ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

JOINT
INSTITUTE
FOR NUCLEAR
RESEARCH

Москва, Главпочтамт п/я 79

Head Post Office, P.O. Box 79, Moscow USSR

МЕЖДУНАРОДНАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ ПО ФИЗИКЕ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ
Дубна 5 - 15 августа 1964 г.

THE 1964 INTERNATIONAL CONFERENCE ON HIGH ENERGY PHYSICS

Dubna, August 5 – 15.

ДОКЛАДЫ РАППОРТЕРОВ RAPPORTEURS' REVIEWS

P-1793

ОБЩИЕ ПРИНЦИПЫ ЛОКАЛЬНОЙ ТЕОРИИ И ИХ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ СЛЕДСТВИЯ

Раппортер А.А. Логунов

Секретари: Нгуен Ван Хьеу,
М.К. Поливанов,
И.Т. Тодоров

В кн.: Межд. конф. по физ. высоких энергий, XII. 1.

Дубна 1964

Р-1793

ОБЩИЕ ПРИНЦИПЫ ЛОКАЛЬНОЙ ТЕОРИИ И ИХ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ СЛЕДСТВИЯ

Раппортер А.А. Логунов

Секретари: Нгуен Ван Хьеу,
М.К. Поливанов,
И.Т. Тодоров

Введение

Настоящий доклад написан совместно с И.Т.Тодоровым, Нгуеном Ван Хьеу и М.К.Поливановым и включает в себя обзор некоторых работ по развитию аксиоматического подхода, а также обзор работ, посвященных изучению соотношений между амплитудами рассеяния при высоких энергиях на основе общих принципов квантовой теории.

Мы не будем останавливаться на всех работах /I-2I/, представленных на данную секцию, так как это привело бы к чрезмерной разнородности и схематичности изложения. Большинство не вошедших в доклад материалов будет опубликовано в трудах конференции.

Перейдем к обзору результатов аксиоматического направления.

I. НОВОЕ В АКСИОМАТИЧЕСКОМ ПОДХОДЕ.

а/ Теория столкновения Хаага-Рюеля

Аксиоматический подход в квантовой теории поля начал интенсивно развиваться примерно 10 лет тому назад, когда выяснились трудности теории возмущений. С точки зрения математической строгости наиболее последовательное развитие аксиоматическое направление получило в работах Уайтмана и др. [22-24].

Основным понятием в этом подходе является квантованное гайзенбергово поле, которое определяется как обобщенная операторная функция. Операторы поля действуют в гильбертовом пространстве векторов состояния H с положительно определенной метрикой.

Далее накладываются следующие основные требования.

I. Инвариантность относительно неоднородной группы Лоренца.

2. Принцип спектральности.

а/ Существует полная система физических состояний с положительной энергией $(p^2 \geq 0,\ p_0 \geq 0)$.

б/ Существует единственное инвариантное вакуумное состояние.

в/ Существует одночастичное состояние с наименьшей массой большей нуля.

3. Локальность поля: поля в пространственно разделенных точках коммутируют или антикоммутируют.

Этот постулат отражает условие микропричинности. Он накладывает весьма жесткие требования на теорию. Основным рабочим аппаратом в этом подходе являются функции Уайтмана-вакуумные средние от произведений операторов поля. Для формулировки задачи рассеяния в полевом подходе необходимо ввести асимптотические свободные поля /*in* и *out*/. Долгое время было неясно, в какой мере существование этих полей связано с остальными постулатами. Существенный вклад в эту проблему был сделан в работе Рюеля [22] /1962/ в развитие идей Хаага [26].

Упрощенно этот результат можно пояснить следующим образом [27]. Согласно теореме Челлена-Лемана, двухточечная функция Уайтмана скалярного поля A/x/ имеет вид:

$$\langle 0|A(x)A(y)|0\rangle = \frac{1}{i} D_m^{(-)}(x-y) + \frac{1}{i}\int_{M^2}^{\infty} D_M^{(-)}(x-y)\, d\rho(M^2),\quad M>m,$$

где
$$D_m^{(-)}(x) = \frac{i}{(2\pi)^3}\int e^{ikx}\,\theta(-k^0)\,\delta(k^2-m^2)\,dk.$$

Определим вспомогательное/нелокальное/поле B/x/ формулой
$$\tilde{B}(p) = h(p^2)\,\tilde{A}(p),$$
где $\tilde{A}(p)$, $\tilde{B}(p)$ Фурье-образы полей A/x/ и B/x/, а $h(p^2)$ – вещественная бесконечно гладкая функция, сосредоточенная в достаточно малой окрестности $p^2=m^2$, причем $h(m^2) = 1$. При таком выборе h вакуумное среднее произведения двух операторов B будет совпадать с двухточечной функцией свободного поля $D_m^{(-)}(x-y)$. Пусть f – положительно

- частотное решение уравнения Клейна-Гордона, отличное от нуля лишь в конечной области Р - пространства. Введем оператор /типа оператора уничтожения/ вида:

$$B(f,t) = i\int\limits_{x_0=t}\left[f^*(x)\frac{\partial B(x)}{\partial x_0} - \frac{\partial f^*(x)}{\partial x_0}B(x)\right]d^3x .$$

Определим векторы состояния

$$\Psi_t(f_1,\dots,f_n) = B^*(f_1,t)\dots B^*(f_n,t)|0\rangle .$$

Тогда существуют сильные пределы $\Psi_{\substack{out\\in}}(f_1\dots f_n)$, представляющие собой n- частичные асимптотические состояния:

$$\lim_{t\to\pm\infty}\left\|\Psi_t(f_1,\dots,f_n) - \Psi_{\substack{out\\in}}(f_1,\dots,f_n)\right\| = 0 .$$

Это и есть основная теорема Рюэля.

Элементы матрицы рассеяния определяются обычной формулой:

$$S(f_1,\dots f_n; g_1,\dots g_k) = (\Psi_{out}(f_1,\dots,f_n), \Psi_{in}(g_1,\dots,g_k)).$$

Несмотря на большое принципиальное значение результатов Хаага-Рюэля, в настоящее время ощущается недостаточная эффективность такого способа определения S - матрицы. Не хватает строго доказанной редукционной формулы типа формулы Лемана-Симанзика-Циммермана /28/, которая позволила бы выразить через функции Уайтмана элементы матрицы рассеяния. Полезный шаг в этом направлении сделан в работе Хеппа /3/, представленной на настоящую конференцию. В этой работе показано, что амплитуда рассеяния обладает свойством распадения на

пучки. Это свойство имеет простой физический смысл: амплитуда рассеяния частиц с ненулевой массой асимптотически не зависит от присутствия других удаленных частиц.

Далее Хепп, основываясь на изложенных выше результатах Рюэля и пользуясь представлением Дайсона /35/ для причинного коммутатора, сумел определить в рамках подхода Уайтмана запаздывающие и опережающие функции в об"еме, нужном для доказательства дисперсионных соотношений.

Заметим, что основной вопрос этого направления - вопрос о построении примера, удовлетворяющего всем постулатам и приводящего к нетривиальной матрице рассеяния, до сих пор остается открытым. Некоторое предварительное рассмотрение этого вопроса содержится в работе Х.Я.Христова /10/, представленной на конференции.

б/ Матрица рассеяния. Условия микропричинности Боголюбова и аналитические свойства амплитуды рассеяния

Параллельно с направлением Уайтмана еще с 1954 года развивается другое направление аксиоматического подхода, в котором исходным понятием является гайзенбергова матрица рассеяния, рассматриваемая как функционал асимптотических *out* - полей $\varphi(x)$:

$$S = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{n!}\int dx_1\dots dx_n\,\phi^{(n)}(x_1,\dots,x_n):\varphi(x_1)\dots\varphi(x_n):$$

и расширенная за массовую поверхность /т.е. не предполагается $(\Box - m^2)\varphi(x) = 0$/. Без такого расширения невозможно построить нетривиальные локальные операторы и, в частности, сформулировать условие причинности. Главными об"ектами исследования здесь являются радиационные операторы – вариационные производные S – матрицы вида

$$S^n(x_1, \dots, x_n) = \frac{\delta^n S}{\delta\varphi(x_1)\dots\delta\varphi(x_n)} S^+$$

и их матричные элементы. В понятии гайзенбергова поля в этом подходе не возникает необходимости, поскольку все элементы матрицы рассеяния, доступные наблюдению, выражаются через вакуумные средние радиационных операторов. Основные постулаты в S – матричном подходе отчасти аналогичны постулатам Уайтмана и, естественно, делятся на две группы: I/ общих свойств релятивистской инвариантности спектральности, унитарности S – матрицы $(SS^+ = I)$, стабильности вакуума и одночастичных состояний; и 2/специальных локальных свойств: требования о том, чтобы вакуумные средние радиационных операторов с различными аргументами были обобщенными функциями умеренного роста, и условия причинности Боголюбова

$$\frac{\delta}{\delta\varphi(y)}\left\{\frac{\delta S}{\delta\varphi(x)} S^+\right\} = 0 \quad \text{при} \quad y \lesssim x \, .$$

В представленной на конференции работе Б.В.Медведева и

М.К.Поливанова /5/ показано, что в рамках этих аксиом радиационные операторы $S^{(n)}/x_1, \quad x_n/$ выражаются с помощью так называемого хронологического представления через последовательность более простых "токоподобных" операторов λ_n, эффективно зависящих лишь от одной точки.

Скажем несколько слов о состоянии в области изучения аналитических свойств матричных элементов.

Как известно, из условия причинности следует исчезновение запаздывающей функции $F^{ret}/x/$ везде, кроме будущего светового конуса Γ^+, приводящее к аналитичности ее фурье-образа $F^{ret}(k)$ в трубовой области.

$$T^+ = \{k = p + iq; \; p \in R_4, \; q \in \Gamma^+\} . \qquad /1.7/$$

Благодаря условию спектральности, различные запаздывающие и опережающие функции совпадают в некоторой области вещественных импульсов, а теорема Боголюбова об "острие клина" /32-36/ обеспечивает существование единой аналитической функции, голоморфной в некоторой комплексной окрестности этой области. Максимальная область аналитичности – оболочка голоморфности – найдена с помощью интегрального представления Дайсона /37/ лишь для запаздывающей и опережающей функции одного векторного аргумента.

Для двухчастичной функции Грина общая задача сводится к рассмотрению 32 аналитических функций трех векторных переменных, голоморфных в различных трубовых областях и удовлетворяющих 6 тождествам Штейнмана /38/.

Брос, Эпштейн и Глазер /26/ рассмотрели всю совокупность функций, которые оказываются аналитическими продолжениями некоторой единой функции, и нашли часть оболочки голоморфности, соответствующей сумме трубовых областей. /Вся оболочка голоморфности в случае с ненулевыми массами не найдена еще даже для вершинной части/. Полученные ими результаты являются в настоящее время самыми сильными. Наряду с известными аналитическими свойствами здесь доказана аналитичность амплитуды упругого рассеяния по двум переменным s и t в некоторой окрестности всей физической области. Доказана также аналитичность парциальных амплитуд T_ℓ /s/ в окрестности физических точек /при $s > (M+m)^2$/.

в/ Бесконечная система нелинейных уравнений для функции Грина

Как известно, исследование аналитических свойств матричных элементов в ряде случаев позволяет получать различные спектральные представления /в частности, дисперсионные соотношения/. Если бы удалось построить простые спектральные представления для функций Грина с произвольным числом "концов", можно было бы надеяться, что этих представлений и условий унитарности достаточно для полного определения теории.

Однако конкретные исследования даже простейших случаев обнаруживают, что аналитическая природа матричных элементов гораздо сложнее, а поэтому осуществимость программы, основанной на так называемом "принципе максимальной аналитичности" ставится под сомнение.

С другой стороны, еще в работах Лемана и др./29/, Боголюбова и др./30-32/ была указана возможность формального использования основных свойств унитарности и причинности /без детального исследования аналитичности/ для получения бесконечных систем нелинейных интегральных уравнений. Впервые такая система уравнений была написана и изучалась в работах Лемана, Симанзика и Циммермана.

На этой конференции получены три работы, посвященные различным подходам к этой программе. В работе Медведева и Поливанова/5/

указана возможность строго вывести систему уравнений для матричных элементов тока на массовой поверхности. Отметим, однако, что этого еще недостаточно для определения физически интересных элементов матрицы рассеяния. В рамках теории возмущений показано, что эта система уравнений имеет единственное /с точностью до обычного числа констант/ решение.

Изучение этой системы позволяет сделать и другие интересные выводы. Показано, что в отсутствие контрчленов система допускает только тривиальное решение / $S = 1$/. Ориентировочная оценка возможных степеней роста /при равномерной растяжке импульсов/ приводит к результатам, известным из теории возмущений. При этой оценке, правда, делается оправданное только аналогией с теорией возмущений допущение об отсутствии компенсации степеней роста в сумме по промежуточным состояниям.

В работе В.Я.Файнберга /4/ "Об уравнениях в аксиоматическом подходе", наряду с обычными требованиями локальной теории, накладывается условие минимальной сингулярности коммутатора операторов поля и тока при равных временах. В случае теории скалярного поля $\varphi(t, \vec{x})$ это условие имеет вид

$$[\varphi(t,\vec{x}) \quad \varphi(t,\vec{x}')] = 0,$$

где

$$\varphi(x) = \varphi_{in}(x) - \int D_m^{ret}(x-x')\, j(x')\, dx'.$$

По-видимому, дополнительный постулат Файнберга сводится к выбору минимальных степеней роста матричных элементов, обеспечивающих нетривиальное решение. Выход за массовую поверхность осуществляется только по одной переменной - квадрату импульса одной из частиц. Рассматриваемая система уравнений очень близка к системе, предложенной в работе Медведева и Поливанова /5/. Главное различие, если не говорить о способе вывода, состоит в том, что Файнберг приходит к интегро-дифференциальным уравнениям, пользуясь дифференцированием /в пространстве импульсов/ для того, чтобы исключить произвольные вычитательные члены. Число произвольных постоянных, входящих в теорию, совпадает с числом не исчезающих на бесконечности матричных элементов.

Вопросу о существовании решений полевых уравнений посвящена работа Тейлора /6/. Это очень важная проблема. Остается только сожалеть, что в представленном тексте не содержится ни одной формулы, и поэтому трудно судить, в какой мере в ней решен поднятый вопрос.

II. АСИМПТОТИЧЕСКИЕ СООТНОШЕНИЯ МЕЖДУ АМПЛИТУДАМИ УПРУГИХ И НЕУПРУГИХ ПРОЦЕССОВ

а/ Общие требования, накладываемые на матрицу рассеяния, и рост амплитуды рассеяния в импульсном пространстве

Среди основных постулатов квантовой теории поля имеется условие математического характера: требуется, чтобы элементы матрицы рассеяния были обобщенными функциями умеренного роста, что обеспечивает полиномиальную ограниченность преобразования Фурье запаздывающей амплитуды (см. например /32/, теорема 1). Оно достаточно естественно с физической точки зрения, так как отражает равноправность координатного /x/ и импульсного /p/ представлений и дает возможность говорить о локальных свойствах матричных элементов в обоих представлениях. Без этого предположения нельзя получить даже обычные дисперсионные отношения с конечным числом вычитаний.

Возникает вопрос- насколько это требование независимо от остальных физических принципов локальной теории и, в первую очередь, от принципа микропричинности. Этот вопрос интересен с теоретической точки зрения, так как формальная теория возмущений дает указания на то, что в случае неперенормируемой теории амплитуда в импульсном пространстве возрастает быстрее любого полинома(см. /37/) Простые одномерные примеры с функциями, возрастающими в верхней полуплоскости энергии быстрее некоторой экспоненты, показывают, что одна только аналитичность преобразования Фурье запаздывающей функции недостаточна для того, чтобы эта функция удовлетворяла принципу микропричинности /см. (38)/.

В работе [19] приведены аргументы более общего характера в пользу утверждения, что для непротиворечивой формулировки условия микропричинности нужно предположить, что амплитуда, как функция энергии, растет медленнее любой экспоненты

$$|T(\omega)| < A_\varepsilon e^{\varepsilon|\omega|}, \quad \frac{Im\,\omega}{|\omega|} \geqslant \delta > 0, \qquad /2.1/$$

где ε - любое положительное число.

Если в импульсном пространстве допустить рост быстрее экспоненты, то сама постановка вопроса о локальных свойствах в x-пространстве теряет смысл.

Если дифференциальные сечения пары перекрестных процессов возрастают как функции энергии /в физической области/ не быстрее некоторого полинома, то из условия микропричинности, включая /2.1/, следует, что амплитуды этих процессов полиномиально ограничены во всей комплексной плоскости энергии. Это вытекает из аналитичности амплитуд в верхней полуплоскости энергии и теоремы Фрагмена-Линделефа в теории аналитических функций.

Предположение о полиномиальной ограниченности дифференциальных сечений в физической области /которое достаточно хорошо оправдывается на опыте/ может быть получено из следующего более слабого допущения:

$$|T(s,t)| < A e^{as^n}, \quad s>0, \qquad /2.2/$$

когда передача импульса t пробегает эллипс Лемана [39].

Тогда, пользуясь аналитичностью амплитуды в эллипсе Лемана и условием унитарности, можно показать, следуя Гринбергу и Лоу [40], что в физической области ($t \leqslant 0$) амплитуда T (s,t) растет не быстрее полинома от s , когда s стремится к бесконечности

Итак, мы видим, что при весьма слабых и естественных предположениях требование полиномиальной ограниченности амплитуды следует из остальных физических принципов локальной теории поля. Это делает весьма вероятной справедливость предположения о том, что в неперенормируемой локальной теории (если такая теория вообще существует) амплитуда неаналитична по константе связи в окрестности нуля. Об этом свидетельствуют также модели, доложенные на конференции Арбузовым и др.[8] на основе квазипотенциального подхода в квантовой теории поля (см. по этому поводу также работу Ли[41]). Этот взгляд подтверждается также результатом недавней работы Шроера[42], в которой из предположения о неперенормируемости теории и аналитичности по константе связи автор приходит к выводу о нелокальности теории.

б/ Асимптотические равенства дифференциальных сечений для перекрестных процессов рассеяния и фоторождения

Оказывается, что сочетание свойств аналитичности, перекрестной симметрии и ограниченности роста позволяет получить асимптотические соотношения между амплитудами перекрестных процессов. Первое соотношение такого рода- равенство полных сечений взаимодействия частицы и античастицы - было получено Померанчуком[43]. Впоследствии ряд работ был посвящен более полному доказательству и уточнению формулировки теоремы Померанчука. Здесь следует отметить работу Сугавара и Каназава[44], в которой была фактически "переоткрыта" и вновь доказана теорема Фрагмена-Линделефа.

В последующей работе Мейман[45] обратил внимание на то, что здесь речь идет о классической теореме из теории аналитических функций. На основе этой теоремы Сугавара[44,46] и Мейман[45] дали простое и естественное доказательство теоремы Померанчука при достаточно общих условиях. В дальнейшем Ван Хов и дубненские теоретики[15-17,47-49] получили асимптотические соотношения между дифференциальными сечениями перекрестных процессов рассеяния, фоторождения, а также между поляризационными эффектами. Идею получения этих соотношений мы продемонстрируем на примере скалярных частиц.

Рассмотрим пару процессов :

$$a_1 + b_1 \to a_2 + b_2 , \qquad /I/$$

$$\bar{a}_2 + b_1 \to \bar{a}_1 + b_2 , \qquad /II/$$

амплитуды которых $T^{I}(s,t)$ и $T^{II}(s,t)$ являются краевыми значениями одной и той же аналитической функции $T(s,t)$ на различных берегах разрезов. Эти амплитуды связаны между собой соотношением перекрестной симметрии / или правилом подстановки Лоу /:

$$T^{I}(u,t) = T^{II}(s,t)^{*} , \qquad /2.3/$$

$$s + t + u = \sum_i m_i^2 .$$

Предположим, что массы частиц таковы, что из принципов локальной теории следует аналитичность амплитуды $T(s,t)$ при фиксированном t в комплексной плоскости s с разрезами вдоль вещественной оси. Чтобы охватить класс амплитуд с достаточно общим асимптотическим поведением , мы введем вспомогательное понятие. Функцию $\varphi(s,t)$ будем называть допустимой, если $1/\varphi(s,t)$ аналитична, не превосходит любой экспоненты от $|s|$ в верхней полуплоскости, непрерывна на вещественной оси и если

$$\lim_{s\to\infty} \frac{\varphi(s,t)}{\varphi(-s,t)} = e^{-i\pi\alpha(t)} , \qquad /2.4/$$

где $\alpha(t)$ - произвольная вещественная функция от t. Примером допустимой функции может служить функция вида

$$\varphi(s,t) = (s+i)^{\alpha(t)} \left[\ln(s+i)\right]^{\beta(t)} \left[\ln\ln(s+i)\right]^{\gamma(t)} \cdots$$

Основной результат содержится в следующей теореме.

<u>Теорема</u> . Пусть для некоторой допустимой функции существуют конечные пределы

$$V^{I}(t) = \lim_{s\to\infty} \frac{T^{I}(s,t)}{\varphi(s,t)} , \quad V^{II}(t) = \lim_{s\to\infty} \frac{T^{II}(s,t)^{*}}{\varphi(-s,t)} .$$

Тогда в локальной теории эти пределы равны друг другу

$$V^{I}(t) = V^{II}(t) ,$$

отсюда следует асимптотическое равенство дифференциальных сечений процессов

$$\lim_{s\to\infty} \frac{d\sigma^{I}(s,t)/dt}{d\sigma^{II}(s,t)/dt} = 1 . \qquad /2.5/$$

Доказательство этой теоремы элементарным образом сводится к применению теоремы Фрагмена-Линделефа к функции

$$V(s,t) = \frac{T(s,t)}{\varphi(s,t)} .$$

Предположение о существовании пределов /2.5/ этой функции при $s \to \pm \infty$,грубо говоря,означает,что амплитуда Т (s,t) имеет определенный рост,а не осциллирует.

Теорема Фрагмена-Линделефа

/Мы формулируем лишь частный случай теоремы, необходимый для наших целей/.

Пусть $f(z)$ – аналитическая функция от $z = re^{i\theta}$, регулярная в верхней полуплоскости z и стремится вдоль вещественной оси к конечным пределам a и b при $z \to \pm\infty$. Тогда,если $a \neq b$,то найдется такая последовательность точек с модулями $r_n \to \infty$,что

$$\max_{\substack{|z|=r_n \\ 0<\theta<\pi}} |f(z)| \geq e^{\nu r_n}, \quad \nu > 0 .$$

В нашем случае функция $V(s,t)$ аналитична в верхней полуплоскости s /при фиксированном t /и растет медленнее любой экспоненты. Поэтому ее пределы при $s \to \pm\infty$ должны совпадать.

Рассмотрим упругое рассеяние вперед в предположении,что

$$\alpha(0) = 1 \qquad /2.7/$$

В этом случае амплитуды процессов упругого рассеяния вперед истинно нейтральных частиц чисто мнимы,и в силу оптической теоремы имеет место равенство

$$\left.\frac{d\sigma}{dt}\right|_{t=0} \sim \frac{1}{16\pi} \left[\sigma_{tot}\right]^2 . \qquad /2.8/$$

Отметим,что в случае упругого рассеяния можно освободиться от допущения об отсутствии осцилляции амплитуды,если предположить,что мнимые части амплитуд в асимптотике неотрицательны /это заведомо выполняется для всех энергий при $t=0$/. Тогда для получения равенства /2.6/ достаточно предположить отсутствие осцилляций лишь в дифференциальных сечениях.

Другие условия,при которых имеет место равенство дифференциальных сечений,обсуждаются в /18/. В случае,когда амплитуда $T(s,t)$ имеет конечное число нулей в плоскости s ,результат этой работы может быть сформулирован следующим образом. Пусть существует предел

$$\lim_{s\to\infty} \left| \frac{T^{I}(s,t)}{T^{II}(s,t)} \right| = \gamma$$

Тогда $\gamma = 1$,если аргумент /фаза/ отношения $T^{I}(s,t) / T^{II}(s,t)$ растет /или убывает/ медленнее $\ln s$ /соответственно $-\ln s$ / при $s\to\infty$; γ имеет конечное положительное значение,отличное от 1, если фаза этого отношения растет /убывает/ как $\ln s$ / $-\ln s$ /; $\gamma = 0$ или ∞ ,если фаза растет /убывает/ быстрее $\ln s$ / $-\ln s$ /.

В работах /15-17/ были установлены асимптотические соотношения между амплитудами процессов рассеяния частиц со спином: мезон-барионное рассеяние, барион-барионное рассеяние и фоторождение,и получены различные соотношения между дифференциальными сечениями,полными сечениями,поляризационными эффектами и т.д. В частности,имеет место асимптотическое равенство дифференциальных сечений следующих процессов:

процессы вида $0 + 1/2 \to 0 + 1/2$:

$$\pi^+ + p \to \pi^+ + p \quad \text{и} \quad \pi^- + p \to \pi^- + p,$$
$$K^+ + p \to K^+ + p \quad \text{и} \quad K^- + p \to K^- + p,$$
$$\pi^+ + p \to K^+ + \Sigma^+ \quad \text{и} \quad K^- + p \to \pi^- + \Sigma^+,$$
$$\pi^- + p \to K^0 + \Lambda \quad \text{и} \quad \bar{K}^0 + p \to \pi^+ + \Lambda,$$
$$\Sigma^+ + He \to p + He_\Lambda \quad \text{и} \quad \bar{p} + He \to \bar{\Sigma}^+ + He_\Lambda;$$

процессы вида $1/2 + 1/2 \to 1/2 + 1/2$:

$$p + p \to p + p \quad \text{и} \quad \bar{p} + p \to \bar{p} + p,$$
$$\Sigma^+ + p \to \Sigma^+ + p \quad \text{и} \quad \bar{\Sigma}^+ + p \to \bar{\Sigma}^+ + p,$$
$$\Sigma^+ + p \to p + \Sigma^+ \quad \text{и} \quad \bar{p} + p \to \bar{\Sigma}^+ + \Sigma^+;$$

процессы вида $\gamma + 1/2 \to 0 + 1/2$:

$$\gamma + p \to \pi^+ + n \quad \text{и} \quad \gamma + n \to \pi^- + p.$$

Как и в случае скалярных частиц, если имеет место /2.7/, то амплитуда упругого рассеяния K_2^0 - мезона на протоне вперед чисто мнима и удовлетворяет равенству:

$$\frac{d\sigma\,(K_2^0 p \to K_2^0 p)}{dt}\bigg|_{t=0} \sim \frac{1}{16\pi}\left[\sigma_{tot}\,(K_2^0 p)\right]^2. \qquad /2.9/$$

Если учитывать изотопическую инвариантность, то в случае пион-нуклонного рассеяния получаем соотношение:

$$\left[\frac{d\sigma\,(\pi^\pm p \to \pi^\pm p)}{dt} - \frac{1}{2}\frac{d\sigma\,(\pi^- p \to \pi^0 n)}{dt}\right]_{t=0} \sim \frac{1}{16\pi}\left[\sigma_{tot}\,(\pi^\pm p)\right]^2 \qquad /2.10/$$

Можно установить также различные соотношения между поляризационными эффектами в рассматриваемых процессах. В частности, поляризации протонов отдачи в процессах рассеяния Π^+ и Π^--мезонов /см.также /50// или протона и антипротона на протоне в асимптотике равны по величине и противоположны по знаку, а поляризация протона отдачи в рассеянии K_2^0 - мезона обращается в нуль.

В моделях с внешними симметриями /унитарная симметрия, симметрия группы G_2 / существуют связи между амплитудами различных процессов. Однако эти связи довольно сложны и из них не всегда удается получить достаточно много информации. С помощью асимптотических соотношений между амплитудами перекрестных процессов можно упростить соотношения, вытекающие из свойств симметрии, и получить дополнительные равенства между сечениями. Эти соотношения мы выпишем в виде таблицы. Для сравнения мы включим в таблицу также некоторые соотношения, вытекающие только из внешних симметрий. Мы используем следующие обозначения для названия моделей:

I - изотопическая инвариантность,
T - триплетная модель Сакаты,
O - октетная модель с R - инвариантностью,
G_2 - модель G_2,
Ф-Λ - -теорема Фрагмена-Линделефа.

Мы имеем следующую таблицу:

Соотношения	Модель и метод	Литература
$\sigma(\pi^\pm p \to \pi^\pm p) - \frac{1}{2}\sigma(\pi^- p \to \pi^0 n) \geq 0$	I, ϕ-λ	[17]
$\sigma(\pi^\pm p \to \pi^\pm p) - \frac{1}{2}\sigma(\pi^- p \to \pi^0 n) \sim \frac{1}{16\pi}\left[\sigma_{tot}(\pi^\pm p)\right]^2_{t=0}$	I, ϕ-λ	[15]
$\sigma(K^- p \to K^0 \Xi^0) - \frac{1}{4}\sigma(K^- p \to K^+ \Xi^-) \geq 0$	I, ϕ-λ	[17]
$\sigma(K^- p \to K^0 n) = \sigma(K^- p \to \pi^- \Sigma^+)$	0, G_2	[51-54]
$\sigma(\bar{K}^0 p \to K^+ \Xi^0) = \sigma(\pi^- p \to K^+ \Sigma^-)$	0, G_2	[51-54]
$\sigma(\pi^\pm p \to \pi^\pm p) = \sigma(K^\pm n \to K^\pm n)$	0, G_2	[51-54]
$\sigma_{tot}(\pi^\pm p) = \sigma_{tot}(K^\pm n)$	0, G_2	[51-54]
$\sigma(K_2^0 p \to K_1^0 p) = \frac{1}{2}\sigma(\pi^- p \to \pi^0 n)$	0, G_2, ϕ-λ	[17]
$\sigma(\pi^\pm p \to \pi^\pm p) = \sigma(K_2^0 p \to K_2^0 p) + \sigma(K_2^0 p \to K_1^0 p)$	0, G_2, ϕ-λ	[17]
$\sigma(\pi^- p \to K^0 \Sigma^0) - \frac{1}{4}\sigma(\pi^- p \to \pi^0 n) \geq 0$	0, ϕ-λ	[17]
$\sigma(\pi^- p \to K^0 \Lambda) - \frac{3}{4}\sigma(\pi^- p \to \pi^0 n) \geq 0$	0, ϕ-λ	[17]
$\sigma(\pi^\pm p \to \pi^\pm p) = \sigma(K^\pm p \to K^\pm p)$	T	[51-54]
$\sigma_{tot}(\pi^\pm p) = \sigma_{tot}(K^\pm p)$	T	[51-54]
$\sigma(K^- p \to \bar{K}^0 n) = \sigma(\pi^- p \to K^0 \Lambda)$	T	[51-54]
$\sigma(K^+ n \to K^+ n) = \sigma(K^- n \to K^- n)$	T	[51-54]
$\sigma_{tot}(K^+ n) = \sigma_{tot}(K^- n)$	T	[51-54]
$\sigma(K_2^0 p \to K_2^0 p) = \sigma(K^+ n \to K^+ n)$	T	[17]
$\sigma_{tot}(K_2^0 p) = \sigma_{tot}(K^+ n)$	T	[17]
$\sigma(K_2^0 p \to K_1^0 p) = 0$	T	[17]

в/ Асимптотические соотношения для сечений процессов с рождением частиц

Асимптотические соотношения между амплитудами рассмотренных бинарных процессов могут быть получены даже в том случае, когда для этих амплитуд несправедливы обычные дисперсионные соотношения. Для этого, следуя Мейману /19/, достаточно предположить, что преобразование Фурье запаздывающей амплитуды, например, рассеяния мезона на нуклоне

$$T^{ret}(\omega,\vec{p}) = \int e^{i\left(\omega x^0 - \sqrt{\omega^2-\mu^2-\vec{p}^2}\ \vec{e}\vec{x}\right)} F^{ret}(x)\, d^4x \qquad /2.11/$$

/где ω - энергия мезона, а $\vec{p}$ - трехмерный импульс нуклона в системе Брайта/, в асимптотике $\omega^2 \gg \vec{p}^2 + \mu^2$ может быть записано в виде

$$T^{ret}_{\infty}(\omega,\vec{p}) = \int e^{i\omega(x^0 - \vec{e}\vec{x})} F^{ret}(x)\, d^4x . \qquad /2.12/$$

Денчевым установлены общие условия, при которых T^{ret} и T^{ret}_{∞} асимптотически совпадают, то есть:

$$\lim_{\omega\to\infty} \frac{T^{ret}(\omega,\vec{p})}{T^{ret}_{\infty}(\omega,p)} = 1 .$$

Это равенство заведомо выполняется, если амплитуда не осциллирует слишком быстро, и при любом $\varepsilon > 0$ и достаточно больших ω ограничена неравенством:

$$B_\varepsilon e^{-\varepsilon|\omega|} \leq \left|T^{ret}(\omega,\vec{p})\right| \leq A_\varepsilon e^{\varepsilon|\omega|}.$$

Таким образом, для установления асимптотических соотношений достаточна аналитичность только асимптотической амплитуды, которая является непосредственным следствием принципа причинности. Применяя теоремы Фрагмена-Линделефа к этой асимптотической амплитуде, можно получить все перечисленные выше асимптотические соотношения между амплитудами рассеяния нуклона на нуклоне /где дисперсионные соотношения установлены лишь по теории возмущений/ и гиперона на нуклоне /где обычные дисперсионные соотношения несправедливы даже для простейших диаграмм Фейнмана/.

В недавней работе /20/ был рассмотрен широкий класс неупругих процессов с рождением частиц. Амплитуды этих процессов, вообще говоря, имеют комплексные особенности. Однако и в этом случае можно показать, что при больших энергиях амплитуда рассеяния может быть заменена асимптотической амплитудой, которая аналитична в верхней полуплоскости. На этой основе можно получить асимптотические равенства дифференциальных сечений и для неупругих процессов. В качестве примера рассмотрим процессы рождения π-мезона в π-мезон-нуклонном столкновении

$$\pi + N \to \pi' + \pi'' + N', \qquad /\text{I}/$$

$$\bar{\pi} + N' \to \bar{\pi}' + \bar{\pi}'' + N. \qquad /\text{II}/$$

Обозначим через p и p$'$ - 4-импульсы нуклонов в начальном и конечном состояниях, через q, q' и q''-4-импульсы π-мезонов. Мы выберем в качестве независимых переменных следующие инварианты:

$$t = (p-p')^2, \quad t'' = (q-q'')^2, \quad W^2 = (q'+q'')^2,$$

$$e^{2\xi} = \frac{q'(p+p')}{q''(p+p')}, \quad \omega = \frac{q(p+p')}{2\,\mathrm{ch}\,\xi\sqrt{M^2 - t/4}}$$

Три первых переменных имеют ясный физический смысл, пятая переменная ω пропорциональна квадрату полной энергии реакции s, а четвертая в асимптотике $s \to \infty$ характеризует отношение энергии нуклона и одного из π-мезонов в конечном состоянии к полной энергии

$$e^{2\xi} \to \frac{s'}{s-s'}, \quad s' = (p'+q')^2 \qquad /2.14/$$

Этот выбор переменных удобен тем, что, фиксируя t, t'', W^2, ξ, мы можем устремить ω к бесконечности, оставаясь в физической области. Соотношение перекрестной симметрии для полной амплитуды имеет вид:

$$T^{\text{I}}(p,q;\, p',q',q'') = \mathcal{P}_{ss'}\, T^{\text{II}}(p',-q;\, p,-q',-q'')^{+} \qquad /2.15/$$

Из этого соотношения при помощи теоремы Фрагмена-Линделефа можно доказать асимптотическое равенство дифференциальных сечений процессов /I/ и /II/

$$\lim_{s\to\infty} \frac{d^4\sigma^{\text{I}}/dt\,dt''\,dW^2\,d\xi}{d^4\sigma^{\text{II}}/dt\,dt''\,dW^2\,d\xi} = 1$$

Ниже мы приводим некоторые пары таких процессов:

$$\pi^+ + p \to \pi^+ + \pi^0 + p, \qquad \pi^- + p \to \pi^- + \pi^0 + p,$$
$$K^+ + p \to K^+ + \pi^0 + p, \qquad K^- + p \to K^- + \pi^0 + p,$$
$$K^+ + p \to K^0 + \pi^+ + p, \qquad K^- + p \to \bar{K}^0 + \pi^- + p,$$
$$\pi^- + p \to K^+ + K^- + n, \qquad \pi^+ + n \to K^- + K^+ + p,$$
$$\gamma + p \to \pi^+ + \pi^0 + n, \qquad \gamma + n \to \pi^- + \pi^0 + p,$$
$$p + p \to n + \pi^+ + p, \qquad \bar{n} + p \to \bar{p} + \pi^+ + p.$$

В том случае, когда две из трех конечных частиц рождаются в резонансном состоянии, мы имеем равенство сечений для следующих процессов:

$$\pi^+ + p \to \rho^+ + p\,, \quad \pi^- + p \to \rho^- + p\,,$$

$$K^+ + p \to K^{*+} + p\,, \quad K^- + p \to K^{*-} + p\,,$$

$$\pi^- + p \to \rho + n\,, \quad \pi^+ + n \to \rho + p\,,$$

$$\gamma + p \to \rho^+ + n\,, \quad \gamma + n \to \rho^- + p\,,$$

$$p + p \to n + \Delta^{++}\,, \quad \bar{n} + p \to \bar{p} + \Delta^{++}$$ и т.д.

В работе Л.Д.Соловьева /55/ показано, что учет электромагнитных взаимодействий не меняет вывода о равенстве дифференциальных сечений частиц и античастиц в области высоких энергий (если они измерены аппаратурой с одинаковой достаточно хорошей разрешающей способностью по энергии).

Естественно ожидать, что асимптотика наступает в области энергий, превышающих массы частиц и резонансов. Если в этой области энергий мы не будем иметь равенства сечений для частиц и античастиц, то это будет веским основанием считать, что принцип микропричинности на малых расстояниях нарушается.

Поэтому нам представляется весьма важной экспериментальная проверка асимптотических соотношений с достаточно высокой точностью.

Рукопись поступила в издательский
отдел 17 августа 1964 г.

ЛИТЕРАТУРА x)

1. Ю.М.Широков. Об определении частиц в теории поля.
2. Ю.М.Широков. О новых связях между полями и частицами.
3. K.Hepp. Analyticity and Cluster Decomposition Properties of the S-matrix in Local Relativistic Quantum Field Theory.
4. В.Я.Файнберг. Об уравнениях в аксиоматическом подходе.
5. Б.В.Медведев и М.К.Поливанов. Аксиоматическое построение матрицы рассеяния.
6. J.G.Taylor. On the Existence of Solutions to the Field Equations.
7. А.А.Логунов, А.Н.Тавхелидзе и Р.Н.Фаустов. Квазипотенциальный подход в квантовой теории поля.
8. Б.А.Арбузов, А.Т.Филиппов, О.А.Хрусталев. О квазипотенциальных уравнениях в теории поля.
9. R.Blankenbeckler, R.Sugar. Simple Linear Integral Equations for Relativistic Scattering.
10. Х.Я.Христов. Коммутирующие трансляционно-инвариантные операторные поля. Препринт ОИЯИ,Р-1446 (1963).
11. S.D.Drell, A.C.Finn, A.C.Hearn. Bounds on Propagators, From-Factors and Coupling Constants.
12. Б.В.Гешкенбейн и Б.Л.Иоффе. Полюса вершинной функции и ортогонализация одночастичных состояний.
13. F.Kaschlun, E.Wieczorek, Non-Uniqueness in the S-matrix Reduction by Means of the Asymptotic Condition.

x/ Работы /1-21/ были представлены на конференции.

I4. D.Zwanziger. Construction at Amplitudes Free of Kinematical Singularities for Processes Involving Massless Particles.

I5. А.А.Логунов, Нгуен Ван Хьеу , И.Т.Тодоров и О.А.Хрусталев. ЖЭТФ, 46 (I964) I079; Phys.Lett., 7 (1963) 69, 71.

I6. С.М.Биленький, Нгуен Ван Хьеу и Р.М.Рындин. ЖЭТФ, 46 (I964), I098.

I7. А.А.Логунов, Нгуен Ван Хьеу и Сянь Дин чан. Phys.Lett., 10 (1964) 131.

I8. Н.Н.Мейман. ЖЭТФ, 46 (I964) I039.

I9. Н.Н.Мейман. ЖЭТФ, 46 (I964) I502.

20. А.А.Логунов, Нгуен Ван Хьеу и И.Т.Тодоров. Асимптотические соотношения между амплитудами процессов с переменным числом частиц. Препринт ОИЯИ, Р-I737 (I964).

2I. Н.И.Грановский и А.А.Пантюшин. Дисперсионный аналог ренорм-группы.

22. D.Ruelle. Helv. Phys.Acta, 35 (1962) 147.

23. H.J.Borchers. Nuovo Cim., 15 (1960) 784.

24. A.S.Wightman, L.Cardin, Fields as Operator Valued Distributions in Relativistic Quantum Theory. Preprint (1963).

25. J.Bros, H.Epstein, V.Glaser. Nuovo Cim., 31 (1964) 1265.

26. R.Haag, Phys.Rev. , 112 (o958) 6691

27. K.Hepp. Acta Phys.Austriaca , 17 (1963) 86.

28. H.Lehmann, K.Symanzik. W.Zimmermann. Nuovo Cim., 1 (1955) 205.

29. Н.Н.Боголюбов. Изв. АН СССР, сер.физ., I9 (I955) 237.

30. Н.Н.Боголюбов, Б.В.Медведев и М.К.Поливанов. Вопросы теории дисперсионных соотношений. Москва, ГИФМЛ, I958.

3I. Н.Н.Боголюбов и Д.В.Ширков. Введение в теорию квантованных полей. Москва, ГИТТЛ, I957.

32. В.С.Владимиров, Изв. АН СССР , сер.мат., 26 (I962) 825.

33. В.С.Владимиров. Труды математического института им.В.А.Стеклова.60 (I96I) I0I.

34. R.F.Streater, Wightman, PCT, Spin Statistic and all that . New York, Benjamin, 1964.

35. F.J.Dyson. Phys.Rev. , 110 (1958) 1460.

36. O.Steinmann. Helv.Phys.Acta, 33 (1960) 257, 347.

37. W.Guttinger. Nuovo Cim., 10 (1958) 1.

38. А.А.Логунов и Нгуен Ван Хьеу. Лекции на международной зимней школе в Дубне, I964.

39. H.Lehman. Nuovo Cim., 10, (1958) 579.

40. O.W.Greenberg, F.E.Low. Phys.Rev., 124 (1961) 2047.

4I. T.D.Lee. Phys.Rev., 128 (1962) 899.

42. B.Schroer. The Concept of Nonlocalizable Field and its connection with Nonrenormalizable Field Theories, Preprint (1964).

43. И.Я.Померанчук. ЖЭТФ, 34 (I958) 725.

44. M.Sugawara, Y.A.Kanazawa. Phys.Rev, 123 (1961) 1895.

45. Н.Н.Мейман. ЖЭТФ, 43 (I962) 2277.

46. M.Sugawara, Y.Nambu. Phys.Rev., 132 (1963) 2724.

47. L.Van Hove. Phys.Lett., 5 (1963) 252.

48. А.А.Логунов, Нгуен Ван Хьеу и И.Т.Тодоров. Препринт ОИЯИ, Е-I520 (I964) .

49. Nguyen Van Hieu. Phys.Lett., 9 (1964) 81,83.

50. И.И.Левинтов. ЖЭТФ, 42 (I962) I9I.

5I. R.E.Behrends, A.Sirlin. Phys.Rev., 121 (1961) 324.
52. C.A.Levinson, H.J.Lipkin, S.Meshkov. Nuovo Cim., 23 (1962) 236. Phys.Lett. 1 (1962) 44.
53. R.Freund, H.Ruegg, D.Speiser, A.Morales. Nuovo Cim. 25 (I962)307.
54. В.М.Шехтер. ЖЭТФ, 43 (I962) 205.