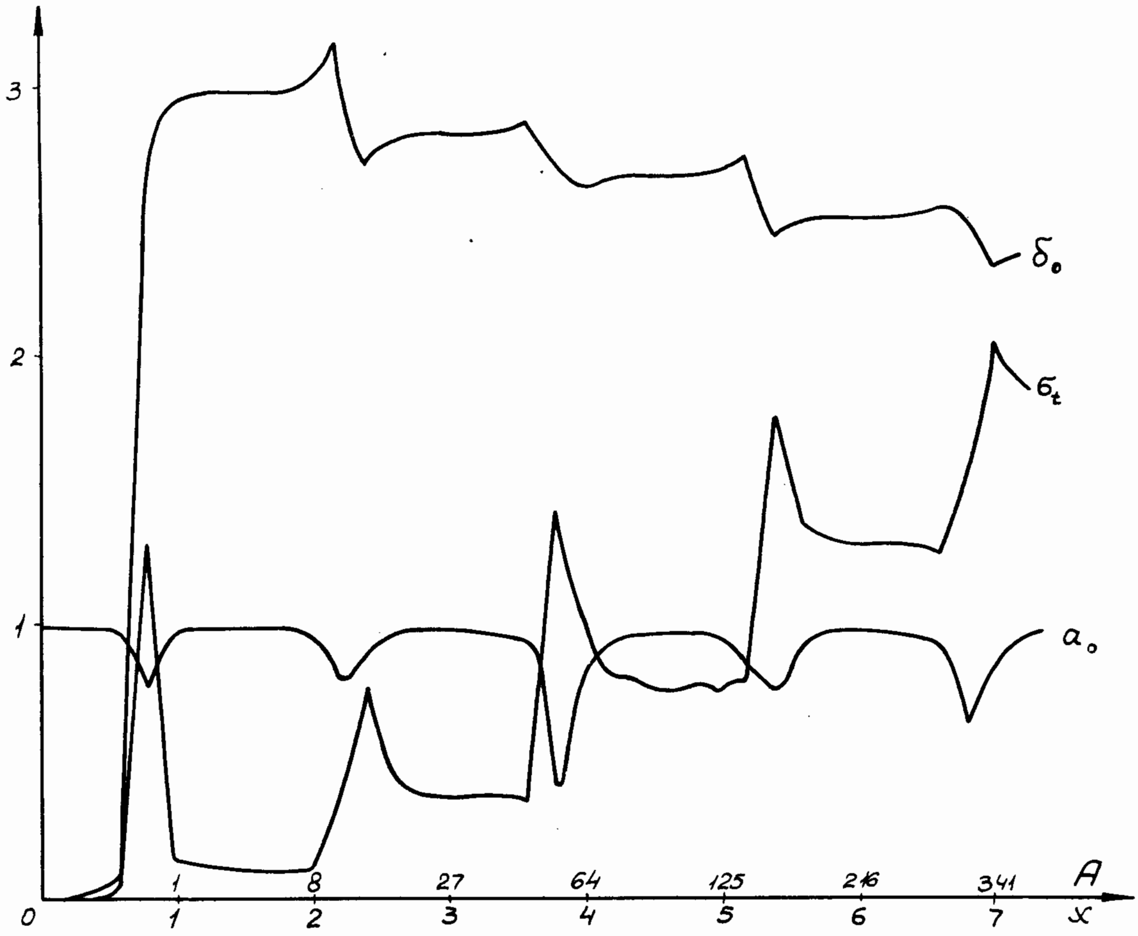
В качестве иллюстрации на рисунке 1 приведены решения a_0, δ_0 уравнений (1) и полное сечение взаимодействия (в относительных единицах) для S-рассеяния нейтрона с энергией 140 кэв в системе центра инерции. Комплексный потенциал был взят в виде прямоугольной ямы $-V_0(1+i\zeta)$ с параметрами $V_0 = 42$ Мэв, $\zeta = 0{,}03$, $r_0 = 1{,}45$ф /7/. На оси абсцисс отложены безразмерная величина радиуса ямы $x = R/r_0 = A^{1/3}$ и соответствующий атомный вес ядра мишени A.

Автор благодарен Н.Ф. Марковой за помощь в проведении численных расчетов.

Литература

1. Г.Ф. Друкарев. ЖЭТФ, 19, 247 (1949).
2. G.J. Kynch. Proc. Phys. Soc., A,65, 83 (1952).
3. F. Calogero. Nuovo Cim., 27, 261 (1963).
4. B.R. Levy and J.B. Keller. J.Math. Phys., 4, 54 (1963).
5. В.В. Бабиков. Препринт ОИЯИ, Р-1728 (1964)
6. П.Э. Немировский. Современные модели атомного ядра. М., Атомиздат, 1960.
7. H. Feshbash, C.E. Porter and V.F. Weisskopf. Phys. Rev., 96, 448 (1954).

Рукопись поступила в издательский отдел
14 августа 1964 г.



δ_0
σ_t
a_0
3
2
1
0
1
2
3
4
5
6
7
x
1
8
27
64
125
216
341
A